

SERWAY • JEWETT

FÍSICA

para ciencias e ingeniería
con Física Moderna

Volumen 2

Séptima edición

FÍSICA

para ciencias e ingeniería
con Física Moderna

Volumen 2

Séptima edición

FÍSICA

para ciencias e ingeniería
con Física Moderna

Volumen 2

Séptima edición

Raymond A. Serway

Emérito, James Madison University

John W. Jewett, Jr.

California State Polytechnic University, Pomona

Traducción

Víctor Campos Olguín

Traductor profesional

Revisión Técnica

Misael Flores Rosas

Profr. de Termodinámica

Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas

Instituto Politécnico Nacional



Australia • Brasil • Corea • España • Estados Unidos • Japón • México • Reino Unido • Singapur

Física para ciencias e ingeniería con Física Moderna

Volumen 2. Séptima edición.

Raymond A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Presidente de Cengage Learning**Latinoamérica:**

Javier Arellano Gutiérrez

Director editorial Latinoamérica:

José Tomás Pérez Bonilla

Director de producción:

Raúl D. Zendejas Espejel

Editor:

Sergio R. Cervantes González

Editora de producción:

Abril Vega Orozco

Ilustrador:Rolin Graphics, Progressive Information
Technologies, Lachina Publishing Services**Diseño de portada:**

Patrick Devine Design

Imagen de portada:

Portada: © 2005 Tony Dunn;

Contraportada: © 2005 Kurt Hoffman, Abra Marketing

Composición tipográfica:

EDITEC S.A. de C.V.

© D.R. 2009 por Cengage Learning Editores,

S.A. de C.V.,

una Compañía de Cengage Learning, Inc.

Corporativo Santa Fe

Av. Santa Fe núm. 505, piso 12

Col. Cruz Manca, Santa Fe

C.P. 05349, México, D.F.

Cengage Learning™ es una marca registrada
usada bajo permiso.

DERECHOS RESERVADOS. Ninguna parte de este trabajo amparado por la Ley Federal del Derecho de Autor, podrá ser reproducida, transmitida, almacenada o utilizada en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo, pero sin limitarse a lo siguiente: fotocopiado, reproducción, escaneo, digitalización, grabación en audio, distribución en Internet, distribución en redes de información o almacenamiento y recopilación en sistemas de información a excepción de lo permitido en el Capítulo III, Artículo 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor, sin el consentimiento por escrito de la Editorial.

Traducido del libro *Physics for Scientists and Engineers*

Volume 2, with modern Physics Seventh Edition

Publicado en inglés por Brooks/Cole ©2008

ISBN: 0-495-11244-0

Datos para catalogación bibliográfica:

Raymond A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Física para ciencias e ingeniería con física moderna.

Volumen 2. Séptima edición.

ISBN-13: 978-607-481-358-6

ISBN-10: 607-481-358-2

Visite nuestro sitio en:

<http://latinoamerica.cengage.com>

Dedicamos este libro a nuestras esposas
Elizabeth y Lisa, y a todos nuestros hijos
y nietos por su amorosa comprensión
cuando pasamos tiempo escribiendo
en lugar de estar con ellos.

Parte 4 ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO 641

- 23 Campos eléctricos 642
- 24 Ley de Gauss 673
- 25 Potencial eléctrico 692
- 26 Capacitancia y materiales dieléctricos 722
- 27 Corriente y resistencia 752
- 28 Circuitos de corriente directa 775
- 29 Campos magnéticos 808
- 30 Fuentes del campo magnético 837
- 31 Ley de Faraday 867
- 32 Inductancia 897
- 33 Circuitos de corriente alterna 923
- 34 Ondas electromagnéticas 952



Jhon W. Jewett, Jr.



© Thomson Learning/Charles D. Winters.

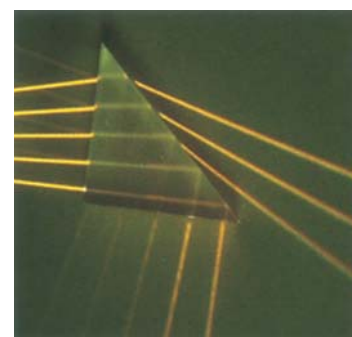
Parte 5 LUZ Y ÓPTICA 977

- 35 Naturaleza de la luz y leyes de óptica geométrica 978
- 36 Formación de las imágenes 1008
- 37 Interferencia de ondas de luz 1051
- 38 Patrones de difracción y polarización 1077

Parte 6 FÍSICA MODERNA 1111

- 39 Relatividad 1112
- 40 Introducción a la física cuántica 1153
- 41 Mecánica cuántica 1186
- 42 Física atómica 1215
- 43 Moléculas y sólidos 1257
- 44 Estructura nuclear 1293
- 45 Aplicaciones de la física nuclear 1329
- 46 Física de las partículas y cosmología 1357

Apéndices A-1
 Respuestas a problemas
 con número impar A-25
 Índice I-1



Cortesía de Henry Leap y Jim Lehman.

Acerca de los autores xiii

Prefacio xiv

Al estudiante xv

PARTE 4 ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO 641

Capítulo 23 Campos eléctricos 642

- 23.1 Propiedades de las cargas eléctricas 642
- 23.2 Objetos de carga mediante inducción 644
- 23.3 Ley de Coulomb 645
- 23.4 El campo eléctrico 651
- 23.5 Campo eléctrico de una distribución de carga continua 654
- 23.6 Líneas de campo eléctrico 659
- 23.7 Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme 661

Capítulo 24 Ley de Gauss 673

- 24.1 Flujo eléctrico 673
- 24.2 Ley de Gauss 676
- 24.3 Aplicación de la ley de Gauss a varias distribuciones de carga 678
- 24.4 Conductores en equilibrio electrostático 682

Capítulo 25 Potencial eléctrico 692

- 25.1 Diferencia de potencial y potencial eléctrico 692
- 25.2 Diferencias de potencial en un campo eléctrico uniforme 694
- 25.3 Potencial eléctrico y energía potencial a causa de cargas puntuales 697
- 25.4 Obtención del valor del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico 701
- 25.5 Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas 703
- 25.6 Potencial eléctrico a causa de un conductor con carga 707
- 25.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan 709
- 25.8 Aplicaciones de la electrostática 710



© Thomson Learning/Charles D. Winters

Capítulo 26 Capacitancia y materiales dieléctricos 722

- 26.1 Definición de capacitancia 722
- 26.2 Cálculo de la capacitancia 724
- 26.3 Combinaciones de capacitores 727
- 26.4 Energía almacenada en un capacitor con carga 731
- 26.5 Capacitores con material dieléctrico 735
- 26.6 Dipolo eléctrico en un campo eléctrico 738
- 26.7 Descripción atómica de los materiales dieléctricos 740

Capítulo 27 Corriente y resistencia 752

- 27.1 Corriente eléctrica 752
- 27.2 Resistencia 756
- 27.3 Modelo de conducción eléctrica 760
- 27.4 Resistencia y temperatura 762
- 27.5 Superconductores 762
- 27.6 Potencia eléctrica 763

Capítulo 28 Circuitos de corriente directa 775

- 28.1 Fuerza electromotriz 775
- 28.2 Resistores en serie y en paralelo 778
- 28.3 Leyes de Kirchhoff 785
- 28.4 Circuitos RC 788
- 28.5 Medidores eléctricos 794
- 28.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica 796

Capítulo 29 Campos magnéticos 808

- 29.1 Campos y fuerzas magnéticas 809
- 29.2 Movimiento de una partícula con carga en un campo magnético uniforme 813
- 29.3 Aplicaciones del movimiento de partículas con carga en un campo magnético 816
- 29.4 Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente 819
- 29.5 Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme 821
- 29.6 El efecto Hall 825

Capítulo 30 Fuentes del campo magnético 837

- 30.1 Ley de Biot-Savart 837
- 30.2 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos 842
- 30.3 Ley de Ampère 844
- 30.4 Campo magnético de un solenoide 848
- 30.5 Ley de Gauss en el magnetismo 850
- 30.6 Magnetismo en la materia 852
- 30.7 Campo magnético de la Tierra 855

Capítulo 31 Ley de Faraday 867

- 31.1 Leyes de inducción de Faraday 867
- 31.2 Fem de movimiento 871
- 31.3 Ley de Lenz 876
- 31.4 Fem inducida y campos eléctricos 878
- 31.5 Generadores y motores 880
- 31.6 Corrientes de Eddy 884

Capítulo 32 Inductancia 897

- 32.1 Autoinducción e inductancia 897
- 32.2 Circuitos *RL* 900
- 32.3 Energía en un campo magnético 903
- 32.4 Inductancia mutua 906
- 32.5 Oscilaciones en un circuito *LC* 907
- 32.6 Circuito *RLC* 911

Capítulo 33 Circuitos de corriente alterna 923

- 33.1 Fuentes de CA 923
- 33.2 Resistores en un circuito de CA 924
- 33.3 Inductores en un circuito de CA 927
- 33.4 Condensadores en un circuito de CA 929
- 33.5 Circuito *RLC* en serie 932
- 33.6 Potencia en un circuito de CA 935
- 33.7 Resonancia en un circuito *RLC* en serie 937
- 33.8 El transformador y la transmisión de potencia 939
- 33.9 Rectificadores y filtros 942

Capítulo 34 Ondas electromagnéticas 952

- 34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère 953
- 34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz 955
- 34.3 Ondas electromagnéticas planas 957
- 34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas 961
- 34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación 963
- 34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena 965
- 34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas 966

PARTE 5 LUZ Y ÓPTICA 977

Capítulo 35 Naturaleza de la luz y leyes de óptica geométrica 978

- 35.1 Naturaleza de la luz 978
- 35.2 Mediciones de la rapidez de la luz 979

- 35.3 Aproximación de un rayo en óptica geométrica 981
- 35.4 La onda bajo reflexión 981
- 35.5 La onda bajo refracción 985
- 35.6 Principio de Huygens 990
- 35.7 Dispersión 992
- 35.8 Reflexión interna total 993

Capítulo 36 Formación de las imágenes 1008

- 36.1 Imágenes formadas por espejos planos 1008
- 36.2 Imágenes formadas por espejos esféricos 1010
- 36.3 Imágenes formadas por refracción 1017
- 36.4 Lentes delgadas 1021
- 36.5 Aberraciones de las lentes 1030
- 36.6 La cámara fotográfica 1031
- 36.7 El ojo humano 1033
- 36.8 La lupa simple 1035
- 36.9 El microscopio compuesto 1037
- 36.10 El telescopio 1038

Capítulo 37 Interferencia de ondas de luz 1051

- 37.1 Condiciones para la interferencia 1051
- 37.2 Experimento de doble ranura de Young 1052
- 37.3 Ondas luminosas en interferencia 1054
- 37.4 Distribución de intensidad de la configuración de interferencia de doble ranura 1056
- 37.5 Cambio de fase debido a reflexión 1059
- 37.6 Interferencia en películas delgadas 1060
- 37.7 El interferómetro de Michelson 1064

Capítulo 38 Patrones de difracción y polarización 1077

- 38.1 Introducción a los patrones de difracción 1077
- 38.2 Patrones de difracción provenientes de rendijas angostas 1078
- 38.3 Resolución de una sola rendija y aberturas circulares 1083
- 38.4 Rejilla de difracción 1086
- 38.5 Difracción de los rayos X mediante cristales 1091
- 38.6 Polarización de las ondas luminosas 1093

PARTE 6 FÍSICA MODERNA 1111

Capítulo 39 Relatividad 1112

- 39.1 Principio galileano de la relatividad 1113
- 39.2 Experimento de Michelson–Morley 1116
- 39.3 Principio de la relatividad de Einstein 1118
- 39.4 Consecuencias de la teoría especial de la relatividad 1119
- 39.5 Ecuaciones de transformación de Lorentz 1130
- 39.6 Ecuaciones de transformación de velocidad de Lorentz 1131
- 39.7 Movimiento lineal relativista 1134
- 39.8 Energía relativista 1135
- 39.9 Masa y energía 1139
- 39.10 Teoría general de la relatividad 1140



Capítulo 40 Introducción a la física cuántica 1153

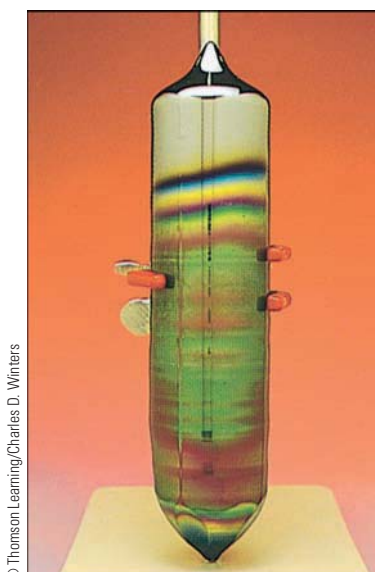
- 40.1 Radiación de cuerpo negro e hipótesis de Planck 1154
- 40.2 Efecto fotoeléctrico 1160
- 40.3 Efecto Compton 1165
- 40.4 Fotones y ondas electromagnéticas 1167
- 40.5 Propiedades ondulatorias de las partículas 1168
- 40.6 Partícula cuántica 1171
- 40.7 Revisión del experimento de doble rejilla 1174
- 40.8 El principio de incertidumbre 1175

Capítulo 41 Mecánica cuántica 1186

- 41.1 Interpretación de la mecánica cuántica 1186
- 41.2 La partícula cuántica bajo condiciones frontera 1191
- 41.3 La ecuación de Schrödinger 1196
- 41.4 Una partícula en un pozo de altura finita 1198
- 41.5 Efecto túnel a través de una barrera de energía potencial 1200
- 41.6 Aplicaciones del efecto túnel 1202
- 41.7 El oscilador armónico simple 1205

Capítulo 42 Física atómica 1215

- 42.1 Espectros atómicos de los gases 1216
- 42.2 Los primeros modelos del átomo 1218
- 42.3 Modelo de Bohr del átomo de hidrógeno 1219
- 42.4 Modelo cuántico del átomo de hidrógeno 1224
- 42.5 Las funciones de onda para el hidrógeno 1227
- 42.6 Interpretación física de los números cuánticos 1230
- 42.7 El principio de exclusión y la tabla periódica 1237
- 42.8 Más sobre los espectros atómicos: el visible y el rayo X 1241



© Thomson Learning/Charles D. Winters

- 42.9 Transiciones espontáneas y estimuladas 1244
- 42.10 Láser 1245

Capítulo 43 Moléculas y sólidos 1257

- 43.1 Enlaces moleculares 1258
- 43.2 Estados de energía y espectros de moléculas 1261
- 43.3 Enlaces en sólidos 1268
- 43.4 Teoría de electrones libres en metales 1270
- 43.5 Teoría de banda en sólidos 1274
- 43.6 Conducción eléctrica en metales, aislantes y semiconductores 1276
- 43.7 Dispositivos semiconductores 1279
- 43.8 Superconductividad 1283

Capítulo 44 Estructura nuclear 1293

- 44.1 Algunas propiedades de los núcleos 1294
- 44.2 Energía de enlace nuclear 1299
- 44.3 Modelos nucleares 1300
- 44.4 Radiactividad 1304
- 44.5 Los procesos de decaimiento 1308
- 44.6 Radiactividad natural 1317
- 44.7 Reacciones nucleares 1318
- 44.8 Resonancia magnética nuclear y formación de imágenes por resonancia magnética 1319

Capítulo 45 Aplicaciones de la física nuclear 1329

- 45.1 Interacciones donde intervienen neutrones 1329
- 45.2 Fisión nuclear 1330
- 45.3 Reactores nucleares 1332
- 45.4 Fusión nuclear 1335
- 45.5 Daño por radiación 1342
- 45.6 Detectores de radiación 1344
- 45.7 Usos de la radiación 1347

Capítulo 46 Física de las partículas y cosmología 1357

- 46.1 Fuerzas fundamentales en la naturaleza 1358
- 46.2 Positrones y otras antipartículas 1358
- 46.3 Mesones y el principio de la física de las partículas 1361
- 46.4 Clasificación de las partículas 1363
- 46.5 Leyes de conservación 1365
- 46.6 Partículas extrañas y extrañeza 1369
- 46.7 Determinación de patrones en las partículas 1370
- 46.8 Quarks 1372
- 46.9 Quarks multicolor 1375
- 46.10 El modelo estándar 1377
- 46.11 La conexión cósmica 1378
- 46.12 Problemas y perspectivas 1383

Apéndice A Tablas A-1

- Tabla A.1 Factores de conversión A-1
- Tabla A.2 Símbolos, dimensiones y unidades de cantidades físicas A-3

Apéndice B Repaso matemático A-4

- B.1 Notación científica A-4
- B.2 Álgebra A-5
- B.3 Geometría A-9
- B.4 Trigonometría A-10
- B.5 Series de expansión A-12
- B.6 Cálculo diferencial A-13
- B.7 Cálculo integral A-16
- B.8 Propagación de incertidumbre A-20

Apéndice C Tabla periódica de los
elementos A-22

Apéndice D Unidades del SI A-24

- D.1 Unidades del SI A-24
- D.2 Algunas unidades del SI derivadas A-24

Respuestas a problemas con número
impar A-25

Índice I-1

Raymond A. Serway recibió su doctorado en el Illinois Institute of Technology y es profesor emérito en la James Madison University. En 1990 recibió el Madison Scholar Award en la James Madison University, donde enseñó durante 17 años. El doctor Serway comenzó su carrera docente en la Clarkson University, donde dirigió investigación y enseñó de 1967 a 1980. En 1977 recibió el Distinguished Teaching Award en la Clarkson University y el Alumni Achievement Award del Utica College en 1985. Como científico invitado en el IBM Research Laboratory en Zurich, Suiza, trabajó con K. Alex Müller, ganador del premio Nobel 1987. El doctor Serway también fue científico visitante en el Argonne National Laboratory, donde colaboró con su mentor y amigo, Sam Marshall. Además de las primeras ediciones de este libro, el doctor Serway es coautor de *Principles of Physics*, cuarta edición; *College Physics*, séptima edición; *Essentials of College Physics* y *Modern Physics*, tercera edición. También es coautor del libro de bachillerato *Physics*, publicado por Holt, Rinehart y Winston. Además, el doctor Serway ha publicado más de 40 artículos de investigación en el campo de física de materia condensada y ha impartido más de 70 conferencias en reuniones profesionales. El doctor Serway y su esposa, Elizabeth, disfrutaban viajar, jugar al golf, cantar en un coro de iglesia y pasar tiempo de calidad con sus cuatro hijos y ocho nietos.



John W. Jewett, Jr., obtuvo su doctorado en la Ohio State University, con especialidad en las propiedades ópticas y magnéticas de la materia condensada. El doctor Jewett comenzó su carrera académica en el Richard Stockton College de Nueva Jersey, donde enseñó de 1974 a 1984. En la actualidad es profesor de física en la California State Polytechnic University, Pomona. A lo largo de su carrera docente, el doctor Jewett ha sido un activo promotor de la educación en ciencias. Además de recibir cuatro becas National Science Foundation, ayudó a fundar y dirigir el Southern California Area Modern Physics Institute. También dirigió el Science IMPACT (Institute of Modern Pedagogy and Creative Teaching), que trabaja con profesores y escuelas para desarrollar currícula efectiva en ciencia. Los premios del doctor Jewett incluyen el Stockton Merit Award en el Richard Stockton College en 1980, el Outstanding Professor Award en la California State Polytechnic University para 1991-1992, y el Excellence in Undergraduate Physics Teaching Award de la American Association of Physics Teachers en 1998. Ha impartido más de 80 conferencias en reuniones profesionales, incluidas conferencias en eventos internacionales en China y Japón. Además de su trabajo en este libro, es coautor de *Principles of Physics*, cuarta edición, con el doctor Serway, y autor de *The World of Physics... Mysteries, Magic and Myth*. Al doctor Jewett le gusta tocar piano con su banda de físicos, viajar y coleccionar antigüedades que se puedan usar como aparatos de demostración en clases de física. Lo más importante, le gusta pasar el tiempo con su esposa, Lisa y sus hijos y nietos.



Al escribir esta séptima edición de *Física para ciencias e ingeniería*, continuamos nuestros esfuerzos actuales por mejorar la claridad de la presentación e incluir nuevas características pedagógicas que ayudan a apoyar los procesos de aprendizaje y enseñanza. Al retroalimentar las sugerencias de los usuarios de la sexta edición, así como de los revisores, hemos clarificado el texto para satisfacer mejor las necesidades de los estudiantes y profesores.

Este libro está pensado para un curso introductorio de física para estudiantes que se especializan en ciencia o ingeniería. Todo el contenido del libro en su versión amplia podría cubrirse en un curso de tres semestres, pero es posible usar el material en secuencias más breves con la omisión de capítulos y subtemas seleccionados. Los antecedentes matemáticos ideales de los estudiantes que tomen este curso deben incluir un semestre de cálculo. Si esto no es posible, el estudiante debe inscribirse en un curso simultáneo de introducción al cálculo.

Objetivos

Este libro de introducción a la física tiene dos objetivos principales: proporcionar al estudiante una presentación clara y lógica de los conceptos básicos y principios de la física y fortalecer la comprensión de los conceptos y principios a través de un amplio intervalo de aplicaciones interesantes al mundo real. Para satisfacer estos objetivos, hemos enfatizado en argumentos físicos sólidos y metodología para resolver problemas. Al mismo tiempo hemos intentado motivar al estudiante mediante ejemplos prácticos que demuestren el papel de la física en otras disciplinas, incluidas ingeniería, química y medicina.

Cambios en la séptima edición

Para preparar la séptima edición de este texto se hicieron varios cambios y mejoras. Algunas de las nuevas características se basan en nuestras experiencias y en tendencias actuales en educación en ciencia. Otros cambios se incorporaron en respuesta a comentarios y sugerencias ofrecidos por los usuarios de la sexta edición y por revisores del manuscrito. Las características que se mencionan aquí representan los principales cambios en la séptima edición.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS Se hizo una revisión sustancial de las preguntas y problemas de fin de capítulo con la finalidad de mejorar su variedad, interés y valor pedagógico, mientras conservaban su claridad y calidad. Cerca de 23% de las preguntas y problemas son nuevos o cambiaron sustancialmente. Muchas de las preguntas para cada capítulo están en formato objetivo. Numerosos problemas en cada capítulo piden explícitamente razonamiento cualitativo en algunas partes, así como respuestas cuantitativas en otras:

19. ● Considere una porción de aire en un tubo recto que se mueve con una aceleración constante de -4.00 m/s^2 y tiene una velocidad de 13.0 m/s a las 10:05:00 a.m., en cierta fecha. a) ¿Cuál es su velocidad a las 10:05:01 a.m.? b) ¿A las 10:05:02 a.m.? c) ¿A las 10:05:02.5 a.m.? d) ¿A las 10:05:04 a.m.? e) ¿A las 10:04:59 a.m.? f) Describa la forma de una gráfica de velocidad en función del tiempo para esta porción de aire. g) Argumente a favor o en contra del enunciado “conocer un solo valor de la aceleración constante de un objeto es como conocer toda una lista de valores para su velocidad”.



© Charles D. Winters.

EJEMPLOS Todos los ejemplos en el texto se remodelaron y ahora se presentan en un formato de dos columnas para reforzar mejor los conceptos físicos. La columna izquierda muestra información textual que describe las etapas para resolver el problema. La columna derecha muestra las operaciones matemáticas y los resultados de seguir dichos pasos. Esta presentación facilita la concordancia del concepto con su ejecución matemática y ayuda a los estudiantes a organizar su trabajo. Dichos ejemplos reconstituidos siguen de cerca una Estrategia General para Resolver Problemas que se introduce en el capítulo 2 para reforzar hábitos efectivos para resolver problemas (véase página siguiente).

Cada solución se reorganizó para seguir más de cerca la Estrategia General para Resolver Problemas que se resalta en el capítulo 2, para reforzar buenos hábitos en la solución de problemas.

Cada paso de la solución se detalla en un formato de dos columnas. La columna izquierda proporciona una explicación para cada paso matemático de la columna derecha, para reforzar mejor los conceptos físicos.

EJEMPLO 3.2 Un viaje de vacaciones

Un automóvil viaja 20.0 km al norte y luego a 35.0 km en una dirección 60.0° al noroeste, como se muestra en la figura 3.11a. Encuentre la magnitud y dirección del desplazamiento resultante del automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dibujados en la figura 3.11a ayudan a formar conceptos del problema.

Categorizar Este ejemplo se puede clasificar como un simple problema de análisis acerca de suma vectorial. El desplazamiento $\vec{R}$ es la resultante cuando se suman los dos desplazamientos individuales $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Incluso se puede clasificar como un problema acerca del análisis de triángulos, así que se acude a la experiencia en geometría y trigonometría.

Analizar En este ejemplo se muestran dos formas para analizar el problema de encontrar la resultante de dos vectores. La primera es resolver el problema mediante la geometría, con el uso de papel graficado y un transportador para medir la magnitud de $\vec{R}$ y su dirección en la figura 3.11a. (De hecho, aun cuando sepa que va a realizar un cálculo, debe bosquejar los vectores para comprobar sus resultados.) Con una regla y transportador ordinarios, típicamente un buen diagrama da respuestas con dos dígitos pero no con una precisión de tres dígitos.

La segunda forma de resolver el problema es analizarlo con el álgebra. La magnitud de $\vec{R}$ se obtiene a partir de la ley de cosenos, tal como se aplica al triángulo (véase el apéndice B.4).

Aplique $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta$ de la ley de cosenos para encontrar R :

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

Sustituya valores numéricos y advierta que $\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$:

$$R = \sqrt{(20.0 \text{ km})^2 + (35.0 \text{ km})^2 - 2(20.0 \text{ km})(35.0 \text{ km}) \cos 120^\circ} = 48.2 \text{ km}$$

Aplique la ley de senos (apéndice B.4) para encontrar la dirección de $\vec{R}$ medida desde la dirección norte:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \beta}{B} &= \frac{\sin \theta}{R} \\ \sin \beta &= \frac{B}{R} \sin \theta = \frac{35.0 \text{ km}}{48.2 \text{ km}} \sin 120^\circ = 0.629 \\ \beta &= 38.9^\circ \end{aligned}$$

El desplazamiento resultante del automóvil es 48.2 km con una dirección de 38.9° al noroeste.

Finalizar ¿El ángulo β , que se calculó, concuerda con una estimación realizada al observar la figura 3.11a o con un ángulo real medido del diagrama con el uso del método gráfico? ¿Es razonable que la magnitud de $\vec{R}$ sea mayor que la de $\vec{A}$ y $\vec{B}$? ¿Las unidades de $\vec{R}$ son correctas?

Aunque el método gráfico de sumar vectores funciona bien, tiene dos desventajas. Primera, algunas personas en-

cuentran abrumador el uso de las leyes de cosenos y senos. Segunda, un triángulo sólo resulta si suma dos vectores. Si suma tres o más vectores, la forma geométrica resultante no es un triángulo. En la sección 3.4 se explora un nuevo método para sumar vectores que abordará estas dos desventajas.

¿Qué pasaría si? Considere que el viaje se realiza considerando los dos vectores en orden inverso: 35.0 km con dirección 60.0° al noroeste primero y después 20.0 km al norte. ¿Cómo cambiarían la magnitud y dirección del vector resultante?

Respuesta No cambiarían. La ley conmutativa para la suma vectorial dice que el orden de los vectores en una suma es irrelevante. Gráficamente, la figura 3.11b muestra que los vectores sumados en orden inverso proporcionan el mismo vector resultante.

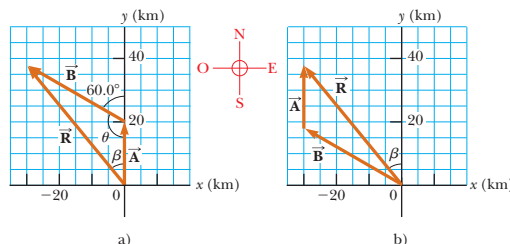


Figura 3.11 (Ejemplo 3.2) a) Método gráfico para encontrar el vector de desplazamiento resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$. b) Sumar los vectores en orden inverso ($\vec{B} + \vec{A}$) da el mismo resultado para $\vec{R}$.

Los enunciados **¿Qué pasaría si?** aparecen casi en 1/3 de los ejemplos trabajados y ofrecen una variación de la situación planteada en el texto del ejemplo. Por ejemplo, esta característica puede explorar los efectos de cambiar las condiciones de la situación, determinar qué sucede cuando una cantidad se lleva a un valor límite particular o preguntar si se puede determinar información adicional acerca de la situación del problema. Esta característica alienta a los estudiantes a pensar acerca de los resultados del ejemplo y auxiliarlos en la interpretación conceptual de los principios.

TAREAS EN LÍNEA Ahora es más fácil asignar tarea en línea con Serway y Jewett y Enhanced WebAssign. Todos los ejemplos trabajados, problemas de fin de capítulo, figuras, preguntas rápidas y la mayoría de las preguntas están disponibles en WebAssign. La mayoría de los problemas incluyen sugerencias y retroalimentación para proporcionar reforzamiento instantáneo o instrucciones para dicho problema. Además del contenido del texto, hemos agregado herramientas de corrección matemática para ayudar a los estudiantes a adquirir rapidez en álgebra, trigonometría y cálculo.

RESÚMENES Cada capítulo contiene un resumen que revisa los conceptos y ecuaciones importantes explicados en dicho capítulo. Una nota marginal junto a cada resumen de capítulo dirige a los estudiantes a preguntas adicionales, animaciones y ejercicios interactivos para dicho capítulo en el sitio Web. El formato del resumen de fin de capítulo se revisó por completo para esta edición. El resumen se divide en tres secciones: *Definiciones*, *Conceptos y Principios*, y *Modelos de análisis para resolver problemas*. En cada sección, recuadros tipo ficha de estudio se enfocan en cada definición, concepto, principio o modelo de análisis separado.

APÉNDICE MATEMÁTICO El apéndice matemático, una valiosa herramienta para los estudiantes, se actualizó para mostrar las herramientas matemáticas en un contexto físico. Este recurso es ideal para los estudiantes que necesitan un repaso rápido acerca de temas tales como álgebra y trigonometría.

CAMBIO EN EL CONTENIDO El contenido y organización del libro son esencialmente los mismos que en la sexta edición. Muchas secciones de varios capítulos se afinaron, borraron o combinaron con otras secciones para permitir una presentación más balanceada. Los vectores ahora se denotan en negritas con una flecha sobre ellos (por ejemplo, $\vec{v}$), así son más fáciles de reconocer. Los capítulos 7 y 8 se reorganizaron por completo con la idea de preparar a los estudiantes para aplicar un planteamiento unificado de la energía a lo largo del texto. Una nueva sección en el capítulo 9 enseña a los estudiantes cómo analizar sistemas deformables con la ecuación de conservación de la energía y el teorema impulso-cantidad de movimiento. El capítulo 34 es más extenso que en la 6a. edición debido al reacomodo del material de corrientes de desplazamiento del capítulo 30 y de las ecuaciones de Maxwell del capítulo 31. En el sitio Web de la compañía puede encontrar una lista más detallada de los cambios de contenido.

Contenido

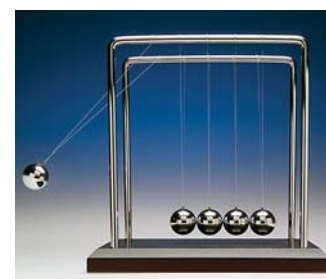
El material en este libro cubre temas fundamentales de física clásica y proporciona una introducción a la física moderna. El libro se divide en seis partes. La Parte 1 (capítulos 1 a 14) se relaciona con los fundamentos de la mecánica newtoniana y la física de fluidos; la Parte 2 (capítulos 15 a 18) cubre oscilaciones, ondas mecánicas y sonido; la Parte 3 (capítulos 19 a 22) aborda el calor y la termodinámica. La parte 4 (capítulos 23 a 34) trata la electricidad y el magnetismo; la parte 5 (capítulos 35 a 38) cubre luz y óptica; la parte 6 (capítulos 39 a 46) aborda la relatividad y la física moderna.

Características del texto

La mayoría de los instructores cree que el libro seleccionado para un curso debe ser la principal guía del estudiante para entender y aprender la materia de estudio. Además, el libro debe tener un estilo accesible y estar escrito para facilitar la instrucción y el aprendizaje. Con estos puntos en mente, hemos incluido muchas características pedagógicas, que se mencionan a continuación, y tienen la intención de mejorar su utilidad tanto a estudiantes como a instructores.

Resolución de problemas y comprensión conceptual

ESTRATEGIA GENERAL PARA RESOLVER PROBLEMAS Al final del capítulo 2 se perfila una estrategia general a seguir por los estudiantes y les proporciona un proceso estructurado para resolver problemas. En los capítulos restantes la estrategia se emplea explícitamente en cada ejemplo, de modo que los estudiantes aprenden cómo se aplica.



Thomson Learning/Charles D. Winters

MODELADO Aunque los estudiantes se enfrentan con cientos de problemas durante sus cursos de física, los instructores se dan cuenta de que un número relativamente pequeño de situaciones físicas forma la base de estos problemas. Al enfrentar un problema nuevo, un físico forma un *modelo* del problema para resolverlo de manera simple al identificar la situación física común que se presenta en el problema. Por ejemplo, muchos problemas involucran partículas bajo aceleración constante, sistemas aislados u ondas bajo refracción. Ya que los físicos han estudiado estas situaciones ampliamente y comprenden el comportamiento asociado, pueden aplicar este conocimiento como un modelo para un nuevo problema. En ciertos capítulos esta séptima edición identifica modelos de análisis, que son situaciones físicas (como la partícula bajo aceleración constante, el sistema aislado o la onda bajo refracción) que se presenta de manera frecuente, que se pueden usar como un modelo para resolver un problema no familiar. Estos modelos se explican en el texto del capítulo y el estudiante los recuerda en el resumen de fin de capítulo bajo el encabezado Modelos de análisis para resolver problemas.

PROBLEMAS Un extenso conjunto de problemas se incluye al final de cada capítulo; en total, el texto contiene aproximadamente tres mil problemas. Las respuestas a los problemas con número impar se proporcionan al final del libro. Para conveniencia, tanto del estudiante como del instructor, casi dos tercios de los problemas tienen claves referentes a secciones específicas del capítulo. Los problemas restantes, etiquetados como *Problemas adicionales*, no tienen claves a secciones específicas. La numeración para problemas directos se imprimen en negro, para problemas de nivel intermedio en azul y para problemas desafiantes en magenta.

- **Problemas “no sólo un número”** Cada capítulo incluye varios problemas marcados que requieren que los estudiantes piensen cualitativamente en algunas partes y cuantitativamente en otras. Los instructores pueden asignar tales problemas para guiar a los estudiantes hacia una comprensión más profunda, practicar buenas técnicas de resolución de problemas y prepararse para los exámenes.
- **Problemas para desarrollar razonamiento simbólico** Cada capítulo contiene problemas que piden soluciones en forma simbólica, así como muchos problemas piden respuestas numéricas. Para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades en el razonamiento simbólico, cada capítulo contiene un par de problemas de otra manera idénticos, uno que pide una solución numérica y uno que pide una deducción simbólica. En esta edición, además cada capítulo tiene un problema que da un valor numérico por cada dato menos uno, de modo que la respuesta muestra cómo la incógnita depende del dato representado simbólicamente. Por lo tanto la respuesta tiene la forma de la función de una variable, familiar al estudiante a partir de las matemáticas. Razonar acerca del comportamiento de esta función pone énfasis en la etapa *Finalizar* de la Estrategia General para Resolver Problemas. Todos los problemas que desarrollan razonamiento simbólico se identifican mediante una pantalla de color beige:

53. ● Un resorte ligero tiene una longitud no estirada de 15.5 cm. Se describe mediante la ley de Hooke con constante de resorte 4.30 N/m. Un extremo del resorte horizontal se mantiene sobre un eje vertical fijo, y el otro extremo se une a un disco de masa m que se puede mover sin fricción sobre una superficie horizontal. El disco se pone en movimiento en un círculo con un periodo de 1.30 s. a) Encuentre la extensión del resorte x conforme depende de m . Evalúe x para b) $m = 0.070$ 0 kg, c) $m = 0.140$ kg, d) $m = 0.180$ kg y e) $m = 0.190$ kg. f) Describa el patrón de variación de x como dependiente de m .

- **Problemas de repaso** Muchos capítulos incluyen problemas de repaso que requieren que el estudiante combine conceptos cubiertos en el capítulo con los que se explicaron en capítulos anteriores. Estos problemas reflejan la naturaleza cohesiva de los principios en el texto y verifican que la física no es un conjunto de ideas dispersas. Cuando se mira hacia temas del mundo real como el calentamiento global o las armas nucleares, puede ser necesario invocar ideas físicas de varias partes de un libro como éste.
- **“Problemas Fermi”** Como en ediciones anteriores, al menos un problema en cada capítulo pide al estudiante razonar en términos de orden de magnitud.



George Sample.

- **Problemas de diseño** Varios capítulos contienen problemas que le solicitan al estudiante determinar parámetros de diseño para un dispositivo práctico, de modo que pueda funcionar como se requiere.
- **Problemas “Jeopardy!”** Muchos capítulos dan a los estudiantes práctica para cambiar entre diferentes representaciones, al establecer ecuaciones y pedir una descripción de una situación a la que aplicar, así como una respuesta numérica.
- **Problemas en términos del cálculo** Todos los capítulos contienen al menos un problema que aplica ideas y métodos del cálculo diferencial y un problema que usa cálculo integral.

El website del instructor, proporciona listas de problemas que usan cálculo, problemas que alientan o requieren uso de computadora, problemas con partes “¿Qué pasaría si?”, problemas a los que se hace referencia en el texto del capítulo, problemas en función de la información experimental, problemas de orden de magnitud, problemas acerca de aplicaciones biológicas, problemas de diseño, problemas *Jeopardy!*, problemas de repaso, problemas que reflejan razonamiento histórico acerca de ideas confusas, problemas que desarrollan habilidad de razonamiento simbólico, problemas con partes cualitativas, preguntas de clasificación y otras preguntas complementarias.

PREGUNTAS La sección de preguntas al final de cada capítulo se revisó por completo. Se agregaron preguntas de opción múltiple, de clasificación y verdadero-falso. El instructor puede seleccionar entre ellas para asignar como tarea o usar en el salón de clase, posiblemente con métodos de “instrucción de pares” y acaso con sistemas de “compaginador”. En esta edición se incluyen más de ochocientas preguntas. Las respuestas a preguntas seleccionadas se incluyen en el paquete de recursos que acompañan al libro (<http://latinoamerica.cengage.com/serway>), y las respuestas a todas las preguntas se encuentran en el *Manual de soluciones del instructor*.

19. **O i)** Clasifique las aceleraciones gravitacionales que mediría para a) un objeto de 2 kg a 5 cm arriba del suelo, b) un objeto de 2 kg a 120 cm sobre el suelo, c) un objeto de 3 kg a 120 cm sobre el suelo y d) un objeto de 3 kg a 80 cm sobre el suelo. Mencione primero el que tiene aceleración con mayor magnitud. Si dos son iguales, muestre su igualdad en la lista. **ii)** Clasifique las fuerzas gravitacionales sobre los mismos cuatro objetos, primero la mayor magnitud. **iii)** Clasifique las energías potenciales gravitacionales (del sistema objeto-Tierra) para los mismos cuatro objetos, primero la mayor, y considere $y = 0$ en el suelo.
23. **O A** un cubo de hielo se le da un empujón y se desliza sin fricción sobre una mesa a nivel. ¿Qué es correcto? a) Está en equilibrio estable. b) Está en equilibrio inestable. c) Está en equilibrio neutro. d) No está en equilibrio.

EJEMPLOS Para auxiliar la comprensión del estudiante se presentan dos tipos de ejemplos. Todos los ejemplos en el texto se pueden asignar para tarea en WebAssign.

El primer tipo de ejemplo presenta un problema y respuesta numérica. Como se señaló anteriormente, las soluciones a estos ejemplos se alteraron en esta edición para presentar una plantilla de dos columnas para explicar los conceptos físicos y las etapas matemáticas lado a lado. Todo ejemplo sigue las etapas explícitas de la Estrategia general para resolver problemas que se resalta en el capítulo 2.

El segundo tipo de ejemplo es conceptual en naturaleza. Para dar énfasis a la comprensión de los conceptos físicos, los muchos ejemplos conceptuales se etiquetan como tales, se ponen en recuadros y están diseñados para enfocar a los estudiantes en la situación física del problema.

¿QUÉ PASARÍA SI? Aproximadamente un tercio de los ejemplos del texto contienen una condicional ¿Qué pasaría si? Al completar la solución del ejemplo, una pregunta ¿Qué pasaría si? ofrece una variación en la situación planteada en el texto del ejemplo. Por ejemplo, esta característica puede explorar los efectos de cambiar las condiciones de la situación, determinar lo que ocurre cuando una cantidad se lleva a un valor límite

particular, o preguntar si es posible determinar información adicional acerca de la situación. Esta característica alienta a los estudiantes a pensar acerca de los resultados del ejemplo; también ayuda en la interpretación conceptual de los principios. Las preguntas **¿Qué pasaría si?** también preparan a los estudiantes para encontrar problemas novedosos que se presenten en los exámenes. Algunos de los problemas de fin de capítulo también incluyen esta característica.

PREGUNTAS RÁPIDAS Las preguntas rápidas proporcionan a los estudiantes una oportunidad para poner a prueba su comprensión de los conceptos físicos presentados. Las preguntas piden a los estudiantes tomar decisiones de acuerdo a un razonamiento firme, y algunas de las preguntas se escribieron para ayudar a los estudiantes a superar interpretaciones equívocas comunes. Las preguntas rápidas se presentan en un formato objetivo, que incluyen opción múltiple, verdadero-falso y de clasificación. Las respuestas a todas las preguntas rápidas se encuentran al final de cada capítulo. En el website están disponibles preguntas rápidas adicionales que se pueden usar en la enseñanza en el salón de clase. Muchos instructores prefieren usar tales preguntas en un estilo de enseñanza de “instrucción por búsqueda” o con el uso de sistema de respuesta personal “compaginadores”, pero también se pueden usar en formato de pregunta estándar.

Pregunta rápida 7.5 Se carga un dardo en una pistola de juguete, accionada por resorte, al empujar el resorte hacia adentro una distancia x . Para la siguiente carga, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Qué tan rápido deja la pistola el segundo dardo, en comparación con el primero? a) cuatro veces más rápido, b) dos veces más rápido, c) la misma, d) la mitad de rápido, e) un cuarto de rápido.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 16.2

Dos tipos de rapidez/velocidad

No confunda v , la rapidez de la onda mientras se propaga a lo largo de la cuerda, con v_y , la velocidad transversal de un punto sobre la cuerda. La rapidez v es constante para un medio uniforme, mientras que v_y varía sinusoidalmente.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS Más de doscientas *Prevencciones de riesgos ocultos* se proporcionan para ayudar a los estudiantes a evitar errores y malas interpretaciones comunes. Estas características, que se colocan en los márgenes del texto, abordan tanto malas interpretaciones estudiantiles comunes como situaciones en que los estudiantes con frecuencia siguen rutas improductivas.

Características útiles

ESTILO Para facilitar la rápida comprensión, hemos escrito el libro en un estilo claro, lógico y atractivo. Elegimos un estilo de escribir que es un poco informal y relajado de modo que los estudiantes encontrarán el texto atractivo y agradable para leer. Los nuevos términos se definen cuidadosamente y hemos evitado el uso de vocabulario especial.

ENUNCIADOS Y ECUACIONES IMPORTANTES Los enunciados y definiciones más importantes se ponen en negritas o se resaltan con una pantalla para agregar énfasis y facilitar la revisión. De igual modo, las ecuaciones importantes se resaltan con una pantalla para facilitar su ubicación.

NOTAS MARGINALES Los comentarios y notas que aparecen en el margen con un icono ► se pueden usar para ubicar enunciados, ecuaciones y conceptos importantes en el texto.

USO PEDAGÓGICO DEL COLOR Los lectores deben consultar el cuadro pedagógico de color (al final del libro) para una lista de los símbolos en color que se usan en los diagramas del texto. Este sistema se usa consistentemente en todas las partes del texto.

NIVEL MATEMÁTICO Introducimos el cálculo de manera gradual, teniendo en mente que los estudiantes con frecuencia toman cursos introductorios de cálculo y física simultáneamente. La mayoría de las etapas se muestra cuando se desarrollan ecuaciones básicas, y con frecuencia se hace referencia a los apéndices matemáticos cerca del final del texto. Los productos vectoriales se introducen más adelante en el texto, donde se necesitan en aplicaciones físicas. El producto punto se introduce en el capítulo 7, que aborda la energía de un sistema; el producto cruz se introduce en el capítulo 11, que se relaciona con cantidad de movimiento angular.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS Las cifras significativas tanto en los ejemplos trabajados como en los problemas de fin de capítulo se manejan con cuidado. La mayoría de los ejemplos numéricos se trabaja a dos o a tres cifras significativas, depende de la precisión de los datos proporcionados. Los problemas de fin de capítulo por lo regular establecen datos y respuestas a tres dígitos de precisión.

UNIDADES A lo largo del texto se usa el sistema internacional de unidades (SI). El sistema estadounidense de unidades usuales sólo se usa en una medida limitada en los capítulos acerca de mecánica y termodinámica.

APÉNDICES Casi al final del texto se proporcionan varios apéndices. La mayoría del material de los apéndices representa un repaso de conceptos y técnicas matemáticas aplicadas en el texto, incluidos notación científica, álgebra, geometría, trigonometría, cálculo diferencial y cálculo integral. En todas las partes del texto se hace referencia a estos apéndices. La mayor parte de las secciones de repaso matemático en los apéndices incluyen ejemplos y ejercicios con respuestas. Además de los repasos matemáticos, los apéndices contienen tablas de datos físicos, factores de conversión y las unidades del SI de cantidades físicas, así como una tabla periódica de los elementos. Otra información útil (constantes fundamentales y datos físicos, datos planetarios, una lista de prefijos estándar, símbolos matemáticos, el alfabeto griego y abreviaturas estándar de unidades de medición) aparecen al final del libro.

Material de apoyo para el profesor

Este libro cuenta con una serie de recursos para el profesor, los cuales están disponibles en inglés y sólo se proporcionan a los docentes que lo adopten como texto en sus cursos. Para mayor información, póngase en contacto con el área de servicio a clientes en las siguientes direcciones de correo electrónico:

Cengage Learning México y Centroamérica	clientes.mexicoca@cengage.com
Cengage Learning Caribe	clientes.caribe@cengage.com
Cengage Learning Cono Sur	clientes.conosur@cengage.com
Cengage Learning Pacto Andino	clientes.pactoandino@cengage.com

Los recursos disponibles se encuentran en el sitio web del libro:

<http://latinoamerica.cengage.com/serway/>

Las direcciones de los sitios web referidas en el texto no son administradas por Cengage Learning Latinoamérica, por lo que ésta no es responsable de los cambios o actualizaciones de las mismas.

Opciones de enseñanza

Los temas en este libro se presentan en la siguiente secuencia: mecánica clásica, oscilaciones y ondas mecánicas, y calor y termodinámica. Esta presentación es una secuencia tradicional, donde el tema de las ondas mecánicas se aborda antes que la electricidad y el magnetismo.

Para los instructores que enseñan una secuencia de dos semestres, algunas secciones y capítulos se podrían eliminar sin pérdida de continuidad. Las siguientes secciones se pueden considerar opcionales para este propósito:

- 2.8 Ecuaciones cinemáticas deducidas del cálculo
- 4.6 Velocidad y aceleración relativas
- 6.3 Movimiento en marcos acelerados
- 6.4 Movimiento en presencia de fuerzas resistivas
- 7.9 Diagramas de energía y equilibrio de un sistema
- 9.8 Propulsión de cohetes
- 11.5 El movimiento de giroscopios y trompos
- 14.7 Otras aplicaciones de la dinámica de fluidos
- 15.6 Oscilaciones amortiguadas

15.7	Oscilaciones forzadas
17.5	Grabación de sonido digital
17.6	Sonido cinematográfico
18.6	Ondas estacionarias en barras y membranas
18.8	Patrones de onda no sinusoidales
22.8	Entropía a escala microscópica
25.7	El experimento de la gota de aceite de Millikan
25.8	Aplicaciones de la electrostática
26.7	Una descripción atómica de los dieléctricos
27.5	Superconductores
28.5	Medidores eléctricos
28.6	Cableado doméstico y seguridad eléctrica
29.3	Aplicaciones que involucran partículas con carga que se mueven en un campo magnético
29.6	El efecto Hall
30.6	Magnetismo en la materia
30.7	El campo magnético de la Tierra
31.6	Corrientes de Eddy
33.9	Rectificadores y filtros
34.6	Producción de ondas electromagnéticas por una antena
36.5	Aberraciones de lentes
36.6	La cámara
36.7	El ojo
36.8	El amplificador simple
36.9	El microscopio compuesto
36.10	El telescopio
38.5	Difracción de rayos X por cristales
39.10	La teoría de la relatividad general
41.6	Aplicaciones de la tunelización
42.9	Transiciones espontáneas y estimuladas
42.10	Láser
43.7	Dispositivos semiconductores
43.8	Superconductividad
44.8	Resonancia magnética nuclear y resonancia magnética de imágenes
45.5	Daños por radiación
45.6	Detectores de radiación
45.7	Usos de la radiación

Reconocimientos

Esta séptima edición de *Física para ciencias e ingeniería* se preparó con la guía y asistencia de muchos profesores que revisaron selecciones del manuscrito, la revisión previa del texto o ambos. Queremos agradecer a los siguientes académicos y expresar nuestro sincero aprecio por sus sugerencias, críticas y aliento:

David P. Balogh, Fresno City College
Leonard X. Finegold, Drexel University
Raymond Hall, California State University, Fresno
Bob Jacobsen, University of California, Berkeley
Robin Jordan, Florida Atlantic University
Rafael Lopez-Mobilia, University of Texas at San Antonio
Diana Lininger Markham, City College of San Francisco
Steven Morris, Los Angeles Harbor City College
Taha Mzoughi, Kennesaw State University
Nobel Sanjay Rebello, Kansas State University
John Rosendahl, University of California, Irvine
Mikolaj Sawicki, John A. Logan College
Glenn B. Stracher, East Georgia College

Som Tyagi, Drexel University
Robert Weidman, Michigan Technological University
Edward A. Whittaker, Stevens Institute of Technology

Este título lo comprobaron cuidadosamente para su exactitud Zinoviy Akkerman, City College of New York; Grant Hart, Brigham Young University; Michael Kotlarchyk, Rochester Institute of Technology; Andres LaRosa, Portland State University; Bruce Mason, University of Oklahoma at Norman; Peter Moeck, Portland State University; Brian A. Raue, Florida International University; James E. Rutledge, University of California at Irvine; Bjoern Seipel, Portland State University; Z. M. Stadnick, University of Ottawa; y Harry W. K. Tom, University of California at Riverside. Queremos agradecerles sus diligentes esfuerzos bajo presión de agenda.

Estamos agradecidos con Ralph McGrew por organizar los problemas de fin de capítulo, escribir muchos nuevos problemas y sugerir mejoras en el contenido del texto. Los problemas y preguntas nuevos en esta edición fueron escritos por Duane Deardorff, Thomas Grace, Francisco Izaguirre, John Jewett, Robert Forsythe, Randall Jones, Ralph McGrew, Kurt Vandervoort y Jerzy Wrobel. Las siguientes personas nos dieron amablemente su ayuda: Dwight Neuenschwander, Michael Kinney, Amy Smith, Will Mackin y el Sewer Department of Grand Forks, North Dakota. Daniel Kim, Jennifer Hoffman, Ed Oberhofer, Richard Webb, Wesley Smith, Kevin Kilty, Zinoviy Akkerman, Michael Rudmin, Paul Cox, Robert LaMontagne, Ken Menningen y Chris Church hicieron correcciones a los problemas tomados de ediciones anteriores. Queremos agradecer a los autores John R. Gordon y Ralph McGrew por preparar el *Manual de soluciones/Guía de estudio del estudiante*. El autor Ralph McGrew preparó un excelente *Manual de soluciones del instructor*. Edward Adelson editó y mejoró cuidadosamente el banco de pruebas. Kurt Vandervoort preparó preguntas rápidas adicionales para el sitio Web de la compañía para el instructor.

Gracias y reconocimiento especial para el personal profesional en Brooks/Cole Publishing Company, en particular a Ed Dodd, Brandi Kirksey (quien gestionó el programa auxiliar y mucho más), Shawn Vasquez, Sam Subity, Teri Hyde, Michelle Julet, David Harris y Chris Hall, por su fino trabajo durante el desarrollo y producción de este libro. Mark Santee es nuestro gerente de marketing estacional, y Bryan Vann coordina nuestras comunicaciones de marketing. Reconocemos el profesional servicio de producción y excelente trabajo artístico proporcionados por el personal en Lachina Publishing Services, y los dedicados esfuerzos de investigación fotográfica de Jane Sanders Miller.

Para finalizar, estamos profundamente en deuda con nuestras esposas, hijos y nietos por su amor, apoyo y sacrificios de largo plazo.

Raymond A. Serway
St. Petersburg, Florida

John W. Jewett, Jr.
Pomona, California

Es adecuado ofrecer algunas palabras de consejo que deben ser de beneficio para el estudiante. Antes de hacerlo, suponemos que ha leído el Prefacio, que describe las diferentes características del texto y materiales de apoyo que le ayudarán a lo largo del curso.

Cómo estudiar

Con frecuencia preguntan a los instructores: “¿cómo debo estudiar física y prepararme para los exámenes?”. No hay una respuesta simple a esta pregunta, pero podemos ofrecer algunas sugerencias de acuerdo con nuestra experiencia en el aprendizaje y enseñanza a través de los años.

Ante todo, mantenga una actitud positiva hacia el tema de estudio, teniendo en mente que la física es la más esencial de todas las ciencias naturales. Otros cursos de ciencia que siguen usarán los mismos principios físicos, de modo que es importante que entienda y sea capaz de aplicar los diversos conceptos y teorías explicadas en el texto.

Conceptos y principios

Es esencial que entienda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver los problemas asignados. Esta meta la puede lograr al leer con cuidado el texto antes de asistir a su clase acerca del material cubierto. Cuando lea el texto, debe anotar aquellos puntos que no sean claros. También haga un intento diligente por responder las Preguntas rápidas, conforme las encuentra en su lectura. Hemos trabajado duro para preparar preguntas que le ayuden a juzgar por sí mismo qué tan bien entiende el material. Estudie cuidadosamente las preguntas **¿Qué pasaría si?** que aparecen en muchos de los ejemplos trabajados. Ellas le ayudarán a extender su comprensión más allá del simple acto de llegar a un resultado numérico. Las *Prevenciones de riesgos ocultos* también le ayudarán a alejarse de las malas interpretaciones comunes con respecto a la física. Durante la clase, tome notas y pregunte acerca de aquellas ideas que no le sean claras. Tenga en mente que pocas personas son capaces de absorber todo el significado del material científico después de sólo una lectura; pueden ser necesarias muchas lecturas del texto y sus notas. Sus clases y trabajo de laboratorio complementan la lectura del libro y deben clarificar algo del material más difícil. Debe minimizar su memorización del material. La memorización exitosa de pasajes del texto, ecuaciones y derivaciones no necesariamente indican que comprende el material. Su comprensión del material mejorará mediante la combinación de hábitos eficientes de estudio, discusiones con otros estudiantes y con instructores, y su habilidad para resolver los problemas que se presentan en el libro. Pregunte siempre que crea que es necesario aclarar un concepto.



© Thomson Learning/Charles D. Winters.

Agenda de estudio

Es importante que configure una agenda de estudio regular, de preferencia que sea diaria. Verifique que lee el programa de estudio del curso y que éste coincide con el calendario establecido por el instructor. Las clases tendrán mucho más sentido si lee el texto correspondiente *antes* de asistir a ellas. Como regla general, debe dedicar aproximadamente dos horas de tiempo de estudio por cada hora que esté en clase. Si tiene problemas con el curso, busque el consejo del instructor u otros estudiantes que hayan tomado el curso. Puede ser necesario buscar más instrucción de estudiantes experimentados. Con mucha frecuencia, los instructores ofrecen sesiones de repaso, además de los periodos de clase regulares. Evite la práctica de demorar el estudio hasta un día o dos antes de un examen. Por lo general, este enfoque tiene resultados desastrosos. En lugar de emprender una sesión de estudio de toda la noche antes del examen, repase brevemente los conceptos y ecuaciones básicos, y luego tenga una buena noche de descanso.

Use las características

Debe usar por completo las diferentes características del texto explicadas en el Prefacio. Por ejemplo, las notas marginales son útiles para localizar y describir ecuaciones y conceptos importantes, y las negritas indican enunciados y definiciones importantes. En los apéndices hay muchas tablas útiles, pero la mayoría se incorpora al texto, donde su referencia es útil. El apéndice B es un repaso conveniente de técnicas matemáticas.

Las respuestas a los problemas con número impar se proporcionan al final del libro, las respuestas a las preguntas rápidas se ubican al final de cada capítulo y las soluciones a preguntas y problemas de fin de capítulo seleccionados se proporcionan en el paquete de recursos que acompañan al libro. La tabla de contenido proporciona un panorama de todo el texto y el índice le permite ubicar rápidamente material específico. En ocasiones se usan notas a pie de página para complementar el texto o citar otras referencias acerca del tema explicado.

Después de leer un capítulo, debe ser capaz de definir cualquier cantidad nueva introducida en dicho capítulo y explicar los principios y suposiciones que se usaron para llegar a ciertas relaciones clave. Los resúmenes de capítulo y las secciones de repaso le ayudan a este respecto. En algunos casos, puede encontrar necesario remitirse al índice del libro para ubicar ciertos temas. Debe ser capaz de asociar a cada cantidad física el símbolo correcto para representar dicha cantidad y la unidad en que se especifica la cantidad. Además, debe ser capaz de expresar cada ecuación importante en prosa concisa y exacta.

Resolución de problemas

R. P. Feynman, laureado Nobel en física, dijo una vez: “No sabes nada hasta que lo has practicado”. Para estar de acuerdo con este enunciado, le recomendamos encarecidamente que desarrolle las habilidades necesarias para resolver una serie amplia de problemas. Su habilidad para resolver problemas será una de las principales pruebas de su conocimiento en física; por lo tanto, debe intentar resolver tantos problemas como sea posible. Es esencial que comprenda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver problemas. Es buena práctica intentar encontrar soluciones alternas al mismo problema. Por ejemplo, puede resolver problemas en mecánica usando las leyes de Newton, pero con mucha frecuencia un método alternativo que se apoye en consideraciones energéticas es más directo. No debe engañarse y creer que entiende un problema simplemente porque ha visto cómo se resolvió en clase. Debe ser capaz de resolver el problema y problemas similares por cuenta propia.

El enfoque para resolver problemas se debe planear cuidadosamente. Un plan sistemático es especialmente importante cuando un problema involucra muchos conceptos. Primero, lea el problema muchas veces hasta que esté seguro de que entiende qué se pide. Busque palabras clave que le ayuden a interpretar el problema y tal vez le posibiliten la formulación de ciertas suposiciones. Su habilidad para interpretar adecuadamente una pregunta es una parte integral de la resolución del problema. Segundo, debe adquirir el hábito de escribir la información conocida en un problema y aquellas cantidades que necesite encontrar; por ejemplo, puede construir una tabla que mencione tanto las cantidades conocidas como las cantidades a encontrar. Este procedimiento se usa a veces en los ejemplos trabajados del libro. Por último, después de decidir el método que considere apropiado para un problema determinado, proceda con su solución. La Estrategia General para Resolver Problemas le guiará a través de problemas complejos. Si sigue las etapas de este procedimiento (*Conceptualizar*, *Categorizar*, *Analizar*, *Finalizar*), le será más fácil llegar a una solución y ganará más por sus esfuerzos. Dicha estrategia, ubicada al final del capítulo 2, se usa en todos los ejemplos en los capítulos restantes, de modo que puede aprender cómo aplicarla. En el texto se incluyen estrategias específicas para resolución de problemas para ciertos tipos de situaciones y aparecen con un encabezado azul. Dichas estrategias específicas siguen el esbozo de la **Estrategia General para Resolver Problemas**.

Con frecuencia, los estudiantes fracasan en el reconocimiento de las limitaciones de ciertas ecuaciones o leyes físicas en una situación particular. Es muy importante que entienda y recuerde las suposiciones que subyacen a una teoría o formalismo particular. Por ejemplo, ciertas ecuaciones en cinemática sólo se aplican a una partícula en movimiento con aceleración constante. Estas ecuaciones no son válidas para describir el movimiento

cuya aceleración no sea constante, como el movimiento de un objeto conectado a un resorte o el movimiento de un objeto a través de un fluido. Estudie cuidadosamente los **Modelos de análisis para resolver problemas** en los resúmenes de capítulo, de modo que sepa cómo se aplica cada modelo a una situación específica.

Experimentos

La física es una ciencia que se apoya en observaciones experimentales. Por lo tanto, recomendamos que intente complementar el texto, realizando varios tipos de experimentos “prácticos”, en casa o en el laboratorio. Estos experimentos se pueden usar para poner a prueba ideas y modelos explicados en clase o en el libro. Por ejemplo, el juguete común Slinky es excelente para estudiar ondas progresivas, una bola que se balancea en el extremo de una cuerda larga se puede usar para investigar el movimiento pendular, diferentes masas unidas al extremo de un resorte o banda de goma vertical se pueden usar para determinar su naturaleza elástica, un viejo par de lentes de sol y algunos lentes de desecho y una lupa son los componentes de diferentes experimentos en óptica, y una medida aproximada de la aceleración en caída libre se puede determinar simplemente al medir con un cronómetro el tiempo que una bola tarda en caer desde una altura conocida. La lista de tales experimentos es interminable. Cuando no estén disponibles modelos físicos, sea imaginativo e intente desarrollar modelos por cuenta propia.

Nuevos medios

Le recomendamos enormemente usar el sistema de aprendizaje basado en el paquete de recursos que acompaña a este libro. Es mucho más fácil comprender la física si la ve en acción, y estos nuevos materiales le permitirán volverte parte de dicha acción. Los medios descritos en el Prefacio, presentan un proceso de aprendizaje en tres pasos, que consisten en evaluación preliminar, plan de aprendizaje personalizado y una evaluación posterior.

Es nuestro sincero deseo que encuentre la física como una experiencia excitante y agradable, y que se beneficie de esta experiencia sin importar la profesión que elija.

El científico no estudia la naturaleza porque sea útil; la estudia porque se deleita en ella, y se deleita en ella porque es hermosa. Si la naturaleza no fuera hermosa, no valdría la pena conocerla, y si no valiera la pena conocer la naturaleza, no valdría la pena vivir la vida.

—Henri Poincaré

©Thomson Learning/Charles D. Winters



Ahora estudiará la rama de la física que se ocupa de los fenómenos eléctricos y magnéticos.

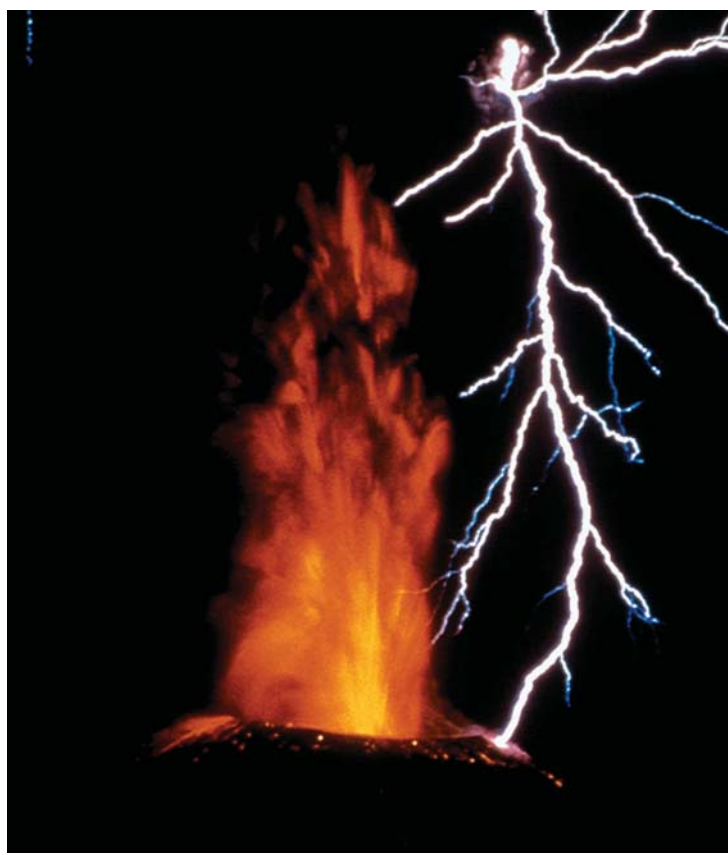
Las leyes de la electricidad y del magnetismo desempeñan un papel muy importante en el funcionamiento de dispositivos como reproductores de MP3, televisiones, motores eléctricos, computadoras, aceleradores de alta energía y otros aparatos electrónicos. Incluso, en su forma más básica, las fuerzas interatómicas e intermoleculares responsables de la formación de sólidos y líquidos son, en su origen, eléctricas.

Evidencia encontrada en documentos de la antigua China sugiere que desde el año 2000 a.C., el magnetismo ya había sido observado. Los antiguos griegos observaron fenómenos eléctricos y magnéticos desde el año 700 a.C. Conocían las fuerzas magnéticas al observar la *magnetita* (Fe_3O_4), piedra de origen natural, que es atraída por el hierro. (La palabra *eléctrico* viene de *elektron*, palabra griega para designar el “ámbar”. La palabra *magnético* proviene de *Magnesia*, nombre de la provincia griega donde se encontró magnetita por primera vez.)

No fue sino hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la conclusión de que la electricidad y el magnetismo son fenómenos relacionados. En 1819, Hans Oersted descubrió que la aguja de la brújula se desvía si se coloca cerca de un circuito por el que se conduce una corriente eléctrica. En 1831, Michael Faraday y, en forma simultánea, Joseph Henry, demostraron que cuando se pone en movimiento un alambre cerca de un imán (o, de manera equivalente, cuando un imán se mueve cerca de un alambre), se establece una corriente eléctrica en dicho alambre. En 1873, James Clerk Maxwell aprovechó estas observaciones junto con otros experimentos para sustentar las leyes del electromagnetismo tal como se conocen hoy día. (*Electromagnetismo* es el nombre que se le da al estudio conjunto de la electricidad y del magnetismo.)

La contribución de Maxwell en el campo del electromagnetismo fue de especial relevancia, porque las leyes que formuló son fundamentales para explicar todas las formas de fenómenos electromagnéticos. Su trabajo tiene tanta importancia como las leyes del movimiento y la teoría de la gravitación universal.

Electricidad y magnetismo



Los rayos son un ejemplo dramático de los fenómenos eléctricos que se presentan en la naturaleza. Si bien los rayos que se generan en una tempestad no causan demasiada sorpresa, éstos también aparecen en otras situaciones, por ejemplo durante una erupción volcánica (en este caso, en el volcán Sakurajima de Japón). (M. Zhilin/M. Newman/Photo Researchers, Inc.)



Madre e hija disfrutan los efectos de cargar sus cuerpos eléctricamente. En sus cabezas cada cabello adquiere carga y ejerce una fuerza de repulsión sobre los demás, que resulta en el erizamiento que usted observa aquí. (Cortesía de Resonance Research Corporation.)

- 23.1 Propiedades de las cargas eléctricas
- 23.2 Objetos de carga mediante inducción
- 23.3 Ley de Coulomb
- 23.4 El campo eléctrico
- 23.5 Campo eléctrico de una distribución de carga continua

- 23.6 Líneas de campo eléctrico
- 23.7 Movimiento de partículas con carga en un campo eléctrico uniforme

23 Campos eléctricos

Una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza es la electromagnética, la cual se da entre partículas con carga. El capítulo inicia con una descripción de las propiedades básicas de la fuerza eléctrica, una de las manifestaciones de la fuerza electromagnética. En seguida se explica la fundamental ley de Coulomb que gobierna las fuerzas eléctricas presentes entre dos partículas con carga. A continuación se introduce el concepto de un campo eléctrico asociado a una distribución de carga y se describe su efecto sobre otras partículas con carga. Después se muestra cómo utilizar la ley de Coulomb para calcular el campo eléctrico en una distribución de cargas conocida. El capítulo concluye con la explicación del movimiento de una partícula con carga en un campo eléctrico uniforme.

23.1 Propiedades de las cargas eléctricas

Hay una variedad de experimentos simples para demostrar la existencia de fuerzas eléctricas. Por ejemplo, después de frotar un globo contra el cabello en un día seco, observará que el globo atrae pequeños pedazos de papel. Con frecuencia la fuerza de atracción es lo suficientemente intensa que los pedazos de papel quedan suspendidos.

Cuando los materiales se comportan de esta manera, se dice que están *electrificados*, o que se han **cargado eléctricamente**. Usted puede electrificar su cuerpo con facilidad si frota con fuerza sus zapatos sobre una alfombra de lana; detectará la carga eléctrica de su cuerpo al tocar ligeramente (y sobresaltar) a un amigo. Bajo condiciones adecuadas, verá

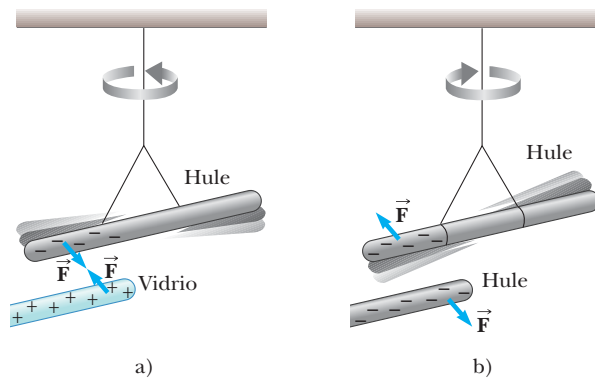


Figura 23.1 a) Una varilla de hule con carga negativa suspendida por un hilo es atraída por una varilla de vidrio con carga positiva. b) Una varilla de hule con carga negativa es repelida por otra varilla de hule con carga negativa.

una chispa al momento de tocarlo y sentirán una ligera descarga. (Este tipo de experimentos funcionan mejor durante días secos, porque el exceso de humedad en el aire hace que cualquier carga que usted acumule en su cuerpo se “fugue” hacia la tierra.)

A partir de una serie de experimentos sencillos, Benjamín Franklin (1706-1790) determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas, a las que dio el nombre de **positiva** y **negativa**. Los electrones tienen carga negativa y los protones positiva. Para comprobar la existencia de ambos tipos de carga, imagine una varilla rígida de hule que ha sido frotada contra un trozo de piel y que está suspendida de un hilo, como puede observar en la figura 23.1. Cuando acerca una varilla de vidrio que ha sido frotada con seda a una varilla de hule, ambas se atraen (figura 23.1a). Por otra parte, si acerca dos varillas de hule con carga (o dos varillas de vidrio con carga), como se observa en la figura 23.1b, ambas se repelen. Esta observación demuestra que el hule y el vidrio tienen dos tipos diferentes de carga. Con base en estas observaciones, se puede concluir que **cargas de un mismo signo se repelen y cargas de signos opuestos se atraen**.

Si aplica la regla establecida por Franklin, a la carga eléctrica en la varilla de vidrio se le denomina positiva y a la varilla de hule, negativa. Por lo tanto, cualquier objeto con carga que sea atraído por una varilla de hule con carga (o repelido por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga positiva, y cualquier objeto con carga repelido por una varilla de hule con carga (o atraído por una varilla de vidrio con carga), deberá tener una carga negativa.

Otro aspecto importante de la electricidad que es evidente a partir de la observación experimental es que en un sistema aislado **la carga eléctrica siempre se conserva**. Es decir, cuando se frota un objeto contra otro, no se crea carga en este proceso. El estado de electrificación se debe a una *transferencia* de carga de uno de los objetos hacia el otro. Uno adquiere parte de la carga negativa en tanto que el otro adquiere la misma cantidad de carga, pero positiva. Por ejemplo, cuando una barra de vidrio es frotada con seda, como se aprecia en la figura 23.2, la seda adquiere una carga negativa igual en magnitud a la carga positiva de la barra de vidrio. Hoy día se sabe, gracias a la comprensión de la estructura del átomo, que en el proceso de frotación se transfieren electrones del vidrio a la seda. De manera similar, cuando el hule es frotado contra la piel, los electrones se transfieren al hule dándole una carga negativa neta y a la piel una carga positiva neta. Este proceso es consistente con el hecho de que la materia, neutra y sin carga, contiene tantas cargas positivas (protones en los núcleos de los átomos) como negativas (electrones).

En 1909 Robert Millikan (1868-1953) descubrió que las cargas eléctricas siempre se presentan como un entero múltiplo de una cantidad básica de carga e (véase la sección 25.7). En términos actuales se dice que la carga eléctrica q está **cuantizada**, y q es el símbolo de la variable para la carga; en otras palabras, la carga eléctrica existe en forma de “paquetes” discretos y se escribe $q = \pm Ne$, donde N es algún número entero. Otros experimentos del mismo periodo demostraron que el electrón tiene una carga $-e$ y el protón una carga de igual magnitud, pero de signo contrario, $+e$. Algunas partículas, como el neutrón, no poseen carga.

◀ La carga eléctrica se conserva



Figura 23.2 Cuando una varilla de vidrio es frotada con seda, se transfieren electrones del vidrio a la seda. Debido a la conservación de la carga, cada electrón añade carga negativa a la seda, y una cantidad igual de carga positiva queda atrás en la varilla. También, ya que las cargas se transfieren en paquetes discretos, las cargas en ambos objetos son iguales a $\pm e$ o $\pm 2e$ o $\pm 3e$, y así en forma sucesiva.

Pregunta rápida 23.1 Se colocan tres objetos, muy cerca uno del otro, dos al mismo tiempo. Cuando se juntan los objetos A y B, se repelen. Cuando se acercan los objetos B y C, se repelen. De los siguientes enunciados, ¿cuál es el verdadero? a) Los objetos A y C tienen cargas del mismo signo. b) Los objetos A y C poseen cargas de signos opuestos. c) Los tres objetos tienen cargas del mismo signo. d) Uno de los objetos es neutro. e) Es necesario llevar a cabo experimentos adicionales para determinar los signos de las cargas.

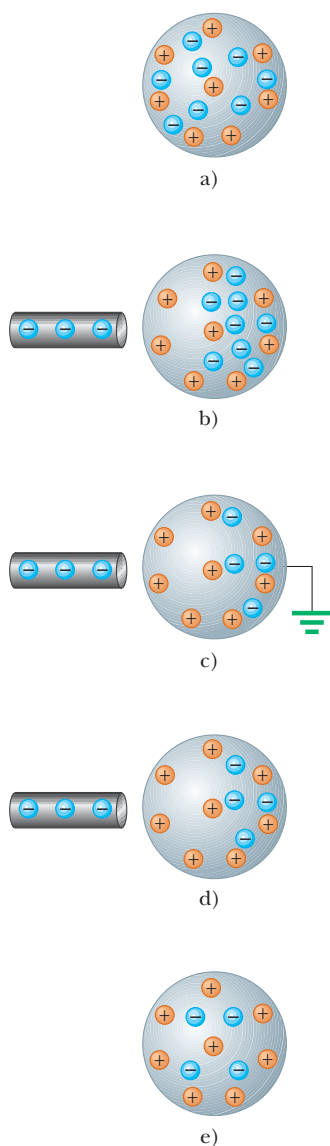


Figura 23.3 Carga de un objeto metálico mediante *inducción* (es decir, sin que un objeto toque otro). a) Esfera metálica neutra, con igual cantidad de cargas positivas y negativas. b) Al acercarse una varilla de hule cargada, los electrones en la esfera neutra se redistribuyen. c) Al conectar la esfera a tierra, algunos de sus electrones se fugan a través del alambre a tierra. d) Al eliminar la conexión a la tierra, la esfera queda con demasiada carga positiva que no está distribuida de manera uniforme. e) Al retirar la varilla, se redistribuyen los electrones restantes y se tiene una distribución uniforme positiva neta sobre la esfera.

23.2 Objetos de carga mediante inducción

Es conveniente clasificar los materiales en función de la capacidad con que los electrones se mueven a través del material:

Los **conductores** eléctricos son aquellos materiales en los cuales algunos de los electrones son libres,¹ no están unidos a átomos y pueden moverse con libertad a través del material. Los **aislantes** eléctricos son aquellos materiales en los cuales todos los electrones están unidos a átomos y no pueden moverse libremente a través del material.

Materiales como el vidrio, el hule y la madera se incluyen en la categoría de aislantes eléctricos. Cuando estos materiales son frotados sólo la zona frotada se carga, y las partículas con carga no pueden moverse hacia otras zonas del material.

En contraste, materiales como el cobre, el aluminio y la plata son buenos conductores eléctricos. Cuando están con carga en alguna pequeña zona, la carga se distribuye de inmediato en toda la superficie del material.

Una tercera clase de materiales son los **semiconductores**, cuyas propiedades eléctricas se ubican entre las correspondientes a los aislantes y a los conductores. El silicio y el germanio son ejemplos muy conocidos de materiales semiconductores de uso común en la fabricación de una gran diversidad de chips electrónicos utilizados en computadoras, teléfonos celulares y estéreos. Las propiedades eléctricas de los semiconductores cambian, en varios órdenes de magnitud, a partir de la adición de cantidades controladas de ciertos átomos.

Para comprender cómo se carga un conductor mediante **inducción**, imagine una esfera conductora neutra (sin carga) aislada de la tierra, como se muestra en la figura 23.3a. En la esfera existe una cantidad igual de electrones y de protones, ya que la carga de la esfera es igual a cero. Cuando a la esfera se le acerca una varilla de hule con carga negativa, los electrones en la región más cercana a la varilla experimentan una fuerza de repulsión y emigran al lado opuesto de la esfera. Esto provoca que la región de la esfera cercana a la varilla se quede con carga positiva a causa del menor número de electrones, como se observa en la figura 23.3b. (El lado izquierdo de la esfera de la figura 23.3b queda con carga positiva, como si se hubieran trasladado a dicha región cargas positivas, pero recuerde que sólo los electrones tienen la libertad para moverse.) Esto se presenta aun cuando la varilla no toque la esfera. Si el mismo experimento se realiza con un alambre conductor conectado de la esfera a la tierra (figura 23.3c) algunos de los electrones en el conductor son repelidos con tal fuerza, por la presencia de la carga negativa de la varilla, que salen de la esfera a través del alambre hacia la tierra. El símbolo  al extremo en la figura 23.3c indica que el alambre está conectado a **tierra**, como un depósito, al igual que la tierra, que puede aceptar o proveer de electrones con libertad sin que se produzca un efecto significativo sobre sus características eléctricas. Si el alambre a tierra se retira (figura 23.3d), la esfera conductora se queda con un exceso de

¹Un átomo de metal tiene uno o más electrones exteriores, con una unión débil al núcleo. Cuando se combinan muchos átomos para formar un metal, los *electrones libres* son electrones exteriores, que no están unidos a ningún átomo y se mueven por el metal de una forma similar a como lo hacen las moléculas de gas en el interior de un recipiente.

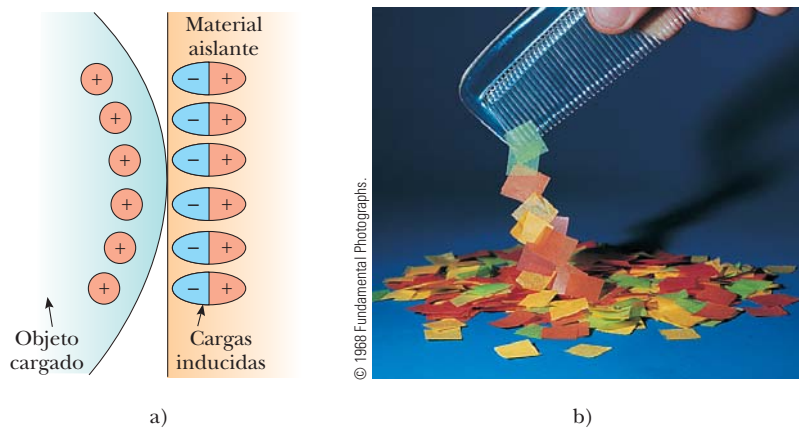


Figura 23.4 a) El objeto con carga de la izquierda induce una distribución de carga sobre la superficie de un material aislante debido a la realineación de las cargas en las moléculas. b) Un peine con carga atrae fragmentos de papel debido a que las cargas en las moléculas del papel se realinean.

carga positiva *inducida*, ya que tiene menos electrones de los que necesita para cancelar la carga positiva de los protones. Cuando la varilla de hule se aleja de la esfera (figura 23.3e), esta carga positiva inducida se queda en la esfera desconectada de la tierra. Observe que durante este proceso, la varilla de hule no pierde su carga negativa.

Para cargar un objeto por inducción no es necesario que tenga contacto con el objeto que induce la carga, a diferencia de cuando un objeto se carga por frotamiento (por *conducción*), en donde sí se requiere el contacto entre ambos objetos.

Un proceso similar a la inducción en los conductores se presenta en los materiales aislantes. En la mayoría de las moléculas neutras, el centro de la carga positiva coincide con el centro de la carga negativa. Sin embargo, en presencia de un objeto con carga, estos centros en el interior de cada molécula, en un material aislante, se desplazan ligeramente, lo que resulta en que un lado de la molécula tenga una carga más positiva que el otro. Este realineamiento de la carga en el interior de las moléculas produce una capa de carga sobre la superficie del material aislante, como observa en la figura 23.4a. Su conocimiento de inducción en los materiales aislantes, le ayuda a explicar por qué un peine que ha sido frotado contra el cabello, atrae fragmentos de papel eléctricamente neutros, como se muestra en la figura 23.4b.

Pregunta rápida 23.2 Se colocan tres objetos, muy cerca uno del otro **dos al mismo tiempo**. Cuando se juntan los objetos A y B, se atraen. Cuando se acercan los objetos B y C, se repelen. ¿Cuál de las siguientes opciones es necesariamente una verdad?: a) Los objetos A y C tienen cargas del mismo signo. b) Los objetos A y C tienen cargas de signo opuesto. c) Los tres objetos tienen cargas del mismo signo. d) Uno de los objetos es neutro. e) Es necesario llevar a cabo experimentos adicionales para determinar las cargas de los objetos.

23.3 Ley de Coulomb

Charles Coulomb (1736-1806) midió las magnitudes de las fuerzas eléctricas entre objetos con carga; para hacerlo usó la balanza de torsión, que él mismo inventó (figura 23.5). El principio de operación de la balanza de torsión es el mismo que el del aparato usado por Cavendish para medir la constante de la gravedad (véase la sección 13.1), con esferas eléctricamente neutras reemplazadas por esferas con carga. La fuerza eléctrica entre las esferas A y B de la figura 23.5 provoca que se atraigan o se repelan, y el movimiento resultante provoca que la fibra suspendida se tuerza. Gracias a que el momento de torsión de recuperación de la fibra torcida es proporcional al ángulo de rotación de la fibra, una lectura de este ángulo da una medida cuantitativa de la fuerza eléctrica de atracción o de repulsión. Una vez cargadas las esferas por frotación, la fuerza eléctrica entre ambas se vuelve muy grande en comparación con la atracción de la gravedad y, por lo tanto, esta última fuerza se puede ignorar.

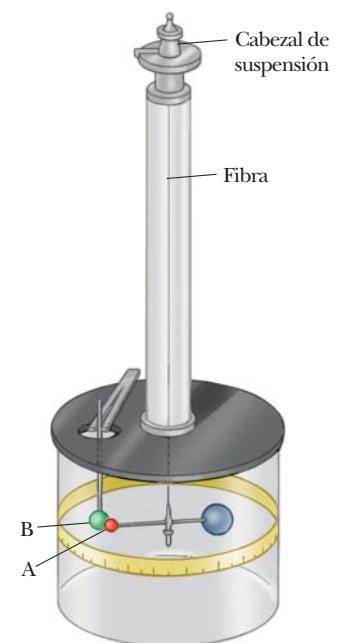


Figura 23.5 Balanza de torsión de Coulomb, utilizada para determinar la ley del cuadrado inverso para una fuerza eléctrica entre dos cargas.

A partir de los experimentos de Coulomb, se generalizan las propiedades de la **fuerza eléctrica** entre dos partículas inmóviles con carga. Para ello se usa el término **carga puntual** que hace referencia a una partícula con carga de tamaño cero. El comportamiento eléctrico de electrones y protones queda muy bien descrito si se representan como cargas puntuales. Debido a observaciones experimentales es posible encontrar la magnitud de una fuerza eléctrica (a veces llamada *fuerza de Coulomb*) entre dos cargas puntuales establecidas por la **ley de Coulomb**:

Ley de Coulomb ►

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (23.1)$$

donde k_e es una constante conocida como **constante de Coulomb**. En sus experimentos, Coulomb demostró que el valor del exponente de r era 2, con una incertidumbre de unos cuantos puntos porcentuales. Experimentos recientes han comprobado que el exponente es 2, con una incertidumbre de unas cuantas partes en 10^{16} . Los experimentos también muestran que la fuerza eléctrica, como la fuerza de gravedad, es conservativa.

El valor de la constante de Coulomb depende de la elección de las unidades. La unidad de carga del SI es el **coulomb** (C). La constante de Coulomb k_e en unidades del SI tiene el valor

Constante de Coulomb ►

$$k_e = 8.987\,6 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad (23.2)$$

Además esta constante se expresa como

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (23.3)$$

donde la constante ϵ_0 (griega minúscula épsilon) se conoce como la **permitividad del vacío**, cuyo valor es

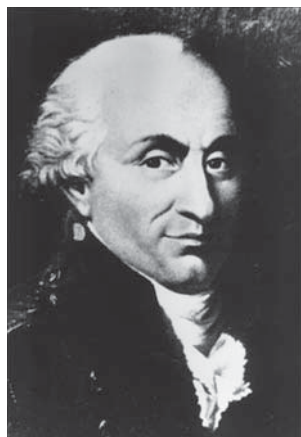
$$\epsilon_0 = 8.854\,2 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \quad (23.4)$$

La unidad de carga más pequeña e conocida en la naturaleza,² es la carga de un electrón ($-e$) o de un protón ($+e$), con una magnitud de

$$e = 1.602\,18 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (23.5)$$

Por lo tanto, una carga igual a 1 C es aproximadamente igual a la carga de 6.24×10^{18} electrones o protones. Esta cantidad es muy pequeña en comparación con el número de electrones libres presentes en 1 cm^3 de cobre, que es del orden de 10^{23} . Aun así, 1 C es una cantidad de carga sustancial. En los experimentos en que se carga por frotación una varilla de hule o de vidrio, se obtiene una carga neta del orden de 10^{-6} C . En otras palabras, sólo una fracción muy pequeña de la carga total disponible se ha transferido entre la varilla y el material contra el que se frota.

Las cargas y masas del electrón, el protón y el neutrón aparecen en la tabla 23.1.



Cortés de AIP Niels Bohr Library/E. Scott Bar Collection.

CHARLES COULOMB

Físico francés (1736-1806)

Las principales aportaciones a la ciencia de Charles Coulomb fueron en los campos de la electrostática y del magnetismo. En el transcurso de su vida, también investigó la resistencia de los materiales y determinó las fuerzas que afectan a objetos sobre vigas; así contribuyó al campo de la mecánica estructural. En el campo de la ergonomía, sus investigaciones lograron un discernimiento básico sobre las condiciones en que las personas y los animales pueden trabajar mejor.

TABLA 23.1

Carga y masa de electrones, protones y neutrones

Partícula	Carga (C)	Masa (kg)
Electrón (e)	$-1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$9.109\,4 \times 10^{-31}$
Protón (p)	$+1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$1.672\,62 \times 10^{-27}$
Neutrón (n)	0	$1.674\,93 \times 10^{-27}$

²En una partícula libre no ha sido posible detectar ninguna unidad de carga menor que e ; sin embargo, las teorías actuales proponen la existencia de partículas de nombre *quarks* con cargas iguales a $-e/3$ y $2e/3$. Aunque existen muchas evidencias experimentales de estas partículas en el interior de materia nuclear, jamás se han detectado quarks *libres*. En el capítulo 46 se explican otras propiedades de los quarks.

EJEMPLO 23.1 El átomo de hidrógeno

El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados (en promedio) por una distancia de aproximadamente 5.3×10^{-11} m. Encuentre las magnitudes de la fuerza eléctrica y la fuerza gravitacional entre las dos partículas.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere que las dos partículas están separadas por la pequeña distancia dada en el enunciado del problema. En el capítulo 13 encontró que la fuerza gravitacional entre objetos pequeños es débil, por lo que es de esperar que la fuerza gravitacional entre el electrón y el protón sea significativamente menor que la fuerza eléctrica.

Categorizar Las fuerzas eléctrica y gravitacional se evaluarán a partir de leyes de fuerza universales, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ley de Coulomb para encontrar la magnitud de la fuerza eléctrica:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Use la ley de gravitación universal de Newton y la tabla 23.1 (para las masas de las partículas) y encuentre la magnitud de la fuerza gravitacional:

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 3.6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

La relación $F_e/F_g \approx 2 \times 10^{39}$. Por lo tanto, la fuerza gravitacional entre partículas atómicas con carga es despreciable cuando se compara con la fuerza eléctrica. Observe las similitudes entre la ley de Newton de gravitación universal y la ley de Coulomb de fuerzas eléctricas. Aparte de la magnitud, ¿cuál es la diferencia fundamental entre las dos fuerzas?

Cuando se relaciona con la ley de Coulomb, es necesario recordar que la fuerza es una cantidad vectorial que deberá ser tratada como corresponde. La ley de Coulomb, expresada en forma vectorial para una fuerza eléctrica ejercida por una carga q_1 sobre una segunda carga q_2 , rescrita como $\vec{F}_{12}$, es

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (23.6)$$

◀ Forma vectorial de la ley de Coulomb

donde $\hat{r}_{12}$ es un vector unitario dirigido de q_1 hacia q_2 , como se puede observar en la figura 23.7a (en la página siguiente) ya que la fuerza eléctrica obedece a la tercera ley de Newton, la fuerza eléctrica ejercida por q_2 sobre q_1 es igual en magnitud pero en sentido opuesto a

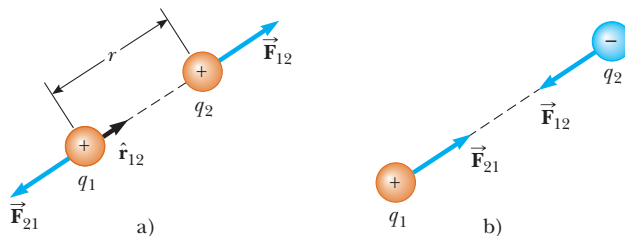


Figura 23.6

Dos cargas puntuales separadas por una distancia r ejercen una fuerza mutua que está determinada por la ley de Coulomb. La fuerza $\vec{F}_{21}$ ejercida por q_2 sobre q_1 es igual en magnitud pero en sentido opuesto a la fuerza $\vec{F}_{12}$ ejercida por q_1 sobre q_2 . a) Cuando las cargas tienen el mismo signo, la fuerza es de repulsión. b) Cuando las cargas tienen signos opuestos, la fuerza es de atracción.

la fuerza ejercida por q_1 sobre q_2 ; es decir, $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$. Por último, en la ecuación 23.6, es claro que si q_1 y q_2 son del mismo signo, como se observa en la figura 23.6b, el producto $q_1 q_2$ es positivo. Si q_1 y q_2 son de signos opuestos, como se muestra en la figura 23.7b, el producto $q_1 q_2$ es negativo. Estos signos indican la dirección *relativa* de la fuerza, pero no la dirección *absoluta*. Un producto negativo indica que se trata de una fuerza de atracción, por lo que cada una de las cargas experimenta una fuerza hacia la otra. Un producto positivo indica que se trata de una fuerza de repulsión tal que cada carga experimenta una fuerza que la separa de la otra. La dirección *absoluta* de la fuerza sobre una carga depende de la posición de la otra carga. Por ejemplo, si el eje de las x está a lo largo de las dos cargas en la figura 23.6a, el producto $q_1 q_2$ será positivo, pero $\vec{F}_{12}$ apunta en la dirección de $+x$ y $\vec{F}_{21}$ en la dirección de $-x$.

Cuando hay más de dos cargas presentes, la fuerza que se ejerce entre cualquier par de cargas está dada por la ecuación 23.6. Debido a eso, la fuerza resultante de cualquiera de ellas es igual a la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por las otras cargas individuales. Por ejemplo, si están presentes cuatro cargas, la fuerza resultante ejercida por las partículas 2, 3 y 4 sobre la partícula 1 es de

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

Pregunta rápida 23.3 El objeto A tiene una carga igual a $+2 \mu\text{C}$ y el objeto B una carga de $+16 \mu\text{C}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a las fuerzas eléctricas ejercidas sobre los objetos? a) $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$, b) $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$, c) $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$, d) $\vec{F}_{AB} = 3\vec{F}_{BA}$, e) $\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$, f) $3\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$.

EJEMPLO 23.2

Encuentre la fuerza resultante

Considere tres cargas puntuales ubicadas en las esquinas de un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura 23.7, donde $q_1 = q_3 = 5.0 \mu\text{C}$, $q_2 = -2.0 \mu\text{C}$ y $a = 0.10 \text{ m}$. Encuentre la fuerza resultante que se ejerce sobre q_3 .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en la fuerza neta sobre q_3 . Ya que la carga q_3 está cerca de otras dos cargas, experimentará dos fuerzas eléctricas.

Categorizar Ya que sobre la carga q_3 se ejercen dos fuerzas, este ejemplo se clasifica como un problema de suma vectorial.

Analizar Las direcciones de las fuerzas individuales ejercidas por q_1 y q_2 sobre q_3 se muestran en la figura 23.7. La fuerza $\vec{F}_{23}$ que q_2 ejerce sobre q_3 es de atracción porque q_2 y q_3 tienen signos opuestos. En el sistema coordenado que se muestra en la figura 23.7, la fuerza de atracción $\vec{F}_{23}$ es hacia la izquierda (en la dirección x negativa).

La fuerza $\vec{F}_{13}$ que q_1 ejerce sobre q_3 es de repulsión porque ambas cargas son positivas. La fuerza de repulsión $\vec{F}_{13}$ forma un ángulo de 45° con el eje x .

Use la ecuación 23.1 para encontrar la magnitud de $\vec{F}_{23}$:

$$\begin{aligned} F_{23} &= k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \\ &= (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(2.0 \times 10^{-6} \text{ C})(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.10 \text{ m})^2} = 9.0 \text{ N} \end{aligned}$$

Encuentre la magnitud de la fuerza $\vec{F}_{13}$:

$$\begin{aligned} F_{13} &= k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} \\ &= (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{2(0.10 \text{ m})^2} = 11 \text{ N} \end{aligned}$$

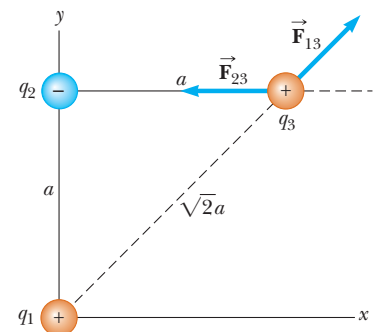


Figura 23.7 (Ejemplo 23.2) La fuerza que ejerce q_1 sobre q_2 es $\vec{F}_{13}$. La fuerza que ejerce q_2 sobre q_3 es $\vec{F}_{23}$. La fuerza resultante $\vec{F}_3$ que se ejerce sobre q_3 es la suma vectorial $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$.

Encuentre las componentes x y y de la fuerza $\vec{F}_{13}$:

$$F_{13x} = F_{13} \cos 45^\circ = 7.9 \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \sin 45^\circ = 7.9 \text{ N}$$

Hallar las componentes de la fuerza resultante que actúa sobre q_3 :

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9 \text{ N} + (-9.0 \text{ N}) = -1.1 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9 \text{ N} + 0 = 7.9 \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = (-1.1\hat{i} + 7.9\hat{j}) \text{ N}$$

Expresar la fuerza resultante que actúa sobre q_3 en forma de vectores unitarios:

Finalizar La fuerza neta sobre q_3 es hacia arriba y a la izquierda en la figura 23.7. Si q_3 se mueve en respuesta a la fuerza neta, cambian las distancias entre q_3 y las otras cargas, de modo que la fuerza neta cambia. En consecuencia, q_3 se puede modelar como una partícula bajo una fuerza neta en tanto se reconozca que la fuerza que se ejerce sobre q_3 *no* es constante.

¿Que pasaría si? ¿Y si los signos de las tres cargas cambiaran a los signos opuestos? ¿Cómo afectaría al resultado para $\vec{F}_3$?

Respuesta La carga q_3 todavía sería atraída hacia q_2 y repelida de q_1 , con fuerzas de la misma magnitud. En consecuencia, el resultado final para $\vec{F}_3$ sería el mismo.

EJEMPLO 23.3

¿Dónde es cero la fuerza neta?

Tres cargas puntuales se encuentran a lo largo del eje x , como se muestra en la figura 23.8. La carga positiva $q_1 = 15.0 \mu\text{C}$ está en $x = 2.00 \text{ m}$, la carga positiva $q_2 = 6.00 \mu\text{C}$ está en el origen y la fuerza neta que actúa sobre q_3 es cero. ¿Cuál es la coordenada x de q_3 ?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Ya que q_3 está cerca de otras dos cargas, experimenta dos fuerzas eléctricas. Sin embargo, a diferencia del ejemplo anterior, en este problema las fuerzas se encuentran a lo largo de la misma línea, como se indica en la figura 23.8. Como q_3 es negativa, mientras que q_1 y q_2 son positivas, las fuerzas $\vec{F}_{13}$ y $\vec{F}_{23}$ son de atracción.

Categorizar Ya que la fuerza neta sobre q_3 es cero, la carga puntual se modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Escriba una expresión para la fuerza neta sobre la carga q_3 cuando está en equilibrio:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = -k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} \hat{i} + k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2} \hat{i} = 0$$

Mueva el segundo término a la derecha de la ecuación e iguale los coeficientes del vector unitario $\hat{i}$:

$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2}$$

Elimine k_e y $|q_3|$ y reordene la ecuación:

$$(2.00 - x)^2 |q_2| = x^2 |q_1|$$

$$(4.00 - 4.00x + x^2)(6.00 \times 10^{-6} \text{ C}) = x^2(15.0 \times 10^{-6} \text{ C})$$

Reduzca la ecuación cuadrática a una forma más simple:

$$3.00x^2 + 8.00x - 8.00 = 0$$

Resuelva la ecuación cuadrática para la raíz positiva:

$$x = 0.775 \text{ m}$$

Finalizar La segunda raíz de la ecuación cuadrática es $x = -3.44 \text{ m}$, otra posición donde las *magnitudes* de las fuerzas sobre q_3 son iguales, aunque dichas fuerzas están en la misma dirección.

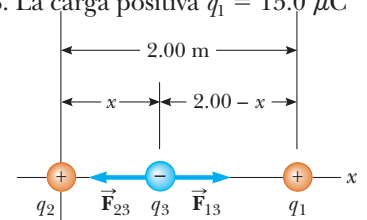


Figura 23.8 (Ejemplo 23.3) Tres cargas puntuales se colocan a lo largo del eje x . Si la fuerza resultante que actúa sobre q_3 es cero, la fuerza $\vec{F}_{13}$ que ejerce q_1 sobre q_3 debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{F}_{23}$ que q_2 ejerce sobre q_3 .

¿Que pasaría si? Suponga que q_3 se restringe a moverse sólo a lo largo del eje x . Desde su posición inicial en $x = 0.775$ m, se jala una pequeña distancia a lo largo del eje x . Cuando se libera, ¿regresa al equilibrio o se jala aún más desde el equilibrio? Es decir, ¿el equilibrio es estable o inestable?

Respuesta Si q_3 se mueve hacia la derecha, $\vec{F}_{13}$ se vuelve mayor y $\vec{F}_{23}$ menor. El resultado es una fuerza neta hacia la derecha, en la misma dirección que el desplazamiento. Por lo tanto, la carga q_3 continuaría moviéndose hacia la derecha y el equilibrio es *inestable*. (Véase la sección 7.9 para un repaso de los equilibrios estable e inestable.)

Si q_3 se restringe a permanecer en una coordenada x fija pero se le permite moverse arriba y abajo en la figura 23.8, el equilibrio es estable. En este caso, si la carga se jala hacia arriba (o hacia abajo) y se libera, se mueve de regreso hacia la posición de equilibrio y oscila en torno a este punto.

EJEMPLO 23.4**Encuentre la carga sobre las esferas**

Dos pequeñas esferas idénticas cargadas, cada una con una masa de 3.0×10^{-2} kg, cuelgan en equilibrio como se muestra en la figura 23.9a. La longitud de cada cuerda es 0.15 m y el ángulo θ es 5.0° . Encuentre la magnitud de la carga sobre cada esfera.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 23.9a ayuda a formar ideas de este ejemplo. Las dos esferas ejercen fuerzas de repulsión una sobre la otra. Si se mantienen cerca y se liberan, se mueven hacia afuera desde el centro y se establecen en la configuración de la figura 23.9a después de que las oscilaciones desaparecen debido a la resistencia del aire.

Categorizar La frase clave “en equilibrio” ayuda a modelar cada esfera como una partícula en equilibrio. Este ejemplo es similar a los problemas de partícula en equilibrio del capítulo 5, con la característica agregada de que una de las fuerzas sobre una esfera es una fuerza eléctrica.

Analizar En la figura 23.9b se muestra el diagrama de cuerpo libre para la esfera de la izquierda. La esfera está en equilibrio bajo la aplicación de las fuerzas $\vec{T}$ de la cuerda, la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ de la otra esfera y la fuerza gravitacional $m\vec{g}$.

Escriba la segunda ley de Newton para la esfera de la izquierda en forma de componentes:

Divida la ecuación 1) entre la ecuación 2) para encontrar F_e :

Evalúe numéricamente la fuerza eléctrica:

Use la geometría del triángulo rectángulo en la figura 23.9a para encontrar la correspondencia entre a , L y θ :

Evalúe a :

Resuelva la ley de Coulomb (ecuación 23.1) para la carga $|q|$ en cada esfera:

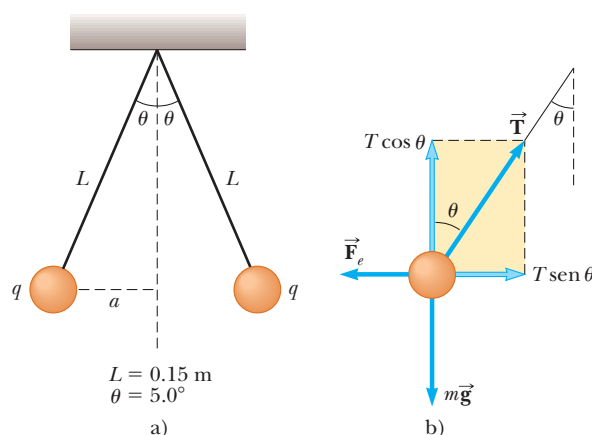


Figura 23.9 (Ejemplo 23.4) a) Dos esferas idénticas, cada una con la misma carga q , suspendidas en equilibrio. b) Diagrama de cuerpo libre para la esfera a la izquierda del inciso a).

$$1) \sum F_x = T \sin \theta - F_e = 0 \rightarrow T \sin \theta = F_e$$

$$2) \sum F_y = T \cos \theta - mg = 0 \rightarrow T \cos \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{F_e}{mg} \rightarrow F_e = mg \tan \theta$$

$$F_e = (3.0 \times 10^{-2} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \tan (5.0^\circ) = 2.6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{L} \rightarrow a = L \sin \theta$$

$$a = (0.15 \text{ m}) \sin (5.0^\circ) = 0.013 \text{ m}$$

$$F_e = k_e \frac{|q|^2}{r^2} \rightarrow |q| = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{F_e (2a)^2}{k_e}}$$

Sustituya valores numéricos:

$$|q| = \sqrt{\frac{(2.6 \times 10^{-2} \text{ N})[2(0.013 \text{ m})]^2}{8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}} = 4.4 \times 10^{-8} \text{ C}$$

Finalizar No es posible determinar el signo de la carga a partir de la información que se proporciona. De hecho, el signo de la carga no es importante. La situación es la misma ya sea que ambas esferas tengan carga positiva o carga negativa.

¿Que pasaría si? Suponga que su compañera de cuarto le propone resolver este problema sin la suposición de que las cargas son de igual magnitud. Ella afirma que la simetría del problema se destruye si las cargas no son iguales, de modo que las cuerdas formarían dos ángulos diferentes con la vertical y el problema sería mucho más complicado. ¿Cómo respondería?

Respuesta La simetría no se destruye y los ángulos no son diferentes. La tercera ley de Newton requiere que las magnitudes de las fuerzas eléctricas sobre las dos cargas sean iguales, sin importar la igualdad o desigualdad de las cargas. La solución al ejemplo aún es la misma: el valor de $|q|^2$ en la solución se sustituye por $|q_1 q_2|$ en la nueva situación, donde q_1 y q_2 son los valores de las cargas en las dos esferas. La simetría del problema se destruiría si las masas de las esferas no fueran iguales. En este caso, las cuerdas formarían diferentes ángulos con la vertical y el problema sería más complicado.

23.4 El campo eléctrico

Hasta ahora se ha hablado de dos fuerzas de campo: la fuerza gravitacional en el capítulo 13 y la fuerza eléctrica en el presente capítulo. Como se dijo antes, las fuerzas de campo actúan a través del espacio y producen algún efecto, aun cuando no exista contacto físico entre los objetos que interactúan. El campo gravitacional $\vec{g}$ como un punto en el espacio debido a una fuente particular fue definido en la sección 13.4, como igual a la fuerza gravitacional $\vec{F}_g$ que actúa sobre una partícula de prueba de masa m dividida entre esa masa: $\vec{g} \equiv \vec{F}_g/m$. El concepto de campo fue desarrollado por Michael Faraday (1791-1867) en relación con las fuerzas eléctricas, y es de un valor tan práctico que en los siguientes capítulos recibe mucha atención. En este planteamiento, existe un **campo eléctrico** en la región del espacio que rodea a un objeto con carga: la **carga fuente**. Cuando otro objeto con carga —la **carga de prueba**— entra en este campo eléctrico, una fuerza eléctrica actúa sobre él. Para ejemplificar, observe la figura 23.10, que muestra una pequeña carga de prueba positiva q_0 colocada cerca de un segundo objeto con una carga positiva Q mucho mayor. El campo eléctrico provocado por la carga fuente en la carga de prueba se define como la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba *por carga unitaria*, o, para mayor claridad, **el vector $\vec{E}$ del campo eléctrico** en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ que actúa sobre una carga de prueba positiva q_0 colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba:³

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0} \quad (23.7)$$

El vector $\vec{E}$ está en unidades del SI, newtons por cada coulomb (N/C). Observe que $\vec{E}$ es el campo producido por una carga o distribución de carga *separada de* la carga de prueba; no es el campo producido por la propia carga de prueba, además observe que la existencia de un campo eléctrico es una propiedad de su fuente; la presencia de una carga de prueba no es necesaria para que el campo exista. La carga de prueba sirve como *detector* del campo eléctrico.

La dirección de $\vec{E}$, como se muestra en la figura 23.10, es la dirección de la fuerza que experimenta una carga de prueba positiva cuando es colocada en el campo; **existe un campo eléctrico en un punto si una carga de prueba en dicho punto experimenta una fuerza eléctrica**.

³ Cuando use la ecuación 23.7, debe suponer que la carga de prueba q_0 es lo suficientemente pequeña como para no perturbar la distribución de cargas responsable por el campo eléctrico. Si la carga de prueba es suficientemente grande, la carga sobre la esfera metálica se redistribuye y el campo eléctrico que establece es diferente del campo que se establece en presencia de la carga de prueba mucho menor.



Esta fotografía dramática captura la caída de un rayo sobre un árbol cerca de algunas casas en una zona rural. Los relámpagos están asociados con campos eléctricos muy intensos que se generan en la atmósfera.

Definición de campo eléctrico

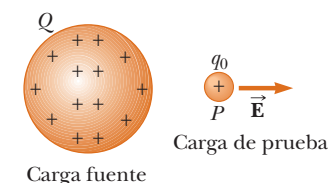


Figura 23.10 Una pequeña carga de prueba positiva q_0 colocada en el punto P cerca de un objeto con una carga positiva Q mucho mayor experimenta un campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P establecido por la carga fuente Q .

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 23.1

Sólo partículas

La ecuación 23.8 sólo es válida para una *partícula* de carga q , es decir para un objeto de tamaño cero. Para un *objeto* de tamaño finito en un campo eléctrico, el campo puede variar en magnitud y dirección de acuerdo con el tamaño del objeto, por lo que la ecuación de fuerza correspondiente puede ser más complicada.

La ecuación 23.7 puede expresarse también como

$$\vec{\mathbf{F}}_e = q\vec{\mathbf{E}} \quad (23.8)$$

Esta ecuación proporciona la fuerza ejercida sobre una partícula con carga q colocada en un campo eléctrico. Si q es positiva, la fuerza tiene la misma dirección que el campo. Si es negativa, la fuerza y el campo tienen direcciones opuestas. Observe la similitud entre la ecuación 23.8 y la ecuación correspondiente a una partícula con masa colocada en un campo gravitacional, $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ (sección 5.5). Una vez que conoce la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto determinado, puede calcular la fuerza eléctrica ejercida sobre *cualquier* partícula con carga ubicada en ese punto mediante la ecuación 23.8.

Para determinar la dirección que tiene un campo eléctrico, considere una carga puntual q como carga fuente. Esta carga produce un campo eléctrico en todos los puntos del espacio que la rodea. En el punto P , a una distancia r de la carga fuente, se coloca una carga de prueba q_0 , tal como se observa en la figura 23.11a. Imagine el uso de la carga de prueba para determinar la dirección de la fuerza eléctrica y, por lo tanto, la dirección del campo eléctrico. De acuerdo con la ley de Coulomb, la fuerza ejercida por q sobre la carga de prueba es

$$\vec{\mathbf{F}}_e = k_e \frac{qq_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

dónde $\hat{\mathbf{r}}$ es un vector unitario con dirección de q hacia q_0 . En la figura 23.11a esta fuerza se aleja de la carga fuente q . Ya que el campo eléctrico en P , que es la posición de la carga de prueba, queda definido por $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}}_e/q_0$, el campo eléctrico en P establecido por q es

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (23.9)$$

Si la carga fuente q es positiva, la figura 23.11b muestra la situación al eliminar la carga de prueba: la carga fuente establece un campo eléctrico en el punto P , alejándose de q . Si q es negativa, como en el caso de la figura 23.11c, la fuerza sobre la carga de prueba está dirigida hacia la carga fuente, por lo que el campo eléctrico en P está dirigido hacia la carga fuente, como en la figura 23.11d.

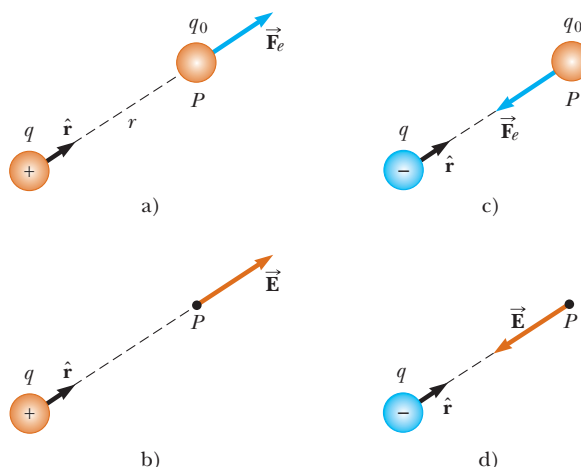
Para calcular el campo eléctrico en un punto P debido a un grupo de cargas puntuales, primero determine los vectores del campo eléctrico en P , uno por uno; use la ecuación 23.9 y en seguida súmelos en forma vectorial. En otras palabras, en cualquier punto P , el campo eléctrico total debido a un grupo de cargas fuente es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas. Este principio de superposición aplicado a los campos se deduce de la suma vectorial de las fuerzas eléctricas. Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto P debido a un grupo de cargas fuente se expresa como la suma vectorial

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \quad (23.10)$$

Campo eléctrico debido a un número finito de cargas puntuales

Figura 23.11

Una carga de prueba q_0 en el punto P está a una distancia r de la carga puntual q . a) Si q es positiva, la fuerza en la carga de prueba se aleja de q . b) Para una carga fuente positiva, el campo eléctrico en P apunta radialmente hacia afuera de q . c) Si q es negativa, la fuerza en la carga de prueba se dirige hacia q . d) Para una carga fuente negativa, el campo eléctrico en P apunta radialmente hacia adentro en dirección a q .



donde r_i es la distancia desde la i -ésima carga fuente q_i hasta el punto P y $\hat{r}_i$ es un vector unitario dirigido de q_i hacia P .

En el ejemplo 23.5 se explora el campo eléctrico debido a dos cargas a partir del principio de superposición. El inciso (B) del ejemplo se concentra en un **dipolo eléctrico**, que se define como una carga positiva q y una carga negativa $-q$ separadas por una distancia $2a$. El dipolo eléctrico es un buen modelo de muchas moléculas, como el ácido clorhídrico (HCl). Los átomos y moléculas neutros se comportan como dipolos cuando se colocan en un campo eléctrico externo. Además, muchas moléculas, como HCl, son dipolos permanentes. En el capítulo 26 se explica el efecto de tales dipolos sobre el comportamiento de los materiales sujetos a campos eléctricos.

Pregunta rápida 23.4 Una carga de prueba de valor $+3 \mu\text{C}$ está en un punto P donde un campo eléctrico externo es dirigido hacia la derecha con una magnitud de $4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Si la carga de prueba se reemplaza con otra de magnitud $-3 \mu\text{C}$, ¿qué le sucede al campo eléctrico externo en P ? a) no se ve afectado, b) invierte su dirección, c) cambia de un modo que no puede ser determinado.

EJEMPLO 23.5 Campo eléctrico debido a dos cargas

Las cargas q_1 y q_2 se ubican en el eje x , a distancias a y b , respectivamente, del origen, como se muestra en la figura 23.12.

A) Encuentre las componentes del campo eléctrico neto en el punto P , que está sobre el eje y .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Compare este ejemplo con el ejemplo 23.2. Ahí, sumó los vectores fuerza para encontrar la fuerza neta sobre una partícula con carga. En este caso, sume los vectores de campo eléctrico para encontrar el campo eléctrico neto en un punto en el espacio.

Categorizar En dos cargas fuente se busca el campo eléctrico resultante, de modo que se puede clasificar este ejemplo como uno en el que se puede usar el principio de superposición representado por la ecuación 23.10.

Analizar Encuentre la magnitud del campo eléctrico en P debido a la carga q_1 :

Encuentre la magnitud del campo eléctrico en P debido a la carga q_2 :

Escriba los vectores de campo eléctrico para cada carga en forma de vector unitario:

Escriba las componentes del vector de campo eléctrico neto:

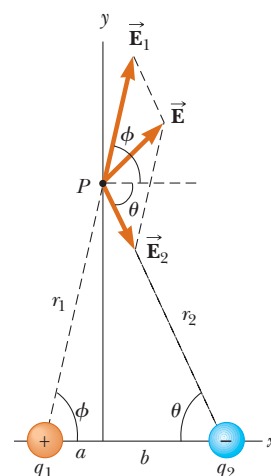


Figura 23.12 (Ejemplo 23.5) el campo eléctrico total en P es igual a la suma vectorial $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, donde $\vec{E}_1$ es el campo debido a la carga positiva q_1 y $\vec{E}_2$ es el campo debido a la carga negativa q_2 .

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)}$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)}$$

$$\vec{E}_1 = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos \phi \hat{i} + k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin \phi \hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos \theta \hat{i} - k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin \theta \hat{j}$$

$$1) \quad E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos \phi + k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos \theta$$

$$2) \quad E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \sin \phi - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \sin \theta$$

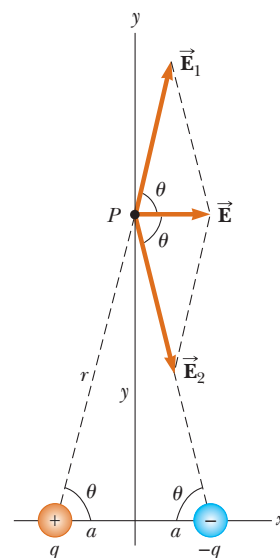
B) Evalúe el campo eléctrico en el punto P en el caso especial de que $|q_1| = |q_2|$ y $a = b$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 23.13 muestra la situación en este caso especial. Observe la simetría en la situación y que la distribución de carga ahora es un dipolo eléctrico.

Categorizar Ya que la figura 23.13 es un caso especial del caso general que se muestra en la figura 23.12, este ejemplo se clasifica como uno en el que se puede tomar el resultado del inciso A) y sustituir los valores apropiados de las variables.

Figura 23.13 (Ejemplo 23.5) Cuando las cargas en la figura 23.12 son de igual magnitud y equidistantes del origen, la situación se vuelve simétrica, como se muestra en este caso.



Analizar En función de la simetría de la figura 23.13, evalúe las ecuaciones 1) y 2) del inciso A) con $a = b$, $|q_1| = |q_2| = q$, y $\phi = \theta$:

$$\begin{aligned} 3) \quad E_x &= k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \cos \theta + k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \cos \theta = 2k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \cos \theta \\ E_y &= k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \sin \theta - k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \sin \theta = 0 \end{aligned}$$

De la geometría en la figura 23.13, evalúe $\cos \theta$:

$$4) \quad \cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}$$

Sustituya la ecuación 4) en la ecuación 3):

$$E_x = 2k_e \frac{q}{(a^2 + y^2)} \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}} = k_e \frac{2qa}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

C) Encuentre el campo eléctrico debido al dipolo eléctrico cuando el punto P está a una distancia $y \gg a$ desde el origen.

SOLUCIÓN

En la solución al inciso B), porque $y \gg a$, ignore a^2 en comparación con y^2 y escriba la expresión para E en este caso:

$$5) \quad E \approx k_e \frac{2qa}{y^3}$$

Finalizar De la ecuación 5) se ve que, en los puntos alejados de un dipolo, pero a lo largo de la bisectriz perpendicular de la línea que une las dos cargas, la magnitud del campo eléctrico producido por el dipolo varía como $1/r^3$, mientras que el campo que varía más lentamente de una carga puntual lo hace como $1/r^2$ (ecuación 23.9). Esto es porque en puntos distantes los campos de las dos cargas de igual magnitud y signo opuesto casi se cancelan mutuamente. La variación $1/r^3$ en E para el dipolo también se obtiene para un punto distante a lo largo del eje x (véase el problema 18) y para cualquier punto distante en general.

23.5 Campo eléctrico de una distribución de carga continua

Con mucha frecuencia, en un grupo de cargas, la distancia existente entre ellas es mucho más reducida que la distancia entre el grupo y el punto donde se desea calcular el campo eléctrico. En esta situación, el sistema de cargas se modela como si fuera

continuo. Es decir, el sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida de forma continua a lo largo de alguna línea, sobre alguna superficie, o por todo el volumen.

Para establecer el proceso de evaluación del campo eléctrico producido por una distribución de carga continua, utilice el siguiente procedimiento: primero, divida la distribución de cargas en pequeños elementos, cada uno con una pequeña carga Δq , como se observa en la figura 23.14. Después, aplique la ecuación 23.9 para calcular el campo eléctrico debido a uno de estos elementos en el punto P . Por último, evalúe el campo eléctrico total en P debido a la distribución de carga al sumar las contribuciones de todos los elementos de carga (es decir, aplicando el principio de superposición).

El campo eléctrico en P debido a un elemento de carga con una carga Δq es

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

donde r es la distancia desde el elemento de carga hasta el punto P y $\hat{r}$ es el vector unitario dirigido desde el elemento de carga hasta P . El campo eléctrico total en P debido a todos los elementos en la distribución de carga es aproximadamente

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

donde el índice i se refiere al i -ésimo elemento de orden i en la distribución. Ya que la distribución de carga ha sido modelada como continua, el campo total en P en el límite $\Delta q_i \rightarrow 0$ es

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (23.11)$$

donde la integración es sobre toda la distribución de carga. La integración en la ecuación 23.11 es una operación vectorial y debe ser tratada en forma apropiada.

Este tipo de cálculo se ilustra con varios ejemplos en los que la carga está distribuida a lo largo de una línea, sobre una superficie, o en todo un volumen. Cuando realice estos cálculos es conveniente que use el concepto de *densidad de carga* junto con las siguientes observaciones:

- Si una carga Q tiene una distribución uniforme en un volumen V , la **densidad de carga volumétrica** ρ se define como

$$\rho \equiv \frac{Q}{V}$$

donde ρ está en coulombs por metro cúbico (C/m³).

- Si una carga Q tiene una distribución uniforme sobre una superficie de área A , la **densidad de carga superficial** σ (griega minúscula sigma) se define como

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A}$$

donde σ está en coulombs por metro cuadrado (C/m²).

- Si una carga Q tiene una distribución uniforme a lo largo de una línea de longitud ℓ , la **densidad de carga lineal** λ se define como

$$\lambda \equiv \frac{Q}{\ell}$$

donde λ está en coulombs por metro (C/m).

- Si la carga no tiene distribución uniforme en un volumen, superficie o línea, las cantidades de cargas dq en un elemento pequeño de volumen, superficie o longitud son

$$dq = \rho \, dV \quad dq = \sigma \, dA \quad dq = \lambda \, d\ell$$

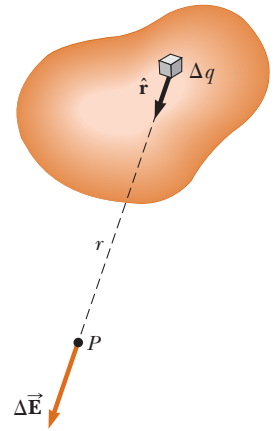


Figura 23.14 El campo eléctrico en P debido a una distribución continua de carga es el vector suma de los campos $\Delta \vec{E}$ debidos a todos los elementos Δq de la distribución de carga.

◀ Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua

◀ Densidad de carga volumétrica

◀ Densidad de carga superficial

◀ Densidad de carga lineal

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cálculo del campo eléctrico

Se le recomienda el procedimiento siguiente para resolver problemas que incluyen la determinación de un campo eléctrico debido a cargas individuales o una distribución de carga:

1. **Conceptualizar.** Establezca una representación mental del problema: piense cuidadosamente en las cargas individuales o en la distribución de carga e imagine qué tipo de campo eléctrico produciría. Recurra a cualquier simetría en el arreglo de cargas para ayudarse a visualizar el campo eléctrico.
2. **Categorizar.** ¿Analiza un grupo de cargas individuales o una distribución de carga continua? La respuesta a esta pregunta le dice cómo proceder en la etapa Analizar.
3. **Analizar.**
 - a) Si analiza un grupo de cargas individuales use el principio de superposición: cuando están presentes muchas cargas puntuales, el campo resultante en un punto en el espacio es la *suma vectorial* de los campos individuales debidos a las cargas individuales (ecuación 23.10). Tenga mucho cuidado con la manipulación de las cantidades vectoriales. Puede serle útil revisar la suma vectorial en el capítulo 3. El ejemplo 23.5 demuestra este procedimiento.
 - b) Si analiza una distribución de carga continua sustituya las sumas vectoriales para evaluar el campo eléctrico total de las cargas individuales mediante integrales vectoriales. La distribución de carga se divide en piezas infinitesimales, y la suma vectorial se realiza al integrar sobre toda la distribución de carga (ecuación 23.11). Los ejemplos del 23.6 al 23.8 demuestran tales procedimientos.

Considere que hay simetría cuando trate con una distribución de cargas puntuales o con una distribución de carga continua. Saque ventaja de cualquier simetría en el sistema que observe la etapa Conceptualizar para simplificar sus cálculos. La cancelación de las componentes de campo perpendiculares al eje en el ejemplo 23.7 es un ejemplo de la aplicación de simetría.

4. **Finalizar.** Compruebe para ver si su expresión de campo eléctrico es consistente con su representación mental y si refleja alguna simetría que notara anteriormente. Imagine parámetros variables como la distancia del punto de observación desde las cargas o el radio de cualquier objeto circular para ver si el resultado matemático cambia en una forma razonable.

EJEMPLO 23.6

Campo eléctrico debido a una barra con carga

Una barra de longitud ℓ tiene una carga positiva uniforme por unidad de longitud λ y una carga total Q . Calcule el campo eléctrico en un punto P que se ubica a lo largo del eje largo de la barra y a una distancia a desde un extremo (figura 23.15).

SOLUCIÓN

Conceptualizar El campo $d\vec{E}$ en P debido a cada segmento de carga sobre la barra está en la dirección x negativa, porque cada segmento porta una carga positiva.

Categorizar Ya que la barra es continua, se evalúa el campo debido a una distribución de carga continua en lugar de a un grupo de cargas individuales. Ya que cada segmento de la barra produce un campo eléctrico en la dirección x negativa, la suma de sus aportaciones se puede manejar sin la necesidad de sumar vectores.

Analizar Suponga que la barra se encuentra a lo largo del eje x , dx es la longitud de un segmento pequeño y dq es la carga sobre dicho segmento. Como la barra tiene una carga por unidad de longitud λ , la carga dq sobre el pequeño segmento es $dq = \lambda dx$.

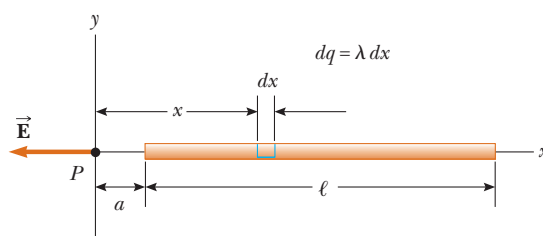


Figura 23.15 (Ejemplo 23.6) El campo eléctrico en P debido a una barra con carga uniforme yace a lo largo del eje x . La magnitud del campo en P debido al segmento de carga dq es $k_e dq/x^2$. El campo total en P es la suma vectorial sobre todos los segmentos de la barra.

Encuentre la magnitud del campo eléctrico en P debido a un segmento de la barra que tenga una carga dq :

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \frac{\lambda dx}{x^2}$$

Encuentre el campo total en P usando⁴ la ecuación 23.11:

$$E = \int_a^{\ell+a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

Al notar que k_e y $\lambda = Q/\ell$ son constantes y se pueden verificar de la integral, evalúe la integral:

$$E = k_e \lambda \int_a^{\ell+a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{\ell+a}$$

$$1) \quad E = k_e \frac{Q}{\ell} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell+a} \right) = \frac{k_e Q}{a(\ell+a)}$$

Finalizar Si ℓ tiende a cero, la ecuación 1) se reduce al campo eléctrico debido a una carga puntual, como se da por la ecuación 23.9, que es lo esperado porque la barra se encoge a tamaño cero.

¿Qué pasaría si? Suponga que el punto P está muy lejos de la barra. ¿Cuál es la naturaleza del campo eléctrico en tal punto?

Respuesta Si P está lejos de la barra ($a \gg \ell$), en tal caso se puede ignorar ℓ en el denominador de la ecuación 1) y $E \approx k_e Q/a^2$. Ésta es exactamente la forma que esperaría para una carga puntual. Por lo tanto, a valores grandes de a/ℓ , la distribución de carga parece ser una carga puntual de magnitud Q ; el punto P está tan lejos de la barra que no es posible distinguir si tiene un tamaño. El uso de la técnica límite ($a/\ell \rightarrow \infty$) con frecuencia es un buen método para comprobar una expresión matemática.

⁴Para realizar integraciones de este tipo, primero exprese el elemento de carga dq en términos de las otras variables en la integral. (En este ejemplo, hay una variable, x , así que se hace el cambio $dq = \lambda dx$.) La integral debe ser sobre cantidades escalares; por lo tanto, exprese el campo eléctrico en términos de componentes, si es necesario. (En este ejemplo, el campo sólo tiene una componente x , así que ese detalle no es preocupante.) Luego, reduzca su expresión a una integral sobre una sola variable (o multiplique integrales, cada una sobre una sola variable). En los ejemplos que tienen simetría esférica o cilíndrica, la única variable es una coordenada radial.

EJEMPLO 23.7

Campo eléctrico de un anillo de carga uniforme

Un anillo de radio a porta una carga total positiva distribuida uniformemente. Calcule el campo eléctrico debido al anillo en un punto P que se encuentra a una distancia x de su centro, a lo largo del eje central perpendicular al plano del anillo (figura 23.16a).

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 23.16a muestra la contribución del campo eléctrico $d\vec{E}$ en P debido a un solo segmento de carga en lo alto del anillo. Este vector de campo se puede resolver en sus componentes dE_x paralelas al eje del anillo y $dE_\perp$ perpendicular al eje. La figura 23.16b muestra las aportaciones de campo eléctrico de dos segmentos en lados opuestos del anillo.

Debido a la simetría de la situación, las componentes perpendiculares del campo se cancelan. Esto es cierto para todos los pares de segmentos alrededor del anillo, así que puede ignorar la componente perpendicular del campo y concentrarse en las componentes paralelas, que simplemente se suman.

Categorizar Ya que el anillo es continuo, se evalúa el campo debido a una distribución de carga continua en lugar de un grupo de cargas individuales.

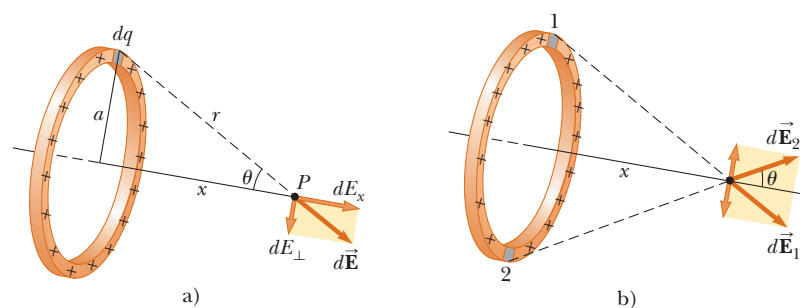


Figura 23.16 (Ejemplo 23.7) Anillo cargado de manera uniforme con radio a . a) El campo en P sobre el eje de las x se debe a un elemento de carga dq . b) El campo eléctrico total en P se encuentra a lo largo del eje de las x . La componente perpendicular del campo en P debida al segmento 1 es cancelada por la componente perpendicular correspondiente debida al segmento 2.

Analizar Evalúe la componente paralela de una contribución de campo eléctrico de un segmento de carga dq sobre el anillo:

$$1) \quad dE_x = k_e \frac{dq}{r^2} \cos \theta = k_e \frac{dq}{(a^2 + x^2)} \cos \theta$$

A partir de la geometría en la figura 23.16a, evalúe $\cos \theta$:

$$2) \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$$

Sustituya la ecuación 2) en la ecuación 1):

$$dE_x = k_e \frac{dq}{(a^2 + x^2)} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{1/2}} = \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dq$$

Todos los segmentos del anillo realizan la misma aportación al campo en P porque todos son equidistantes a este punto. Integre para obtener el campo total en P :

$$E_x = \int \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dq = \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \int dq$$

$$3) \quad E = \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q$$

Finalizar Este resultado muestra que el campo es cero en $x = 0$. ¿Esto es consistente con la simetría del problema? Además, observe que la ecuación 3) se reduce a $k_e Q/x^2$ si $x \gg a$, de modo que el anillo actúa como una carga puntual para posiciones alejadas del anillo.

¿Qué pasaría si? Suponga que coloca una carga negativa en el centro del anillo en la figura 23.16 y la desplaza ligeramente una distancia $x \ll a$ a lo largo del eje x . Cuando libera la carga, ¿qué tipo de movimiento muestra?

Respuesta En la expresión para el campo debido a un anillo de carga, sea $x \ll a$, lo que resulta en

$$E_x = \frac{k_e Q}{a^3} x$$

Por lo tanto, de la ecuación 23.8, la fuerza sobre la carga $-q$ colocada cerca del centro del anillo es

$$F_x = -\frac{k_e q Q}{a^3} x$$

Ya que esta fuerza tiene la forma de la ley de Hooke (ecuación 15.1), ¡el movimiento de la carga negativa es *armónico simple*!

EJEMPLO 23.8

Campo eléctrico de un disco con carga uniforme

Un disco de radio R tiene una densidad de carga superficial uniforme σ . Calcule el campo eléctrico en un punto P que se encuentra a lo largo del eje perpendicular central del disco y a una distancia x del centro del disco (figura 23.17).

SOLUCIÓN

Conceptualizar Si considera al disco como un conjunto de anillos concéntricos, puede usar el resultado del ejemplo 23.7, que da el campo producido por un anillo de radio a y sumar las aportaciones de todos los anillos que constituyen el disco. Por simetría, el campo en un punto axial debe estar a lo largo del eje central.

Categorizar Dado que el disco es continuo, se evalúa el campo debido a una distribución de carga continua en vez de un grupo de cargas individuales.

Analizar Encuentre la cantidad de carga dq en un anillo de radio r y ancho dr , como se muestra en la figura 23.17:

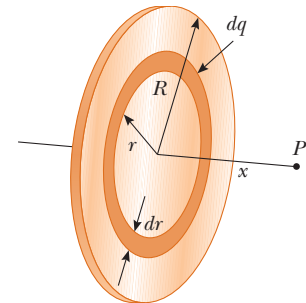


Figura 23.17 (Ejemplo 23.8) Un disco de radio R con carga uniforme. El campo eléctrico en un punto axial P se dirige a lo largo del eje central, perpendicular al plano del disco.

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$$

Use este resultado en la ecuación dada para E_x en el ejemplo 23.7 (sustituya a con r y Q con dq) para encontrar el campo debido al anillo:

$$dE_x = \frac{k_e x}{(r^2 + x^2)^{3/2}} (2\pi\sigma r dr)$$

Para obtener el campo total en P , integre esta expresión en los límites $r = 0$ a $r = R$, y note que x es una constante en esta situación:

$$\begin{aligned} E_x &= k_e x \pi \sigma \int_0^R \frac{2r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \\ &= k_e x \pi \sigma \int_0^R (r^2 + x^2)^{-3/2} d(r^2) \\ &= k_e x \pi \sigma \left[\frac{(r^2 + x^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R = 2\pi k_e \sigma \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right] \end{aligned}$$

Finalizar Este resultado es válido para todos los valores $x > 0$. Es posible calcular el campo cerca del disco a lo largo del eje al suponer que $R \gg x$; debido a eso, la expresión entre corchetes se reduce a la unidad para dar la aproximación cercana al campo

$$E_x = 2\pi k_e \sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre. En el capítulo 24 obtendrá el mismo resultado para el campo producido por un plano infinito de carga con densidad de carga superficial uniforme.

23.6 Líneas de campo eléctrico

Con aplicación de la ecuación 23.7 se ha definido matemáticamente el campo eléctrico. Ahora debe explorar un medio para darle una representación gráfica. Una forma conveniente de visualizar los patrones de los campos eléctricos es el trazo de líneas conocidas como **líneas de campo eléctrico**, establecidas por primera vez por Faraday, las cuales relacionan el campo eléctrico con una región del espacio de la manera siguiente:

- El vector $\vec{E}$ del campo eléctrico es tangente a la línea del campo eléctrico en cada punto. La dirección de la línea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico. La dirección de la línea es la fuerza sobre una carga de prueba positiva colocada en el campo.
- El número de líneas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región. En consecuencia, las líneas de campo estarán cercanas donde el campo eléctrico sea intenso y separadas donde el campo sea débil.

Estas propiedades se ilustran en la figura 23.18. La densidad de las líneas de campo a través de la superficie A es mayor que la densidad de las líneas a través de la superficie B. Debido a eso, la magnitud del campo eléctrico es más grande en la superficie A que en la superficie B. Además, si las líneas en diferentes ubicaciones apuntan en distintas direcciones el campo no es uniforme.

¿La correspondencia entre la intensidad del campo eléctrico y la densidad de las líneas de campo es consistente con la ecuación 23.9, la expresión que obtuvo para el valor E mediante la ley de Coulomb? Para responder esta pregunta, piense en una superficie esférica imaginaria de radio r concéntrica con una carga puntual. Por simetría, la magnitud del campo eléctrico será la misma en cualquier parte de la superficie de la esfera. El número de líneas N que emergen de la carga es igual al número que penetra en la superficie esférica. Por tanto, el número de líneas por cada unidad de área sobre la esfera es $N/4\pi r^2$ (donde el área de la superficie de la esfera es $4\pi r^2$). Ya que E es proporcional al número de líneas por unidad de área, E varía de la forma $1/r^2$; este resultado es consistente con la ecuación 23.9.

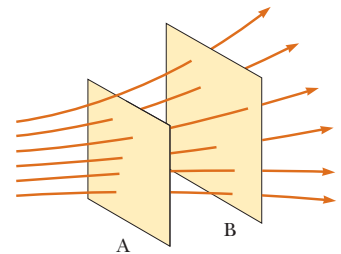


Figura 23.18 Líneas de campo eléctrico que atraviesan dos superficies. La magnitud del campo es mayor en la superficie A que en la B.

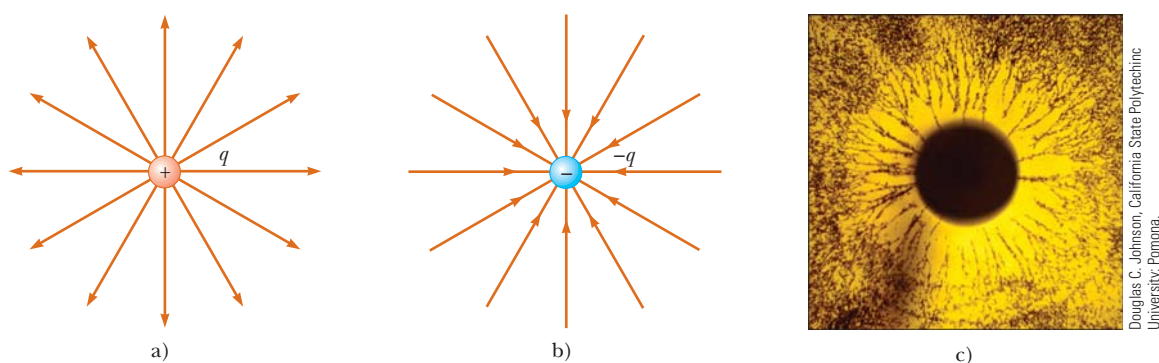


Figura 23.19 Líneas de campo eléctrico para una carga puntual. a) En el caso de una carga puntual positiva, las líneas son radiales hacia afuera. b) Para una carga puntual negativa, las líneas son radiales hacia adentro. Observe que las figuras sólo muestran aquellas líneas que están en el plano de la página. c) Las áreas oscuras son pequeñas partículas suspendidas en aceite que se alinean con el campo eléctrico producido por un pequeño conductor con carga en el centro.

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 23.2

¡Las líneas de campo eléctrico no representan las trayectorias de las partículas!

Las líneas de campo eléctrico representan el campo en diferentes ubicaciones. Con excepción de casos muy especiales, *no* representan la trayectoria de una partícula con carga que se mueve en un campo eléctrico.

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 23.3

Las líneas de campo eléctrico no son reales

La líneas de campo eléctrico no son objetos materiales. Son una representación gráfica para tener una descripción cualitativa del campo eléctrico. Puesto que sólo se puede dibujar un número finito de líneas que parten de cada carga, parecería que el campo fuera cuantizado y que sólo existe en ciertas partes del espacio. De hecho el campo es continuo (existe en todos los puntos). Debe evitar obtener una impresión equivocada de líneas de campo que parten de un dibujo bidimensional cuya finalidad sólo es describir una situación tridimensional.

En la figura 23.19a se muestran las líneas de campo eléctrico causadas por el campo creado por una sola carga puntual positiva. Este dibujo en dos dimensiones sólo muestra las líneas de campo que están en el plano que contiene a la carga puntual. De hecho, las líneas están dirigidas radialmente alejándose de la carga en todas las direcciones; por lo tanto, en lugar de una “rueda” plana de líneas, como la que se muestra, es necesario imaginar toda una distribución esférica de líneas. Si se colocara una carga de prueba positiva en este campo sería repelida por la carga fuente positiva, las líneas se alejarían radialmente de la carga fuente. Las líneas de campo eléctrico que representan al campo generado por una sola carga puntual negativa están dirigidas hacia la carga (figura 23.19b). En ambos casos las líneas siguen una dirección radial y se extienden hasta el infinito. Observe que las líneas se acercan entre sí conforme se aproximan a la carga; ello indica que la fuerza del campo se incrementa conforme se acercan hacia la carga fuente.

Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:

- Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa. En caso de que haya un exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.
- El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.
- Dos líneas de campo no se pueden cruzar.

Decidimos que sea Cq el número de líneas de campo partiendo de cualquier objeto con carga positiva y $C|q|$ el número de líneas de campo que terminan en cualquier objeto con carga negativa, donde C es una constante de proporcionalidad arbitraria. Una vez seleccionada C , queda fijo el número de líneas. Por ejemplo, en un sistema de dos cargas, si el objeto 1 tiene una carga Q_1 y el objeto 2 tiene una carga Q_2 , la relación del número

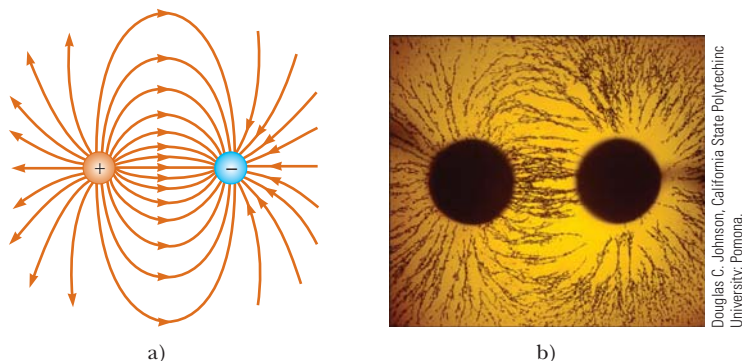


Figura 23.20 a) Líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud y de signo opuesto (un dipolo eléctrico). El número de líneas que salen de la carga positiva es igual al número que termina en la carga negativa. b) Pequeñas partículas suspendidas en aceite se alinean con el campo eléctrico.

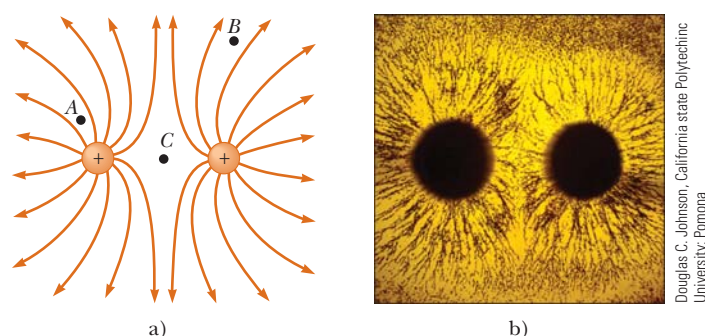


Figura 23.21 a) Líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales positivas. (Las ubicaciones A, B y C han sido analizadas en la Pregunta rápida 23.5.) b) Pequeñas partículas suspendidas en aceite se alinean con el campo eléctrico.

de líneas en contacto con las cargas es $N_2/N_1 = Q_2/Q_1$. Las líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud pero de signos opuestos (un dipolo eléctrico) se muestran en la figura 23.20. Ya que las cargas son de igual magnitud, el número de líneas que empiezan en la carga positiva debe ser igual al número que termina en la carga negativa. En lugares muy cercanos a las cargas, las líneas son prácticamente radiales. La elevada densidad de líneas entre las cargas indica un región con un campo eléctrico intenso.

La figura 23.21 muestra las líneas de campo eléctrico alrededor de dos cargas puntuales positivas iguales. De nuevo, las líneas son prácticamente radiales en puntos cercanos a cada carga, y el mismo número de líneas emerge de cada carga pues son de igual magnitud. A una distancia considerable de las cargas, el campo es casi igual al de una sola carga puntual de magnitud $2q$.

Por último, en la figura 23.22 aparece el esbozo de las líneas de campo eléctrico asociadas con una carga positiva $+2q$ y una carga negativa $-q$. En este caso, el número de líneas que salen de $+2q$ es de las que terminan en $-q$. En consecuencia, sólo la mitad de las líneas que abandonan la carga positiva llega a la carga negativa. La mitad restante termina en una carga negativa que se supone está en el infinito. Para distancias mucho mayores a la separación entre cargas, las líneas de campo eléctrico son equivalentes a las de una carga $+q$ única.

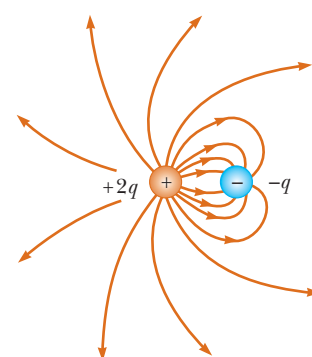


Figura 23.22

Líneas de campo eléctrico para una carga puntual $+2q$ y una segunda carga puntual $-q$. Observe que dos líneas salen de $+2q$ por cada una que termina en $-q$.

Pregunta rápida 23.5 Clasifique las magnitudes del campo eléctrico en los puntos A, B y C de la figura 23.21a (empiece por la magnitud mayor).

23.7 Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme

Cuando una partícula con carga q y masa m se coloca en un campo eléctrico $\vec{E}$, la fuerza eléctrica ejercida sobre la carga es $q\vec{E}$, de acuerdo con la ecuación 23.8. Si esta es la única fuerza ejercida sobre la partícula, con toda probabilidad se trata de la fuerza neta, la cual provoca que la partícula se acelere de acuerdo con el modelo de partícula bajo una fuerza neta. Así,

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$$

la aceleración de la partícula es, por tanto,

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \quad (23.12)$$

Si $\vec{E}$ es uniforme (constante en magnitud y dirección), la fuerza eléctrica sobre la partícula es constante y se puede aplicar el modelo de partícula bajo aceleración constante. Si la partícula tiene carga positiva, su aceleración se produce en dirección del campo eléctrico. Si tiene carga negativa, su aceleración será en dirección opuesta al campo eléctrico.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 23.4

Sólo se trata de otra fuerza

Las fuerzas y los campos eléctricos podrán parecerle conceptos abstractos. Sin embargo, una vez que se evalúa $\vec{F}_e$, es lo que provoca que una partícula se mueva, de acuerdo con los modelos de fuerzas y movimiento establecidos comprendido en los capítulos 2 a 6 del volumen I. Teniendo esto presente podrá resolver los problemas de este capítulo.

EJEMPLO 23.9**Carga positiva en aceleración**

Un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ se dirige a lo largo del eje x entre placas paralelas de carga separadas una distancia d , como se muestra en la figura 23.23. Una carga puntual positiva q de masa m se libera desde el reposo en un punto $\textcircled{A}$ junto a la placa positiva y acelera a un punto $\textcircled{B}$ junto a la placa negativa.

A) Encuentre la rapidez de la partícula en $\textcircled{B}$ al modelarla como una partícula bajo aceleración constante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Cuando la carga positiva se coloca en $\textcircled{A}$, experimenta una fuerza eléctrica hacia la derecha en la figura 23.23 debido al campo eléctrico dirigido hacia la derecha.

Categorizar Ya que el campo eléctrico es uniforme, una fuerza eléctrica constante actúa sobre la carga. Por lo tanto, el ejemplo es sobre una partícula con carga bajo aceleración constante.

Analizar Use la ecuación 2.17 para expresar la velocidad de la partícula como función de la posición:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = 0 + 2a(d - 0) = 2ad$$

Resuelva para v_f y sustituya para la magnitud de la aceleración a partir de la ecuación 23.12:

$$v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\left(\frac{qE}{m}\right)d} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

B) Encuentre la rapidez de la partícula en $\textcircled{B}$ al modelarla como un sistema no aislado.

SOLUCIÓN

Categorizar El enunciado del problema dice que la carga es un sistema no aislado. A esta carga se le transfiere energía mediante el trabajo realizado por la fuerza eléctrica que se ejerce sobre la carga. La configuración inicial del sistema es cuando la partícula está en $\textcircled{A}$ y la configuración final es cuando está en $\textcircled{B}$.

Analizar Escriba la reducción adecuada de la ecuación de conservación de energía, ecuación 8.2, para el sistema de la partícula con carga:

$$W = \Delta K$$

Sustituya el trabajo y las energías cinéticas con los valores adecuados para esta situación:

$$F_e \Delta x = K_{\textcircled{B}} - K_{\textcircled{A}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2F_e \Delta x}{m}}$$

Sustituya la fuerza eléctrica F_e y el desplazamiento Δx :

$$v_f = \sqrt{\frac{2(qE)(d)}{m}} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

Finalizar La respuesta al inciso B) es la misma que la del inciso A), como se esperaba.

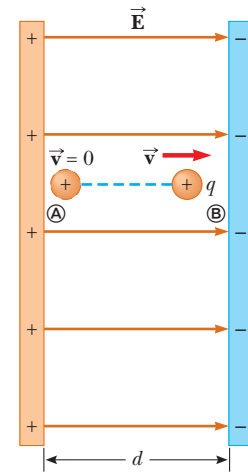


Figura 23.23 (Ejemplo 23.9) Una carga puntual positiva q en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ experimenta aceleración constante en la dirección del campo.

EJEMPLO 23.10 Un electrón acelerado

Un electrón entra a la región de un campo eléctrico uniforme, como se muestra en la figura 23.24, con $v_i = 3.00 \times 10^6$ m/s y $E = 200$ N/C. La longitud horizontal de las placas es $\ell = 0.100$ m.

A) Encuentre la aceleración del electrón mientras está en el campo eléctrico.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Este ejemplo difiere del precedente porque la velocidad de la partícula con carga inicialmente es perpendicular a las líneas de campo eléctrico. En el ejemplo 23.9, la velocidad de la partícula con carga siempre es paralela a las líneas de campo eléctrico. Como resultado, el electrón en este ejemplo sigue una trayectoria curva, como se muestra en la figura 23.24.

Categorizar Dado que el campo eléctrico es uniforme, se ejerce una fuerza eléctrica constante sobre el electrón. Para encontrar la aceleración del electrón, se le modela como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar La dirección de la aceleración del electrón es hacia abajo en la figura 23.24, opuesta a la dirección de las líneas de campo eléctrico.

Combine la segunda ley de Newton con la magnitud de la fuerza eléctrica conocida por la ecuación 23.8 para encontrar la componente y de la aceleración del electrón:

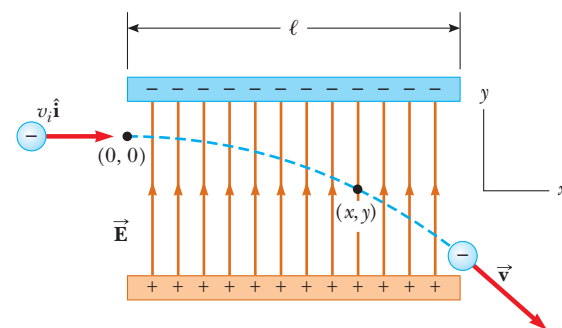


Figura 23.24

(Ejemplo 23.10) Un electrón se proyecta horizontalmente en un campo eléctrico uniforme producido por dos placas cargadas. El electrón experimenta una aceleración hacia abajo (opuesta a $\vec{E}$) y su movimiento es parabólico mientras está entre las placas.

$$\Sigma F_y = ma_y \rightarrow a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = -\frac{eE}{m_e}$$

Sustituya valores numéricos:

$$a_y = -\frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(200 \text{ N/C})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = -3.51 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

B) Si supone que el electrón entra al campo en el tiempo $t = 0$, encuentre el tiempo cuando deja el campo.

SOLUCIÓN

Categorizar Como la fuerza eléctrica sólo actúa en la dirección vertical en la figura 23.24, el movimiento de la partícula en la dirección horizontal se puede analizar si la modela como una partícula bajo velocidad constante.

Analizar Resuelva la ecuación 2.7 para el tiempo cuando el electrón llega a los bordes derechos de las placas:

$$x_f = x_i + v_x t \rightarrow t = \frac{x_f - x_i}{v_x}$$

$$t = \frac{\ell - 0}{v_x} = \frac{0.100 \text{ m}}{3.00 \times 10^6 \text{ m/s}} = 3.33 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Sustituya valores numéricos:

C) Si supone que la posición vertical del electrón cuando entra al campo es $y_i = 0$, ¿cuál es la posición vertical cuando sale del campo?

SOLUCIÓN

Categorizar Ya que la fuerza eléctrica es constante en la figura 23.24, el movimiento de la partícula en la dirección vertical se analiza al modelarla como una partícula bajo aceleración constante.

Analizar Use la ecuación 2.16 para describir la posición de la partícula en cualquier tiempo t :

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Sustituya valores numéricos:

$$y_f = 0 + 0 + \frac{1}{2}(-3.51 \times 10^{13} \text{ m/s}^2)(3.33 \times 10^{-8} \text{ s})^2$$

$$= -0.0195 \text{ m} = -1.95 \text{ cm}$$

Finalizar Si el electrón entra justo abajo de la placa negativa en la figura 23.24, y la separación entre las placas es menor que el valor recién calculado, el electrón golpeará la placa positiva.

La fuerza gravitacional que actúa sobre el electrón fue ignorada, lo que representa una buena aproximación cuando se trata con partículas atómicas. Para un campo eléctrico de 200 N/C, la relación de la magnitud de la fuerza eléctrica eE a la magnitud de la fuerza gravitacional mg es del orden de 10^{12} para un electrón y del orden de 10^9 para un protón.

Resumen

DEFINICIONES

El **campo eléctrico** $\vec{E}$ en algún punto del espacio se define como la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ que actúa sobre una pequeña carga de prueba positiva colocada en dicho punto, dividida entre la magnitud q_0 de la carga de prueba:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0} \quad (23.7)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Las **cargas eléctricas** tienen las siguientes propiedades:

- Cargas de signos opuestos se atraen, y cargas del mismo signo se repelen.
- La carga total en un sistema aislado se conserva.
- La carga está cuantizada.

Los **conductores** son materiales donde los electrones se mueven libremente. Los **aisladores** son materiales donde los electrones no se mueven con libertad.

La **ley de Coulomb** afirma que la fuerza eléctrica que ejerce una carga puntual q_1 sobre una segunda carga puntual q_2 es

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (23.6)$$

donde r es la distancia entre las dos cargas y $\hat{r}_{12}$ es un vector unitario dirigido de q_1 hacia q_2 . La constante k_e , que se llama **constante de Coulomb**, tiene el valor $k_e = 8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

La fuerza eléctrica sobre una carga q en un campo eléctrico $\vec{E}$ es

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (23.8)$$

A una distancia r de una carga puntual q , el campo eléctrico generado por la carga es

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (23.9)$$

donde $\hat{r}$ es un vector unitario dirigido desde la carga hacia el punto en cuestión. El campo eléctrico se dirige radialmente hacia afuera desde una carga positiva y radialmente hacia adentro hacia una carga negativa.

El campo eléctrico generado por un grupo de cargas puntuales se puede calcular al usar el principio de superposición: el campo eléctrico total en algún punto es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (23.10)$$

El campo eléctrico en algún punto generado por una distribución de carga continua es

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (23.11)$$

donde dq es la carga en un elemento de la distribución de carga y r es la distancia desde el elemento hasta el punto en cuestión.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Explique el significado de la expresión “un átomo neutro”. Explique el significado de “un átomo con carga negativa”.
2. **O i)** Si a una moneda metálica se le da una carga eléctrica positiva, su masa: ¿a) aumenta mensurablemente, b) aumenta una cantidad muy pequeña para medirla directamente, c) permanece invariable, d) disminuye una cantidad muy pequeña para medirla directamente o e) disminuye mensurablemente? **ii)** Ahora, a la moneda, se le da una carga eléctrica negativa. ¿Qué ocurre con su masa? Elija entre las mismas posibilidades.
3. Un estudiante extranjero que haya crecido en un país tropical pero que estudie en Estados Unidos quizá no tenga ninguna experiencia con chispas o descargas de electricidad estática hasta que él o ella pasen un invierno en ese país. Explique por qué.
4. Explique las similitudes y diferencias entre la ley de la gravitación universal de Newton y la ley de Coulomb.
5. Un globo es cargado negativamente al frotarlo después se adhiere a la pared. ¿Significa que la pared tiene carga positiva? ¿Por qué el globo termina por caer?
6. **O** En la figura 23.8, suponga que los objetos con cargas q_2 y q_3 están fijos. Observe que no hay línea de visión desde la ubicación del objeto 2 hasta la ubicación del objeto 1. Podría decir que un insecto parado sobre q_1 es incapaz de ver q_2 porque se lo impide q_3 . ¿Cómo calcularía la fuerza que se ejerce sobre el objeto con carga q_1 ? a) Encuentre sólo la fuerza que ejerce q_2 sobre la carga q_1 . b) Encuentre sólo la fuerza que ejerce q_3 sobre la carga q_1 . c) Sume la fuerza que q_2 ejercería por sí sola sobre la carga q_1 a la fuerza que q_3 ejercería por sí sola sobre la carga q_1 . d) Sume la fuerza que q_3 ejercería por sí sola a cierta fracción de la fuerza que q_2 ejercería por sí sola. e) No hay una forma definida de encontrar la fuerza sobre la carga q_1 .
7. **O** Una partícula con carga está en el origen de las coordenadas. La partícula produce un campo eléctrico de $4\hat{i}$ kN/C en el punto con vector de posición $36\hat{i}$ cm. **i)** ¿En qué posición el campo tiene el valor $1\hat{i}$ kN/C? a) $9\hat{i}$ cm, b) $18\hat{i}$ cm, c) $72\hat{i}$ cm, d) $144\hat{i}$ cm, e) en ninguna parte **ii)** ¿En qué posición el valor es $16\hat{i}$ kN/C? Elija entre las mismas posibilidades.
8. ¿Es posible que un campo eléctrico exista en un espacio vacío? Explique. Considere el punto A en la figura 23.21a. ¿En este punto existe carga eléctrica? ¿Hay alguna fuerza en dicho punto? ¿Existe un campo en dicho punto?
9. **O i)** Clasifique las magnitudes de las fuerzas que la partícula con carga A ejerce sobre la partícula con carga B, ubicada a la distancia r de A, de mayor a menor, en los siguientes casos. En su clasificación anote cualquier caso de igualdad. a) $q_A = 20$ nC, $q_B = 20$ nC, $r = 2$ cm, b) $q_A = 30$ nC, $q_B = 10$ nC, $r = 2$ cm, c) $q_A = 10$ nC, $q_B = 30$ nC, $r = 2$ cm, d) $q_A = 30$ nC, $q_B = 20$ nC, $r = 3$ cm, e) $q_A = 45$ nC, $q_B = 20$ nC, $r = 3$ cm. **ii)** Clasifique las magnitudes de los campos eléctricos que genera la partícula con carga A en la posición de la partícula con carga B, a una distancia r de A, de mayor a menor, en los mismos casos. En su clasificación anote cualquier caso de igualdad.
10. **O** Tres partículas con carga se colocan en las esquinas de un cuadrado, como se muestra en la figura P23.10, con carga $-Q$ en las partículas de las esquinas superior izquierda e infe-

rior derecha, y carga $+2Q$ en la partícula en la esquina inferior izquierda. **i)** ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en la esquina superior derecha, que es un punto en el espacio vacío? a) Es hacia arriba y a la derecha. b) Es recta hacia la derecha. c) Es recta hacia abajo. d) Es hacia abajo y a la izquierda. e) Es perpendicular hacia el plano de la imagen y hacia afuera. f) No hay dirección; no existe campo en esa esquina porque ahí no hay carga. g) No hay dirección; ahí el campo total es cero. **ii)** Suponga que se quita la carga $+2Q$ en la esquina inferior izquierda. En tal caso la magnitud del campo en la esquina superior derecha, ¿a) se vuelve mayor, b) se vuelve menor, c) permanece igual o d) su cambio es impredecible?

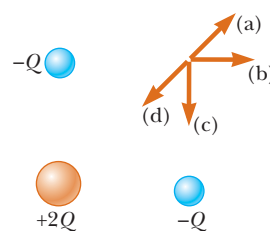


Figura P23.10

11. **O** Dos partículas con carga, A y B, están solas en el universo, separadas 8 cm. La carga de A es 40 nC. El campo eléctrico neto en cierto punto a 4 cm de A es cero. ¿Qué puede concluir acerca de la carga B? Elija las respuestas correctas. a) Puede ser 40 nC. b) Puede ser 120 nC. c) Puede ser 360 nC. d) Puede ser -40 nC. e) Puede ser -120 nC. f) Puede ser -360 nC. g) Puede tener entre un número infinito de valores. h) Puede tener entre muchos valores. i) Debe tener uno de tres valores. j) Debe tener uno de dos valores. k) Debe tener cierto valor. l) No existe un posible valor para q_B ; la situación es imposible.
12. Explique por qué las líneas de un campo eléctrico jamás se cruzan. *Sugerencia:* empiece por explicar la razón de que en un punto en particular el campo eléctrico debe tener sólo una dirección.
13. Las figuras 23.12 y 23.13 muestran tres vectores de campo eléctrico en el mismo punto. Si extrapola la figura 23.19 podría obtener muchas líneas de campo eléctrico en el mismo punto. ¿Es cierto que “no es posible que dos líneas de campo se crucen”? ¿Están bien dibujados los diagramas? Explique sus respuestas.
14. **O** Un anillo circular de carga, con radio b , tiene carga total q distribuida uniformemente alrededor de él. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el centro del anillo? a) 0, b) $k_e q / b^2$, c) $k_e q^2 / b^2$, d) $k_e q^2 / b$, e) ninguna de estas respuestas.
15. **O** Suponga que un anillo de radio R con carga uniforme Q produce un campo eléctrico E_{anillo} en un punto P sobre su eje, a una distancia x del centro del anillo. Ahora la carga Q se dispersa uniformemente sobre el área circular que encierra el anillo y forma un disco plano de carga con el mismo radio. ¿Cómo se compara el campo E_{disco} , producido por el disco en P , con el campo producido por el anillo en el mismo punto? a) $E_{\text{disco}} < E_{\text{anillo}}$, b) $E_{\text{disco}} = E_{\text{anillo}}$, c) $E_{\text{disco}} > E_{\text{anillo}}$, d) imposible de determinar.

16. Un electrón y un protón libres son liberados en campos eléctricos idénticos. i) ¿Qué se compara las magnitudes de la fuerza eléctrica ejercida sobre las dos partículas? a) Es millones de veces más grande para el electrón. b) Es miles de veces mayor para el electrón. c) Son iguales. d) Es miles de veces menor para el electrón. e) Es millones de veces menor para el electrón. f) Que es cero para el electrón. g) Que es cero para el protón. ii) Compare las magnitudes de sus aceleraciones. Elija entre las mismas posibilidades.
17. Se coloca un objeto con carga negativa en una región del espacio donde el campo eléctrico vertical se dirige hacia arriba. ¿Cuál es la dirección de la fuerza eléctrica ejercida sobre esta carga? a) Hacia arriba. b) Hacia abajo. c) No hay fuerza. d) La fuerza puede ser en cualquier dirección.
18. Explique las diferencias entre densidad de carga lineal, superficial y volumétrica; dé ejemplos de cuándo deberá utilizarse cada una.
19. ¿La vida sería distinta si los electrones tuvieran carga positiva y los protones carga negativa? ¿La elección de los signos eléctricos tiene alguna importancia sobre las interacciones físicas y químicas? ¿Por qué?
20. Considere dos dipolos eléctricos en el espacio vacío. Cada dipolo tiene carga neta cero. ¿Existe entre los dipolos una fuerza eléctrica; es decir, dos objetos con carga neta cero pueden ejercer fuerzas eléctricas uno sobre otro? Si es así, ¿la fuerza es de atracción o de repulsión?

Problemas

Sección 23.1 Propiedades de las cargas eléctricas

- a) Determine con una precisión de tres dígitos significativos la carga y la masa de un átomo de hidrógeno ionizado, representado como H^+ . *Sugerencia:* primero busque la masa de un átomo neutro en la tabla periódica de los elementos en el apéndice C. b) Determine la carga y la masa de Na^+ , un átomo de sodio con una sola ionización. c) Encuentre la carga y la masa promedio de un ion de cloro Cl^- que se une al Na^+ para formar una molécula de sal de mesa. d) Encuentre la carga y la masa de $Ca^{++} = Ca^{2+}$, un átomo de calcio doblemente ionizado. e) Usted puede representar el centro de una molécula de amoníaco como un ion N^{3-} . Determine su carga y su masa. f) El plasma de una estrella caliente contiene átomos de nitrógeno ionizados al cuádruplo, N^{4+} . Encuentre su carga y masas. g) Determine la carga y la masa del núcleo del átomo de nitrógeno. h) Encuentre la carga y la masa del ion molecular H_2O^+ .
- a) Calcule el número de electrones que contiene un pequeño alfiler eléctricamente neutro, hecho de plata con una masa de 10.0 g. La plata tiene 47 electrones por átomo, y su masa molar es de 107.87 g/mol. b) Se le agregan electrones al alfiler hasta que la carga neta negativa sea igual a 1.00 mC. ¿Cuántos electrones es necesario añadir por cada 10^9 electrones ya presentes?

Sección 23.2 Carga eléctrica de objetos mediante inducción

Sección 23.3 Ley de Coulomb

- El premio Nobel Richard Feynman dijo en alguna ocasión que si dos personas se colocaban a la distancia de sus brazos una de la otra y cada una de ellas tuviera 1% más electrones que protones, la fuerza de repulsión entre ambos sería suficiente para levantar un “peso” equivalente al de toda la Tierra. Efectúe un cálculo de magnitudes para sustentar esta afirmación.
- Una partícula con carga A ejerce una fuerza de $2.62 \mu N$ hacia la derecha sobre una partícula con carga B cuando las par-

tículas están separadas 13.7 mm. La partícula B se mueve recta y lejos de A para hacer que la distancia entre ellas sea de 17.7 mm. ¿Qué vector de fuerza se ejerce en tal caso sobre A ?

- a) La separación entre dos protones en una molécula es de 3.80×10^{-10} m. Hallar la fuerza eléctrica ejercida entre ellos b) ¿Cómo se compara la magnitud de esta fuerza con la de la fuerza de gravitación que existe entre ambos protones? c) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál deberá ser la relación carga-masa de una partícula si la magnitud de la fuerza gravitacional entre dos de estas partículas es igual a la magnitud de la fuerza eléctrica que ejercen entre ellos?
- Dos esferas de plata pequeñas, cada una con una masa de 10.0 g, están separadas 1.00 m. Calcule la fracción de electrones de una esfera que deberá ser transferida a la otra a fin de producir una fuerza de atracción de 1.00×10^4 N (casi una tonelada). (El número de electrones por átomo de plata es igual a 47, y el número de átomos por gramo es igual al número de Avogadro dividido entre la masa molar de la plata, 107.87 g/mol).
- En las esquinas de un triángulo equilátero existen tres cargas puntuales, como se ve en la figura P23.7. Calcule la fuerza eléctrica total sobre la carga de valor $7.00 \mu C$.

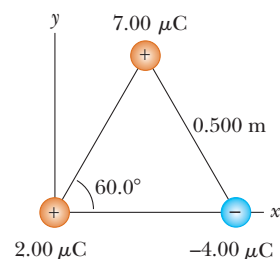


Figura P23.7 Problemas 7 y 14.

8. ● Dos esferas pequeñas con cargas positivas $3q$ y q están fijas en los extremos de una varilla aislante horizontal, que se extiende desde el origen hasta el punto $x = d$. Como se puede observar en la figura P23.8, existe una tercera esfera pequeña con carga que puede deslizarse con libertad sobre la varilla. ¿En qué posición deberá estar la tercera esfera para estar en equilibrio? Explique si puede estar en equilibrio estable.

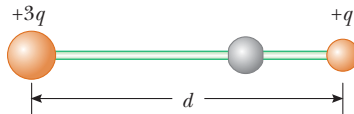


Figura P23.8

9. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas se colocan de forma que sus centros se encuentren separados 0.300 m. A una se le da una carga de 12.0 nC y a la otra una carga de -18.0 nC. a) Determine la fuerza eléctrica que ejerce una esfera sobre la otra. b) **¿Qué pasaría si?** Las esferas están conectadas mediante un alambre conductor. Determine la fuerza eléctrica entre ellas una vez que alcanzan el equilibrio.
10. **Problema de repaso.** Dos partículas idénticas, cada una de ellas con una carga $+q$, están fijas en el espacio y separadas por una distancia d . Una tercera carga puntual $-Q$ tiene libertad de movimiento y en un principio está en reposo en la bisectriz perpendicular de ambas cargas fijas, a una distancia x del punto medio entre las dos cargas fijas (figura P23.10). a) Demuestre que si x es pequeña en comparación con d , el movimiento de $-Q$ será armónico simple a lo largo de la bisectriz perpendicular. Determine el periodo de dicho movimiento. b) ¿Qué tan rápido se moverá la carga $-Q$ cuando llegue al punto medio entre las dos cargas fijas, si fue liberada inicialmente a una distancia $a \ll d$ del punto medio?

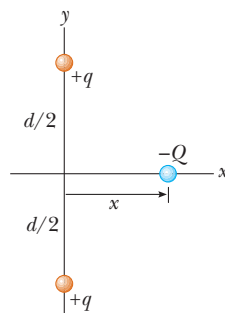


Figura P23.10

11. **Problema de repaso.** En la teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno, un electrón se mueve en una órbita circular alrededor de un protón, el radio de la órbita es 0.529×10^{-10} m. a) Encuentre el valor de la fuerza eléctrica ejercida entre ambos. b) Si esta fuerza es la que causa la aceleración centrípeta del electrón, ¿cuál es su rapidez?

Sección 23.4 El campo eléctrico

12. En la figura P23.12, determine el punto (distinto del infinito) en el cual el campo eléctrico es igual a cero.

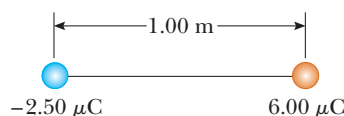


Figura P23.12

13. ¿Cuál será la magnitud y la dirección del campo eléctrico que equilibre el peso de a) un electrón y b) un protón? Use los datos de la tabla 23.1.
14. En los vértices de un triángulo equilátero existen tres cargas, según se muestra en la figura P23.7. a) Calcule el campo eléctrico en la posición de la carga de $2.00 \mu\text{C}$ debido al campo de las cargas de $7.00 \mu\text{C}$ y de $-4.00 \mu\text{C}$. b) Utilice la respuesta del inciso a) para determinar la fuerza ejercida sobre la carga de $2.00 \mu\text{C}$.
15. ● Dos partículas con carga se encuentran sobre el eje x . La primera es una carga $+Q$ en $x = -a$. La segunda es una carga desconocida ubicada en $x = +3a$. El campo eléctrico neto que estas cargas producen en el origen tiene un valor de $2k_e Q/a^2$. Explique cuántos valores son posibles para la carga desconocida y encuentre los valores posibles.
16. Dos partículas con carga de $2.00 \mu\text{C}$ están localizadas sobre el eje x . Una está en $x = 1.00$ m y la otra en $x = -1.00$ m. a) Determine el campo eléctrico sobre el eje y en $y = 0.500$ m. b) Calcule la fuerza eléctrica ejercida sobre una carga de $-3.00 \mu\text{C}$ colocada sobre el eje de las y en $y = 0.500$ m.
17. En las esquinas de un cuadrado de lado a , como se muestra en la figura P23.17, existen cuatro partículas con carga. a) Determine la magnitud y dirección del campo eléctrico en la ubicación de la carga q . b) ¿Cuál es la fuerza eléctrica total ejercida sobre q ?

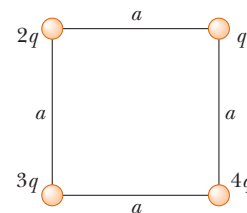


Figura P23.17

18. Considere el dipolo eléctrico que se ilustra en la figura P23.18. Demuestre que el campo eléctrico en un punto *distante* sobre el eje $+x$ es $E_x \approx -4k_e q_w/x^3$.

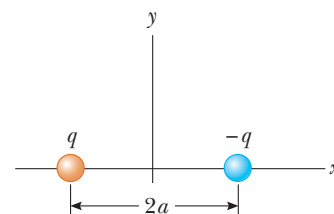


Figura P23.18

19. Considere n partículas con carga positivas iguales cada una de ellas con magnitud Q/n y colocadas de manera simétrica alrededor de un círculo de radio R . a) Calcule la magnitud del campo eléctrico en un punto a una distancia x del centro del círculo y sobre la línea que pasa a través del centro y que es perpendicular al plano del círculo. b) Explique por qué este resultado es idéntico al cálculo del ejemplo 23.7.

Sección 23.5 Campo eléctrico de una distribución de carga continua

20. A lo largo del eje x existe una línea de carga continua que se extiende desde $x = +x_0$ hasta infinito positivo. La línea tiene

una densidad de carga lineal uniforme λ_0 . ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el origen?

21. Una varilla de 14.0 cm de largo tiene una carga uniforme y su carga total es de $-22.0 \mu\text{C}$. Determine la magnitud y dirección del campo eléctrico a lo largo del eje de la varilla en un punto a 36.0 cm de su centro.
22. Demuestre que la magnitud máxima $E_{\text{máx}}$ del campo eléctrico existente a lo largo del eje de un anillo con carga uniforme se presenta en $x = a/\sqrt{2}$ (véase la figura 23.16) con un valor $Q/(6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a^2)$.
23. Un anillo con un radio de 10.0 cm con carga uniforme tiene una carga total igual a $75.0 \mu\text{C}$. Determine el campo eléctrico sobre el eje del anillo a las siguientes distancias del centro del mismo: a) 1.00 cm, b) 5.00 cm, c) 30.0 cm y d) 100 cm.
24. Un disco con carga uniforme con un radio de 35.0 cm tiene una densidad de carga de $7.90 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$. Calcule el campo eléctrico en el eje del disco a a) 5.00 cm, b) 10.0 cm, c) 50.0 cm y d) 200 cm del centro del mismo.
25. ● En el ejemplo 23.8 se dedujo la expresión exacta del campo eléctrico en un punto en el eje de un disco con carga uniforme. Considere un disco con un radio de $R = 3.00 \text{ cm}$, y una carga uniformemente distribuida de $+5.20 \mu\text{C}$. a) Utilice el resultado del ejemplo 23.8, calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje a 3.00 mm del centro. ¿Qué pasaría si? Explique cómo se compara esta respuesta con el campo que se calculó con la aproximación al campo cercano $E = \sigma/2\epsilon_0$. b) Utilice el resultado del ejemplo 23.8 y calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje a 30.0 cm del centro del disco. ¿Qué pasaría si? Explique cómo se compara su respuesta con el campo eléctrico obtenido al tratar al disco como una partícula cargada con $+5.20 \mu\text{C}$ a una distancia de 30.0 cm.
26. En el ejemplo 23.8 se calculó el campo eléctrico a lo largo del eje de un disco uniformemente cargado de radio R y con una carga total Q . Demuestre que el campo eléctrico a distancias x que sean lo suficientemente grandes en comparación con R , se acerca a una partícula con carga $Q = \sigma\pi R^2$. (Sugerencia: primero demuestre que $x/(x^2 + R^2)^{1/2} = (1 + R^2/x^2)^{-1/2}$ y utilice la expansión de binomios $(1 + \delta)^n \approx 1 + n\delta$ cuando $\delta \ll 1$.)
27. Una barra aisladora uniformemente cargada, de 14.0 cm de longitud, se dobla en la forma de un semicírculo, como se muestra en la figura P23.27. La barra tiene una carga total de $-7.50 \mu\text{C}$. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en O , el centro del semicírculo.



Figura P23.27

28. a) Considere un cilindro con una pared delgada uniformemente cargada con una carga total Q , radio R y una altura h . Determine el campo eléctrico en un punto a una distancia d del lado derecho del cilindro, como se muestra en la figura P23.28. (Sugerencia: use el resultado del ejemplo 23.7 y considere el cilindro como si lo formara un conjunto de anillos con carga). b) ¿Qué pasaría si? Piense ahora en un cilindro sólido de las mismas dimensiones y con la misma carga distribuida

uniformemente en su volumen. Use el resultado del ejemplo 23.8 para calcular el campo que genera en el mismo punto.

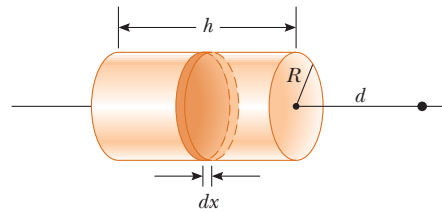


Figura P23.28

29. Una varilla delgada de longitud ℓ y con carga uniforme por unidad de longitud λ yace a lo largo del eje x , como se muestra en la figura P23.29. a) Demuestre que el campo eléctrico en P , a una distancia y de la varilla a lo largo de su bisectriz perpendicular, no tiene componente en x y está dado por $E = 2k_e\lambda \sin \theta_0/y$. b) ¿Qué pasaría si? Utilice el resultado obtenido en el inciso a), demuestre que el campo de una varilla de longitud infinita es igual a $E = 2k_e\lambda/y$. (Sugerencia: primero calcule el campo en P debido a un elemento de longitud dx con una carga λdx . A continuación cambie las variables de x a θ mediante las correspondencias $x = y \tan \theta$ y $dx = y \sec^2 \theta d\theta$, e integre a través de θ .)

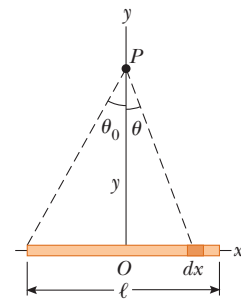


Figura P23.29

30. Tres cilindros sólidos de plástico tienen un radio de 2.50 cm y una longitud de 6.00 cm. Uno a) está cargado con una densidad uniforme 15.0 nC/m^2 en toda su superficie. Otro b) está cargado con la misma densidad uniforme sólo en su superficie lateral curva. El tercero c) está cargado con una densidad uniforme de 500 nC/m^3 en todo el plástico. Determine la carga de cada uno.
31. Ocho cubos sólidos de plástico, cada uno con aristas de 3.00 cm, están pegados para formar los objetos (i, ii, iii y iv) que se muestran en la figura P23.31. a) Suponga que cada objeto tiene una carga con una densidad uniforme de 400 nC/m^3 en todo su volumen, determine la carga de cada objeto. b) Cada objeto tiene una carga con una densidad uniforme de 15.0 nC/m^2 en todas sus superficies expuestas, determine la carga de cada

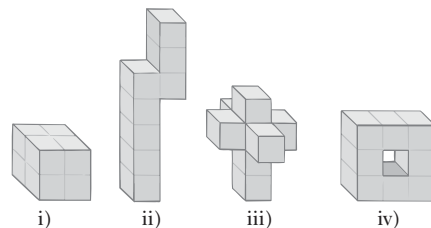


Figura P23.31

uno. c) Las cargas están colocadas sólo en las aristas donde coinciden dos superficies perpendiculares, con una densidad uniforme de 80.0 pC/m , determine la carga de cada uno.

Sección 23.6 Líneas de campo eléctrico

32. Un disco cargado positivamente tiene una carga uniforme por unidad de área según se describe en el ejemplo 23.8. Trace las líneas del campo eléctrico en un plano perpendicular al plano del disco a través de su centro.
33. Una varilla de carga negativa de longitud finita tiene una carga uniforme por unidad de longitud. Trace las líneas del campo eléctrico en el plano que contiene la varilla.
34. La figura P23.34 muestra las líneas de campo eléctrico correspondientes a dos partículas con una pequeña separación. a) Determine la relación q_1/q_2 . b) ¿Cuáles son los signos de q_1 y de q_2 ?

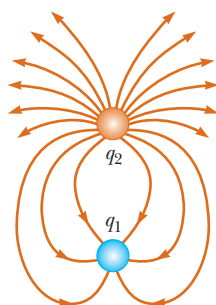


Figura P23.34

35. Tres cargas q positivas idénticas están ubicadas en las esquinas de un triángulo equilátero de lado a , como se muestra en la figura P23.35. a) Suponga que las tres cargas juntas producen un campo eléctrico. Dibuje las líneas de campo en el plano de las cargas. Determine la localización de un punto (distinto de ∞) donde el campo eléctrico es igual a cero. b) ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo eléctrico en P debido a las dos cargas ubicadas en la base?

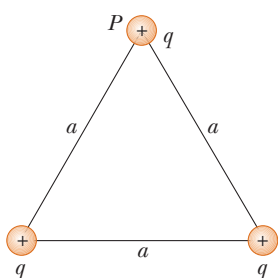


Figura P23.35 Problemas 35 y 58.

Sección 23.7 Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme

36. Un protón es proyectado en la dirección positiva de x al interior de una región de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -6.00 \times 10^5 \hat{i} \text{ N/C}$ en el instante $t = 0$. El protón recorre una distancia de 7.00 cm antes de llegar al reposo. Determine a) la aceleración del protón, b) su rapidez inicial y c) el intervalo de tiempo en el cual el protón queda en reposo.
37. Un protón se acelera a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme de 640 N/C . Poco tiempo después su rapidez es de 1.20 Mm/s (no relativista, ya que v es mucho menor que la rapidez de la luz) a) Determine la aceleración del protón. b) ¿En qué intervalo de tiempo el protón alcanza esta rapidez? c) ¿Qué distancia recorre en ese intervalo de tiempo? d) ¿Cuál es su energía cinética al final del intervalo?

38. ● Dos placas metálicas horizontales, cada una de 100 mm de lado, están alineadas una sobre la otra con una separación de 10.0 mm . Se les proporciona cargas de igual magnitud y de signo opuesto de manera que se genere un campo eléctrico uniforme hacia abajo de 2000 N/C entre las placas. Una partícula con masa $2.00 \times 10^{-16} \text{ kg}$ y con una carga positiva de $1.00 \times 10^{-6} \text{ C}$ parten del centro de la placa negativa inferior con una rapidez inicial de $1.00 \times 10^5 \text{ m/s}$ en un ángulo de 37.0° sobre la horizontal. Describa la trayectoria de la partícula. ¿Contra qué placa se impactará?, ¿y dónde se impactará en relación con su punto de partida?
39. Los electrones en un haz de partículas tienen cada uno una energía cinética K . ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo eléctrico que detendrá a estos electrones en una distancia d ?
40. Se proyectan varios protones con una rapidez inicial $v_i = 9.55 \text{ km/s}$ en una región donde está presente un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = (-720 \hat{j}) \text{ N/C}$, como se muestra en la figura P23.40. Los protones deben alcanzar un objetivo que se encuentra a una distancia horizontal de 1.27 mm del punto por donde los protones atraviesan el plano y entran en el campo eléctrico. Determine a) los dos ángulos de proyección θ que logren el resultado esperado y b) el tiempo de vuelo (intervalo de tiempo durante el cual el protón pasa por encima del plano en la figura P23.40) para cada una de las trayectorias.

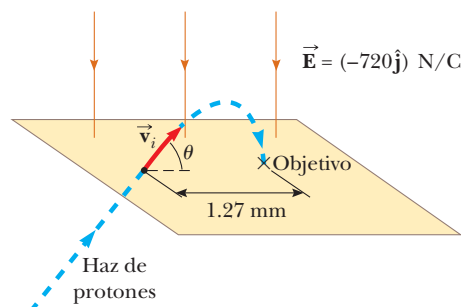


Figura P23.40

41. Un protón se mueve a $4.50 \times 10^5 \text{ m/s}$ en dirección horizontal, y entra en un campo eléctrico vertical uniforme con una magnitud de $9.60 \times 10^3 \text{ N/C}$. Si ignora cualquier efecto debido a la gravedad, determine a) el intervalo de tiempo requerido para que el protón recorra 5.00 cm horizontalmente, b) su desplazamiento vertical durante el periodo que viaja los 5.00 cm horizontalmente y c) las componentes horizontales y verticales de su velocidad después de haber recorrido dicha distancia.

Problemas adicionales

42. ● Dos cargas conocidas, $-12.0 \mu\text{C}$ y $45.0 \mu\text{C}$, así como una tercera carga desconocida, se encuentran en el eje x . La carga de $-12.0 \mu\text{C}$ está ubicada en el origen y la carga $45.0 \mu\text{C}$ está en $x = 15.0 \text{ cm}$. La carga desconocida debe ser colocada de tal forma que cada carga quede en equilibrio bajo la acción de las fuerzas eléctricas ejercidas por las otras dos cargas. ¿Es posible lo anterior? ¿Es posible de alguna otra forma? Explique. Encuentre la ubicación requerida, magnitud y signo de la carga desconocida.
43. Entre dos placas paralelas separadas 4.00 cm existe un campo eléctrico uniforme de magnitud 640 N/C . De manera simultánea se libera un protón de la placa positiva y un electrón de la negativa. a) Determine la distancia a la placa positiva en el momento en que ambos se cruzan. (Ignore la atracción eléc-

trica entre el protón y el electrón). b) **¿Qué pasaría si?** Repita el inciso a) ahora con un ion de sodio (Na^+) y con un ion de cloro (Cl^-).

44. Tres partículas con carga están alineadas a lo largo del eje x , según se muestra en la figura P23.44. Determine el campo eléctrico en a) la posición $(2.00, 0)$ y b) la posición $(0, 2.00)$.

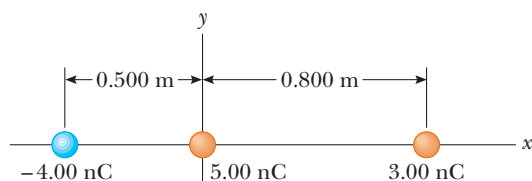


Figura P23.44

45. Una pelota de corcho cargada con 1.00 g de masa está suspendida de un hilo muy ligero en un campo eléctrico uniforme, como se observa en la figura P23.45. Cuando $\vec{E} = (3.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \times 10^5 \text{ N/C}$, la pelota está en equilibrio en $\theta = 37.0^\circ$. Determine a) la carga sobre la pelota y b) la tensión en el hilo.

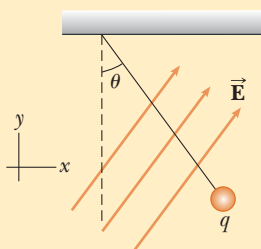


Figura P23.45 Problemas 45 y 46.

46. Una pelota de corcho cargada de masa m está suspendida de un hilo muy ligero en un campo eléctrico uniforme, como se observa en la figura P23.45. Cuando $\vec{E} = (A\hat{i} + B\hat{j}) \text{ N/C}$, donde A y B son números positivos, la pelota está en equilibrio cuando el ángulo es igual a θ . Determine a) la carga sobre la pelota y b) la tensión en el hilo.

47. En las esquinas de un rectángulo, según se muestra en la figura P23.47, se localizan cuatro cargas puntuales idénticas ($q = +10.0 \mu\text{C}$). Las dimensiones del rectángulo son $L = 60.0 \text{ cm}$ y $W = 15.0 \text{ cm}$. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica total ejercida por las otras tres cargas sobre la carga en la esquina inferior izquierda.

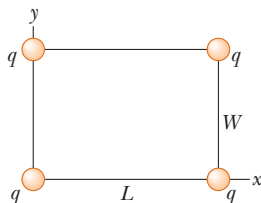


Figura P23.47

48. Inés decora el portón para la fiesta de los 15 años de su hermana. Amarra tres listones de seda juntos en la parte superior del portón y cuelga un globo de látex a cada listón (figura P23.48). A fin de incluir los efectos de las fuerzas de gravitación y de flotación sobre los globos, cada uno de ellos se representa como una partícula con 2.00 g de masa, con su centro a 50.0 cm del

punto de soporte. Para destacar los colores de los globos, Inés frota la superficie completa de cada uno de los globos contra su bufanda de lana, para que cuelguen uno lejos del otro. Los centros de los globos colgantes forman un triángulo equilátero horizontal con lados de 30.0 cm de largo. ¿Cuál es la carga común de cada globo?



Figura P23.48

49. **Problema de repaso.** Dos bloques metálicos idénticos se encuentran en reposo sobre una superficie horizontal libre de fricción y están conectados por un resorte metálico ligero con una constante de resorte k , como se muestra en la figura P23.49a, y con una longitud no deformada L_r . Una carga total Q es colocada poco a poco en este sistema, lo cual hace que el resorte se estire hasta una longitud de equilibrio L , como se muestra en la figura P23.49b. Determine el valor de Q , si todas las cargas se encuentran en los bloques, y modele los bloques como partículas con carga.

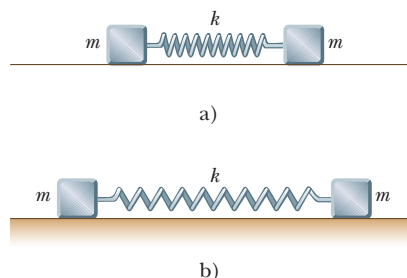


Figura P23.49

50. Imagine un polígono regular de 29 lados. La distancia desde el centro a cualquier vértice es a . En los 28 vértices del polígono se colocan cargas idénticas q . En el centro del polígono se coloca una carga Q . ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza que experimenta la carga Q ? (*Sugerencia:* podría utilizar el resultado del problema 60 del capítulo 3).
51. Dos varillas delgadas idénticas con una longitud $2a$ tienen cargas iguales $+Q$ uniformemente distribuidas a lo largo de sus longitudes. Las varillas yacen a lo largo del eje x , con sus centros separados por una distancia $b > 2a$ (figura P23.51). Demuestre que la magnitud de la fuerza ejercida por la varilla izquierda sobre la derecha está dada por

$$F = \left(\frac{k_e Q^2}{4a^2} \right) \ln \left(\frac{b^2}{b^2 - 4a^2} \right)$$

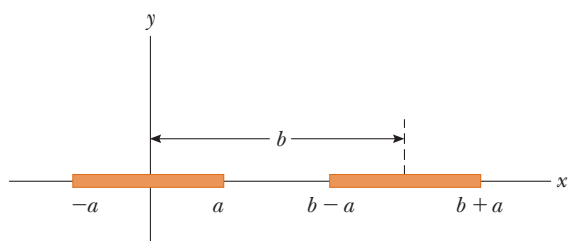


Figura P23.51

52. Dos pequeñas esferas cuelgan en equilibrio en los extremos inferiores de hilos de 40.0 cm de largo, que tienen sus extremos superiores amarrados al mismo punto fijo. Una esfera tiene 2.40 g de masa y +300 nC de carga. La otra esfera tiene la misma masa y una carga de +200 nC. Encuentre la distancia entre los centros de las esferas. Necesitará resolver numéricamente una ecuación.
53. Una línea de cargas positivas se distribuye en un semicírculo de radio $R = 60.0$ cm, como se observa en la figura P23.53. La carga por unidad de longitud a lo largo del semicírculo queda descrita por la expresión $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$. La carga total del semicírculo es de $12.0 \mu\text{C}$. Calcule la fuerza total sobre una carga de $3.00 \mu\text{C}$ colocada en el centro de curvatura.

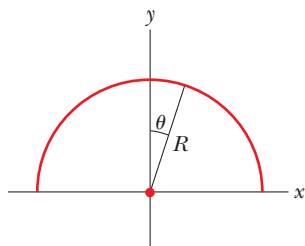


Figura P23.53

54. ● Dos partículas, cada una con 52.0 nC de carga, se ubican en el eje y en $y = 25.0$ cm y $y = -25.0$ cm. a) Encuentre el vector de campo eléctrico en un punto sobre el eje x, como función de x. b) Encuentre el campo en $x = 36.0$ cm. c) ¿En qué posición el campo es $1.00\hat{i}$ kN/C? Es posible que necesite resolver numéricamente una ecuación. d) ¿En qué posición el campo es $16.0\hat{i}$ kN/C? e) Compare este problema con la pregunta 7. Describa las similitudes y explique las diferencias.
55. ● Dos esferas pequeñas de masa m están suspendidas de hilos de longitud ℓ que están conectados en un punto común. Una de las esferas tiene una carga Q , la otra una carga $2Q$. Los hilos forman ángulos θ_1 y θ_2 con la vertical. a) ¿Cuál es la relación existente entre θ_1 y θ_2 ? b) Suponga que θ_1 y θ_2 son pequeños. Demuestre que la distancia r entre las esferas es aproximadamente

$$r \approx \left(\frac{4k_e Q^2 \ell}{mg} \right)^{1/3}$$

56. Dos esferas pequeñas idénticas tienen una masa m y una carga q . Cuando se les coloca en un tazón de radio R y de paredes no conductoras y libres de fricción, las esferas se mueven, y cuando están en equilibrio se encuentran a una distancia R (figura P23.56). Determine la carga de cada esfera.

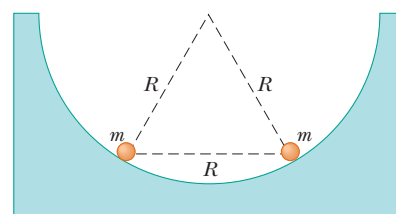


Figura P23.56

57. **Problema de repaso.** Una pelota de corcho de 1.00 g con una carga de $2.00 \mu\text{C}$ está suspendida verticalmente de un hilo ligero de 0.500 m de largo en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia abajo, de magnitud $E = 1.00 \times 10^5$ N/C. Si se desplaza ligeramente de la vertical, la pelota oscila como un péndulo simple. a) Determine el periodo de esta oscilación. b) ¿Deberán incluirse las fuerzas de la gravedad en el cálculo del inciso a? Diga por qué.
58. ● La figura P23.35 muestra tres cargas positivas iguales en las esquinas de un triángulo equilátero de lado $a = 3.00$ cm. Agregue una línea vertical a través de la carga superior en P , que divida en dos el triángulo. A lo largo de esta línea marque los puntos A, B, C, D, E y F , con A justo abajo de la carga en P ; B en el centro del triángulo; C, D y E en orden y juntas, con E en el centro del lado inferior del triángulo; y F cerca y abajo de E . a) Identifique la dirección del campo eléctrico total en A, E y F . Identifique el campo eléctrico en B . Identifique la dirección del campo eléctrico en C . b) Argumente que las respuestas al inciso a) implican que el campo eléctrico debe ser cero en un punto cercano a D . c) Encuentre la distancia desde el punto E , en el lado inferior del triángulo, al punto alrededor de D , donde el campo eléctrico es cero. Necesitará resolver una ecuación trascendente.
59. Ocho partículas con carga, cada una de magnitud q , están situadas en las esquinas de un cubo de arista s , como se observa en la figura P23.59. a) Determine las componentes en x, y y z de la fuerza total ejercida por las demás cargas sobre la carga ubicada en el punto A . b) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de esta fuerza total?

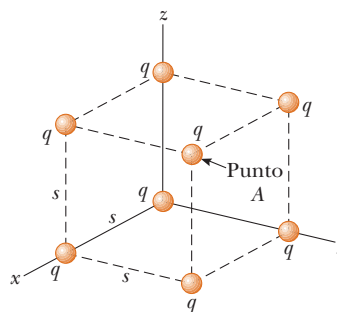


Figura P23.59

60. Considere la distribución de cargas que se muestra en la figura P23.59. a) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico en el centro de cualquiera de las caras del cubo tiene un valor de $2.18 k_e q/s^2$. b) ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en el centro de la cara superior del cubo?
61. **Problema de repaso.** Una partícula de carga negativa $-q$ está situada en el centro de un anillo con carga uniforme, que tiene una carga positiva total Q como se mostró en el ejemplo 23.7. La partícula, limitada a moverse a lo largo del eje x , es

desplazada una pequeña distancia x (donde $x \ll a$) y luego se le libera. Demuestre que la partícula oscila en un movimiento armónico simple con una frecuencia conocida por

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_e q Q}{ma^3} \right)^{1/2}$$

62. A lo largo de la línea $y = -15.0$ cm está colocada una carga de densidad uniforme igual a 35.0 nC/m, entre los puntos de coordenadas $x = 0$ y $x = 40.0$ cm. Determine el campo eléctrico que produce en el origen.
63. **Problema de repaso.** Un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio, como se observa en la figura P23.63, donde θ es pequeña. La separación entre cargas es $2a$, y el momento de inercia del dipolo es I . Si el dipolo es liberado de su posición, demuestre que su orientación angular exhibe un movimiento armónico simple de frecuencia

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2qaE}{I}}$$

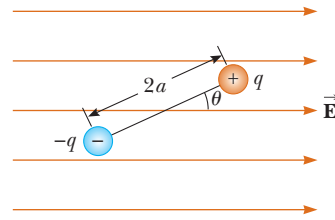


Figura P23.63

64. Considere un número infinito de partículas idénticas, cada una con carga q , colocadas a lo largo del eje x a distancias $a, 2a, 3a, 4a, \dots$, desde el origen. ¿Cuál es el campo eléctrico en el origen debido a esta distribución? *Sugerencia:* use el hecho de que

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

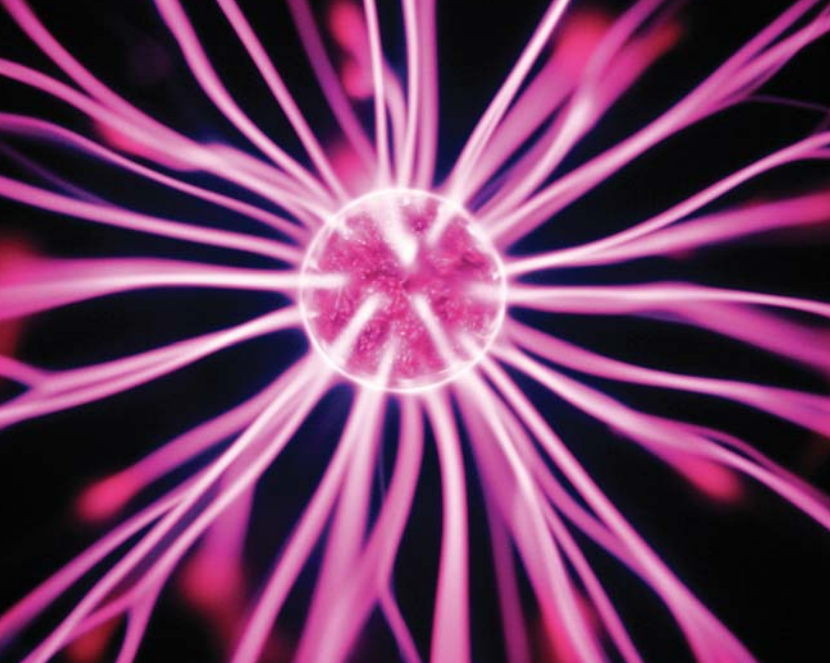
65. Una línea de carga comienza en $x = +x_0$ y se extiende al infinito positivo. La densidad de carga lineal es $\lambda = \lambda_0 x_0 / x$, donde λ_0 es una constante. Determine el campo eléctrico en el origen.

Respuestas a las preguntas rápidas

- 23.1 a), c) y e) El experimento muestra que A y B tienen cargas del mismo signo, así como los objetos B y C. Por lo tanto, los tres objetos tienen cargas del mismo signo. No obstante, con esta información no es posible determinar si dichas cargas son positivas o negativas.
- 23.2 e) En el primer experimento, los objetos A y B pueden tener cargas con signos opuestos, o uno de los objetos puede ser neutro. El segundo experimento muestra que B y C tienen cargas del mismo signo, por lo que B debe estar cargado. Pero aún no se sabe si A está cargado o es neutro.
- 23.3 b) Según la tercera ley de Newton, la fuerza eléctrica ejercida por el objeto B sobre el objeto A es de igual magnitud y de

dirección opuesta a la fuerza ejercida por el objeto A sobre el objeto B.

- 23.4 a) Si la carga fuente que produce el campo no es afectada por sus acciones, no habrá efecto alguno sobre el campo eléctrico. Recuerde que el campo eléctrico está creado por una(s) carga(s) fuente (en este caso no se ilustran), y no por la(s) carga(s) de prueba.
- 23.5 A, B, C. En el punto A el campo es mayor, porque ahí es donde las líneas de campo están más cercanas entre sí. La ausencia de líneas cerca del punto C indica que ahí el campo eléctrico es cero.



Las líneas de color que emanan de una esfera de plasma son evidencia de campos eléctricos intensos. En este capítulo, mediante la ley de Gauss, se demuestra que el campo eléctrico que rodea a una esfera con carga es idéntico al de una carga puntual (Getty Images).

- 24.1** Flujo eléctrico
- 24.2** Ley de Gauss
- 24.3** Aplicación de la ley de Gauss a varias distribuciones de carga
- 24.4** Conductores en equilibrio electrostático

24 Ley de Gauss

En el capítulo anterior se mostró cómo calcular el campo eléctrico generado por una distribución de cargas conocida. En este capítulo se describe la *ley de Gauss*, así como un procedimiento alternativo para calcular campos eléctricos. La ley de Gauss parte de que la fuerza electrostática que existe entre cargas exhibe un comportamiento cuadrático inverso. A pesar de que se trata de una consecuencia de la ley de Coulomb, la ley de Gauss es más útil para calcular los campos eléctricos de distribuciones de carga muy simétricas y permite hacer razonamientos cualitativos al tratar con problemas complicados.

24.1 Flujo eléctrico

En el capítulo 23 se describe de manera cualitativa el concepto de líneas de campo eléctrico. Ahora conviene ocuparse de las líneas de campo eléctrico con un enfoque más cuantitativo.

Considere un campo eléctrico que es uniforme tanto en magnitud como en dirección, similar al que se muestra en la figura 24.1. Las líneas de campo penetran en una superficie rectangular de área A , cuyo plano tiene una orientación perpendicular al campo. Recuerde de la sección 23.6 que el número de líneas por unidad de área (la *densidad de líneas*) es proporcional a la magnitud del campo eléctrico. Por lo tanto, el total de líneas que penetran en la superficie es proporcional al producto EA . A este producto de la magnitud

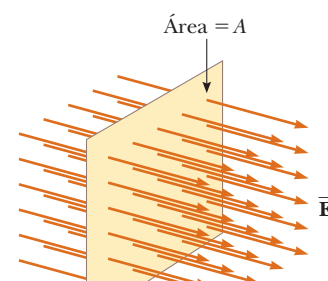


Figura 24.1 Líneas de campo que representan un campo eléctrico uniforme que penetra en un plano de área A perpendicular al campo. El flujo eléctrico Φ_E que cruza esta superficie es igual a EA .

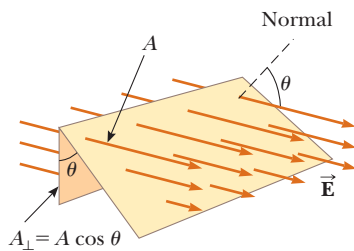


Figura 24.2 Líneas de campo que representan un campo eléctrico uniforme que penetra en un área A la cual forma un ángulo u en relación con el campo. Ya que el número de líneas que atraviesan el área $A_{\perp}$ es el mismo número que pasa a través de A , el flujo a través de $A_{\perp}$ es igual al flujo que pasa a través de A y se conoce por $\Phi_E = EA \cos u$.

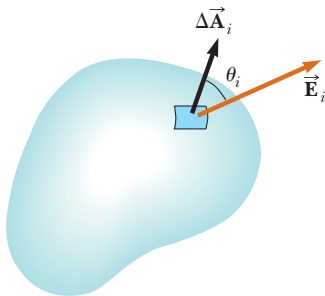


Figura 24.3 Elemento pequeño de área superficial ΔA_i . El campo eléctrico forma un ángulo u_i con el vector $\Delta \vec{A}_i$, definido como normal al elemento de superficie, y el flujo a través del elemento es igual a $E_i \Delta A_i \cos u_i$.

del campo eléctrico E y al área superficial A , perpendicular al campo, se le conoce como **flujo eléctrico** Φ_E (phi mayúscula):

$$\Phi_E = EA \quad (24.1)$$

Con base en las unidades del SI correspondientes a E y A , Φ_E se expresa en newtons por metros al cuadrado entre coulomb ($\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$). **El flujo eléctrico es proporcional al número de las líneas de campo eléctrico que penetran en una superficie.**

Si la superficie en cuestión no es perpendicular al campo, el flujo que pasa a través de él debe ser menor que el resultante si se utiliza la ecuación 24.1. Lo anterior es comprensible si toma en consideración la figura 24.2, donde la normal en relación con la superficie A forma un ángulo θ con el campo eléctrico uniforme. Observe que el número de líneas que atraviesan el área A es igual al número que atraviesa el área $A_{\perp}$, la cual es una proyección del área $A_{\perp}$ a un plano con orientación perpendicular al campo. Observe en la figura 24.2 que ambas áreas están relacionadas por la fórmula $A_{\perp} = A \cos u$. Dado que el flujo que atraviesa A es igual al flujo que atraviesa $A_{\perp}$, entonces el flujo que pasa a través de A es

$$\Phi_E = EA_{\perp} = EA \cos \theta \quad (24.2)$$

A partir de este resultado, se observa que el flujo que atraviesa una superficie de área A fija tiene un valor máximo EA cuando la superficie es perpendicular al campo (cuando la normal de la superficie es paralela al campo, $u = 0^\circ$ en la figura 24.2); el flujo es cero si la superficie es paralela al campo (cuando la normal de la superficie es perpendicular al campo, $u = 90^\circ$).

En la explicación anterior se ha supuesto un campo eléctrico uniforme. En situaciones más generales, el campo eléctrico varía a lo largo de una superficie. Por lo tanto, la definición de flujo conocida en la ecuación 24.2 tiene significado sólo para un elemento de área pequeño sobre el cual el campo es casi constante. Considere una superficie dividida en un gran número de elementos pequeños, cada uno de área ΔA . Es conveniente definir un vector $\Delta \vec{A}_i$ cuya magnitud representa el área del elemento i -ésimo sobre la superficie y cuya dirección está definida como *perpendicular* al elemento de superficie, como se muestra en la figura 24.3. El campo eléctrico $\vec{E}_i$ en la ubicación de este elemento forma un ángulo u_i con el vector $\Delta \vec{A}_i$. El flujo eléctrico $\Delta \Phi_E$ a través de este elemento es

$$\Delta \Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

donde se utiliza la definición de producto escalar de dos vectores ($\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos u$, véase el capítulo 7). Al sumar las contribuciones de todos los elementos, obtiene el flujo total a través de la superficie.

$$\Phi_E \approx \sum \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

Si supone que el área de cada elemento se acerca a cero, en tal caso el número de elementos se acercaría al infinito y la suma se reemplaza por una integral. Debido a eso, la definición general del flujo eléctrico es

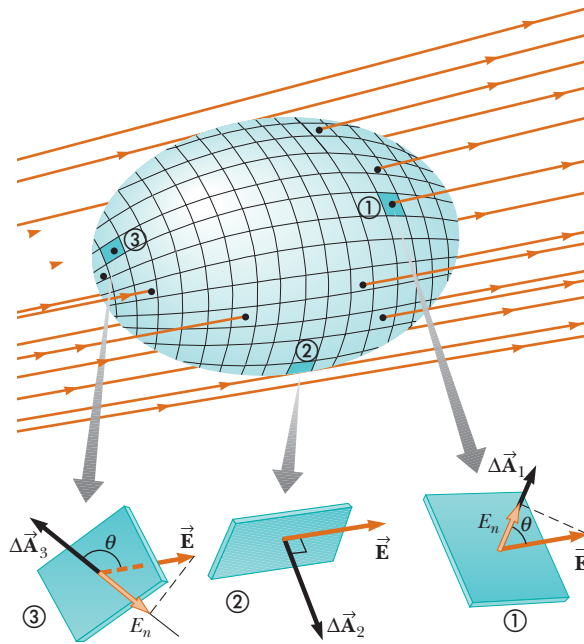
$$\Phi_E \equiv \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (24.3)$$

La ecuación 24.3 es una *integral de superficie*, lo que significa que debe ser evaluada sobre la superficie en cuestión. En general, el valor de Φ_E depende tanto del patrón de campo como de la superficie.

A menudo interesa la evaluación del flujo que pasa a través de una *superficie cerrada*, misma que se define como aquella que divide el espacio en una región exterior y una interior, de manera que no es posible pasar de una región a la otra sin atravesarla. Por ejemplo, la superficie de una esfera tiene una superficie cerrada.

En la superficie cerrada de la figura 24.4 los vectores $\Delta \vec{A}_i$ apuntan en direcciones diferentes para diferentes elementos de superficies, pero en cada uno de ellos estos vectores son normales a la superficie, y, por convención, siempre apuntan hacia afuera. En el elemento identificado como ①, las líneas de campo cruzan la superficie del lado interno al externo y $u < 90^\circ$; por lo tanto, el flujo $\Delta \Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta \vec{A}_1$ a través de este elemento es positivo. Por lo que se refiere al elemento ②, las líneas de campo rozan la superficie (perpendicular al vector $\Delta \vec{A}_2$); por lo tanto $u = 90^\circ$ y el flujo es igual a cero. Para elementos

Definición de flujo eléctrico ►

**Figura 24.4**

Superficie cerrada dentro de un campo eléctrico. Los vectores de área son, por convención, normales a la superficie y apuntan hacia afuera. El flujo a través de un elemento de área puede ser positivo (elemento ①), cero (elemento ②) o negativo (elemento ③).

como el ③, donde las líneas de campo atraviesan la superficie del exterior al interior, $180^\circ > u > 90^\circ$ y el flujo es negativo porque el $\cos u$ también es negativo. El flujo *neto* a través de la superficie es proporcional al número neto de líneas que salen de la superficie, donde número neto significa *la cantidad de líneas que salen de la superficie menos la cantidad de líneas que entran*. Si salen más líneas de las que entran, el flujo neto es positivo. Si entran más líneas de las que salen, el flujo neto es negativo. Se utiliza el símbolo $\oint$ para representar una integral sobre una superficie cerrada, puede decir que el flujo neto Φ_E a través de una superficie cerrada es de la forma

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n dA \quad (24.4)$$

donde E_n representa el componente del campo eléctrico normal a la superficie.

Pregunta rápida 24.1 Suponga que una carga puntual se ubica en el centro de una superficie esférica y que están determinados el campo eléctrico en la superficie de la esfera y el flujo total a través de la esfera. Ahora el radio de la esfera se reduce a la mitad. ¿Qué sucede con el flujo a través de la esfera y la magnitud del campo eléctrico en la superficie de la esfera? a) El flujo y el campo aumentan. b) El flujo y el campo disminuyen. c) El flujo aumenta y el campo disminuye. d) El flujo disminuye y el campo aumenta. e) El flujo permanece igual y el campo aumenta. f) El flujo disminuye y el campo permanece igual.

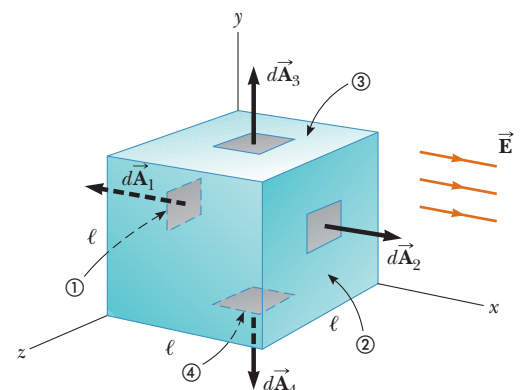
EJEMPLO 24.1 Flujo a través de un cubo

Considere un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ orientado en la dirección x en el espacio vacío. Encuentre el flujo eléctrico neto a través de la superficie de un cubo con arista ℓ , orientado como se muestra en la figura 24.5.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Examine con cuidado la figura 24.5. Observe que las líneas de campo eléctrico pasan perpendiculares a través de dos caras y son paralelas a las cuatro caras restantes del cubo.

Figura 24.5 (Ejemplo 24.1) Superficie cerrada con forma de cubo en un campo eléctrico uniforme con orientación paralela al eje x . El lado ④, es la parte baja del cubo, y el lado ①, es el lado opuesto a ②.



Categorizar Evalúe el flujo a partir de su definición, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

El flujo a través de cuatro de las caras (③, ④ y las no numeradas) es cero porque $\vec{E}$ es paralelo a las cuatro caras y por tanto perpendicular a $d\vec{A}$ en estas caras.

Escriba las integrales para el flujo neto a través de las caras

① y ②:

$$\Phi_E = \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Para la cara ①, $\vec{E}$ es constante y se dirige hacia adentro, pero $d\vec{A}$ se dirige hacia afuera ($u = 180^\circ$). Encuentre el flujo a través de esta cara:

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 E(\cos 180^\circ) dA = -E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

Para la cara ②, $\vec{E}$ es constante y hacia afuera en la misma dirección que $d\vec{A}_2$ ($u = 0^\circ$). Encuentre el flujo a través de esta cara:

$$\int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_2 E(\cos 0^\circ) dA = E \int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

Encuentre el flujo neto al sumar el flujo sobre las seis caras:

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

24.2 Ley de Gauss

En esta sección se describe una correspondencia de tipo general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (con frecuencia considerada como *superficie gaussiana*) y la carga encerrada en la superficie. Esta correspondencia, conocida como *ley de Gauss*, es de importancia fundamental en el estudio de los campos eléctricos.

Suponga de nuevo una carga puntual positiva q ubicada en el centro de una esfera de radio r , como se observa en la figura 24.6. De la ecuación 23.9, sabe que la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es $E = k_e q / r^2$. Las líneas de campo están dirigidas radialmente hacia afuera y por tanto son perpendiculares a la superficie en todos sus puntos. Es decir, en cada punto de la superficie, $\vec{E}$ es paralelo al vector $\Delta\vec{A}_i$ que representa un elemento de área local ΔA_i que rodea al punto en la superficie. Por lo tanto,

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}_i = E \Delta A_i$$

y por la ecuación 24.4 encuentra que el flujo neto a través de la superficie gaussiana es igual a

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = E \oint dA$$

donde se ha retirado E afuera de la integral ya que, por simetría, E es constante en la superficie y se conoce por $E = k_e q / r^2$. Además, en vista de que la superficie es esférica, $\oint dA = A = 4\pi r^2$. Por lo tanto, el flujo neto a través de la superficie gaussiana es

$$\Phi_E = k_e \frac{q}{r^2} (4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

Recuerde de la sección 23.3 que $k_e = 1/4\pi\epsilon_0$, lo que permite escribir esta ecuación de la forma

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (24.5)$$

Observe en la ecuación 24.5 que el flujo neto a través de la superficie esférica es proporcional a la carga existente en el interior. El flujo es independiente del radio r porque el área de la superficie esférica es proporcional a r^2 , en tanto que el campo eléctrico es proporcional a $1/r^2$. En consecuencia, en el producto del área y el campo eléctrico, se elimina la dependencia con r .



KARL FRIEDRICH GAUSS

Matemático y astrónomo alemán
(1777-1855)

En 1799 Karl Friedrich Gauss obtuvo un doctorado en matemáticas por la Universidad de Helmstedt. Además de su trabajo en el área del electromagnetismo, contribuyó en los campos de las matemáticas y la ciencia en la teoría de números, la estadística, la geometría no euclidiana y en la mecánica orbital de los cometas. Fue uno de los fundadores de la German Magnetic Union, la cual estudia en forma continua el campo magnético de la Tierra.

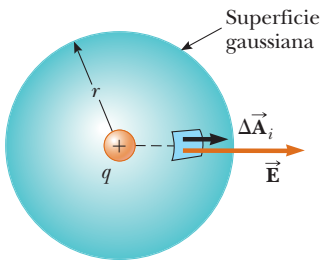


Figura 24.6 Superficie gaussiana esférica de radio r que rodea una carga puntual q . Cuando la carga está en el centro de la esfera, el campo eléctrico es normal a la superficie en todos los puntos y de magnitud constante.

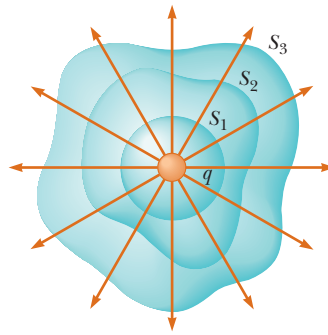


Figura 24.7 Superficies cerradas de diversas formas que rodean una carga q . El flujo eléctrico neto es el mismo a través de todas las superficies.

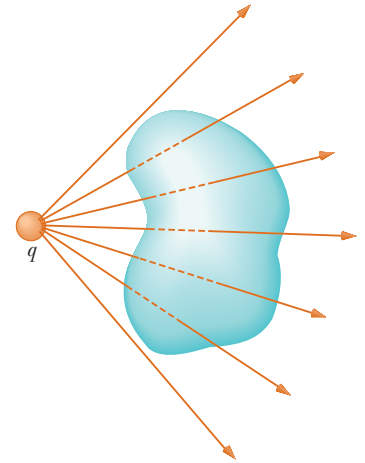


Figura 24.8 Carga puntual localizada *fuera* de una superficie cerrada. El número de líneas que entran a la superficie es igual al número de líneas que salen de la misma.

Ahora considere varias superficies cerradas que rodean una carga q , como se muestra en la figura 24.7. La superficie S_1 es esférica pero las superficies S_2 y S_3 no lo son. Por la ecuación 24.5, el flujo que pasa a través de S_1 tiene un valor de q/ϵ_0 . Como se explicó en la sección anterior, el flujo es proporcional al número de líneas de campo eléctrico que atraviesan dicha superficie. La construcción de la figura 24.7 muestra que el número de líneas a través de S_1 es el mismo número de líneas que pasan a través de las superficies no esféricas S_2 y S_3 . Por lo tanto, **el flujo neto a través de cualquier superficie cerrada que rodea a una carga puntual q tiene un valor de q/ϵ_0 y es independiente de la forma de la superficie.**

Ahora considere una carga puntual localizada en el exterior de una superficie cerrada con forma arbitraria, como se observa en la figura 24.8. Como puede ver, cualquier línea de campo eléctrico que entre en la superficie saldrá de la misma en algún otro punto. El número de líneas de campo eléctrico que entran en la superficie es igual al número de líneas que salen. Por lo tanto, **el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada que no rodea a ninguna carga es igual a cero.** Si aplica este resultado al ejemplo 24.1, es fácil constatar que el flujo neto a través del cubo es cero, porque no existe ninguna carga en su interior.

Despliegue estos argumentos a dos casos generalizados: 1) el correspondiente a muchas cargas puntuales y 2) el de una distribución continua de la carga. Utilice otra vez el principio de superposición, que dice que **el campo eléctrico debido a muchas cargas es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos producidos por cada una de las cargas individuales.** Por lo tanto, puede expresar el flujo a través de cualquier superficie cerrada de la forma

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots) \cdot d\vec{A}$$

donde $\vec{E}$ es el campo eléctrico total en cualquier punto sobre la superficie, producido por la adición vectorial de los campos eléctricos en dicho punto, debido a las cargas individuales. Considere el sistema de cargas que se muestra en la figura 24.9. La superficie S rodea únicamente una carga, q_1 ; por lo que el flujo neto a través de S es q_1/ϵ_0 . El flujo a través de S debido a las cargas q_2 , q_3 y q_4 exteriores a S es igual a cero porque cada una de las líneas de campo eléctrico que entran en S en algún punto salen por otro. La superficie S' rodea a las cargas q_2 y q_3 ; de ahí que el flujo neto a través de S' sea igual a $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$. Por último, el flujo neto a través de la superficie S'' es igual a cero, ya que no existe carga alguna en su interior. Esto es, *todas* las líneas de campo eléctrico que entran en S'' en algún punto salen por otro. Observe que la carga q_4 no contribuye al flujo neto a través de ninguna de las superficies, ya que está en el exterior de todas ellas.

La **ley de Gauss**, que es una generalización de lo anterior, dice que el flujo neto a través de *cualquier* superficie cerrada es

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} \quad (24.6)$$

donde q_{in} representa la carga neta en el interior de la superficie y $\vec{E}$ el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.

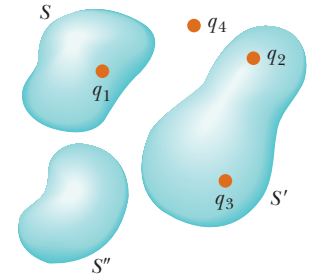


Figura 24.9 El flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie cerrada depende sólo de la carga en el interior de dicha superficie. El flujo neto a través de la superficie S es q_1/ϵ_0 , el flujo neto a través de S' es $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$, y el flujo neto a través de la superficie S'' es igual a cero. La carga q_4 no contribuye al flujo por las superficies, ya que está en el exterior de todas ellas.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 24.1

Un flujo nulo no significa un campo nulo

Considere dos situaciones en las cuales a través de una superficie cerrada el flujo es cero, ya sea porque no hay partículas con carga rodeadas por la superficie, o porque existen partículas con carga rodeadas por la superficie, pero la carga neta interior es cero. En cualquiera de estas situaciones, es *incorrecto* concluir que el campo eléctrico sobre la superficie es igual a cero. La ley de Gauss dice que el *flujo* eléctrico es proporcional a la carga encerrada, no al *campo* eléctrico.

Al utilizar la ecuación 24.6, es necesario observar que a pesar de que la carga q_{in} es la carga neta en el interior de la superficie gaussiana, $\vec{E}$ representa el *campo eléctrico total*, que incluye contribuciones provenientes tanto del interior como del exterior de la superficie.

En teoría, la ley de Gauss puede ser resuelta en función de $\vec{E}$ para determinar el campo eléctrico debido a un sistema de cargas o a una distribución continua de las mismas, sin embargo, en la práctica, este tipo de solución sólo es aplicable a un número limitado de situaciones muy simétricas. En la siguiente sección se aplica la ley de Gauss para evaluar el campo eléctrico para distribuciones de carga con simetrías esféricas, cilíndricas o planares. Si es posible elegir con cuidado la superficie gaussiana que rodea a la distribución de cargas, se puede simplificar la integral de la ecuación 24.6.

Pregunta rápida 24.2 Si el flujo neto que pasa a través de una superficie gaussiana es cero, las cuatro declaraciones siguientes *podrían ser verdaderas*. ¿Cuál de ellas es *cierta*? a) No hay cargas dentro de la superficie. b) La carga neta dentro de la superficie es cero. c) El campo eléctrico es cero en cualquier lugar de la superficie. d) El número de líneas del campo eléctrico que entra a la superficie es igual al número que sale de ella.

EJEMPLO CONCEPTUAL 24.2 Flujo debido a una carga puntual

Una superficie gaussiana esférica rodea a una carga puntual q . Describa qué le sucede al flujo total a través de la superficie, si **A)** la carga se triplica, **B)** se duplica el radio de la esfera, **C)** la superficie se cambia a la forma de un cubo, y **D)** la carga se mueve a otro punto dentro de la superficie.

SOLUCIÓN

A) El flujo que pasa a través de la superficie se triplica ya que el flujo es proporcional a la cantidad de carga dentro de la superficie.

B) El flujo no cambia, ya que todas las líneas de campo eléctrico pasan a través de la esfera, cualquiera que sea su radio.

C) El flujo no cambia, aun cuando la forma de la superficie gaussiana cambie, ya que todas las líneas de campo eléctrico de la carga pasan a través de la superficie, sin importar su forma.

D) El flujo no cambia cuando la carga se pasa a otra ubicación dentro de la superficie, ya que la ley de Gauss se refiere a la carga total encerrada, sin considerar la ubicación de la carga dentro de la esfera.

24.3 Aplicación de la ley de Gauss a varias distribuciones de carga

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 24.2

Las superficies gaussianas no son reales

La superficie gaussiana es una superficie imaginaria que se elige para satisfacer las condiciones mencionadas en este caso. No tiene que coincidir con una superficie física en una situación determinada.

Como se mencionó, la ley de Gauss es útil para determinar campos eléctricos cuando la distribución de carga está caracterizada por un alto grado de simetría. Los ejemplos siguientes muestran cómo escoger la superficie gaussiana que permita simplificar la integral de superficie conocida en la ecuación 24.6 y determinar el campo eléctrico. Al seleccionar la superficie, siempre debe aprovechar la simetría de la distribución de la carga de manera que retire a E de la integral y la resuelva. El objetivo en este tipo de cálculo es encontrar una superficie que satisfaga una o más de las condiciones siguientes:

1. Demostrar por simetría que el valor del campo eléctrico es constante sobre la superficie.
2. Que el producto punto de la ecuación 24.6 se expresa como un producto algebraico simple $E dA$, ya que $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son paralelos entre sí.
3. Que el producto punto de la ecuación 24.6 es cero, ya que $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son perpendiculares entre sí.
4. Que el campo eléctrico es igual a cero sobre la superficie.

Diferentes porciones de la superficie gaussiana satisfacen varias condiciones en tanto que cada porción satisfaga al menos una condición. Estas cuatro condiciones son utilizadas en los ejemplos del resto de este capítulo.

EJEMPLO 24.3 Distribución de carga con simetría esférica

Una esfera sólida aislante con radio a tiene una densidad de carga volumétrica uniforme ρ y tiene una carga positiva total Q (figura 24.10).

A) Calcule la magnitud del campo eléctrico en un punto afuera de la esfera.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Observe cómo difiere este problema de la explicación anterior de la ley de Gauss. El campo eléctrico debido a cargas puntuales se explicó en la sección 24.2. Ahora se considera el campo eléctrico debido a una distribución de carga. En el capítulo 23 encontró el campo para varias distribuciones, al integrar sobre la distribución. En este capítulo debe encontrar el campo eléctrico mediante la ley de Gauss.

Categorizar Puesto que la distribución de la carga es uniforme en toda la esfera, la distribución de carga tiene simetría esférica y se puede aplicar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico.

Analizar Para reflejar la simetría esférica, elija una superficie gaussiana esférica de radio r , concéntrica con la esfera, como se muestra en la figura 24.10a. Para esta elección, la condición 2) se satisface en cualquier parte sobre la superficie y $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA$

Sustituya $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ en la ley de Gauss con $E dA$:

Por simetría, E es constante en todas partes sobre la superficie, lo que satisface la condición 1), de modo que se puede retirar E de la integral:

Al resolver para E :

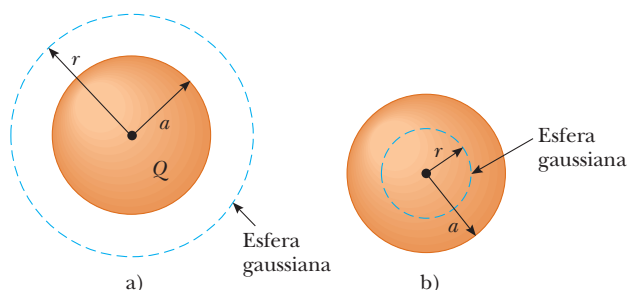


Figura 24.10 (Ejemplo 24.3) Esfera aislante con carga uniforme de radio a y carga total Q . a) Para puntos afuera de la esfera, se dibuja una gran superficie gaussiana esférica concéntrica con la esfera. En diagramas como éste, la línea discontinua representa la intersección de la superficie gaussiana con el plano de la página. b) Para puntos adentro de la esfera, se dibuja una superficie gaussiana esférica más pequeña que la esfera.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$1) \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (\text{para } r > a)$$

Finalizar Este campo es idéntico al de una carga puntual. Por lo tanto, **el campo eléctrico debido a una esfera con carga uniforme en la región externa a la esfera es equivalente a una carga puntual ubicada en el centro de la esfera.**

B) Encuentre la magnitud del campo eléctrico en un punto adentro de la esfera.

SOLUCIÓN

Analizar En este caso, elija una superficie gaussiana esférica que tenga radio $r < a$, concéntrica con la esfera aislante (figura 24.10b). Sea V' el volumen de esta esfera más pequeña. Para aplicar la ley de Gauss en esta situación, reconozca que la carga q_{in} dentro de la superficie gaussiana de volumen V' es menor que Q .

Calcule q_{in} usando $q_{\text{in}} = \rho V'$:

$$q_{\text{in}} = \rho V' = \rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

Observe que las condiciones 1) y 2) se satisfacen en todas partes sobre la superficie gaussiana en la figura 24.10b. Aplique la ley de Gauss en la región $r < a$:

$$\oint E dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Resuelva para E y sustituya para q_{in} :

$$E = \frac{q_{\text{in}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

Sustituya $\rho = Q/3\pi a^3$ y $\epsilon_0 = 1/4\pi k_e$:

$$(2) \quad E = \frac{(Q/3\pi a^3)}{3(1/4\pi k_e)} r = k_e \frac{Q}{a^3} r \quad (\text{para } r < a)$$

Finalizar Este resultado para E difiere del obtenido en el inciso A). Muestra que $E \rightarrow 0$ conforme $r \rightarrow 0$. Por lo tanto, el resultado elimina el problema que existiría en $r = 0$ si E variara como $1/r^2$ dentro de la esfera como lo hace afuera de la esfera. Es decir: si $E \propto 1/r^2$ para $r < a$, el campo sería infinito en $r = 0$, lo que es físicamente imposible.

¿Qué pasaría si? Suponga que la posición radial $r = a$ se alcanza desde adentro de la esfera y desde el exterior. ¿Se obtiene el mismo valor del campo eléctrico desde ambas direcciones?

Respuesta La ecuación 1) muestra que el campo eléctrico se aproxima a un valor desde el exterior conocido por

$$E = \lim_{r \rightarrow a} \left(k_e \frac{Q}{r^2} \right) = k_e \frac{Q}{a^2}$$

Desde el interior, la ecuación 2) proporciona

$$E = \lim_{r \rightarrow a} \left(k_e \frac{Q}{a^3} r \right) = k_e \frac{Q}{a^3} a = k_e \frac{Q}{a^2}$$

En consecuencia, el valor del campo es el mismo, ya sea que se llegue a la superficie desde ambas direcciones. En la figura 24.11 se muestra una gráfica de E en función de r . Observe que la magnitud del campo es continua.

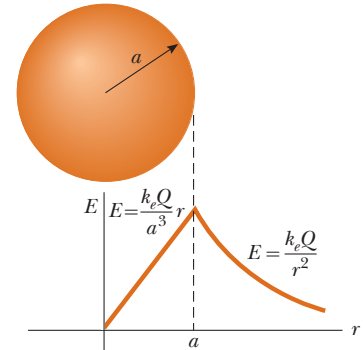


Figura 24.11 (Ejemplo 24.3) Gráfica de E en función de r para una esfera aislante con carga uniforme. El campo eléctrico dentro de la esfera ($r < a$) varía linealmente con r . El campo afuera de la esfera ($r > a$) es el mismo que el de una carga puntual Q ubicada en $r = 0$.

EJEMPLO 24.4 Distribución de carga con simetría cilíndrica

Encuentre el campo eléctrico a una distancia r desde una línea de carga positiva de longitud infinita y carga constante por unidad de longitud λ (figura 24.12a).

SOLUCIÓN

Conceptualizar La línea de carga es *infinitamente* larga. Por consiguiente, el campo es el mismo en todos los puntos equidistantes de la línea, sin importar la posición vertical del punto en la figura 24.12a.

Categorizar Ya que la carga está distribuida uniformemente a lo largo de la línea, la distribución de carga tiene simetría cilíndrica y se puede aplicar la ley de Gauss para encontrar el campo eléctrico.

Analizar La simetría de la distribución de carga requiere que $\vec{E}$ sea perpendicular a la línea de carga y dirigida hacia afuera, como se muestra en las figuras 24.12a y b. Para reflejar la simetría de la distribución de carga, elija una superficie gaussiana cilíndrica de radio r y longitud ℓ que sea coaxial con la línea de carga. Para la parte curva de esta superficie, $\vec{E}$ es constante en magnitud y perpendicular a la superficie en cada punto, lo que satisface las condiciones 1) y 2). Además, el flujo a través de los extremos del cilindro gaussiano es cero porque $\vec{E}$ es paralelo a estas superficies. Esta es la primera aplicación de la condición 3).

Debe tomar la integral de superficie en la ley de Gauss sobre toda la superficie gaussiana. Sin embargo, ya que $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ es cero para los extremos planos del cilindro, restrinja la atención sólo a la superficie curva del cilindro.

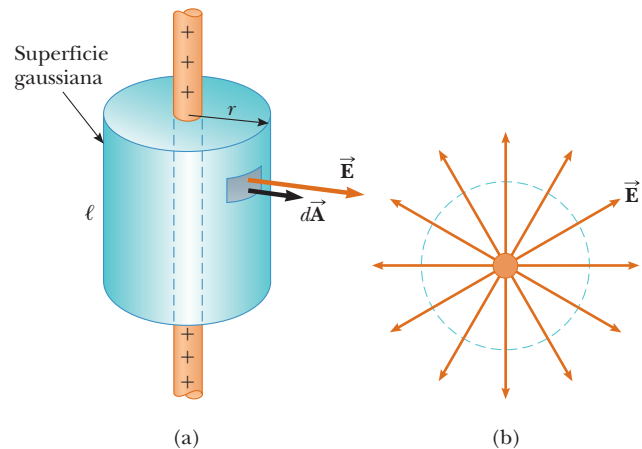


Figura 24.12 (Ejemplo 24.4) a) Línea infinita de carga rodeada por una superficie gaussiana cilíndrica concéntrica con la línea. b) Una vista lateral muestra que el campo eléctrico en la superficie cilíndrica es constante en magnitud y perpendicular a la superficie.

Aplice la ley de Gauss y las condiciones 1) y 2) para la superficie curva, y note que la carga total dentro de la superficie gaussiana es $\lambda\ell$:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint dA = EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

Sustituya el área $A = 2\pi r\ell$ de la superficie curva:

$$E(2\pi r\ell) = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

Resuelva para la magnitud del campo eléctrico:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = 2k_e \frac{\lambda}{r} \quad (24.7)$$

Finalizar Este resultado muestra que el campo eléctrico que corresponde a una distribución de carga con simetría cilíndrica varía como $1/r$, mientras que el campo externo a una distribución de carga con simetría esférica varía al igual que $1/r^2$. La ecuación 24.7 también se puede deducir mediante integración directa sobre la distribución de carga. (Véase el problema 29 del capítulo 23.)

¿Qué pasaría si? ¿Y si el segmento de línea en este ejemplo no fuese infinitamente largo?

Respuesta Si la línea de carga de este ejemplo tuviese longitud finita, el campo eléctrico no se conocería por la ecuación 24.7. Una línea de carga finita no tiene suficiente simetría para utilizar la ley de Gauss, porque la magnitud del campo eléctrico ya no es constante sobre la superficie del cilindro gaussiano: el campo cerca de los extremos de la línea sería diferente de los que se encuentren lejos de los extremos. Por lo tanto, la condición 1) no se satisfaría en esta situación. Además, $\vec{E}$ no es perpendicular a la superficie cilíndrica en todos los puntos: los vectores de campo cerca de los extremos tendrían un componente paralelo a la línea. Por consiguiente, la condición 2) no se satisfaría. Para puntos cerca de una línea de carga finita y lejos de los extremos, la ecuación 24.7 da una buena aproximación del valor del campo.

Se le deja demostrar (véase el problema 27) que el campo eléctrico dentro de una barra de radio finito y longitud infinita, con carga uniforme, es proporcional a r .

EJEMPLO 24.5

Plano de carga

Encuentre el campo eléctrico debido a un plano infinito de carga positiva con densidad de carga superficial uniforme σ .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Observe que el plano de carga es *infinitamente* largo. Por lo tanto, el campo eléctrico es el mismo en todos los puntos cerca del plano.

Categorizar Ya que la carga se distribuye de manera uniforme en el plano, la distribución de carga es simétrica; en consecuencia, se puede usar la ley de Gauss para encontrar el campo eléctrico.

Analizar Por simetría, $\vec{E}$ debe ser perpendicular al plano en todos los puntos. La dirección de $\vec{E}$ se aleja de las cargas positivas, lo que indica que la dirección de $\vec{E}$ en un lado del plano debe ser opuesta a su dirección sobre el otro lado, como se muestra en la figura 24.13. Una superficie gaussiana que refleja la simetría es un pequeño cilindro cuyo eje es perpendicular al plano y cada uno de sus extremos tiene un área A y son equidistantes del plano. Ya que $\vec{E}$ es paralelo a la superficie curva, y debido a eso perpendicular a $d\vec{A}$ en todas partes sobre la superficie, la condición 3) se satisface y no hay aportación a la integral de superficie por parte de esta superficie. Para los extremos planos del cilindro, se satisfacen las condiciones 1) y 2). El flujo a través de cada extremo del cilindro es EA ; por esto, el flujo total a través de toda la superficie gaussiana es justo la que atraviesa los extremos, $\Phi_E = 2EA$.

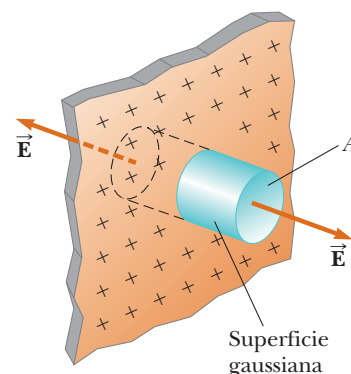


Figura 24.13 (Ejemplo 24.5) Superficie gaussiana cilíndrica que penetra un plano infinito de carga. El flujo de $E\vec{A}$ a través de cada extremo de la superficie gaussiana y cero a través de su superficie curva.

Escriba la ley de Gauss para esta superficie y observe que la carga encerrada es $q_{\text{in}} = \sigma A$:

$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

Resuelva para E :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (24.8)$$

Finalizar Ya que la distancia desde cada extremo plano del cilindro al plano no aparece en la ecuación 24.8, se concluye que $E = \sigma/2\epsilon_0$ está a *cualquier* distancia desde el plano. Es decir: el campo es uniforme en todas partes.

¿Qué pasaría si? Suponga que dos planos infinitos de carga son mutuamente paralelos, uno con carga positiva y el otro con carga negativa. Ambos planos tienen la misma densidad de carga superficial. ¿En esta situación a qué se parece el campo eléctrico?

Respuesta Los campos eléctricos debidos a los dos planos se suman en la región entre los planos, lo que resulta en un campo uniforme de magnitud σ / ϵ_0 , y se cancela en otra parte para dar un campo de cero. Este método es una forma práctica de lograr campos eléctricos uniformes.

EJEMPLO CONCEPTUAL 24.6 ¡En este caso no utilice la ley de Gauss!

Explique por qué no es posible utilizar la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico cercano a un dipolo eléctrico, a un disco con carga o a un triángulo con una carga puntual en cada vértice.

SOLUCIÓN

Las distribuciones de carga de todas estas configuraciones no tienen una simetría suficiente que haga práctico el uso de la ley gaussiana. En este caso no es posible encontrar una superficie cerrada que rodee a cualquiera de las distribuciones y satisfaga una o más de las cuatro condiciones mencionadas al principio de esta sección.

24.4 Conductores en equilibrio electrostático

Como aprendió en la sección 23.2, un buen conductor eléctrico contiene cargas (electrones) que no se encuentran unidas a ningún átomo y debido a eso tienen la libertad de moverse en el interior del material. Cuando dentro de un conductor no existe ningún movimiento neto de carga, el conductor está en **equilibrio electrostático**. Un conductor en equilibrio electrostático tiene las siguientes propiedades:

1. En el interior del conductor el campo eléctrico es cero, si el conductor es sólido o hueco.
2. Si un conductor aislado tiene carga, ésta reside en su superficie.
3. El campo eléctrico justo fuera de un conductor con carga es perpendicular a la superficie del conductor y tiene una magnitud s/ϵ_0 , donde s es la densidad de carga superficial en ese punto.
4. En un conductor de forma irregular, la densidad de carga superficial es máxima en aquellos puntos donde el radio de curvatura de la superficie es el menor.

En el análisis siguiente se comprueban las primeras tres propiedades. Se presenta la cuarta propiedad para tener una lista completa de las mismas para conductores en equilibrio electrostático (pero esta última no podrá ser comprobada sino hasta el capítulo 25.)

Es posible comprender la primera propiedad si piensan en una placa conductora colocada en un campo eléctrico externo $\vec{E}$ (figura 24.14). El campo eléctrico en el interior del conductor *debe ser* igual a cero bajo la hipótesis de que existe equilibrio electrostático. En caso de que el campo no sea cero, los electrones libres en el interior del conductor experimentarían una fuerza eléctrica ($\vec{F} = q\vec{E}$) y, debido a ella, se acelerarían. Sin embargo, este movimiento de electrones, significaría que el conductor no está en equilibrio electrostático. Por lo tanto, la existencia de un equilibrio electrostático es consistente solamente cuando se tiene un campo cero dentro del conductor.

Vea cómo se da este campo cero. Antes de aplicar el campo externo, en todo el volumen del conductor están distribuidos electrones libres de manera uniforme. Al aplicar el campo externo, los electrones libres se aceleran hacia la izquierda, como se ve en la figura 24.14, lo que genera un plano con carga negativa que se acumula en la superficie izquierda. El movimiento de los electrones hacia la izquierda causa un plano de carga positiva en la superficie derecha. Estos planos de carga crean un campo eléctrico adicional en el interior del conductor que se opone al campo externo. Conforme se mueven los electrones, las densidades de carga superficial de las superficies izquierda y derecha se incrementan

Propiedades de un conductor en equilibrio electrostático

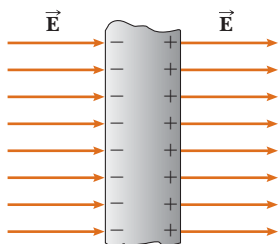


Figura 24.14 Placa conductora en un campo eléctrico externo $\vec{E}$. Las cargas inducidas en las dos superficies de la placa producen un campo eléctrico que se opone al campo externo, lo que produce en el interior de la placa un campo eléctrico resultante igual a cero.

hasta que la magnitud del campo interno es igual a la magnitud del externo, lo que resulta en un campo eléctrico cero en el interior del conductor. El tiempo que necesita un buen conductor para alcanzar el equilibrio es del orden de 10^{-16} s, lo que para la mayor parte de los efectos se considera instantáneo.

Si el conductor es hueco, el campo eléctrico dentro del conductor también es cero, ya sea que considere puntos en el conductor o en la cavidad dentro del conductor. El valor cero del campo eléctrico en la cavidad es más fácil de argumentar con el concepto de potencial eléctrico, así que este tema se abordará en la sección 25.6.

Es posible utilizar la ley de Gauss para verificar la segunda propiedad de un conductor en equilibrio electrostático. La figura 24.15 muestra un conductor de forma arbitraria. Se ha dibujado una superficie gaussiana en el interior del conductor, que puede acercarse a la superficie del conductor tanto como se desee. Como acaba de ver, el campo eléctrico en todos los puntos del interior del conductor es igual a cero cuando se encuentra en equilibrio electrostático. Por lo tanto, el campo eléctrico debe ser cero en todos los puntos de la superficie gaussiana, en cumplimiento de la condición 4) de la sección 24.3 y el flujo neto que pasa a través de la superficie gaussiana es cero. De este resultado y de la ley de Gauss se concluye que la carga neta en el interior de la superficie gaussiana es cero. Ya que no puede existir ninguna carga neta en el interior de la superficie gaussiana (que colocó de manera arbitraria muy cerca de la superficie del conductor), **cualquier carga neta en el conductor deberá residir sobre su superficie**. La ley de Gauss no indica la forma en que esta carga excesiva se distribuye sobre la superficie del conductor; dice, exclusivamente, que reside sobre la superficie.

También es posible utilizar la ley de Gauss para verificar la tercera propiedad. En primer término, debe notar que si el vector de campo $\vec{E}$ tuviera algún componente paralelo a la superficie del conductor, los electrones libres estarían sujetos a una fuerza eléctrica y se moverían a lo largo de la superficie; en este caso, el conductor no estaría en equilibrio, por lo que el vector de campo debe ser perpendicular a la superficie. Para determinar la magnitud del campo eléctrico se dibujará una superficie gaussiana en forma de un pequeño cilindro cuyas caras extremas queden paralelas al conductor (figura 24.16). Parte del cilindro queda justo fuera del conductor y parte está en el interior. El campo es perpendicular a la superficie del conductor si parte de la condición de equilibrio electrostático. Por lo tanto, ha satisfecho la condición 3) de la sección 24.3 en lo que se refiere a la parte curva de la superficie gaussiana cilíndrica: no existe flujo a través de esta parte de la superficie gaussiana, ya que $\vec{E}$ es paralelo a la superficie. A través de la cara plana del cilindro en el interior del conductor no existe flujo porque en este caso $\vec{E} = 0$; con ello se satisface la condición 4). Por esto, el flujo neto a través de la superficie gaussiana corresponde al flujo a través de la cara plana en la parte exterior del conductor, donde el campo es perpendicular a la superficie gaussiana. Si para esta cara utiliza las condiciones 1) y 2), el flujo es igual a EA , siendo E el campo eléctrico justo fuera del conductor y A el área de la cara del cilindro. Al aplicar la ley de Gauss a esta superficie, obtiene

$$\Phi_E = \oint E \, dA = EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

donde aprovecha que $q_{\text{in}} = \sigma A$. Si resuelve para E obtiene el campo eléctrico justo afuera de un conductor con carga

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (24.9)$$

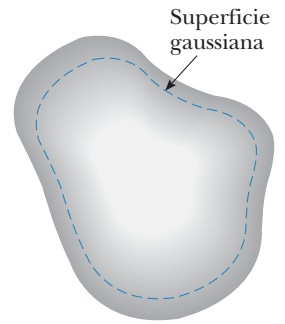


Figura 24.15 Conductor con forma arbitraria. La línea discontinua representa una superficie gaussiana que puede acercarse a la superficie del conductor tanto como uno lo desee.

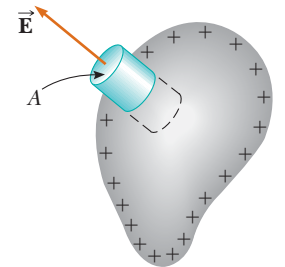
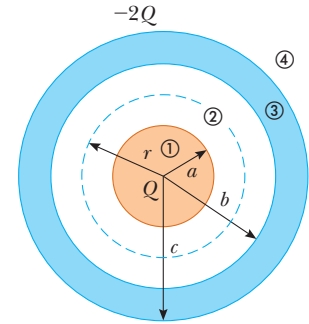


Figura 24.16 A fin de calcular el campo eléctrico que existe justo afuera de un conductor con carga se utiliza una superficie gaussiana con forma de un cilindro pequeño. El flujo a través de la superficie gaussiana es EA . Recuerde que en el interior del conductor E es igual a cero.

Pregunta rápida 24.3 Su pequeño hermano gusta de frotar sus pies sobre la alfombra para después tocarlo y darle una descarga. Mientras usted intenta escapar, descubre en el sótano un cilindro hueco de metal, lo suficientemente grande como para introducirse en su interior. ¿En qué casos *no* sufrirá descarga alguna? a) Si se encuentra en el interior del cilindro, y hace contacto con la superficie interior y su hermano con carga toca la superficie metálica exterior del cilindro; b) Si su hermano con carga está en el interior y toca la superficie interior de metal y usted está en el exterior y toca la superficie exterior del cilindro; c) Si ambos están en el exterior del cilindro y tocan la superficie exterior de metal pero sin tocarse directamente entre ustedes.

EJEMPLO 24.7**Una esfera dentro de un cascarón esférico**

Una esfera aislante sólida, de radio a , tiene una carga positiva neta Q distribuida de manera uniforme por todo su volumen. Un cascarón esférico conductor, con radio interior b y radio exterior c , es concéntrico con la esfera sólida y tiene una carga neta $-2Q$. Con la aplicación de la ley de Gauss, encuentre el campo eléctrico en las regiones marcadas, ①, ②, ③ y ④ en la figura 24.17 y la distribución de carga en el cascarón, cuando todo el sistema está en equilibrio electrostático.

**Figura 24.17**

(Ejemplo 24.7) Una esfera aislante de radio a y que porta una carga Q está rodeada por un cascarón esférico conductor que porta una carga $-2Q$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Observe cómo este problema difiere del ejemplo 24.3. La esfera con carga de la figura 24.10 ahora está rodeada por un cascarón que tiene una carga de $-2Q$.

Categorizar La carga está distribuida uniformemente en toda la esfera y se sabe que la carga en el cascarón conductor se distribuye de manera uniforme sobre las superficies. Por lo tanto, el sistema tiene simetría esférica y la ley de Gauss es aplicable para encontrar el campo eléctrico.

Analizar En la región ②, entre la superficie de la esfera sólida y la superficie interna del cascarón, se construye una superficie gaussiana esférica de radio r , donde $a < r < b$, y observe que la carga dentro de esta superficie es $+Q$ (la carga en la esfera sólida). Debido a la simetría esférica, las líneas de campo eléctrico se deben dirigir radialmente hacia afuera y ser constantes en magnitud sobre la superficie gaussiana.

La carga sobre el cascarón conductor crea campo eléctrico cero en la región $r < b$, así que el cascarón no tiene efecto sobre el campo debido a la esfera. En consecuencia, escriba una expresión para el campo en la región ② como si se debiera a la esfera del inciso A) del ejemplo 24.3:

$$E_2 = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (\text{para } a < r < b)$$

Puesto que el cascarón conductor crea un campo cero en su interior, tampoco tiene efecto sobre el campo adentro de la esfera. Por lo tanto, escriba una expresión para el campo en la región ① como si se debiera a la esfera del inciso B) del ejemplo 24.3:

$$E_1 = k_e \frac{Q}{a^3} r \quad (\text{para } r < a)$$

En la región ④, donde $r > c$, construya una superficie gaussiana esférica; esta superficie rodea una carga total de $q_{\text{in}} = Q + (-2Q) = -Q$. Por lo tanto, modele la distribución de carga como una esfera con carga $-Q$ y escriba una expresión para el campo en la región ④ del inciso A) del ejemplo 24.3:

$$E_4 = -k_e \frac{Q}{r^2} \quad (\text{para } r > c)$$

En la región ③, el campo eléctrico debe ser cero porque el cascarón esférico es un conductor en equilibrio:

$$E_3 = 0 \quad (\text{para } b < r < c)$$

Construya una superficie gaussiana de radio r , donde $b < r < c$, y observe que q_{in} debe ser cero porque $E_3 = 0$. Encuentre la cantidad de carga q_{interior} en la superficie interior del cascarón:

$$\begin{aligned} q_{\text{in}} &= q_{\text{esfera}} + q_{\text{interior}} \\ q_{\text{interior}} &= q_{\text{in}} - q_{\text{esfera}} = 0 - Q = -Q \end{aligned}$$

Finalizar La carga sobre la superficie interior del cascarón esférico debe ser $-Q$ para cancelar la carga $+Q$ sobre la esfera sólida y dar un campo eléctrico cero en el material del cascarón. Ya que la carga neta en el cascarón es $-2Q$, su superficie exterior debe tener una carga $-Q$.

¿Qué pasaría si? ¿Cómo diferirían los resultados de este problema si la esfera fuese conductora en lugar de aisladora?

Respuesta El único cambio sería en la región ①, donde $r < a$. Puesto que no puede haber carga dentro de un conductor en equilibrio electrostático, $q_{\text{in}} = 0$ para una superficie gaussiana de radio $r < a$; por lo tanto, sobre la base de la ley de Gauss y simetría, $E_1 = 0$. En las regiones ②, ③ y ④, no habría forma de determinar si la esfera es conductora o aislante.

Resumen

DEFINICIONES

El flujo eléctrico es proporcional al número de líneas de campo eléctrico que penetran una superficie. Si el campo eléctrico es uniforme y forma un ángulo θ con la normal a una superficie de área A , el flujo eléctrico a través de la superficie es

$$\Phi_E = EA \cos \theta \quad (24.2)$$

En general, el flujo eléctrico a través de una superficie es

$$\Phi_E \equiv \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (24.3)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **ley de Gauss** dice que el flujo eléctrico neto Φ_E a través de cualquier superficie gaussiana cerrada es igual a la carga *net*a q_{in} dentro de la superficie, dividida por ϵ_0 :

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} \quad (24.6)$$

Al usar la ley de Gauss, se puede calcular el campo eléctrico debido a varias distribuciones de carga simétricas.

Un conductor en **equilibrio electrostático** tiene las siguientes propiedades:

1. El campo eléctrico es cero en todas partes dentro del conductor, ya sea que el conductor sea sólido o hueco.
2. Si un conductor aislado tiene una carga, la carga reside en su superficie.
3. El campo eléctrico justo afuera de un conductor con carga es perpendicular a la superficie del conductor y tiene una magnitud σ / ϵ_0 , donde σ es la densidad de carga superficial en dicho punto.
4. En un conductor con forma irregular, la densidad de carga superficial es mayor en posiciones donde el radio de curvatura de la superficie es más pequeño.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. En invierno, el sol está en el cielo más abajo que en verano. ¿Cómo incide lo anterior en el flujo de luz solar sobre un área determinada de la superficie de la Tierra? ¿Cómo afecta lo anterior al clima?
2. Si de una superficie gaussiana salen más líneas de campo eléctrico de las que entran, ¿qué se puede concluir acerca de la carga neta encerrada en la superficie?
3. En una región del espacio en la cual no existen cargas hay un campo eléctrico uniforme. ¿Qué se puede concluir acerca del flujo eléctrico neto a través de una superficie gaussiana colocada en esta región del espacio?
4. **O** Una partícula con carga q se ubica dentro de una superficie gaussiana cúbica. No hay otras cargas en las cercanías. **i)** Si la partícula está en el centro del cubo, ¿cuál es el flujo a través de cada una de las caras del cubo? a) 0, b) q/ϵ_0 , c) $q/2\epsilon_0$, d) $q/4\epsilon_0$, e) $q/6\epsilon_0$, f) $q/8\epsilon_0$, g) depende del tamaño del cubo. **ii)** Si la partícula se puede mover a cualquier punto dentro del cubo, ¿qué valor máximo puede alcanzar el flujo a través de una cara? Elija entre las mismas posibilidades. **iii)** Si la partícula se puede mover a cualquier parte dentro del cubo o sobre su superficie, ¿cuál es el mínimo flujo posible a través de una cara? Elija entre las mismas posibilidades.
5. **O** Una superficie gaussiana cúbica rodea un largo filamento recto con carga que pasa perpendicularmente a través de dos caras opuestas. No hay otras cargas en las cercanías. **i)** ¿En cuántas caras del cubo el campo eléctrico es cero? a) 0, b) 2, c) 4, d) 6. **ii)** ¿A través de cuántas de las caras del cubo el flujo eléctrico es cero? Elija entre las mismas posibilidades.

6. **O** Una superficie gaussiana cúbica se divide en dos partes mediante una gran hoja con carga, paralela a sus caras superior e inferior. No hay otras cargas en las cercanías. **i)** ¿Sobre cuántas de las caras del cubo el campo eléctrico es cero? a) 0, b) 2, c) 4, d) 6. **ii)** ¿A través de cuántas de las caras del cubo el flujo eléctrico es cero? Elija entre las mismas posibilidades.
7. **O** Dos esferas sólidas, ambas de 5 cm de radio, portan cargas totales idénticas de $2 \mu\text{C}$. La esfera A es un buen conductor. La esfera B es un aislador, y su carga se distribuye de manera uniforme en todo su volumen. **i)** ¿Cómo comparar las magnitudes de los campos eléctricos que crean por separado a una distancia radial de 6 cm? a) $E_A > E_B = 0$, b) $E_A > E_B > 0$, c) $E_A = E_B > 0$, d) $E_A = E_B = 0$, e) $0 < E_A < E_B$, f) $0 = E_A < E_B$. **ii)** ¿Cómo comparar las magnitudes de los campos eléctricos que crean por separado radios de 4 cm? Elija entre las mismas posibilidades.
8. Si se conoce la carga total en el interior de una superficie cerrada pero no se especifica la distribución de la carga, ¿puede utilizar la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico? Explique.
9. Explique por qué el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada que tiene una carga encerrada conocida es independiente del tamaño o forma de la superficie.
10. Respecto a la naturaleza repulsiva de la fuerza que se genera entre cargas iguales y a la libertad de movimiento de las cargas dentro de un conductor, explique por qué un exceso de carga en un conductor aislado debe residir sobre su superficie.
11. **O** Una esfera aislante sólida de 5 cm de radio, tiene una carga eléctrica distribuida uniformemente en todo su volumen. Concéntrico con la esfera hay un cascarón esférico conductor sin carga neta, como se muestra en la figura P24.11. El radio interior del cascarón mide 10 cm, y el radio exterior 15 cm. No hay otras cargas en las cercanías. a) Clasifique la magnitud del

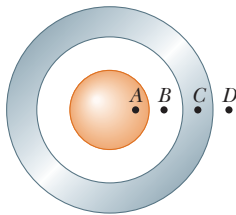


Figura P24.11 Pregunta 11 y problema 44.

campo eléctrico en los puntos A (a un radio de 4 cm), B (radio de 8 cm), C (radio de 12 cm) y D (radio 16 cm) de mayor a menor. Muestre cualquier caso de igualdad en su clasificación. b) De igual modo, clasifique el flujo eléctrico a través de las superficies esféricas concéntricas a través de los puntos A, B, C y D.

12. **O** Un cable coaxial consiste de un filamento recto rodeado por cubierta conductora cilíndrica, coaxial larga. Suponga que la carga Q está en el filamento, sobre la cubierta la carga neta es cero y el campo eléctrico es $E_1 \hat{i}$ en un punto particular P a la mitad entre el filamento y la superficie interior de la cubierta. A continuación, coloque el cable en un campo externo uniforme $-E_1 \hat{i}$. En tal caso, ¿cuál es el componente x del campo eléctrico P ? a) 0, b) entre 0 y E_1 , c) E_1 , d) mayor que E_1 , e) entre 0 y $-E_1$, f) $-E_1$, g) menor que $-E_1$.
13. Una persona entra en una gran esfera metálica hueca aislada de la tierra. Si a la esfera se le deposita una carga considerable, ¿la persona resultará lastimada si toca el interior de la esfera? Explique qué pasaría si la persona tiene además una carga inicial cuyo signo es opuesto al de la carga de la esfera.
14. **O** Una gran cubierta metálica y esférica no tiene carga. Se apoya sobre una base aislante y tiene un pequeño orificio en la parte superior. Una pequeña tachuela con carga Q se baja mediante un hilo de seda a través del orificio hacia el interior de la cubierta. **i)** ¿Ahora cuál es la carga sobre la superficie interior de la cubierta? a) Q , b) $Q/2$, c) 0, d) $-Q/2$, e) $-Q$. Elija sus respuestas a las siguientes partes entre las mismas posibilidades. **ii)** ¿Cuál es la carga sobre la superficie exterior de la cubierta? **iii)** Ahora la tachuela se baja hasta tocar la superficie interior de la cubierta. Después de este contacto, ¿cuál es la carga sobre la tachuela? **iv)** ¿Ahora cuál es la carga sobre la superficie interior de la cubierta? **v)** ¿Ahora cuál es la carga sobre la superficie exterior de la cubierta?
15. Una demostración consiste en cargar un globo de látex, que es un aislante, al frotarlo con el cabello de alguien, y después pegarlo al techo o a la pared, que también son aislantes. La atracción eléctrica entre el globo con carga y la pared neutra da como resultado que el globo se adhiera a la pared. Imagine ahora dos láminas planas infinitamente grandes de material aislante. Una de las láminas tiene carga y la otra es neutra. Si éstas son puestas en contacto, ¿existirá una fuerza de atracción entre ellas, como ocurrió entre el globo y la pared?

Problemas

Sección 24.1 Flujo eléctrico

1. En un campo eléctrico uniforme se hace girar una espira de 40.0 cm de diámetro hasta encontrar la posición en la cual existe el máximo flujo eléctrico. El flujo en esta posición tiene un valor de $5.20 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico?
2. Existe un campo eléctrico vertical, de $2.00 \times 10^4 \text{ N/C}$ de magnitud, sobre la superficie de la Tierra en un día con tormenta eléctrica. Un automóvil, con dimensión rectangular de 6.00 m por 3.00 m, viaja a lo largo de un camino de grava seca que se

inclina hacia abajo a 10.0° . Determine el flujo eléctrico en el chasis del automóvil.

3. Un campo eléctrico uniforme $a\hat{i} + b\hat{j}$ atraviesa por una superficie de área A . ¿Cuál es el flujo que pasa a través de esta área si la superficie se encuentra a) en el plano yz , b) en el plano xz , c) en el plano xy ?
4. Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud $E = 7.80 \times 10^4 \text{ N/C}$, como se muestra en la figura P24.4. Calcule el flujo

eléctrico a través de a) la superficie rectangular vertical, b) la superficie inclinada, y c) la superficie total de la caja.

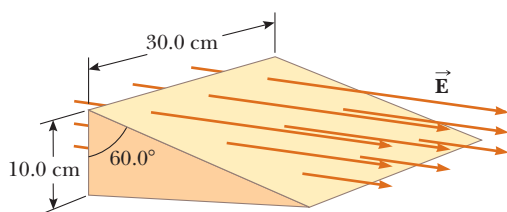


Figura P24.4 Pregunta 11 y problema 44.

5. Una pirámide de base horizontal cuadrada, de 6.00 m de lado, y con una altura de 4.00 m está colocada en un campo eléctrico vertical de 52.0 N/C. Calcule el flujo eléctrico total que pasa a través de las cuatro superficies inclinadas de la pirámide.

Sección 24.2 Ley de Gauss

6. ● El campo eléctrico presente en la superficie total de una cubierta esférica delgada de 0.750 m de radio tiene un valor de 890 N/C y apunta radialmente hacia el centro de la esfera. a) ¿Cuál es la carga neta en el interior de la superficie de la esfera? b) ¿Qué se puede concluir en relación con la naturaleza y distribución de la carga en el interior de la cubierta esférica?
7. Las siguientes cargas están localizadas en el interior de un submarino: 5.00 mC, -9.00 mC, 27.0 mC y -84.0 mC. a) Calcule el flujo eléctrico neto a través del casco del submarino. b) ¿El número de líneas de campo eléctrico que salen en comparación con las que entran es: mayor, igual o menor?
8. ● a) A una distancia d de un plano infinito está localizada una carga puntual q . Determine el flujo eléctrico a través del plano debido a la carga puntual. b) ¿Qué pasaría si? Una carga puntual q está localizada *muy cerca* del centro de un cuadrado *muy grande* sobre la línea perpendicular a dicho cuadrado y que pasa por su centro. Determine el flujo eléctrico aproximado que pasa a través del cuadrado que se espera de la carga puntual. c) Explique por qué las respuestas a los incisos a) y b) son idénticas.
9. En la figura P24.9 se muestran cuatro superficies cerradas, S_1 a S_4 , así como las cargas $-2Q$, Q y $-Q$. (Las líneas de color son las intersecciones de las superficies con el plano de la página.) Determine el flujo eléctrico a través de cada superficie.

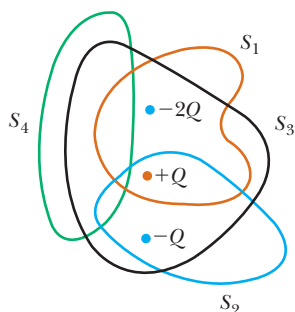


Figura P24.9

10. Una carga puntual de 12.0 mC está colocada en el centro de una cubierta esférica de 22.0 cm de radio. ¿Cuál es el flujo eléctrico total que pasa a través de a) la superficie del cascarón y b) cualquier superficie hemisférica de la misma?

c) ¿Los resultados dependen del radio de la cubierta? Explique su respuesta.

11. Una carga puntual Q se localiza justo por encima del centro de la cara plana de un hemisferio de radio R , como se muestra en la figura P24.11. ¿Cuál es el flujo eléctrico que pasa a) a través de la superficie curva y b) a través de la cara plana?

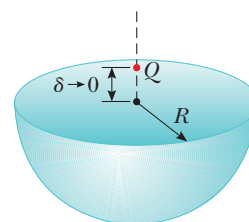


Figura P24.11

12. El aire que está por encima de cierta región a una altitud sobre el nivel del suelo de 500 m, el campo eléctrico es de 120 N/C en dirección hacia abajo. A una altitud de 600 m sobre el nivel del suelo, el campo es de 100 N/C hacia abajo. ¿Cuál es la densidad de carga volumétrica promedio de la capa de aire entre estas dos alturas? ¿Es positiva o negativa?

13. Una carga puntual $Q = 5.00$ mC se localiza en el centro de un cubo de arista $L = 0.100$ m. Además, simétricamente alrededor de Q como se muestra en la figura P24.13, existen otras seis cargas puntuales idénticas $q = -1.00$ mC. Determine el flujo eléctrico a través de una de las caras del cubo.

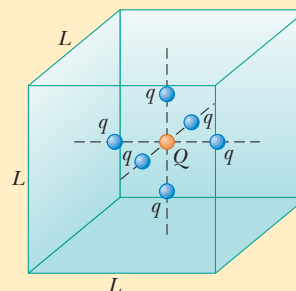


Figura P24.13 Problemas 13 y 14.

14. Una carga puntual positiva Q está en el centro de un cubo de arista L . Además, otras seis cargas puntuales negativas idénticas $-q$ están colocadas simétricamente alrededor de Q como se muestra en la figura P24.13. Determine el flujo eléctrico a través de una de las caras del cubo.

15. Una carga lineal infinitamente larga tiene carga uniforme por cada unidad de longitud λ y se localiza a una distancia d del punto O , como se muestra en la figura P24.15. Determine el flujo eléctrico total a través de una esfera de radio R con centro en O como resultado de la carga lineal. Tome en cuenta cuando $R < d$ y $R > d$.

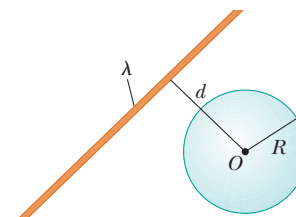


Figura P24.15

16. Una esfera hueca no conductora sin carga, con un radio de 10.0 cm, rodea una carga de 10.0 mC localizada en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas. Una broca de radio 1.00 mm es alineada a lo largo del eje de las z y se hace una perforación en la esfera. Calcule el flujo eléctrico a través de la perforación.
17. ● Una carga de 170 mC está en el centro de un cubo con una arista de 80.0 cm. Sin cargas en los alrededores a) Determine el flujo a través de cada una de las caras del cubo. b) Encuentre el flujo a través de la superficie total del cubo. c) **¿Qué pasaría si?** ¿Cambiarían sus respuestas a los incisos a) y b) en caso de que la carga no estuviera ubicada en el centro? Explique por qué.

Sección 24.3 Aplicación de la ley de Gauss a varias distribuciones de carga

18. Una esfera sólida con un radio 40.0 cm tiene una carga positiva total de 26 mC con distribución uniforme en su volumen. Calcule la magnitud del campo eléctrico a las siguientes distancias del centro de la esfera: a) 0 cm, b) 10.0 cm, c) 40.0 cm y d) 60.0 cm.
19. Determine la magnitud del campo eléctrico en la superficie de un núcleo de plomo-208, que contiene 82 protones y 126 neutrones. Suponga que el núcleo de plomo tiene un volumen igual a 208 veces el volumen de un protón, considere al protón como una esfera de radio 1.20×10^{-15} m.
20. Un filamento largo y recto tiene una carga por unidad de longitud de -90.0 mC/m. Determine el campo eléctrico a las siguientes distancias del filamento, medidas perpendicularmente a la longitud del mismo: a) 10.0 cm, b) 20.0 cm y c) 100 cm.
21. Una hoja con carga grande horizontal y plana tiene una carga por unidad de superficie de 9.00 mC/m². Determine el campo eléctrico justo por encima del centro de la hoja.
22. Una cubierta cilíndrica con un radio de 7.00 cm y longitud de 240 cm tiene una carga con distribución uniforme sobre su superficie curva. La magnitud del campo eléctrico en un punto que está a 19.0 cm radialmente hacia afuera de su eje (medido a partir del punto medio de la cubierta) es de 36.0 kN/C. Determine a) la carga neta sobre la cubierta y b) el campo eléctrico que existe en un punto a 4.00 cm del eje, medido radialmente hacia afuera del punto medio de la cubierta.
23. Un trozo de Styrofoam de 10.0 g tiene una carga neta de -0.700 mC y flota por encima del centro de una gran lámina horizontal de plástico que tiene una densidad de carga uniforme en su superficie. ¿Cuál es la carga por unidad de superficie presente en la lámina de plástico?
24. a) Escriba un problema para el que la siguiente ecuación dé la solución. Incluya los datos requeridos en su enunciado de problema e identifique la única incógnita.

$$2\pi(3 \text{ cm})(8 \text{ cm})E \cos 0^\circ + 0 + 0 \\ = \frac{\pi(2 \text{ cm})^2(8 \text{ cm})(5 \times 10^{-6} \text{ C/m}^3)}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

b) Resuelva la ecuación para la incógnita.

25. **Problema de repaso.** Una partícula con una carga de -60.0 nC está colocada en el centro de una cubierta esférica no conductora con un radio interior igual a 20.0 cm y un radio exterior de 25.0 cm. La cubierta esférica tiene una carga con una densidad uniforme de -1.33 mC/m³. Un protón se mueve en órbita circular justo en el exterior de la cubierta esférica. Calcule la rapidez del protón.
26. ● Un muro no conductor tiene una carga con densidad uniforme de 8.60 mC/cm². ¿Cuál es el campo eléctrico a 7.00

cm del muro? ¿El resultado cambia si se modifica la distancia a la pared?

27. Considere una distribución de carga cilíndrica larga de radio R con una densidad de carga uniforme r . Encuentre el campo eléctrico a una distancia r del eje, cuando $r < R$.
28. En la fisión nuclear, un núcleo de uranio 238 que contiene 92 protones puede dividirse en dos esferas más pequeñas, cada una con 46 protones y con un radio de 5.90×10^{-15} m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica de repulsión que separa las dos esferas?
29. Considere una cubierta esférica delgada con un radio de 14.0 cm y una carga total de 32.0 mC con distribución uniforme sobre su superficie. Determine el campo eléctrico a) a 10.0 cm y b) a 20.0 cm del centro de distribución de la carga.
30. Llene dos globos con aire. Sujete los extremos de las cuerdas de la misma longitud desde el mismo punto, con los otros extremos unidos a los globos. Frote cada uno de ellos con lana o con su cabello, de forma que cuelguen separados por un espacio visible entre ambos. Haga estimaciones de orden de magnitud de a) la fuerza en cada uno, b) la carga de cada globo, c) el campo que cada uno de ellos genera en el centro del otro y d) el flujo total de campo eléctrico creado por cada globo. Establezca las cantidades que ha considerado como datos y los valores medidos o estimados para los mismos.
31. Un filamento recto con carga uniforme de 7.00 m de longitud tiene una carga positiva total de 2.00 mC. Un cilindro de cartón sin carga de 2.00 cm de longitud y 10.0 cm de radio, rodea el filamento en su parte central, y lo tiene como el eje del cilindro. A partir de aproximaciones razonables, determine a) el campo eléctrico en la superficie del cilindro y b) el flujo eléctrico total a través de dicho cilindro.

Sección 24.4 Conductores en equilibrio electrostático

32. Una placa muy grande delgada y plana de aluminio con área A tiene una carga total Q con distribución uniforme sobre sus superficies. Existe una carga igual distribuida uniformemente sobre la superficie superior de una placa de vidrio idéntica en todo, compare los campos eléctricos justo por encima del centro de la cara superior de cada una de las placas.
33. Una varilla de metal larga y recta tiene un radio de 5.00 cm y una carga por unidad de longitud de 30.0 nC/m. Determine el campo eléctrico a las siguientes distancias, medidas perpendicularmente al eje de la varilla: a) 3.00 cm, b) 10.0 cm y c) 100 cm.
34. ● Una esfera sólida de cobre con un radio de 15.0 cm tiene una carga de 40.0 nC. Determine el campo eléctrico a) a 12.0 cm, b) a 17.0 cm y c) a 75.0 cm del centro de la esfera. d) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuáles serían sus respuestas si la esfera fuese hueca?
35. Una placa cuadrada de cobre de 50.0 cm de lado tiene una carga neta igual a cero y está colocada en una región de un campo eléctrico uniforme de 80.0 kN/C dirigido perpendicularmente a la placa. Determine a) la densidad de carga en cada una de las caras de la placa y b) la carga total en cada placa.
36. En cierta región del espacio, el campo eléctrico es $\vec{E} = 6000x^2\hat{i}$ N/C · m². Encuentre la densidad volumétrica de la carga eléctrica en $x = 0.300$ m. *Sugerencia:* Aplique la ley de Gauss a una caja entre $x = 0.300$ m y $x = 0.300$ m + dx .
37. Dos esferas conductoras idénticas con un radio de 0.500 cm están conectadas por un alambre conductor ligero de 2.00 m de largo. En una de las esferas se coloca una carga de 60.0 mC. Suponga que la distribución de la carga superficial en cada una es uniforme. Determine la tensión en el alambre.
38. ● Una esfera metálica sólida, de radio a , tiene carga total Q sin otra carga en los alrededores. El campo eléctrico justo afue-

ra de su superficie es $k_e Q/a^2$ radialmente hacia afuera. ¿El campo eléctrico en este caso también se conoce por σ/ϵ_0 ? ¿Por $\sigma/2\epsilon_0$? Explique si debe esperar que sea igual a alguna de estas cantidades.

39. Un alambre largo y recto, rodeado por un cilindro de metal hueco cuyo eje coincide con el suyo, tiene una carga por unidad de longitud λ , y el cilindro una carga por unidad de longitud 2λ . Con esta información, utilice la ley de Gauss para determinar a) la carga por unidad de longitud en las superficies interna y externa del cilindro y b) el campo eléctrico exterior al cilindro, a una distancia r de su eje.
40. Una carga puntual positiva se encuentra a una distancia $R/2$ del centro de una cubierta esférica conductora delgada, sin carga y de radio R . Dibuje las líneas de campo eléctrico que se establecen debido a este sistema tanto adentro como afuera de la cubierta.
41. Una delgada placa conductora y cuadrada de 50.0 cm de lado se encuentra sobre el plano xy . Se deposita una carga total de 4.00×10^{-8} C sobre la placa. Determine a) la densidad de carga sobre la placa, b) el campo eléctrico justo por encima de la placa y c) el campo eléctrico justo por debajo de la misma. Puede suponer que la densidad de carga es uniforme.

Problemas adicionales

42. Un campo eléctrico no uniforme tiene la expresión

$$\vec{E} = ay\hat{i} + bz\hat{j} + cx\hat{k}$$

donde a , b y c son constantes. Determine el flujo eléctrico a través de una superficie rectangular en el plano xy , que se extiende de $x = 0$ hasta $x = w$ y de $y = 0$ hasta $y = h$.

43. Una esfera de radio R rodea una partícula con carga Q , ubicada en su centro. a) Demuestre que el flujo eléctrico a través de un casquete circular de semiángulo θ (figura P24.43) es

$$\Phi_E = \frac{Q}{2\epsilon_0} (1 - \cos \theta)$$

¿Cuál es el flujo para b) $\theta = 90^\circ$ y c) $\theta = 180^\circ$?

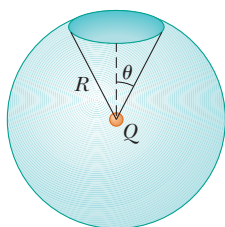


Figura P24.43

44. Una esfera aislante y sólida, de 5.00 cm de radio, tiene una carga positiva neta de $3.00 \mu\text{C}$, con distribución uniforme en todo su volumen. Concéntrica a la esfera hay una cubierta esférica conductora con radio interior de 10.0 cm y radio exterior de 15.0 cm, que tiene carga neta de $-1.00 \mu\text{C}$, como se muestra en la figura Q24.11. a) Considere una superficie gaussiana esférica de 16.0 cm de radio y encuentre la carga neta encerrada por esta superficie. b) ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en el punto D , a la derecha de la cubierta y a un radio de 16 cm? c) Encuentre la magnitud del campo eléctrico en el punto D . d) Encuentre el vector de

campo eléctrico en el punto C , a 12.0 cm de radio. e) Considere una superficie gaussiana esférica a través del punto C y encuentre la carga neta encerrada por esta superficie. f) Considere una superficie gaussiana esférica de 8.00 cm de radio y encuentre la carga neta encerrada por esta superficie. g) Encuentre el vector de campo eléctrico en el punto B , a 8 cm de radio. h) Considere una superficie gaussiana esférica a través del punto A , a 4.00 cm de radio, y encuentre la carga neta encerrada por esta superficie. i) Encuentre el vector de campo eléctrico en el punto A . j) Determine la carga sobre la superficie interior de la cubierta conductora. k) Determine la carga sobre la superficie exterior de la cubierta conductora. l) Bosqueje una gráfica de la magnitud del campo eléctrico en términos de r .

45. ● Una cubierta esférica metálica y hueca tiene radio exterior de 0.750 m, sin carga neta y está apoyado sobre una base aislante. El campo eléctrico en todas partes justo afuera de su superficie es 890 N/C radialmente hacia el centro de la esfera. a) Explique qué puede concluir acerca de la cantidad de carga sobre la superficie exterior de la esfera y sobre la distribución de esta carga. b) Explique qué puede concluir acerca de la cantidad de carga sobre la superficie interior de la esfera y su distribución. c) Explique qué puede concluir acerca de la cantidad de carga dentro de la cubierta y su distribución.
46. ● Imagine dos esferas conductoras idénticas cuyas superficies se encuentran a una pequeña distancia una de la otra. A una esfera se le da una gran carga positiva neta, en tanto que a la otra se le da una pequeña carga neta, también positiva. Se descubre que la fuerza existente entre ambas esferas es de atracción, aun cuando las dos tienen cargas netas del mismo signo. Explique por qué es posible.
47. Una esfera aislante y sólida, de radio a , tiene una densidad de carga uniforme ρ y una carga total Q . Colocada en forma concéntrica a esta esfera existe otra esfera hueca, conductora pero descargada, de radios interno y externo b y c , respectivamente, como se observa en la figura P24.57. a) Determine la magnitud del campo eléctrico en las regiones $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$ y $r > c$. b) Determine la carga inducida por unidad de superficie en las superficies interna y externa de la esfera hueca.

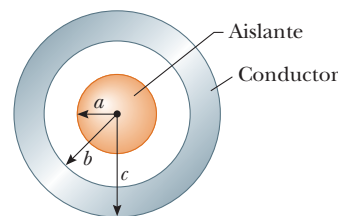


Figura P24.47 Problemas 47 y 63.

48. **Problema de repaso.** Uno de los primeros modelos (incorrecto) del átomo de hidrógeno, sugerido por J. J. Thomson, suponía que una nube positiva con carga $+e$ estaba distribuida de manera uniforme en todo el volumen de una esfera de radio R , con el electrón (una partícula con carga negativa $-e$ de igual magnitud) en el centro. a) Con la aplicación de la ley de Gauss, demuestre que el electrón estaría en equilibrio en el centro y, en caso de ser desplazado del centro una distancia $r < R$, experimentaría una fuerza de restauración de la forma $F = -Kr$, siendo K una constante. b) Demuestre que $K = k_e e^2/R^3$. c)

Encuentre una expresión para la frecuencia f de oscilaciones armónicas simples que podría sufrir un electrón de masa m_e si fuera desplazado y después liberado en una pequeña distancia ($< R$) desde el centro. d) Calcule un valor numérico para R , como resultado de una frecuencia de 2.47×10^{15} Hz, que es la frecuencia de la luz que irradia la línea más intensa del espectro del hidrógeno.

49. Una partícula de masa m y carga q se mueve con magnitud de velocidad alta a lo largo del eje x . Inicialmente se localiza cerca de $x = -\infty$, y termina cerca de $x = +\infty$. Una segunda carga Q se encuentra fija en el punto $x = 0$, $y = -d$. Cuando la carga en movimiento pasa por la carga estacionaria, su componente x de velocidad no sufre una modificación significativa, pero adquiere una velocidad pequeña en la dirección y móvil. Determine el ángulo en que la carga se desvía. *Sugerencia:* La integral a la que llegue al determinar v_y puede ser evaluada aplicando la ley de Gauss a un cilindro largo de radio d , centrado sobre la carga estacionaria.
50. Dos láminas infinitas de carga, no conductoras, se encuentran paralelas entre sí, como se observa en la figura P24.50. La lámina de la izquierda tiene una densidad de carga superficial uniforme σ , y la de la derecha tiene una densidad de carga uniforme $-\sigma$. Calcule el campo eléctrico a) a la izquierda de, b) entre, y c) a la derecha de las dos láminas.

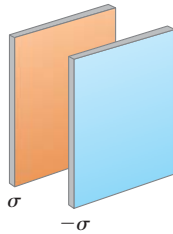


Figura P24.50

51. ¿Qué pasaría si? Repita el cálculo del problema 50 en el caso de que ambas láminas tuvieran densidades de carga superficiales uniformes *positivas* de valor σ .
52. Una esfera de radio $2a$ está hecha de un material no conductor con una densidad de carga volumétrica uniforme r . (Suponga que el material no afecta al campo eléctrico.) Se efectúa en seguida una cavidad de radio a en la esfera, como se muestra en la figura P24.52. Demuestre que el campo eléctrico dentro de la cavidad es uniforme y está dado por $E_x = 0$ y $E_y = ra/3\epsilon_0$. *Sugerencia:* El campo en el interior de la cavidad es la superposición del campo debido a la esfera original sin perforación mas el campo debido a una esfera del tamaño de la cavidad con una densidad de carga negativa uniforme de $-r$.

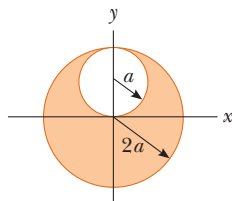


Figura P24.52

53. Una cubierta esférica con carga uniforme de densidad superficial s tiene una pequeña perforación en su superficie. El radio de la perforación es pequeño en comparación con el radio de la esfera. ¿Cuál es el campo eléctrico en el centro de la perforación? *Sugerencia:* Este problema, al igual que el problema 52, se resuelve con la idea de la superposición.
54. Una superficie cerrada de dimensiones $a = b = 0.400$ m y $c = 0.600$ m está colocada como se observa en la figura P24.54. La arista izquierda de la superficie cerrada está ubicada en la posición $x = a$. El campo eléctrico en toda la región no es uniforme y se conoce por $\vec{E} = (3.0 + 2.0x^2)\hat{i}$ N/C, donde x está expresado en metros. Calcule el flujo eléctrico neto que sale de la superficie cerrada. ¿Cuál es la carga neta que se encuentra dentro de la superficie?

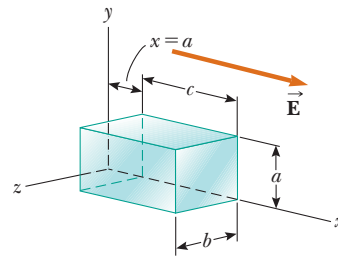


Figura P24.54

55. Una esfera aislante y sólida de radio R tiene una densidad de carga no uniforme que varía en función de r de acuerdo con la expresión $r = Ar^2$, donde A es una constante y $r < R$ está medida desde el centro de la esfera. a) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico exterior de la esfera ($r > R$) es igual a $E = AR^5/5\epsilon_0 r^2$. b) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico interior de la esfera ($r < R$) es igual a $E = Ar^3/5\epsilon_0$. *Sugerencia:* La carga total Q de la esfera es igual a la integral de $r dV$, donde r se extiende desde cero hasta R ; también la carga q dentro de un radio $r < R$ es inferior a Q . Para evaluar las integrales, observe que el elemento de volumen dV para una cubierta esférica de radio r y de espesor dr es igual a $4\pi r^2 dr$.
56. Una carga puntual Q está localizada sobre el eje de un disco de radio R a una distancia b del plano del disco (figura P24.56). Demuestre que en el caso de que una cuarta parte del flujo eléctrico de la carga pasara a través del disco, R sería igual a $\sqrt{3}b$.

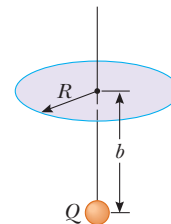


Figura P24.56

57. Una distribución de carga de simetría esférica tiene una densidad de carga expresada por $r = a/r$, siendo a una constante. Determine el campo eléctrico como una función de r . *Sugerencia:*

cia: La carga en el interior de una esfera de radio R es igual a la integral de $r \, dV$, donde r se extiende de 0 hasta R . Para evaluar la integral, recuerde que el elemento de volumen dV de una cubierta esférica de radio r y de un espesor dr es igual a $4\pi r^2 dr$.

58. Un cilindro aislante de longitud infinita y de radio R tiene una densidad de carga volumétrica que varía en función del radio de la forma siguiente:

$$\rho = \rho_0 \left(a - \frac{r}{b} \right)$$

siendo r_0 , a y b constantes positivas y r la distancia al eje del cilindro. Utilice la ley de Gauss para determinar la magnitud del campo eléctrico a las siguientes distancias radiales a) $r < R$ y b) $r > R$.

59. **Problema de repaso.** Una placa de material aislante (con dos de sus tres dimensiones infinitas) tiene una densidad de carga uniforme positiva r . Una vista lateral de la placa se muestra en la figura P24.59. a) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico a una distancia x de su centro y en el interior de la placa es $E = rx/\epsilon_0$. b) ¿Qué pasaría si? Suponga que un electrón de carga $-e$ y de masa m_e puede moverse con libertad en el interior de la placa. Si le libera del reposo a una distancia x del centro, demuestre que el electrón despliega un movimiento armónico simple con una frecuencia

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho e}{m_e \epsilon_0}}$$

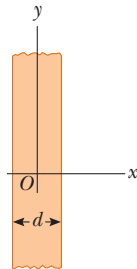


Figura P24.59 Problemas 59 y 60.

60. Una placa de material aislante tiene una densidad de carga positiva no uniforme $\rho = Cx^2$, donde x se mide a partir del centro de la placa como se muestra en la figura P24.59, y C es

constante. La placa es infinita en las direcciones y y z . Deduzca expresiones para el campo eléctrico en a) las regiones externas y b) la región interna de la placa ($-d/2 < x < d/2$).

61. a) Utilizando la similitud matemática entre la ley de Coulomb y la ley de la gravitación universal de Newton, demuestre que la ley de Gauss para la gravitación se puede escribir de la forma

$$\oint \vec{g} \cdot d\vec{A} = -4\pi G m_{\text{in}}$$

donde m_{in} es la masa neta existente en el interior de la superficie de Gauss y $\vec{g} = \vec{F}_g/m$ representa el campo gravitacional en cualquier punto de la superficie gaussiana. b) Determine el campo gravitacional a una distancia r del centro de la Tierra, donde $r < R_E$, y suponiendo que la densidad de masa de la Tierra es uniforme.

62. Una esfera sólida aislante, de radio a , tiene una densidad de carga volumétrica uniforme y tiene una carga positiva total Q . Una superficie gaussiana de radio r , que comparte un centro común con la esfera aislante, se infla partiendo de $r = 0$. a) Encuentre una expresión para el flujo eléctrico que pasa a través de la superficie de la esfera gaussiana como función de r para $r < a$. b) Encuentre una expresión para el flujo eléctrico para $r > a$. c) Grafique el flujo en términos de r .
63. Para la configuración que aparece en la figura P24.47, suponga que $a = 5.00$ cm, $b = 20.0$ cm y $c = 25.0$ cm. Además, suponga que el campo eléctrico en un punto 10.0 cm del centro tiene un valor medido de 3.60×10^3 N/C, radial y hacia adentro, en tanto que el campo eléctrico en un punto a 50.0 cm del centro es de 2.00×10^2 N/C radial y hacia afuera. Con esta información, encuentre a) la carga existente en la esfera aislante, b) la carga neta de la esfera conductora hueca y c) las cargas en las superficies interna y externa de la esfera conductora hueca.
64. Una cubierta aislante cilíndrica de longitud infinita, con radios interno y externo a y b , respectivamente, tiene una densidad de carga volumétrica uniforme r . Una línea de densidad de carga lineal uniforme l está colocada a lo largo del eje de la cubierta. Determine el campo eléctrico en todo los sitios.
65. Considere un campo eléctrico que es uniforme en dirección en todo el volumen. ¿Puede ser uniforme en magnitud? ¿Debe ser uniforme en magnitud? Responda estas preguntas a) si supone que el volumen está lleno con un material aislante que tiene carga descrita por una densidad de carga volumétrica y b) si supone que el volumen es espacio vacío. Establezca el razonamiento para probar sus respuestas.

Respuestas a las preguntas rápidas

- 24.1 e) En cualquier esfera, sin importar el tamaño, pasa el mismo número de líneas de campo. El campo es más intenso porque los puntos que están en la superficie de la esfera están más cerca de la carga.
- 24.2 b) y d) La afirmación a) no es necesariamente verdadera, porque dentro de la superficie podría estar presente un número igual de cargas positivas y negativas. La afirmación c) no es necesariamente verdadera, como se puede ver a partir de la

figura 24.8: por toda la superficie existe un campo eléctrico distinto de cero, pero la carga no está encerrada en el interior de la superficie, por tanto, el flujo neto es igual a cero.

- 24.3 a) Las cargas que su hermano añade al cilindro metálico residen en la superficie exterior del cilindro conductor. Si usted está en el interior, estas cargas no se transferirán a usted desde la superficie interna. Por esta misma razón usted estará seguro dentro de un automóvil metálico durante una tormenta eléctrica.



Los procesos que suceden durante las tormentas eléctricas generan grandes diferencias de potencial eléctrico entre una nube y la tierra. El resultado son las descargas eléctricas conocidas como relámpagos, igual que aparece aquí sobre Tucson, Arizona (© Keith Kent/Photo Researchers, Inc.).

25.1 Diferencia de potencial y potencial eléctrico

25.2 Diferencias de potencial en un campo eléctrico uniforme

25.3 Potencial eléctrico y energía potencial a causa de cargas puntuales

25.4 Obtención del valor del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico

25.5 Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas

25.6 Potencial eléctrico a causa de un conductor con carga

25.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan

25.8 Aplicaciones de la electrostática

25 Potencial eléctrico

El concepto de energía potencial fue analizado en el capítulo 7 en relación con algunas fuerzas conservativas como la fuerza gravitacional y la fuerza elástica ejercidas por un resorte. Al aplicar la ley de conservación de energía, es posible evitar el trabajar directamente con fuerzas al resolver diferentes problemas de mecánica. además el concepto de energía potencial es de gran valor para el estudio de la electricidad. Ya que la fuerza electrostática es conservativa, los fenómenos de esta clase pueden describirse de manera conveniente en términos de una energía potencial eléctrica. Esta idea permite definir una cantidad escalar conocida como *potencial eléctrico*. Ya que el potencial eléctrico en un punto cualquiera de un campo eléctrico es una cantidad escalar, es posible aplicar esto para describir los fenómenos electrostáticos de una manera más simple que si tuviera que depender sólo del campo eléctrico y las fuerzas eléctricas. El concepto de potencial eléctrico tiene un gran valor práctico en la operación de circuitos eléctricos y aparatos que estudiará en capítulos posteriores.

25.1 Diferencia de potencial y potencial eléctrico

Cuando se coloca una carga de prueba q_0 en un campo eléctrico $\vec{E}$ producido por alguna distribución de carga fuente, la fuerza eléctrica que actúa sobre ella es $q_0\vec{E}$. La fuerza $q_0\vec{E}$

es conservativa, ya que la fuerza entre cargas descrita por la ley de Coulomb es conservativa. Cuando se traslada la carga de prueba por algún agente externo en el campo, el trabajo consumido por el campo en la carga es igual al trabajo invertido por el agente externo que origina el desplazamiento, pero con signo negativo. Esto es semejante a lo que se presenta cuando se levanta un objeto con masa en un campo gravitacional: el trabajo invertido por el agente externo es igual a mgh y el trabajo consumido por la fuerza gravitacional es $-mgh$.

Al analizar los campos eléctricos y magnéticos, es común utilizar la notación $d\vec{s}$ para representar un vector de desplazamiento infinitesimal que tiene una orientación tangente a una trayectoria a través del espacio. Esta trayectoria puede ser recta o curva, y la integral calculada a lo largo de esta trayectoria se conoce como *integral de la trayectoria*, o bien, *integral de línea* (los dos términos son sinónimos).

Para un desplazamiento infinitesimal $d\vec{s}$ de una carga puntual q_0 inmersa en un campo eléctrico, el trabajo realizado por un campo eléctrico sobre la misma es $\vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Conforme el campo consume esta cantidad de trabajo, la energía potencial del sistema carga-campo cambia en una cantidad $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Para un desplazamiento finito de la carga desde el punto $\textcircled{A}$ al punto $\textcircled{B}$, el cambio en energía potencial del sistema $\Delta U = U_{\textcircled{B}} - U_{\textcircled{A}}$ es

$$\Delta U = -q_0 \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (25.1)$$

La integración se lleva a cabo a lo largo de la trayectoria que q_0 sigue al pasar de $\textcircled{A}$ a $\textcircled{B}$. Porque la fuerza $q_0 \vec{E}$ es conservativa, **la integral de línea no depende de la trayectoria de $\textcircled{A}$ a $\textcircled{B}$** .

Para una posición conocida de la carga de prueba en el campo, el sistema carga-campo tiene una energía potencial U relativa a la configuración del sistema definido como $U = 0$. Al dividir la energía potencial entre la carga de prueba se obtiene una cantidad física que depende sólo de la distribución de carga fuente y tiene un valor en cada uno de los puntos de un campo eléctrico. Esta cantidad se conoce como **potencial eléctrico** (o simplemente **potencial**) V :

$$V = \frac{U}{q_0} \quad (25.2)$$

Ya que la energía potencial es una cantidad escalar el potencial eléctrico también es una cantidad escalar.

Como queda descrito en la ecuación 25.1, si la carga de prueba es desplazada entre las posiciones $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ en un campo eléctrico, el sistema carga-campo experimenta un cambio en su energía potencial. La **diferencia de potencial** $\Delta V = V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}}$ entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ de un campo eléctrico se define como el cambio en energía potencial en el sistema al mover una carga de prueba q_0 entre los puntos, dividido entre la carga de prueba:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (25.3)$$

Al igual que en el caso de la energía potencial, sólo las *diferencias* en el potencial eléctrico tienen significado. A menudo conviene hacer que en algún punto el valor del potencial eléctrico sea igual a cero.

La diferencia de potencial no debe confundirse con la diferencia en energía potencial. La diferencia de potencial entre $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ depende sólo de la distribución de carga fuente (considere los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ sin la presencia de la carga de prueba), mientras que la diferencia en energía potencial existe sólo si se desplaza una carga de prueba entre los puntos.

Si un agente externo traslada una carga de prueba de $\textcircled{A}$ a $\textcircled{B}$ sin modificar la energía cinética de ésta, el agente realiza un trabajo que modifica la energía potencial del sistema: $W = \Delta U$. Imagine una carga q arbitraria localizada en un campo eléctrico. Por la ecuación 25.3, el trabajo consumido por un agente externo al desplazar una carga q a través de un campo eléctrico con una velocidad constante es

$$W = q\Delta V \quad (25.4)$$

◀ Cambio en la energía potencial eléctrica de un sistema

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.1

Potencial y energía potencial

El *potencial* es sólo una característica del campo sin importar cualquier partícula de prueba con carga que pueda estar colocada en el campo. La *energía potencial* es característica del sistema carga-campo debido a la interacción del campo con una partícula con carga colocada en el mismo.

◀ La diferencia de potencial entre dos puntos

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.2

Voltaje

Para describir la diferencia de potencial entre dos puntos se utiliza una gran variedad de términos; el más común es **voltaje**, que surge de la unidad utilizada para el potencial. Un voltaje *aplicado* a un aparato, como una televisión, o *a las terminales* de un aparato, es lo mismo que la diferencia de potencial aplicada a las terminales del dispositivo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.3

El electrón volt

El electrón volt es una unidad de *energía*, NO de potencial. La energía de cualquier sistema puede expresarse en eV, pero esta unidad es la más conveniente para describir la emisión y absorción de la luz visible de los átomos. A menudo las energías en los procesos nucleares se expresan en MeV.

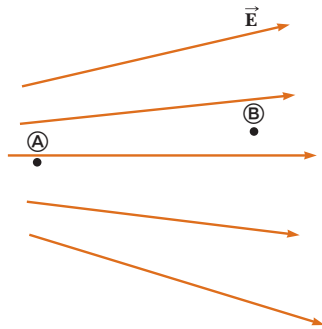


Figura 25.1 (Pregunta rápida 25.1) Dos puntos en un campo eléctrico.

Diferencia de potencial entre dos puntos en un campo eléctrico uniforme ►

Ya que el potencial eléctrico es una medida de la energía potencial por unidad de carga, la unidad del SI, tanto del potencial eléctrico como de la diferencia de potencial, es joules por cada coulomb, que se define como un **volt** (V):

$$1 \text{ V} \equiv 1 \text{ J/C}$$

Es decir, se deberá realizar 1 J de trabajo para trasladar 1 C de carga a causa de una diferencia de potencial de 1 V.

Además la ecuación 25.3 muestra que la diferencia de potencial tiene unidades de campo eléctrico multiplicadas por la distancia. De esto se concluye que la unidad del SI del campo eléctrico (N/C) también puede expresarse en volts por cada metro:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

Por lo tanto, **el campo eléctrico es una medida de la relación de cambio en función de la posición del potencial eléctrico.**

Una unidad de energía comúnmente utilizada en física atómica y nuclear es el **electrón volt** (eV), que se define como **la energía que un sistema carga-campo gana o pierde cuando se desplaza una carga de magnitud e (un electrón o un protón) a causa de una diferencia de potencial de 1 V.** Porque $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ y la carga fundamental es $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, el electrón volt se relaciona con el joule de esta manera:

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (25.5)$$

Por ejemplo, un electrón en el haz de un cinescopio alcanza una rapidez de $3.0 \times 10^7 \text{ m/s}$. Esto corresponde a la energía cinética de $4.1 \times 10^{-16} \text{ J}$, que es equivalente a $2.6 \times 10^3 \text{ eV}$. Para alcanzar esta rapidez, el electrón tendrá que ser acelerado desde el reposo por medio de una diferencia de potencial de 2.6 kV.

Pregunta rápida 25.1 En la figura 25.1, dos puntos, A y B, se ubican dentro de una región en la que hay un campo eléctrico. **i)** ¿Cómo describiría la diferencia de potencial $\Delta V = V_B - V_A$? a) Es positiva. b) Es negativa. c) Es cero. **ii)** Se coloca una carga negativa en A y luego se mueve hacia B. ¿Cómo describiría el cambio en energía potencial del sistema carga-campo para este proceso? Elija entre las mismas posibilidades.

25.2 Diferencias de potencial en un campo eléctrico uniforme

Las ecuaciones 25.1 y 25.3 son válidas en todos los campos eléctricos, sean uniformes o variables, pero estas ecuaciones se simplifican si el campo es uniforme. Primero, imagine un campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo del eje negativo y , como se muestra en la figura 25.2a. Calcule la diferencia de potencial entre dos puntos A y B separados por una distancia $|\vec{s}| = d$, donde $\vec{s}$ es paralela a las líneas de campo. La ecuación 25.3 da

$$V_B - V_A = \Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B (E \cos 0^\circ) ds = - \int_A^B E ds$$

Porque E es constante, puede retirarla de la integral; esto lo conduce a

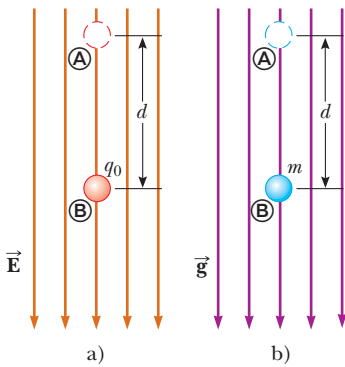
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed \quad (25.6)$$

El signo negativo indica que el potencial eléctrico en el punto B es inferior al del punto A; es decir, $V_B < V_A$. **Las líneas de campo eléctrico siempre apuntan en dirección en que disminuye el potencial eléctrico**, como se muestra en la figura activa 25.2a.

Ahora suponga que una carga de prueba q_0 se mueve desde A hacia B, se puede calcular cambio en la energía potencial del sistema carga-campo con las ecuaciones 25.3 y 25.6:

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed \quad (25.7)$$

Este resultado, muestra que si q_0 es positiva, en tal caso U es negativa. Debido a eso,

**Figura 25.2**

a) Cuando el campo eléctrico $\vec{E}$ se dirige hacia abajo, el punto B está en un potencial eléctrico menor que el punto A. Cuando una carga de prueba positiva se mueve del punto A al punto B, la energía potencial eléctrica del sistema carga-campo disminuye. b) Cuando un objeto de masa m se mueve hacia abajo en la dirección del campo gravitacional $\vec{g}$, la energía potencial gravitacional del sistema objeto-campo disminuye.

un sistema consistente de una carga positiva y un campo eléctrico pierde energía potencial eléctrica cuando la carga se mueve en la dirección del campo. Esto significa que un campo eléctrico realiza trabajo en una carga positiva cuando ésta se mueve en la dirección del campo eléctrico. (Esto es similar al trabajo que realiza un campo gravitacional en un objeto en caída, como se muestra en la figura 25.2b.) Si una carga de prueba positiva en reposo es liberada en este campo eléctrico, experimenta una fuerza eléctrica $q_0\vec{E}$ en la dirección de $\vec{E}$ (hacia abajo en la figura 25.2a). En consecuencia, se acelerará hacia abajo, adquiriendo energía cinética. **Conforme esta partícula con carga adquiere energía cinética, el sistema carga-campo pierde una cantidad igual de energía potencial.** Esto no debe sorprenderle, simplemente es la conservación de la energía mecánica en un sistema aislado, como se vio en el capítulo 8.

Si q_0 es negativa, en tal caso ΔU en la ecuación 25.7 es positiva y la situación se invierte: **Un sistema formado por una carga negativa y un campo eléctrico adquiere energía potencial eléctrica cuando la carga se mueve en la dirección del campo.** Si se libera una carga negativa desde el reposo en un campo eléctrico, se acelera en la dirección opuesta a la dirección del campo. Para que una carga negativa se mueva en la dirección del campo, deberá existir un agente externo que aplique una fuerza y realice un trabajo positivo en la carga.

Ahora considere el caso más general de una partícula con carga que se mueve entre A y B en un campo eléctrico uniforme, en el cual el vector $\vec{s}$ no es paralelo a las líneas de campo, como se muestra en la figura 25.23. En este caso, la ecuación 25.5 da

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s} \quad (25.8)$$

donde una vez más se retira $\vec{E}$ de la integral ya que es una constante. El cambio en la energía potencial del sistema carga-campo es

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s} \quad (25.9)$$

Por último, se concluye por la ecuación 25.8 que todos los puntos en un plano perpendicular a un campo eléctrico uniforme tienen el mismo potencial eléctrico. Se puede reconocer en la figura 25.3, donde la diferencia de potencial $V_B - V_A$ es equivalente a la diferencia de potencial $V_C - V_A$. (Puede comprobarlo si resuelve el producto punto $\vec{E} \cdot \vec{s}$ para $\vec{s}_{A \rightarrow B}$, donde el ángulo θ entre $\vec{E}$ y $\vec{s}$ es arbitrario, como se muestra en la figura 25.3, y el producto punto en el caso de $\vec{s}_{A \rightarrow C}$, donde $\theta = 0$.) Debido a eso, $V_B = V_C$. **A cualquier superficie formada por una distribución continua de puntos con el mismo potencial eléctrico se le denomina superficie equipotencial.**

Las superficies equipotenciales de un campo eléctrico uniforme consisten en una familia de planos paralelos, todos ellos perpendiculares al campo. En secciones posteriores se describen superficies equipotenciales asociadas con campos que tienen otras simetrías.

Pregunta rápida 25.2 Los puntos marcados en figura 25.4 están sobre una serie de superficies equipotenciales asociadas con un campo eléctrico. Clasifique (del mayor al menor) el trabajo realizado por el campo eléctrico en una partícula con carga positiva que se mueve desde A hasta B; de B a C; de C a D; de D a E.

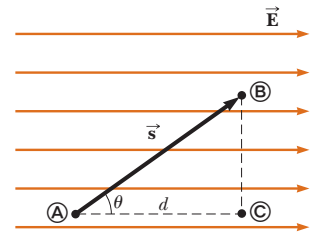


Figura 25.3 Campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo del eje positivo de las x . El punto B está a un potencial eléctrico inferior al punto A. Los puntos B y C están al mismo potencial eléctrico.

◀ Cambio en la energía potencial cuando se desplaza una partícula con carga en un campo eléctrico uniforme

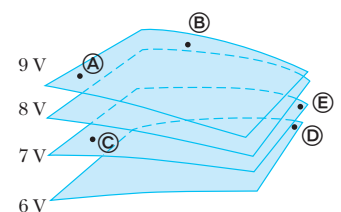
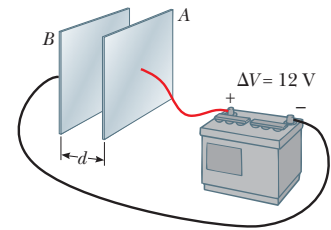


Figura 25.4 (Pregunta rápida 25.2) Cuatro superficies equipotenciales.

EJEMPLO 25.1**Campo eléctrico entre dos placas paralelas de carga opuesta**

Una batería tiene una diferencia de potencial específica ΔV entre sus terminales y se establece dicha diferencia de potencial entre los conductores unidos a las terminales. Una batería de 12 V se conecta entre dos placas paralelas, como se muestra en la figura 25.5. La separación entre las placas es $d = 0.30$ cm y se supone que el campo eléctrico entre las placas es uniforme. (Esta suposición es razonable si la separación de las placas es pequeña en relación con las dimensiones de las placas y no se consideran ubicaciones cerca de los bordes de las placas.) Encuentre la magnitud del campo eléctrico entre las placas.

**Figura 25.5** (Ejemplo 25.1)

Una batería de 12 V conectada a dos placas paralelas. El campo eléctrico entre las placas tiene una magnitud determinada por la diferencia de potencial ΔV dividida entre la separación de placa d .

SOLUCIÓN

Conceptualizar En capítulos anteriores investigó el campo eléctrico uniforme entre placas paralelas. La nueva característica a este problema es que el campo eléctrico se relaciona con el concepto reciente de potencial eléctrico.

Categorizar El campo eléctrico se evalúa a partir de una correspondencia entre campo y potencial conocido en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 25.6 para evaluar la magnitud del campo eléctrico entre las placas:

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0.30 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4.0 \times 10^3 \text{ V/m}$$

La configuración de las placas en la figura 25.5 se llama *capacitor de placas paralelas* y se examina con mayor detalle en el capítulo 26.

EJEMPLO 25.2**Movimiento de un protón en un campo eléctrico uniforme**

Un protón se libera desde el reposo en el punto A en un campo eléctrico uniforme que tiene una magnitud de 8.0×10^4 V/m (figura 25.6). El protón se somete a un desplazamiento de 0.50 m al punto B en la dirección de $\vec{E}$. Encuentre la rapidez del protón después de completar el desplazamiento de 0.50 m.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Visualice el protón en la figura 25.6 en movimiento hacia abajo a causa de la diferencia de potencial. La situación es análoga a un objeto que cae libre a través de un campo gravitacional.

Categorizar El sistema del protón y las dos placas en la figura 25.6 no interactúan con el ambiente, así que se le modela como un sistema aislado.

Analizar Use la ecuación 25.6 para encontrar la diferencia de potencial entre los puntos A y B:

$$\Delta V = -Ed = -(8.0 \times 10^4 \text{ V/m})(0.50 \text{ m}) = -4.0 \times 10^4 \text{ V}$$

Escriba la reducción adecuada de la ecuación 8.2, la ecuación de conservación de la energía, para el sistema aislado de la carga y el campo eléctrico:

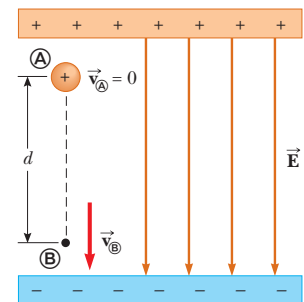
$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Sustituya los cambios en energía para ambos términos:

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + e\Delta V = 0$$

Resuelva para la rapidez final del protón:

$$v = \sqrt{\frac{-2e\Delta V}{m}}$$

**Figura 25.6** (Ejemplo 25.2) Un protón acelera de A a B en la dirección del campo eléctrico.

Sustituya valores numéricos:

$$v = \sqrt{\frac{-2(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(-4.0 \times 10^4 \text{ V})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ = 2.8 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Finalizar Ya que ΔV es negativa, ΔU también es negativa. El valor negativo de ΔU significa que la energía potencial del sistema disminuye conforme el protón se mueve en la dirección del campo eléctrico. Conforme el protón acelera en la dirección del campo, adquiere energía cinética y el sistema pierde energía potencial eléctrica al mismo tiempo.

La figura 25.6 se orienta de modo que el protón cae hacia abajo. El movimiento del protón es análogo al de un objeto que cae en un campo gravitacional. Aunque el campo gravitacional siempre es hacia abajo en la superficie de la Tierra, un campo eléctrico puede estar en cualquier dirección, dependería de la orientación de las placas que producen el campo. Por lo tanto, la figura 25.6 podría girarse 90 o 180°, y el protón caería horizontalmente o iría hacia arriba en el campo eléctrico!

25.3 Potencial eléctrico y energía potencial a causa de cargas puntuales

En la sección 23.4 se explicó el hecho de que una carga puntual positiva q produce un campo eléctrico que está dirigido radialmente alejándose de la carga. Para determinar el potencial eléctrico en un punto ubicado a una distancia r de la carga, inicie con la expresión general para la diferencia de potencial:

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

donde $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ son los dos puntos arbitrarios que se muestran en la figura 25.7. En cualquier punto en el espacio, el campo eléctrico a causa de la carga puntual es $\vec{\mathbf{E}} = (k_e q/r^2) \hat{\mathbf{r}}$ (ecuación 23.9), donde $\hat{\mathbf{r}}$ es un vector unitario dirigido desde la carga hacia el punto. La cantidad $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$ puede expresarse como

$$\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Ya que la magnitud de $\hat{\mathbf{r}}$ es 1, el producto punto $\hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = ds \cos \theta$, donde θ es el ángulo entre $\hat{\mathbf{r}}$ y $d\vec{\mathbf{s}}$. Además, $ds \cos \theta$ es la proyección de $d\vec{\mathbf{s}}$ sobre $\hat{\mathbf{r}}$; debido a eso $ds \cos \theta = dr$. Es decir, cualquier desplazamiento $d\vec{\mathbf{s}}$ a lo largo de la trayectoria del punto $\textcircled{A}$ al punto $\textcircled{B}$ produce un cambio dr en la magnitud de $\hat{\mathbf{r}}$, el vector de posición del punto en relación con la carga que crea el campo. Con estas sustituciones, $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = (k_e q/r^2) dr$; en consecuencia, la expresión de la diferencia de potencial se convierte en

$$V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = -k_e q \int_{r_{\textcircled{A}}}^{r_{\textcircled{B}}} \frac{dr}{r^2} = k_e \frac{q}{r} \Big|_{r_{\textcircled{A}}}^{r_{\textcircled{B}}} \\ V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}} = k_e q \left[\frac{1}{r_{\textcircled{B}}} - \frac{1}{r_{\textcircled{A}}} \right] \quad (25.10)$$

Esta ecuación muestra que la integral de $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$ es *independiente* de la trayectoria entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$. Al multiplicar por una carga q_0 que se mueve entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$, la integral de $q_0 \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$ también es independiente de la trayectoria. Esta última integral representa el trabajo realizado por la fuerza eléctrica, que señala que la fuerza eléctrica es conservativa (véase la sección 7.7). Al campo que se relaciona con una fuerza conservativa se le define como **campo conservativo**. Debido a eso, la ecuación 25.10 indica que el campo eléctrico de una carga puntual fija es conservativo. Además, la ecuación 25.10 expresa el resultado importante de que la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ en un campo producido por una carga puntual depende sólo de las

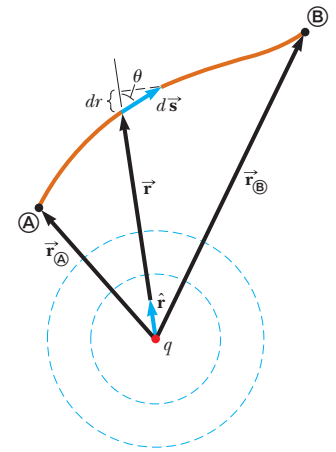


Figura 25.7 La diferencia de potencial entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ a causa de una carga puntual q depende sólo de las coordenadas radiales $r_{\textcircled{A}}$ y $r_{\textcircled{B}}$ inicial y final. Los dos círculos discontinuos representan las intersecciones de las superficies equipotenciales esféricas con la página.

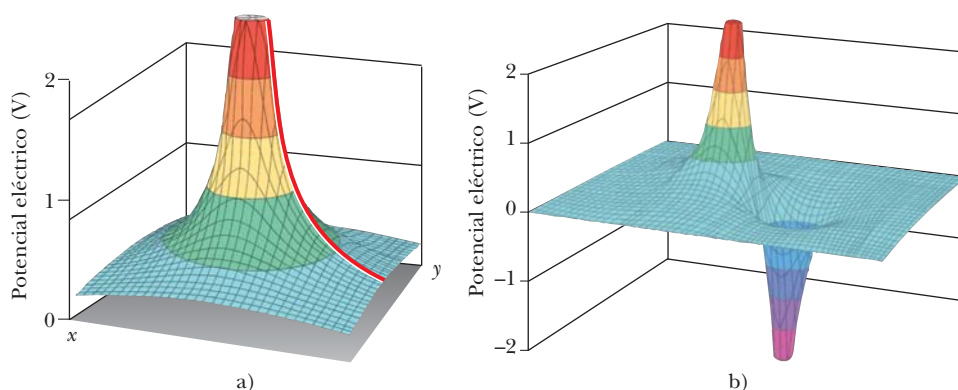


Figura 25.8 El potencial eléctrico en el plano alrededor de una simple carga positiva está trazado sobre el eje vertical. (La función potencial eléctrico para una carga negativa se vería como un agujero, no como una colina.) La línea roja muestra la naturaleza $1/r$ del potencial eléctrico, como se observa en la ecuación 25.11. b) El potencial eléctrico en el plano que contiene un dipolo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.4

Advertencia respecto a ecuaciones similares

No confunda la ecuación 25.11, para el potencial eléctrico de una carga puntual, con la ecuación 23.9, relativa al campo eléctrico de una carga puntual. El potencial es proporcional a $1/r$, en tanto que el campo es proporcional a $1/r^2$. El efecto de una carga sobre el espacio que la rodea puede describirse de dos maneras: la carga establece un vector de campo eléctrico $\vec{E}$, relacionado con la fuerza que experimenta una carga de prueba colocada en el campo, y establece también un potencial escalar V , que se relaciona con la energía potencial del sistema de dos cargas, cuando en el campo se coloca una carga de prueba.

coordenadas radiales r_A y r_B . Por lo común se elige la referencia del potencial eléctrico de una carga puntual, de forma que sea $V = 0$ en $r_A = \infty$. Con esta referencia, el potencial eléctrico establecido por una carga puntual a cualquier distancia r de la carga es

$$V = k_e \frac{q}{r} \quad (25.11)$$

La figura 25.8 muestra el trazo del potencial eléctrico sobre el eje vertical para una carga positiva ubicada en el plano xy . Considere la siguiente analogía en relación con el potencial gravitacional: piense que intenta rodar una canica hacia la cima de una colina de forma similar a la de la superficie de la figura 25.8a. Empujar la canica colina arriba es semejante a empujar un objeto con carga positiva hacia otro objeto con carga positiva. De manera similar, la gráfica del potencial eléctrico de la región que rodea una carga negativa es análoga a un “agujero” respecto a cualesquier objeto con carga positiva acercándose. Un objeto con carga debe estar infinitamente alejado de otra carga antes de que la superficie de la figura 25.8a sea “plana” y tenga un potencial eléctrico igual a cero.

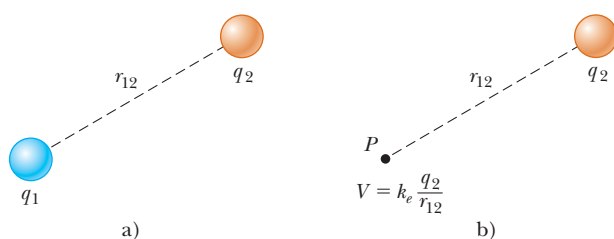
El potencial eléctrico resultante de dos o más cargas puntuales se obtiene mediante la aplicación del principio de superposición. Es decir, el potencial eléctrico total en algún punto P debido a varias cargas puntuales es la suma de los potenciales debidos a las cargas individuales. Para un grupo de cargas puntuales, puede expresar el potencial eléctrico total en P como

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (25.12)$$

donde el potencial es otra vez igual a cero en el infinito y r_i es la distancia del punto P a la carga q_i . Observe que la suma de la ecuación 25.12 es una suma algebraica de escalares en lugar de ser una suma vectorial (la cual se utiliza para calcular el campo eléctrico de un grupo de cargas). Por lo tanto, a menudo es más sencillo evaluar V que evaluar $\vec{E}$. El potencial eléctrico alrededor de un dipolo se ilustra en la figura 25.8b. Observe la pendiente exagerada del potencial entre las cargas, que representa una región de un campo eléctrico intenso.

Considerar ahora la energía potencial de un sistema formado por dos partículas con carga. Si V_2 es el potencial eléctrico en un punto P debido a la carga q_2 , por lo tanto el trabajo que debe realizar un agente externo para traer una segunda carga q_1 desde el infinito hasta P sin aceleración es igual a $q_1 V_2$. Este trabajo representa una transferencia de energía hacia el interior del sistema y aparece en éste como energía potencial U cuando

Potencial eléctrico
debido a varias cargas
puntuales ►

**Figura 25.9**

a) Si dos cargas puntuales están separadas una distancia r_{12} , la energía potencial del par de cargas se conoce por $k_e q_1 q_2 / r_{12}$. b) Si se retira la carga q_1 , existe un potencial $k_e q_2 / r_{12}$ en el punto P debido a la carga q_2 .

las partículas están separadas una distancia r_{12} (figura 25.9a). Por lo tanto, exprese la energía potencial del sistema como¹

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (25.13)$$

Observe que si las cargas son del mismo signo, U es positiva, un agente externo debe realizar un trabajo positivo sobre un sistema para acercar las dos cargas (ya que cargas del mismo signo se repelen). Si las cargas son de signos opuestos, U es negativa; un agente externo deberá realizar un trabajo negativo en contra de la fuerza de atracción entre cargas de signo opuesto al acercar la una a la otra; debe aplicarse una fuerza opuesta al desplazamiento para impedir que q_1 se acelere hacia q_2 .

En la figura 25.9b, se ha retirado la carga q_1 . En la posición donde se encontraba previamente la carga, el punto P , se puede utilizar las ecuaciones 25.2 y 25.13 para definir el potencial debido a la carga q_2 como $V = U/q_1 = k_e q_2 / r_{12}$. Esta expresión es consistente con la ecuación 25.11.

Si el sistema consiste en más de dos partículas con carga, se obtiene la energía potencial total si calcula U para cada par de cargas y suma los términos algebraicamente. Como un ejemplo, la energía potencial total del sistema de tres cargas que se muestra en la figura 25.10 es

$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \quad (25.14)$$

Físicamente, puede interpretar el resultado como sigue: imagine que q_1 está fija en la posición que se muestra en la figura 25.10 pero que q_2 y q_3 están en el infinito. El trabajo que deberá realizar un agente externo para traer a q_2 del infinito a una posición cerca de q_1 es $k_e q_1 q_2 / r_{12}$, que es el primer término de la ecuación 25.14. Los dos últimos términos representan el trabajo requerido para mover a q_3 del infinito a una posición cerca de q_1 y q_2 . (El resultado es independiente del orden en el cual se transporten las cargas.)

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.5

¿Cuál trabajo?

Existe una diferencia entre el trabajo realizado *por un elemento de un sistema sobre otro elemento* y el trabajo realizado *por un agente externo sobre un sistema*. En la explicación que se relaciona a la ecuación 25.14 considere el grupo de cargas como el sistema; el agente externo realiza trabajo sobre el sistema para mover las cargas desde una separación infinita a una separación más pequeña.

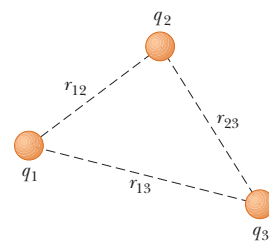


Figura 25.10 Tres cargas puntuales están fijas en las posiciones que se muestran. La energía potencial de este sistema de cargas se conoce por la ecuación 25.14.

Pregunta rápida 25.3 En la figura 25.9a, considere q_1 como la fuente de carga negativa y q_2 como la carga de prueba. i) Si q_2 inicialmente es positiva y cambia a una carga de la misma magnitud pero negativa, ¿qué ocurre con el potencial en la posición de q_2 debido a q_1 ? a) Aumenta. b) Disminuye. c) Permanece igual. ii) Cuando q_2 cambia de positiva a negativa, ¿qué ocurre con la energía potencial del sistema de dos cargas? Elija entre las mismas posibilidades.

¹La expresión de la energía potencial eléctrica de un sistema formado por dos cargas puntuales, la ecuación 25.13, es de la misma estructura que la ecuación de la energía potencial gravitacional de un sistema formado por dos masas puntuales: $Gm_1 m_2 / r$ (véase el capítulo 13 del volumen I). La similitud no es sorprendente en vista de que ambas expresiones se deducen de una ley de fuerzas del cuadrado inverso.

EJEMPLO 25.3**Potencial eléctrico debido a dos cargas puntuales**

Como se muestra en la figura 25.11a, una carga $q_1 = 2.00 \mu\text{C}$ se ubica en el origen y una carga $q_2 = -6.00 \mu\text{C}$ se ubica en $(0, 3.00) \text{ m}$.

A) Encuentre el potencial eléctrico total debido a estas cargas en el punto P , cuyas coordenadas son $(4.00, 0) \text{ m}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Reconozca que las cargas de $2.00 \mu\text{C}$ y de $-6.00 \mu\text{C}$ son cargas fuente y establecen un campo eléctrico así como un potencial en todos los puntos del espacio, incluido el punto P .

Categorizar El potencial se evalúa con una ecuación desarrollada en este capítulo, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 25.12 para el sistema de dos cargas fuente:

$$V_P = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

Sustituya valores numéricos:

$$\begin{aligned} V_P &= (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left(\frac{2.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{4.00 \text{ m}} + \frac{-6.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{5.00 \text{ m}} \right) \\ &= -6.29 \times 10^3 \text{ V} \end{aligned}$$

B) Encuentre el cambio en energía potencial del sistema de dos cargas más una tercera carga $q_3 = 3.00 \mu\text{C}$ conforme la última carga se mueve del infinito al punto P (figura 25.11b).

SOLUCIÓN

Asigne $U_i = 0$ para el sistema en una configuración en que la carga q_3 está en el infinito. Use la ecuación 25.2 para evaluar la energía potencial para la configuración en que la carga está en P :

$$U_f = q_3 V_P$$

Sustituya valores numéricos para evaluar ΔU :

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_f - U_i = q_3 V_P - 0 = (3.00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6.29 \times 10^3 \text{ V}) \\ &= -1.89 \times 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

Por lo tanto, ya que la energía potencial del sistema disminuyó, un agente externo tiene que hacer trabajo positivo para retirar la carga del punto P de regreso al infinito.

¿Qué pasaría si? Trabaja este ejemplo con una compañera de clase y ella le dice: “¡Espera un minuto! En el inciso B) se ignoró la energía potencial asociada con el par de cargas q_1 y q_2 !”. ¿Cómo respondería?

Respuesta Dado el enunciado del problema, no es necesario incluir esta energía potencial porque en el inciso B) pide el *cambio* en energía potencial del sistema conforme q_3 se lleva desde el infinito. Ya que la configuración de las cargas q_1 y q_2 no cambia en el proceso, no hay ΔU asociada con estas cargas. Sin embargo, si el inciso B) hubiese pedido encontrar el cambio en energía potencial cuando *las tres* cargas inician separadas desde el infinito y después se llevan a las posiciones en la figura 25.11b, tendría que calcular el cambio usando la ecuación 25.14.

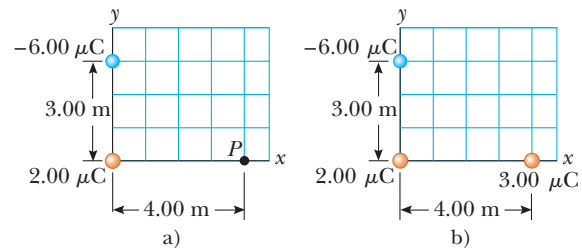


Figura 25.11 (Ejemplo 25.3) a) El potencial eléctrico en P debido a las dos cargas q_1 y q_2 es la suma algebraica de los potenciales debidos a las cargas individuales. b) Una tercera carga $q_3 = 3.00 \mu\text{C}$ se lleva desde el infinito al punto P .

25.4 Obtención del valor del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico

El campo eléctrico $\vec{E}$ y el potencial eléctrico V están relacionados, como se mostró en la ecuación 25.3 que se usa para encontrar ΔV si el campo eléctrico $\vec{E}$ se conoce. Ahora se muestra cómo calcular el valor del campo eléctrico en una región específica si el potencial eléctrico se conoce.

Mediante la ecuación 25.3 exprese la diferencia de potencial dV entre dos puntos separados una distancia $d\vec{s}$ como

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (25.15)$$

Si el campo eléctrico tiene sólo una componente E_x , en tal caso $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx$. Por tanto, la ecuación 25.15 se convierte en $dV = -E_x dx$, o

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad (25.16)$$

Es decir, la componente en x del campo eléctrico es igual al negativo de la derivada del potencial eléctrico respecto a x . Pueden hacerse enunciados similares acerca de las componentes en y y en z . La ecuación 25.16 es la afirmación matemática del hecho de que el campo eléctrico es una medida de la relación de cambio del potencial eléctrico con su posición, como se mencionó en la sección 25.1.

Experimentalmente, el potencial eléctrico y la posición se pueden medir con facilidad si utiliza un voltímetro (véase la sección 28.5) y una regleta de medición. En consecuencia, un campo eléctrico se determina al medir el potencial eléctrico en varias posiciones en el campo y dibujando una gráfica de los resultados. De acuerdo con la ecuación 25.16, la pendiente de la gráfica de V en función de x en un punto determinado nos proporciona la magnitud del campo eléctrico en ese punto.

Cuando una carga de prueba se somete a un desplazamiento $d\vec{s}$ a lo largo de una superficie equipotencial, en tal caso $dV = 0$ ya que el potencial es constante en una superficie equipotencial. Por la ecuación 25.15, se reconoce que $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$; por lo tanto, $\vec{E}$ debe ser perpendicular al desplazamiento a lo largo de la superficie equipotencial. Esto demuestra que las **superficies equipotenciales siempre deben ser perpendiculares a las líneas de campo eléctrico que pasan a través de ellas**.

Como se mencionó al final de la sección 25.2, las superficies equipotenciales para un campo eléctrico uniforme están constituidas en una familia de planos perpendiculares a las líneas de campo. La figura 25.12a muestra algunas superficies equipotenciales representativas de esta situación.

Si la distribución de carga que origina un campo eléctrico tiene simetría esférica tal que la densidad de carga volumétrica depende sólo de la distancia radial r , el campo eléctrico es radial. En este caso, $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r dr$, y se puede expresar dV en la forma $dV = -E_r dr$. Por lo tanto,

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \quad (25.17)$$

Por ejemplo, el potencial eléctrico de una carga puntual es $V = k_e q/r$. Debido a que V es sólo función de r , la función potencial tiene simetría esférica. Al aplicar la ecuación 25.17, encuentra que el campo eléctrico debido a la carga puntual es $E_r = k_e q/r^2$, un resultado familiar. Observe que el potencial sólo cambia en dirección radial, no en cualquier dirección perpendicular a r . Por tanto, V (igual que E_r) sólo es función de r . De nuevo, esto es consistente con la idea **de que las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo**. En este caso, las superficies equipotenciales forman una familia de esferas concéntricas con la distribución de carga de simetría esférica (figura 25.12b). Las superficies equipotenciales para un dipolo eléctrico se trazan en la figura 25.12c.

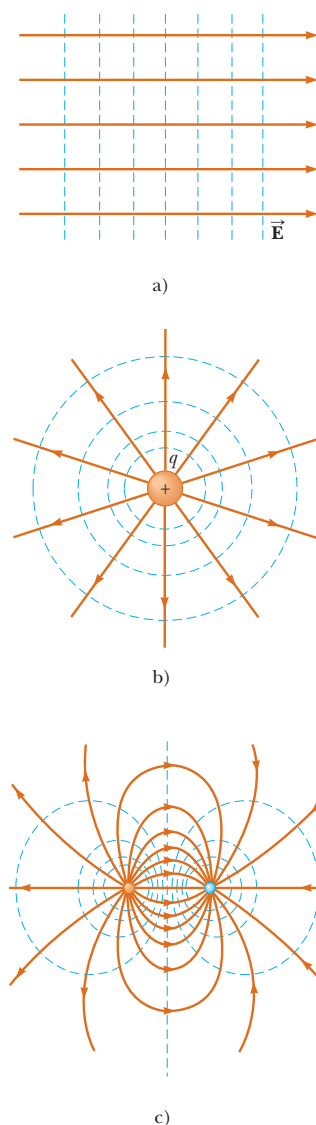


Figura 25.12 Superficies equipotenciales (las líneas azules punteadas son las intersecciones de estas superficies con la página) y las líneas de campo eléctrico para a) un campo eléctrico uniforme producido por un plano infinito de carga, b) una carga puntual, y c) un dipolo eléctrico. En todos los casos, las superficies equipotenciales son *perpendiculares* a las líneas de campo eléctrico en todos los puntos.

En general, el potencial eléctrico es una función de las tres coordenadas espaciales. Si $V(r)$ se da en coordenadas cartesianas, las componentes E_x , E_y y E_z del campo eléctrico pueden ser determinadas fácilmente a partir de $V(x, y, z)$ como derivadas parciales²

Determinación del
campo eléctrico a partir
del potencial

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad (25.18)$$

Pregunta rápida 25.4 En cierta región del espacio el potencial eléctrico es igual a cero en todos los puntos a lo largo del eje x . De ello es posible concluir que en esta región la componente en x del campo eléctrico es: a) cero, b) en la dirección de $+x$, o c) en la dirección de $-x$.

EJEMPLO 25.4

Potencial eléctrico debido a un dipolo

Un dipolo eléctrico consiste de dos cargas de igual magnitud y signo opuesto separadas por una distancia $2a$ como se muestra en la figura 25.13. El dipolo está a lo largo del eje x y tiene centro en el origen.

A) Calcule el potencial eléctrico en el punto P sobre el eje y .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Compare esta situación con la del inciso B) del ejemplo 23.5. Es la misma situación, pero en este caso se busca el potencial eléctrico en lugar del campo eléctrico.

Categorizar Ya que el dipolo consiste sólo en dos cargas fuente, el potencial eléctrico se puede evaluar al sumar los potenciales debidos a las cargas individuales.

Analizar Use la ecuación 25.12 para hallar el potencial eléctrico en P debido a las dos cargas:

$$V_P = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{-q}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) = 0$$

B) Calcule el potencial eléctrico en el punto R sobre el eje $+x$.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 25.12 para encontrar el potencial eléctrico en R debido a las dos cargas:

$$V_R = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{-q}{x-a} + \frac{q}{x+a} \right) = -\frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

C) Calcule V y E_x en un punto sobre el eje x lejos del dipolo.

SOLUCIÓN

Para el punto R lejos del dipolo tal que $x \gg a$, ignore a^2 en el denominador de la respuesta al inciso B) y escriba V en este límite:

$$V_R = \lim_{x \gg a} \left(-\frac{2k_e qa}{x^2 - a^2} \right) \approx -\frac{2k_e qa}{x^2} \quad (x \gg a)$$

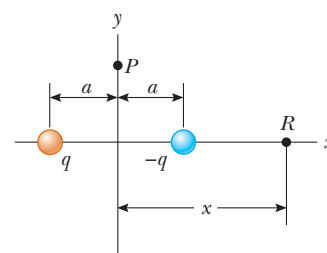


Figura 25.13 (Ejemplo 25.4)
Dipolo eléctrico ubicado sobre el eje x .

²En notación vectorial, a menudo $\vec{E}$ se escribe en los sistemas de coordenadas cartesianas de la forma

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

donde ∇ es conocido como el *operador gradiente*.

Use la ecuación 25.16 y este resultado para calcular la componente x del campo eléctrico en un punto sobre el eje x lejos del dipolo:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(-\frac{2k_e qa}{x^2} \right) = 2k_e qa \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^2} \right) = -\frac{4k_e qa}{x^3} \quad (x \gg a)$$

Finalizar Los potenciales en los incisos B) y C) son negativos, porque los puntos sobre el eje $+x$ están más cerca de la carga negativa que de la carga positiva. Por la misma razón, la componente x del campo eléctrico es negativa. Compare el resultado del inciso C) con la del problema 18 en el capítulo 23, donde el campo eléctrico sobre el eje x debido a un dipolo se calculó directamente.

¿Qué pasaría si? Suponga que quiere encontrar el campo eléctrico en un punto P sobre el eje y . En el inciso A), se encontró que el potencial eléctrico es cero para todos los valores de y . El campo eléctrico, ¿es cero en todos los puntos sobre el eje y ?

Respuesta No. Que no haya cambio en el potencial a lo largo del eje y dice sólo que la componente y del campo eléctrico es cero. Vea de nuevo la figura 23.13 en el ejemplo 23.5. Se demostró que el campo eléctrico de un dipolo sobre el eje y sólo tiene una componente x . No se puede encontrar la componente x en el ejemplo actual porque no se tiene una expresión para el potencial cerca del eje y como función de x .

25.5 Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas

Existen dos maneras de calcular el potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua. Si conoce la distribución de carga, considere el potencial debido a un elemento de carga dq pequeño, y trate a este elemento como una carga puntual (figura 25.14). Por la ecuación 25.11 el potencial eléctrico dV en algún punto P , debido al elemento de carga dq , es

$$dV = k_e \frac{dq}{r} \quad (25.19)$$

donde r es la distancia desde el elemento de carga al punto P . Para tener el potencial total en el punto P , integre la ecuación 25.19 a fin de incluir las contribuciones de todos los elementos de la distribución de carga. Ya que cada elemento está, por lo general, a una distancia diferente del punto P , y k_e es constante, exprese V como

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \quad (25.20)$$

En efecto, ha reemplazado la suma en la ecuación 25.12 por una integral. En esta expresión para V el potencial eléctrico se supone igual a cero cuando el punto P se encuentra infinitamente lejos de la distribución de carga.

Si debido a otras consideraciones, como la ley de Gauss, el campo eléctrico ya es conocido, con la ecuación 25.3 es posible calcular el potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua. Si la distribución de la carga tiene suficiente simetría, primero, mediante la ley de Gauss, evalúe $\vec{E}$ y después sustituya el valor obtenido en la ecuación 25.3, para determinar la diferencia de potencial ΔV entre dos puntos cualesquiera. A continuación se elige el valor del potencial eléctrico V de cero en algún punto conveniente.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cálculo de potencial eléctrico

El siguiente procedimiento se recomienda para resolver problemas que involucren la determinación de un potencial eléctrico debido a una distribución de carga.

1. **Conceptualizar.** Piense cuidadosamente en las cargas individuales o en la distribución de carga que plantea el problema e imagine qué tipo de potencial sería establecido. Recurra a cualquier simetría en el ordenamiento de cargas para ayudarse a visualizar el potencial.

◀ Potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua

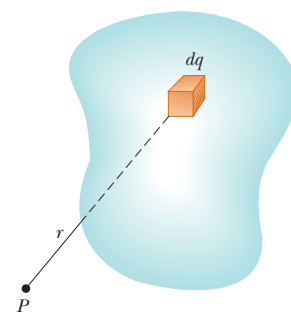


Figura 25.14 Es posible calcular el potencial eléctrico en el punto P debido a una distribución de carga continua, al dividir la distribución de carga en los elementos de carga dq y sumar las contribuciones del potencial eléctrico de todos ellos.

2. **Categorizar.** ¿Analiza un grupo de cargas individuales o una distribución de carga continua? La respuesta a esta pregunta le dirá cómo proceder en la etapa *Analizar*.
3. **Analizar.** Cuando trabaje problemas que involucren potencial eléctrico, recuerde que es una *cantidad escalar*, de modo que no hay componentes a considerar. Por tanto, cuando use el principio de superposición para evaluar el potencial eléctrico en un punto, simplemente tome la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga. Sin embargo, debe acordarse de los signos.

Igual que con la energía potencial en mecánica, sólo son significativos los *cambios* en el potencial eléctrico; por ende, el punto donde el potencial se establece en cero es arbitrario. Cuando se trata con cargas puntuales o una distribución de carga de tamaño finito, por lo general se define $V = 0$ como un punto infinitamente alejado de las cargas. No obstante, si la distribución de carga en sí se extiende hasta el infinito, se debe seleccionar algún otro punto cercano como el punto de referencia.

- a) *Si analiza un grupo de cargas individuales:* use el principio de superposición, que afirma que cuando están presentes varias cargas puntuales, el potencial resultante en un punto en el espacio es la *suma algebraica* de los potenciales individuales debidos a las cargas individuales (ecuación 25.12). El ejemplo 25.4 demostró este procedimiento.
- b) *Si analiza una distribución de carga continua:* sustituya las sumas para evaluar el potencial total en algún punto P a partir de cargas individuales mediante integrales (ecuación 25.20). La distribución de carga se divide en elementos infinitesimales de carga dq ubicados a una distancia r del punto P . En tal caso un elemento se trata como una carga puntual, de modo que el potencial en P debido al elemento es $dV = k_e dq/r$. El potencial total en P se obtiene al integrar sobre toda la distribución de carga. Para muchos problemas es posible, al realizar la integración, expresar dq y r en términos de una sola variable. Para simplificar la integración tenga especial cuidado con la geometría involucrada en el problema. Los ejemplos del 25.5 al 25.7 demuestran tal procedimiento.

Para obtener el potencial a partir del campo eléctrico: otro método utilizado para obtener el potencial es comenzar con la definición de la diferencia de potencial dada por la ecuación 25.3. Si conoce $\vec{E}$ o lo puede obtener fácilmente (como a partir de la ley de Gauss), se puede evaluar la integral de línea de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$.

4. **Finalizar.** Compruebe para ver si su expresión para el potencial es consistente con la representación mental y refleja cualquier simetría notada previamente. Imagine variar parámetros tales como la distancia del punto de observación desde las cargas o el radio de cualquier objeto circular para saber si el resultado matemático cambia en una forma razonable.

EJEMPLO 25.5**Potencial eléctrico debido a un anillo con carga uniforme**

A) Encuentre una expresión para el potencial eléctrico en un punto P ubicado sobre el eje central perpendicular de un anillo con carga uniforme de radio a y carga total Q .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 25.15, en la que el anillo se orienta de modo que su plano es perpendicular al eje x y su centro está en el origen.

Categorizar Ya que el anillo consiste en una distribución continua de carga en lugar de un conjunto de cargas discretas, en este ejemplo debe usar la técnica de integración representada por la ecuación 25.20.

Analizar Tome el punto P a una distancia x desde el centro del anillo, como se muestra en la figura 25.15. Observe que todos los elementos de carga dq están a la misma distancia $\sqrt{a^2 + x^2}$ del punto P .

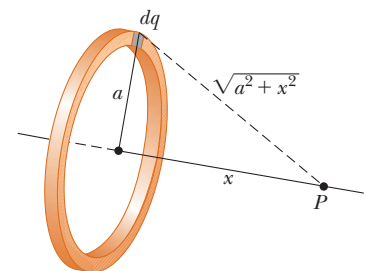


Figura 25.15 (Ejemplo 25.5) Un anillo de radio a con carga uniforme, yace en un plano perpendicular al eje x . Todos los elementos dq del anillo están a la misma distancia de un punto P que se encuentra sobre el eje x .

Aplice la ecuación 25.20 para expresar V en términos de la geometría:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Al notar que a y x son constantes, quite $\sqrt{a^2 + x^2}$ de la integral e integre sobre el anillo:

$$V = \frac{k_e}{\sqrt{a^2 + x^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad (25.21)$$

B) Hallar una expresión para la magnitud del campo eléctrico en el punto P .

SOLUCIÓN

A partir de la simetría, observe que, a lo largo del eje x , $\vec{E}$ puede tener sólo una componente x . Por lo tanto, aplique la ecuación 25.16 a la ecuación 25.21:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{dV}{dx} = -k_e Q \frac{d}{dx} (a^2 + x^2)^{-1/2} \\ &= -k_e Q \left(-\frac{1}{2}\right) (a^2 + x^2)^{-3/2} (2x) \\ E_x &= \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q \end{aligned} \quad (25.22)$$

Finalizar La única variable en las expresiones para V y E_x es x . Esto no es de sorprender porque los cálculos son válidos sólo para puntos a lo largo del eje x , donde y y z son cero. Este resultado para el campo eléctrico concuerda con el obtenido mediante integración directa (ejemplo 23.7).

EJEMPLO 25.6

Potencial eléctrico debido a un disco con carga uniforme

Un disco con carga uniforme tiene radio R y densidad de carga superficial σ .

A) Encuentre el potencial eléctrico en un punto P a lo largo del eje central perpendicular del disco.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Si considera que el disco es un conjunto de anillos concéntricos, es posible usar el resultado del ejemplo 25.5 que da el potencial establecido por un anillo de radio a y sumar las aportaciones de todos los anillos que conforman el disco.

Categorizar Ya que el disco es continuo, se evalúa el potencial debido a una distribución de carga continua en lugar de un grupo de cargas individuales.

Analizar Encuentre la cantidad de carga dq en un anillo de radio r y ancho dr , como se muestra en la figura 25.16:

Use este resultado en la ecuación dada por V en el ejemplo 25.5 (con r en lugar de a y dq en lugar de Q) para encontrar el potencial debido al anillo:

Para obtener el potencial total en P , integre esta expresión sobre los límites $r = 0$ a $r = R$, y observe que x es una constante:

Esta integral es de la forma común $\int u^n du$ y tiene el valor $u^{n+1}/(n+1)$, donde $n = -1/2$ y $u = r^2 + x^2$. Use este resultado para evaluar la integral:

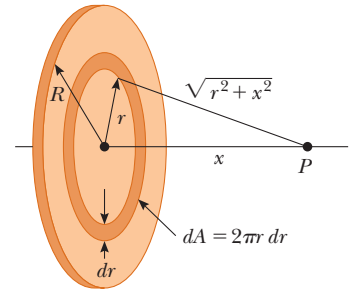


Figura 25.16 (Ejemplo 25.6) Un disco de radio R , con carga uniforme, yace en un plano perpendicular al eje x . El cálculo del potencial eléctrico en cualquier punto P sobre el eje x se simplifica al dividir el disco en muchos anillos de radio r y ancho dr , con área $2\pi r dr$.

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$$

$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e 2\pi\sigma r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^R \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^R (r^2 + x^2)^{-1/2} 2r dr$$

$$V = 2\pi k_e \sigma [(R^2 + x^2)^{1/2} - x] \quad (25.23)$$

B) Encuentre la componente x del campo eléctrico en un punto P a lo largo del eje central perpendicular del disco.

SOLUCIÓN

Como en el ejemplo 25.5, use la ecuación 25.16 para encontrar el campo eléctrico en cualquier punto axial:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right] \quad (25.24)$$

Finalizar Compare la ecuación 25.24 con el resultado del ejemplo 23.8. El cálculo de V y $\vec{E}$ para un punto arbitrario fuera del eje x es más difícil de realizar y en este libro no se trata dicha situación.

EJEMPLO 25.7

Potencial eléctrico debido a una línea de carga finita

Una barra de longitud ℓ ubicada a lo largo del eje x tiene una carga total Q y una densidad de carga lineal uniforme $\lambda = Q/\ell$. Encuentre el potencial eléctrico en un punto P ubicado sobre el eje y a una distancia a del origen (figura 25.17).

SOLUCIÓN

Conceptualizar El potencial en P debido a cada segmento de carga sobre la barra es positivo porque cada segmento tiene una carga positiva.

Categorizar Ya que la barra es continua, evalúe el potencial debido a una distribución de carga continua en lugar de un grupo de cargas individuales.

Analizar En la figura 25.17, la barra se encuentra a lo largo del eje x , dx es la longitud de un segmento pequeño y dq es la carga en dicho segmento. Ya que la barra tiene una carga por cada unidad de longitud λ , la carga dq sobre el segmento pequeño es $dq = \lambda dx$.

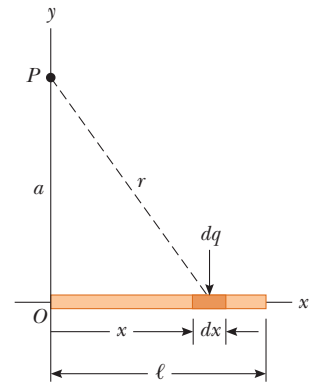


Figura 25.17 (Ejemplo 25.7) Línea de carga uniforme, de longitud ℓ , ubicada a lo largo del eje x . Para calcular el potencial eléctrico en P , la línea de carga se divide en segmentos, cada uno de longitud dx y carga $dq = \lambda dx$.

Encuentre el potencial en P debido a un segmento de la barra:

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Encuentre el potencial total en P al integrar esta expresión sobre los límites $x = 0$ a $x = \ell$:

$$V = \int_0^\ell k_e \frac{\lambda dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Observe que k_e y $\lambda = Q/\ell$ son constantes y se pueden retirar de la integral, evalúe la integral con la ayuda del apéndice B:

$$V = k_e \lambda \int_0^\ell \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = k_e \frac{Q}{\ell} \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) \Big|_0^\ell$$

Evalúe el resultado entre los límites:

$$V = k_e \frac{Q}{\ell} [\ln(\ell + \sqrt{a^2 + \ell^2}) - \ln a] = k_e \frac{Q}{\ell} \ln \left(\frac{\ell + \sqrt{a^2 + \ell^2}}{a} \right) \quad (25.25)$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si se le pide encontrar el campo eléctrico en el punto P ? ¿Sería un cálculo simple?

Respuesta Calcular el campo eléctrico mediante la ecuación 23.11 sería un poco engorroso. No hay simetría que se pueda usar y la integración sobre la línea de carga representaría una suma vectorial de campos eléctricos en el punto P . Al usar la ecuación 25.18 podría encontrar E_y al sustituir a con y en la ecuación 25.25 y realizar la diferenciación respecto a y . Puesto que la barra con carga de la figura 25.17 yace por completo a la derecha de $x = 0$, el campo eléctrico en el punto P tendría una componente x a la izquierda si la barra está cargada positivamente. Sin embargo, no puede usar la ecuación 25.18 para

encontrar la componente x del campo, porque el potencial debido a la barra se evaluó en un valor específico de x ($x = 0$) en lugar de un valor general de x . Tendría que encontrar el potencial como función tanto de x como de y para ser capaz de encontrar las componentes x y y del campo eléctrico con la ecuación 25.25.

25.6 Potencial eléctrico a causa de un conductor con carga

En la sección 24.4 descubrió que cuando un conductor sólido en equilibrio tiene una carga neta, la carga se encuentra en la parte externa de la superficie del conductor. Además, que el campo eléctrico justo en el exterior del conductor es perpendicular a la superficie y que el campo en el interior es igual a cero.

Ahora aprenderá que **cada punto de la superficie de un conductor cargado en equilibrio tiene el mismo potencial eléctrico**. Examine dos puntos **A** y **B** sobre la superficie de un conductor con carga, como se muestra en la figura 25.18. En una trayectoria superficial que conecta estos puntos, $\vec{E}$ siempre es perpendicular al desplazamiento $d\vec{s}$; por tanto $\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$. Con este resultado y la ecuación 25.3, concluya que la diferencia de potencial entre **A** y **B** es necesariamente igual a cero:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Este resultado es válido para dos puntos cualesquiera sobre la superficie. Por tanto, V es constante en cualquier punto de la superficie de un conductor con carga en equilibrio. Es decir,

la superficie en cualquier conductor con carga en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial. Además, ya que el campo eléctrico es igual a cero en el interior del conductor, el potencial eléctrico es constante en cualquier punto en el interior del conductor y en la superficie es equivalente a su valor.

El valor constante del potencial, no requiere ningún trabajo para mover una carga de prueba del interior de un conductor con carga a su superficie.

Considere una esfera conductora metálica sólida de radio R con una carga total positiva Q , como se muestra en la figura 25.19a. Como se determinó en el inciso A) del ejemplo 24.3, el campo eléctrico en el exterior de esta esfera es $k_e Q/r^2$ y apunta radialmente hacia afuera ya que el campo exterior de una distribución de carga con simetría esférica es idéntico al de una carga puntual, debe esperar que el potencial también sea de una carga puntual, $k_e Q/r$. En la superficie de la esfera conductora de la figura 25.19a, el potencial debe ser $k_e Q/R$. Porque que existe el mismo potencial en toda la esfera, el potencial en cualquier punto dentro de la esfera debe ser $k_e Q/R$. La figura 25.19b es una gráfica del potencial eléctrico como una función de r , y la figura 25.19c muestra la forma en que el campo eléctrico varía en función de r .

Cuando se coloca una carga neta en un conductor esférico, la densidad de carga superficial es uniforme, como se indica en la figura 25.19a. Sin embargo, si el conductor no es esférico, como en la figura 25.18, la densidad de carga superficial es elevada donde el radio de curvatura es pequeño (como se vio en la sección 24.4), y es reducida donde el radio de curvatura es grande.

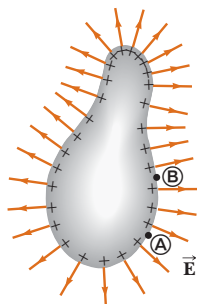


Figura 25.18 Conductor de forma arbitraria con una carga positiva. Cuando el conductor se encuentra en equilibrio electrostático, la totalidad de la carga reside en la superficie, $\vec{E} = 0$ en el interior del conductor, y la dirección de $\vec{E}$ justo afuera del conductor es perpendicular a la superficie. El potencial eléctrico es constante en el interior del conductor y es igual al potencial en la superficie. Observe que, por el espaciamiento de los signos positivos, la densidad de carga superficial no es uniforme.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 25.6

El potencial puede no ser igual a cero

En la figura 25.18 el potencial eléctrico en el interior del conductor no necesariamente es igual a cero, a pesar de que el campo eléctrico es cero. La ecuación 25.15, muestra que un valor cero del campo da como resultado un potencial sin cambio de un punto a otro en el interior del conductor. Por tanto, el potencial en todo el interior del conductor, incluso en la superficie, tiene el mismo valor, que puede o no ser cero, depende de dónde se ha definido el cero del potencial.

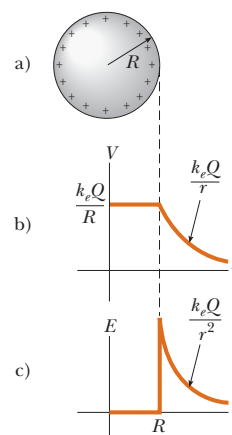


Figura 25.19 a) La carga excedente en una esfera conductora de radio R está uniformemente distribuida sobre su superficie. b) Potencial eléctrico en función de la distancia r desde el centro de la esfera conductora con carga. c) Magnitud del campo eléctrico en función de la distancia r desde el centro de la esfera conductora con carga.

Debido a que el campo eléctrico justo afuera del conductor es proporcional a la densidad de carga superficial, **el campo eléctrico es grande cerca de puntos convexos que tienen pequeños radios de curvatura y alcanza valores muy elevados en puntos puntiagudos**. En el ejemplo 25.8 se explora matemáticamente la correspondencia entre campo eléctrico y radio de curvatura.

EJEMPLO 25.8**Dos esferas con carga conectadas**

Dos conductores esféricos, con radios r_1 y r_2 , están separados una distancia mucho mayor que el radio de cualquier esfera. Las esferas están conectadas mediante un alambre conductor, como se muestra en la figura 25.20. Las cargas en las esferas en equilibrio son q_1 y q_2 , y están uniformemente cargadas. Encuentre la relación de las magnitudes de los campos eléctricos en las superficies de las esferas.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que las esferas están mucho más alejadas de lo que se muestra en la figura 25.20. Puesto que están tan separadas, el campo de una no afecta la distribución de carga sobre la otra. El alambre conductor entre ellas garantiza que ambas esferas tengan el mismo potencial eléctrico.

Categorizar Como las esferas están muy alejadas, la distribución de carga sobre ellas se modela como esféricamente simétrica y el campo y el potencial afuera de las esferas se modela como el debido a cargas puntuales.

Analizar Iguale los potenciales eléctricos en las superficies de las esferas:

Resuelva para la proporción de cargas en las esferas:

Escriba expresiones para las magnitudes de los campos eléctricos en las superficies de las esferas:

Evalúe la proporción de estos dos campos:

Sustituya para la razón de cargas de la ecuación 1):

Finalizar El campo es más intenso en la vecindad de la esfera más pequeña aun cuando los potenciales eléctricos en las superficies de ambas son iguales.

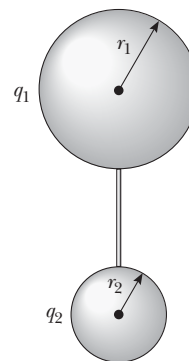


Figura 25.20 (Ejemplo 25.8) Dos conductores esféricos con carga están conectados por un alambre conductor. Las esferas están al mismo potencial eléctrico V .

$$V = k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

$$1) \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2} \quad \text{y} \quad E_2 = k_e \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2} \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$2) \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1}{r_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Una cavidad dentro de un conductor

Ahora considere que un conductor de forma arbitraria contiene una cavidad como se muestra en la figura 25.21. Suponga que no hay cargas en el interior de la cavidad. **En este caso, el campo eléctrico en el interior de la cavidad debe ser igual a cero**, sin importar la distribución de la carga en la superficie exterior del conductor, como se mencionó en la sección 24.4. Además, el campo en la cavidad es igual a cero aun si existe un campo eléctrico en el exterior del conductor.

Para probarlo, recuerde que todos los puntos del conductor tienen el mismo potencial eléctrico y, por tanto, dos puntos cualesquiera **A** y **B** en la superficie de la cavidad

deben de estar al mismo potencial. Ahora imagine que existe un campo $\vec{E}$ en la cavidad y evalúe la diferencia de potencial $V_B - V_A$ definida en la ecuación 25.3:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Debido a que $V_B - V_A = 0$, la integral de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ debe ser cero para todas las trayectorias entre dos puntos cualesquiera A y B en el conductor. La única manera de que esto pueda ser válido para *todas* las trayectorias es si $\vec{E}$ es igual a cero *en cualquier sitio* de la cavidad. Entonces, **una cavidad rodeada por paredes conductoras es una región libre de campo eléctrico, siempre y cuando no existan cargas en el interior de la misma.**

Efecto corona

El fenómeno conocido como **efecto corona** se observa a menudo cerca de un conductor como el de una línea de transmisión de energía de alto voltaje. Cuando el campo eléctrico es suficientemente intenso en las cercanías del conductor, los electrones que resultan de las ionizaciones al azar de las moléculas del aire que están cerca del conductor se aceleran y alejan de sus moléculas madre. Estos electrones de movimiento rápido ionizan otras moléculas cercanas al conductor, crean más electrones libres. El resplandor observado (descarga en corona) resulta de la combinación de estos electrones libres con las moléculas de aire ionizadas. Si un conductor tiene una forma irregular, el campo eléctrico puede ser muy elevado cerca de las puntas o los bordes afilados del conductor; en consecuencia, lo más probable es que el proceso de ionización y el efecto corona se presenten cerca de esos puntos.

El efecto corona se utiliza en la industria de la transmisión eléctrica para localizar componentes rotos o defectuosos. Por ejemplo, un aislante roto en una torre de transmisión tiene bordes filosos donde es muy probable que se presente este efecto. De manera similar, el mismo efecto ocurrirá en el extremo puntiagudo de un filamento conductor roto. Observar estas descargas es difícil, porque la radiación visible emitida es débil y la mayor parte de la radiación está en la zona ultravioleta. (En la sección 34.7 se explica la radiación ultravioleta y otras secciones del espectro electromagnético.) Incluso la utilización de cámaras ultravioleta tradicionales resulta de poca ayuda porque la radiación a causa de la descarga en corona es opacada por la radiación ultravioleta del sol. Aparatos de espectro dual de reciente desarrollo combinan una cámara ultravioleta de banda angosta con una cámara de luz visible para mostrar una vista a la luz de día del efecto corona en la ubicación real de la torre o cable de transmisión. La porción ultravioleta de la cámara está diseñada para operar en un intervalo de longitud de onda en que la radiación solar es muy débil.

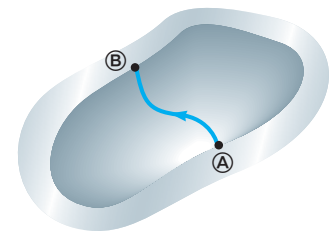


Figura 25.21 Un conductor en equilibrio electrostático con una cavidad. El campo eléctrico en el interior de la cavidad es igual a cero, sin importar la carga en el conductor.

25.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan

De 1909 a 1913 Robert Millikan realizó brillantes experimentos en los cuales midió la magnitud de la carga elemental de un electrón e , y demostró la naturaleza cuantizada de esta carga. Sus aparatos, ilustrados en la figura 25.22, contienen dos placas metálicas

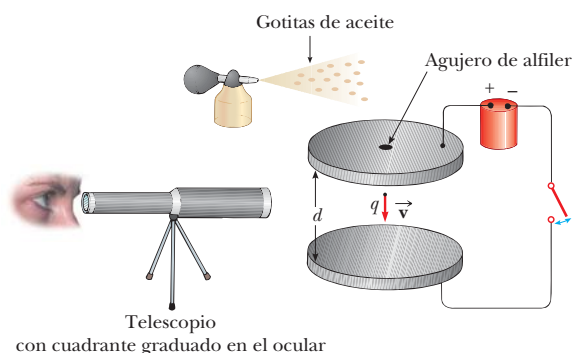


Figura 25.22

Dibujo esquemático del aparato de Millikan.

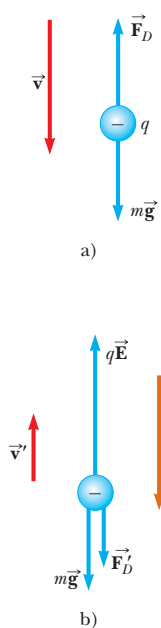


Figura 25.23 Fuerzas que actúan sobre una gotita de aceite negativamente cargada en el experimento de Millikan. a) Con el campo eléctrico desactivado, la gotita cae a una velocidad terminal $\vec{v}$, bajo la influencia de las fuerzas gravitacionales y de arrastre. b) Cuando el campo eléctrico está activado, la gotita se mueve hacia arriba a una velocidad terminal $\vec{v}'$ bajo la influencia de las fuerzas eléctrica, gravitacional y de arrastre.

paralelas. Un atomizador permite pasar gotitas de aceite a través de un orificio pequeño en la placa superior. Millikan utilizó rayos X para ionizar el aire en la cámara; así, los electrones liberados se adhieren a las gotitas de aceite y las cargan negativamente. Se aplicó un haz de luz dirigido en forma horizontal para iluminar las gotas de aceite, que son observadas a través de un telescopio cuyo eje mayor es perpendicular al haz de luz. Cuando las gotitas se observan de esta manera, dan la apariencia de estrellas luminosas contra un fondo oscuro, lo cual permite determinar la rapidez a la cual cae cada gota.

Considere una sola gota con masa m y carga negativa q que es observada. Si no hay un campo eléctrico presente entre las placas, las dos fuerzas que actúan sobre la carga son la fuerza gravitacional $m\vec{g}$, que actúa hacia abajo,³ y la fuerza de arrastre viscosa $\vec{F}_D$, que actúa hacia arriba, como se indica en la figura 25.23a. La fuerza de arrastre es proporcional a la rapidez de caída como se explicó en la sección 6.4. Cuando la gota alcanza su rapidez terminal v , las dos fuerzas se equilibran ($mg = F_D$).

Ahora suponga que una batería conectada a las placas crea un campo eléctrico entre éstas de forma que la placa superior quede con el potencial eléctrico más elevado. En este caso, una tercera fuerza $q\vec{E}$ actúa sobre la gota con carga. Porque q es negativa y $\vec{E}$ se dirige hacia abajo, la fuerza eléctrica se dirige hacia arriba, como se muestra en la figura 25.23b. Si esta fuerza hacia arriba es lo suficientemente intensa, la gota se moverá hacia arriba y la fuerza de arrastre $\vec{F}'_D$ actuará hacia abajo. Cuando la fuerza eléctrica $q\vec{E}$ hacia arriba equilibra la suma de la fuerza de la gravedad y la fuerza de arrastre hacia abajo $\vec{F}'_D$, la gota alcanzará una nueva rapidez terminal v' hacia arriba.

Con el campo activado, una gotita se mueve lentamente hacia arriba, a centésimos de un centímetro por segundo, la rapidez de caída en ausencia de un campo es comparable. En consecuencia, uno puede seguir una gotita durante horas, subiendo y bajando alternativamente, sólo con activar o desactivar el campo eléctrico.

Después de registrar las mediciones de miles de gotas, Millikan y sus ayudantes encontraron que todas las gotitas tenían, con aproximadamente 1% de precisión, una carga igual a algún entero múltiplo de la carga elemental e :

$$q = ne \quad n = 0, -1, -2, -3, \dots$$

donde $e = 1.60 \times 10^{-19}\text{C}$. El experimento de Millikan produce evidencia concluyente de que la carga está subdividida en cantidades discretas (cuantizada). Por este trabajo, obtuvo el premio Nobel de Física en 1923.

25.8 Aplicaciones de la electrostática

La aplicación práctica de la electrostática está representada por aparatos como pararrayos y precipitadores electrostáticos y por procesos como la xerografía y la pintura de automóviles. Los aparatos científicos según los principios de la electrostática incluyen los generadores electrostáticos, el microscopio iónico de efecto de campo y los motores de cohete iónico.

El generador Van de Graaff

Los resultados experimentales han demostrado que cuando un conductor con carga se pone en contacto con el interior de un conductor hueco, toda la carga del conductor con carga se transfiere al conductor hueco. En principio, la carga en el conductor hueco y su potencial eléctrico pueden incrementarse sin límite mediante la repetición del proceso.

En 1929 Robert J. Van de Graaff (1901-1967) utilizó este principio para diseñar y construir un generador electrostático; una representación esquemática aparece en la figura 25.24. Este tipo de generador tiene una intensa utilización en la investigación de la física nuclear. La carga es llevada continuamente a un electrodo a un alto potencial por medio de una banda transportadora hecha de material aislante. El electrodo de alto vol-

³También existe una fuerza de flotación en la gota de aceite debida al aire que la rodea. Esta fuerza se incorpora como una corrección a la fuerza gravitacional $m\vec{g}$ sobre la gota, así que para este análisis no se tomará en cuenta.

taje es un domo metálico hueco montado sobre una columna aislante. La banda se carga en el punto A por medio de un efecto corona entre unas agujas metálicas parecidas a un peine y una rejilla a tierra. Las agujas se mantienen a un potencial eléctrico positivo que es de 10^4 V. La carga positiva de la banda transportadora se transfiere al domo mediante un segundo peine de agujas en el punto B. Ya que el campo eléctrico en el interior del domo es despreciable, la carga positiva de la banda se transfiere con facilidad al conductor a pesar del potencial del conductor. En la práctica es posible aumentar el potencial eléctrico del domo hasta que se presenta una descarga eléctrica a través del aire. Porque la “ruptura” del campo eléctrico del aire es casi de 3×10^6 V/m, el potencial de una esfera de 1m de radio se eleva a un máximo de 3×10^6 V. Este potencial se incrementa aún más si aumenta el radio del domo y coloca todo el sistema en un recipiente lleno de gas a presión alta.

Los generadores de Van de Graaff producen diferencias de potencial de hasta 20 millones de volts. Los protones acelerados a través de diferencias de potencial tan grandes, reciben suficiente energía para iniciar reacciones nucleares entre ellos y entre diferentes núcleos objetivo. Con frecuencia los generadores pequeños están en los salones de clases de ciencia y en los museos. Si una persona no hace contacto con tierra y toca la esfera de un generador Van de Graaff, es posible elevar el potencial eléctrico de su cuerpo de manera considerable. El cabello adquiere una carga positiva neta, y cada mechón repele a todos los demás, como se muestra en la fotografía de introducción del capítulo 23.

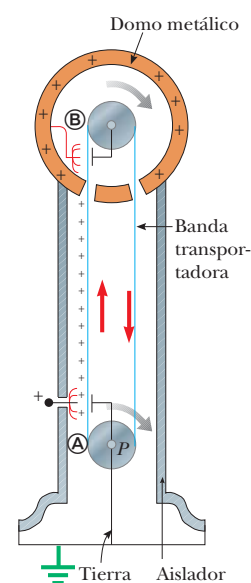
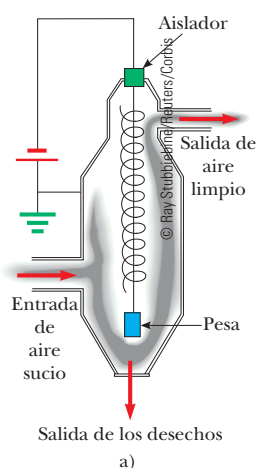


Figura 25.24 Diagrama esquemático de un generador Van de Graaff. La carga se transfiere al domo metálico en la parte superior por medio de una banda transportadora. La carga se deposita en la banda en el punto A y se transfiere al conductor hueco del punto B.

El precipitador electrostático

Una aplicación importante de la descarga eléctrica en los gases es el *precipitador electrostático*. Este aparato retira partículas de materia de los gases de combustión, por lo que reduce la contaminación en el aire. Los precipitadores son de especial utilidad en plantas eléctricas que consumen carbón y en operaciones industriales que generan grandes cantidades de humo. Los sistemas actuales son capaces de eliminar más de 99% de la ceniza del humo.

La figura 25.25a muestra un diagrama esquemático de un precipitador electrostático. Entre un alambre que corre hacia abajo en el centro de un ducto y las paredes del mismo, que están a tierra, se mantiene una diferencia de potencial elevada (de 40 a 100 kV). El alambre se mantiene a un potencial eléctrico negativo respecto a las paredes, así que el campo eléctrico está dirigido hacia el alambre. Los valores del campo cercano al alambre se elevan lo suficiente para causar un efecto producido alrededor del alambre; el aire cerca del alambre contiene iones positivos, electrones y iones negativos, como por ejemplo el O_2^- . El aire que hay que limpiar entra al ducto y se mueve cerca del cable. Conforme los electrones y los iones negativos producidos por la descarga aceleran hacia la pared exterior debido al campo eléctrico, las partículas de polvo en el aire se



Rei O'Hara/Black Star/PNI.

b)



© Alexander Tolstykh/Shutterstock

c)

Figura 25.25 a) Diagrama esquemático de un precipitador electrostático. El elevado potencial eléctrico negativo que se mantiene en el alambre en espiral del centro crea un efecto corona cerca de él. Compare la contaminación del aire cuando un precipitador electrostático está b) en operación y c) inactivo.

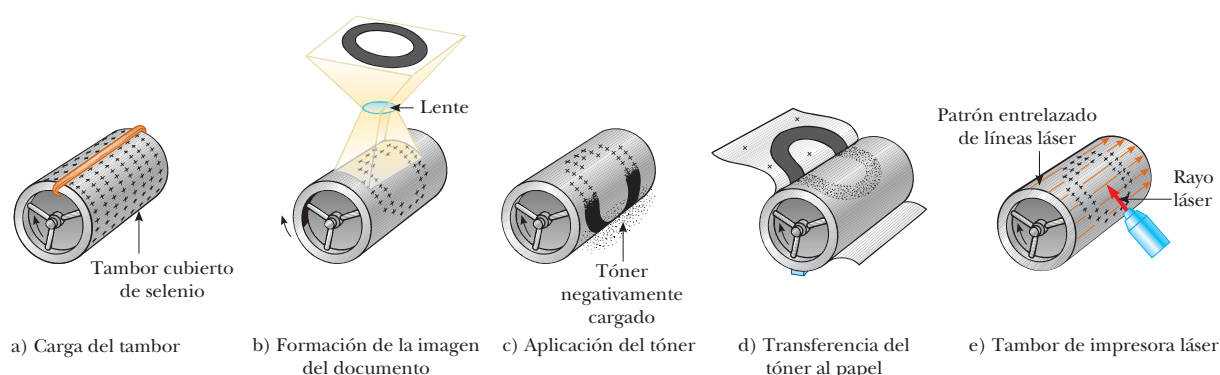


Figura 25.26 El proceso xerográfico: a) La superficie fotoconductora del tambor está positivamente cargada. b) Mediante el uso de una fuente de luz y de una lente, en la superficie se forma una imagen constituida por cargas positivas. c) La superficie que contiene la imagen se cubre con polvo negativamente cargado, el cual se adhiere sólo al área de la imagen. d) Un pedazo de papel se coloca sobre la superficie y se le da una carga positiva que transfiere la imagen al papel ya que las partículas de polvo negativamente cargadas emigran hacia el papel. Después se somete el papel a un tratamiento térmico para “fijar” el polvo. e) Una impresora láser opera de manera similar excepto que la imagen es producida mediante la conexión y desconexión de un haz láser conforme éste pasa sobre el tambor recubierto de selenio.

cargan por colisiones y captura de iones. Ya que la mayoría de las partículas de polvo cargadas son negativas, éstas también son atraídas hacia las paredes del ducto por el campo eléctrico. Si el ducto es sacudido de manera periódica, las partículas se sueltan y se recolectan en el fondo.

Además de reducir el nivel de partículas de materia en la atmósfera (compare las figuras 25.25b y c), el precipitador electrostático recupera materiales valiosos en forma de óxidos metálicos.

Xerografía e impresoras láser

La idea básica de la xerografía⁴ fue desarrollada por Chester Carlson, al que se le concedió en 1940 la patente del proceso xerográfico. La característica distintiva de este proceso es el uso de un material fotoconductor para formar una imagen. (Un *fotoconductor* es un material que es un mal conductor eléctrico en la oscuridad pero que se convierte en buen conductor cuando es expuesto a la luz.)

El proceso de xerografía se ilustra en las partes de la a) a la d) en la figura 25.26. Primero, a la superficie de una placa o de un tambor que ha sido recubierto con una película delgada de un material fotoconductor (selenio o algún compuesto de éste) se le da una carga electrostática positiva en la oscuridad. Después, la página a copiar es enfocada por una lente sobre la superficie con carga. La superficie fotoconductora se convierte en conductora sólo en las áreas donde es tocada por la luz. En estas áreas, la luz produce portadores de carga en el fotoconductor que mueven la carga positiva del tambor. Sin embargo, quedan las cargas positivas en aquellas áreas donde el fotoconductor no fue expuesto a la luz, dejando una imagen latente del objeto en forma de una distribución superficial de carga positiva.

Después, sobre la superficie fotoconductora se esparce un polvo cargado negativamente, llamado *tóner*. El polvo con carga se adhiere sólo a aquellas áreas de la superficie que contienen la imagen positivamente cargada. Por lo tanto, el tóner (y por ende la imagen) es transferido a la superficie de una hoja de papel positivamente cargada.

Por último, el tóner se “fija” a la superficie del papel al derretirse cuando pasa por unos rodillos de temperatura alta. Esto da como resultado una copia permanente del original.

Una impresora láser (figura 25.26e) funciona con el mismo principio, excepto que se utiliza un haz láser dirigido por computadora para iluminar el fotoconductor en lugar de hacerlo mediante una lente.

⁴El prefijo *xero* viene de la palabra griega que significa “seco”. Note que en la xerografía no se utiliza tinta líquida.

Resumen

DEFINICIONES

La **diferencia de potencial** ΔV entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ en un campo eléctrico $\vec{E}$ se define como

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (25.3)$$

donde ΔU se conoce por la ecuación 25.1 abajo. El **potencial eléctrico** $V = U/q_0$ es una cantidad escalar y tiene las unidades de joules por cada coulomb, donde $\text{J/C} \equiv 1 \text{ V}$.

Una **superficie equipotencial** es aquella donde todos los puntos tienen el mismo potencial eléctrico. Las superficies equipotenciales son perpendiculares a líneas de campo eléctrico.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cuando una carga de prueba positiva q_0 se mueve entre los puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ en un campo eléctrico $\vec{E}$, el **cambio en la energía potencial del sistema carga-campo** es

$$\Delta U = -q_0 \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (25.1)$$

La diferencia de potencial entre dos puntos $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$ separados una distancia d en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$, donde $\vec{s}$ es un vector que apunta de $\textcircled{A}$ a $\textcircled{B}$ y es paralelo a $\vec{E}$, es

$$\Delta V = -E \int_{\textcircled{A}}^{\textcircled{B}} ds = -Ed \quad (25.6)$$

Si define $V = 0$ en $r = \infty$, el potencial eléctrico debido a una carga puntual a cualquier distancia r desde la carga es

$$V = k_e \frac{q}{r} \quad (25.11)$$

El potencial eléctrico asociado con un grupo de cargas puntuales se obtiene al sumar los potenciales debidos a las cargas individuales.

La **energía potencial asociada con un par de cargas puntuales** separadas una distancia r_{12} es

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (25.13)$$

La energía potencial de una distribución de cargas puntuales se obtiene al sumarlas como en la ecuación 25.13 sobre todos los pares de partículas.

Si conoce el potencial eléctrico como función de las coordenadas x , y y z , puede obtener las componentes del campo eléctrico al tomar la derivada negativa del potencial eléctrico respecto a las coordenadas. Por ejemplo, la componente x del campo eléctrico es

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad (25.16)$$

El **potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua** es

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \quad (25.20)$$

Cada punto en la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático tiene el mismo potencial eléctrico. El potencial es constante en todas partes dentro del conductor e igual a su valor en la superficie.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Explique la diferencia entre potencial eléctrico y energía potencial eléctrica.
2. O En cierta región del espacio, un campo eléctrico uniforme está en la dirección x . Una partícula con carga negativa es llevada de $x = 20 \text{ cm}$ a $x = 60 \text{ cm}$. i) ¿La energía potencial del sistema carga-campo a) aumenta, b) permanece constante, c) disminuye o d) cambia de

manera impredecible? ii) ¿La partícula se mueve a una posición donde el potencial es a) mayor que antes, b) no cambia, c) menor que antes o d) impredecible?

3. O Considere las superficies equipotenciales que se muestran en la figura 25.4. En esta región del espacio, ¿cuál es la dirección aproximada del campo eléctrico? a) afuera de la página, b) hacia la página, c) hacia la

- derecha, d) hacia la izquierda, e) hacia lo alto de la página, f) hacia la parte baja de la página, g) el campo es cero.
4. **O** Una partícula con carga -40 nC , está en el eje x en el punto con coordenada $x = 0$. Una segunda partícula, con carga -20 nC , está en el eje x en $x = 500\text{ mm}$. **i)** ¿Existe algún punto a una distancia finita donde el campo eléctrico sea cero? a) Sí, está a la izquierda de $x = 0$. b) Sí, está entre $x = 0$ y $x = 500\text{ mm}$. c) Sí, está a la derecha de $x = 500\text{ mm}$. d) No. **ii)** ¿El potencial eléctrico es cero en este punto? a) No, es positivo. b) Sí. c) No, es negativo. d) No existe tal punto. **iii)** ¿Existe algún punto a una distancia finita donde el potencial eléctrico sea cero? a) Sí, está a la izquierda de $x = 0$. b) Sí, está entre $x = 0$ y $x = 500\text{ mm}$. c) Sí, está a la derecha de $x = 500\text{ mm}$. d) No. **iv)** ¿El campo eléctrico es cero en este punto? a) No, apunta a la derecha. b) Sí. c) No, apunta a la izquierda. d) No existe tal punto.
 5. Dé una explicación física de por qué la energía potencial de un par de cargas con el mismo signo es positiva, en tanto que la energía potencial del par de cargas con signos opuestos es negativa.
 6. Describa las superficies equipotenciales de a) una línea de carga infinita y b) una esfera uniformemente cargada.
 7. **O** En cierta región del espacio, el campo eléctrico es cero. A partir de este hecho, ¿qué puede concluir acerca del potencial eléctrico en esta región? a) Es cero. b) Es constante. c) Es positivo. d) Es negativo. e) Ninguna de estas respuestas es necesariamente cierta.
 8. **O** Un filamento, continuo a lo largo del eje x desde el origen hasta $x = 80\text{ cm}$, conduce carga eléctrica con densidad uniforme. En el punto P , con coordenadas ($x = 80\text{ cm}$, $y = 80\text{ cm}$), este filamento establece un potencial de 100 V . Ahora agrega otro filamento a lo largo del eje y , continuo del origen hasta $y = 80\text{ cm}$, y porta la misma cantidad de carga con la misma densidad uniforme. En el mismo punto P , ¿el par de filamentos establece un potencial a) mayor que 200 V , b) 200 V , c) entre 141 y 200 V , d) 141 V , e) entre 100 y 141 V , f) 100 V , g) entre 0 y 100 V , o h) 0 ?
 9. **O** En diferentes ensayos experimentales, un electrón, un protón o un átomo de oxígeno doblemente cargado (O^{2-}) se dispara dentro de un tubo de vacío. La trayectoria de la partícula la lleva a un punto donde el potencial eléctrico es de 40 V y luego a un punto con un

potencial diferente. Clasifique cada uno de los siguientes casos de acuerdo con el cambio de energía cinética de la partícula sobre esta parte de su vuelo, de mayor aumento a mayor disminución de energía cinética. a) Un electrón se mueve de 40 a 60 V . b) Un electrón se mueve de 40 a 20 V . c) Un protón se mueve de 40 a 20 V . d) Un protón se mueve de 40 a 10 V . e) Un ion O^{2-} se mueve de 40 a 50 V . f) Un ion O^{2-} se mueve de 40 a 60 V . Para comparar, incluya también en su clasificación g) cambio cero y h) $+10$ electrón volts de cambio en energía cinética. También despliegue cualquier caso de igualdad.

10. ¿Qué determina el potencial máximo al cual puede elevarse el domo de un generador Van de Graaff?
11. **O i)** Una esfera metálica A, de 1 cm de radio, está a varios centímetros de distancia de una cubierta esférica metálica B de 2 cm de radio. Sobre A se coloca una carga de 450 nC , sin carga en B o en los alrededores. A continuación, los dos objetos se unen mediante un alambre metálico largo y delgado (como se muestra en la figura 25.20) y al final se quita el alambre. ¿Cómo se comparte la carga entre A y B? a) 0 en A, 450 nC en B, b) 50 nC en A y 400 nC en B, con iguales densidades de carga volumétrica, c) 90 nC en A y 360 nC en B, con iguales densidades de carga superficial, d) 150 nC en A y 300 nC en B, e) 225 nC en A y 225 nC en B, f) 450 nC en A y 0 en B, g) en alguna otra forma predecible, h) en alguna forma impredecible. **ii)** Una esfera metálica A, de 1 cm de radio, con 450 nC de carga, cuelga de un hilo aislante dentro de una cubierta esférica delgada metálica sin carga B, de 2 cm de radio. A continuación, A toca temporalmente la superficie interior de B. ¿Cómo comparten la carga? Elija las mismas posibilidades. Arnold Arons, hasta ahora el único profesor de física cuya fotografía aparece en la portada de la revista *Time*, sugirió la idea para esta pregunta.
12. Estudie la figura 23.3, así como el texto al pie de la figura sobre la explicación de cargas por inducción. Puede también compararlo con la figura 3.24. Cuando en la figura 23.3c el alambre a tierra toca el punto más a la derecha de la esfera, los electrones salen de la esfera y la dejan positivamente cargada. En vez de lo anterior, suponga que el alambre a tierra toca el punto más a la izquierda de la esfera. Si así ocurre, ¿los electrones seguirán acercándose más a la varilla negativamente cargada? ¿Qué clase de carga, si es que existe alguna,

Problemas

Sección 25.1 Diferencia de potencial y potencial eléctrico

1. a) Calcule la rapidez de un protón acelerado desde el reposo a causa de una diferencia de potencial de 120 V . b) Calcule la rapidez de un electrón que se acelera a causa de la misma diferencia de potencial.
2. ¿Cuánto trabajo realiza una batería, un generador o alguna otra fuente de diferencia de potencial, al mover el número de Avogadro de electrones desde un punto inicial, donde el potencial eléctrico es 9.00 V a un punto donde el potencial es

de -5.00 V? (En cada caso el potencial se mide en relación con un punto de referencia común.)

Sección 25.2 Diferencias de potencial en un campo eléctrico uniforme

- La diferencia de potencial entre las placas aceleradoras del cañón de electrones de un cinescopio de televisión es de aproximadamente $25\,000$ V. Si la distancia entre estas placas es de 1.50 cm, ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico uniforme en esta región?
- En la figura P25.4, un campo eléctrico uniforme de magnitud 325 V/m está dirigido hacia el lado negativo de las y . Las coordenadas del punto A son $(-0.200, -0.300)$ m, y las del punto B son $(0.400, 0.500)$ m. Calcule, utilizando la trayectoria azul, la diferencia de potencial $V_B - V_A$.

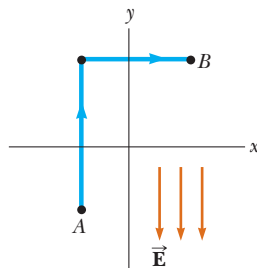


Figura P25.4

- Un electrón que se mueve paralelamente al eje de las x tiene una rapidez inicial de 3.70×10^6 m/s en el origen. Su rapidez se reduce a 1.40×10^5 m/s en el punto $x = 2.00$ cm. Calcule la diferencia de potencial entre el origen y ese punto. ¿Cuál de los puntos está a mayor potencial?
- A partir de la definición de trabajo, demuestre que en todos los puntos de una superficie equipotencial, ésta debe ser perpendicular al campo eléctrico existente en ese punto.
- Problema de repaso.** Un bloque de masa m y carga $+Q$ está conectado a un resorte que tiene una constante k . El bloque se encuentra en una pista horizontal aislada libre de fricción, y el sistema está dentro de un campo eléctrico uniforme de magnitud E , dirigido como se muestra en la figura P25.7. Si el bloque se libera del reposo cuando el resorte no está estirado (en $x = 0$): a) ¿Cuál es la cantidad máxima que se estirará el resorte? b) ¿Cuál es la posición de equilibrio del bloque? c) Demuestre que el movimiento del bloque es un movimiento armónico simple, y determine su periodo. d) **¿Qué pasaría si?** Repita el inciso a), si el coeficiente de la fricción cinética entre bloque y superficie es μ_k .

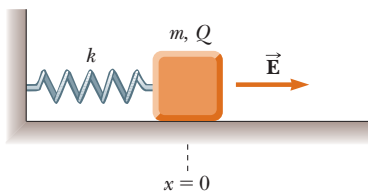


Figura P25.7

- Una partícula con una carga $q = +2.00$ μC y masa $m = 0.010$ kg está conectada a un hilo que tiene $L = 1.50$ m de largo y está atado en el punto de pivote P en la figura P25.8. La partícula,

hilo y el punto de giro yacen en una mesa horizontal libre de fricción. La partícula es liberada del reposo cuando el hilo forma un ángulo $\theta = 60.0^\circ$ con un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 300$ V/m. Determine la rapidez de la partícula cuando el hilo es paralelo al campo eléctrico (punto a de la figura P25.8).

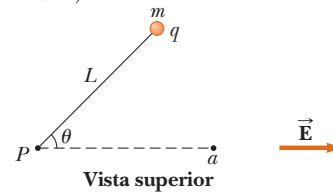


Figura P25.8

- Una varilla aislante con una densidad de carga lineal $\lambda = 40.0$ $\mu\text{C}/\text{m}$ y densidad de masa lineal $\mu = 0.100$ kg/m se libera del reposo en un campo eléctrico uniforme $E = 100$ V/m dirigido perpendicularmente a la varilla (figura P25.9). a) Determine la rapidez de la varilla después de que ha recorrido 2.00 m. b) **¿Qué pasaría si?** ¿De qué manera cambiaría su respuesta al inciso a) si el campo eléctrico no fuera perpendicular a la varilla? Explique.

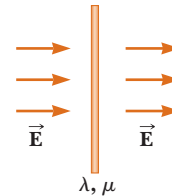


Figura P25.9

Sección 25.3 Potencial eléctrico y energía potencial debidos a cargas puntuales.

Nota: a no ser que se exprese de otra manera, se supone que el nivel de referencia del potencial es $V = 0$ en $r = \infty$.

- Dadas dos cargas de 2.00 μC , como se muestra en la figura P25.10, y una carga de prueba positiva $q = 1.28 \times 10^{-18}$ C colocada en el origen, a) ¿cuál es la fuerza neta ejercida por las dos cargas de 2.00 μC sobre la carga de prueba q ? b) ¿cuál es el campo eléctrico en el origen debido a las dos cargas de 2.00 μC ? y c) ¿cuál es el potencial eléctrico en el origen debido a las dos cargas de 2.00 μC ?

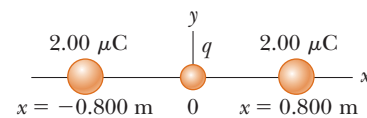


Figura P25.10

- a) Determine el potencial a una distancia de 1 cm de un protón. b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre dos puntos que se encuentren a 1.00 y 2.00 cm, de un protón? c) **¿Qué pasaría si?** Repita los incisos a) y b) pero para un electrón.
- Una partícula con carga $+q$ está en el origen. Una partícula con carga $-2q$ está en $x = 2.00$ m sobre el eje x . a) ¿Para qué valores finitos de x el campo eléctrico es cero? b) ¿Para qué valores finitos de x el potencial eléctrico es cero?

13. A cierta distancia de una partícula con carga, la magnitud del campo eléctrico es de 500 V/m y el potencial eléctrico es de -3.00 kV . a) ¿Cuál es la distancia a la partícula? b) ¿Cuál es la magnitud de la carga?
14. ● Dos partículas cargadas, $Q_1 = +5.00 \text{ nC}$ y $Q_2 = -3.00 \text{ nC}$, están separadas 35.0 cm . a) ¿Cuál es la energía potencial del par? ¿Cuál es el significado del signo algebraico en su respuesta? b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en un punto a medio camino entre las partículas con carga?
15. Las tres partículas con carga de la figura P25.15 están en los vértices de un triángulo isósceles. Calcule el potencial eléctrico en el punto medio de la base, si $q = 7.00 \mu\text{C}$.

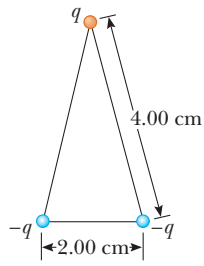


Figura P25.15

16. Compare este problema con el problema 16 del capítulo 23. Dos partículas con carga, cada una de ellas con una magnitud de $2.0 \mu\text{C}$, se localizan en el eje de las x . Una está a $x = 1.00 \text{ m}$, y la otra está a $x = -1.00 \text{ m}$. a) Determine el potencial eléctrico sobre el eje de las y en el punto $y = 0.500 \text{ m}$. b) Calcule el cambio en la energía potencial eléctrica del sistema al traer una tercera carga de $-3.00 \mu\text{C}$ desde un punto infinitamente lejano a una posición en el eje de las y en $y = 0.500 \text{ m}$.
17. Compare este problema con el problema 47 del capítulo 23. Cuatro partículas con carga idénticas ($q = +10.0 \mu\text{C}$) están ubicadas en las esquinas de un rectángulo, como se muestra en la figura P23.47. Las dimensiones del rectángulo son $L = 60.0 \text{ cm}$ y $W = 15.0 \text{ cm}$. Calcule el cambio en la energía potencial eléctrica del sistema cuando la partícula del vértice inferior izquierdo en la figura P23.47 se coloca en esta posición trayéndola desde el infinito. Suponga que las otras tres partículas en la figura P23.47 permanecen fijas en su posición.
18. Dos partículas con carga tienen efectos en el origen, descritos por las expresiones

$$8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \left[-\frac{7 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.07 \text{ m})^2} \cos 70^\circ \hat{\mathbf{i}} - \frac{7 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.07 \text{ m})^2} \sin 70^\circ \hat{\mathbf{j}} + \frac{8 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.03 \text{ m})^2} \hat{\mathbf{j}} \right]$$

y

$$8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \left[\frac{7 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.07 \text{ m}} - \frac{8 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.03 \text{ m}} \right]$$

- a) Identifique las posiciones de las partículas y las cargas sobre ellas. b) Encuentre la fuerza sobre una partícula con carga -16.0 nC colocada en el origen. c) Encuentre el trabajo requerido para mover esta tercera partícula cargada al origen desde un punto muy distante.
19. Demuestre que la cantidad de trabajo requerida para colocar cuatro partículas con carga idénticas de magnitud Q en las esquinas de un cuadrado de lado s es igual a $5.41 k_e Q^2/s$.

20. Compare este problema con el problema 19 del capítulo 23. Cinco partículas con carga negativas idénticas $-q$ están colocadas simétricamente alrededor de un círculo de radio R . Calcule el potencial eléctrico en el centro del círculo.
21. Compare este problema con el problema 35 del capítulo 23. Tres partículas con cargas positivas iguales q se encuentran en las esquinas de un triángulo equilátero de lado a , como se muestra en la figura P23.35. a) ¿En qué punto, si es que hay uno, del plano de las cargas, existe un potencial eléctrico igual a cero? b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto P debido a las dos cargas que se encuentran en la base del triángulo?
22. Dos cargas puntuales de igual magnitud están localizadas a lo largo del eje de las y a iguales distancias por encima y por debajo del eje de las x , como se muestra en la figura P25.22. a) Trace una gráfica del potencial en puntos a lo largo del eje de las x en el intervalo $-3a < x < 3a$. Debe trazar el potencial en unidades de $k_e Q/a$. b) Permita que la carga localizada en $y = -a$ sea negativa y trace el potencial a lo largo del eje de las y en el intervalo $-4a < y < 4a$.

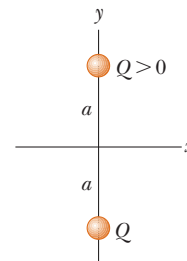


Figura P25.22

23. ● **Problema de repaso.** Dos esferas aislantes tienen radios de 0.300 cm y 0.500 cm , con masas de 0.100 kg y 0.700 kg , y cargas uniformemente distribuidas de $-2.00 \mu\text{C}$ y $3.00 \mu\text{C}$. Cuando sus centros están separados una distancia de 1 m , estas esferas se liberan partiendo del reposo. a) ¿Cuáles serán sus velocidades cuando entren en colisión? (Sugerencia: considere la conservación de la energía, así como el momento lineal.) b) ¿Qué pasaría si? Si las esferas fueran conductoras, ¿las velocidades serían mayores o menores que las calculadas en el inciso a)? Explique.
24. ● **Problema de repaso.** Dos esferas aislantes tienen radios r_1 y r_2 , masas m_1 y m_2 , y cargas uniformemente distribuidas $-q_1$ y q_2 . Cuando sus centros están separados por una distancia d , son liberadas del reposo. a) ¿Qué tan rápida se moverá cada una cuando entren en colisión? (Sugerencia: considere la conservación de la energía y la conservación de la cantidad de movimiento lineal.) b) ¿Qué pasaría si? Si las esferas fueran conductoras, ¿sus magnitudes de velocidad serían mayores o menores que las calculadas en el inciso a)? Explique.
25. **Problema de repaso.** Un resorte ligero sin tensar tiene una longitud d . Dos partículas idénticas, cada una con carga q , están conectadas a los extremos opuestos del resorte. Las partículas se mantienen inmóviles separadas una distancia d , y luego son liberadas simultáneamente. El sistema, entonces, oscila en una mesa horizontal libre de fricción. El resorte tiene un poco de fricción cinética interna, por lo que su oscilación es amortiguada. Las partículas al final dejan de vibrar cuando están separadas una distancia $3d$. Determine el incremento en energía interna en el resorte durante las oscilaciones. Suponga que el sistema del resorte y de las dos partículas cargadas es un sistema aislado.

26. En 1911 Ernest Rutherford y sus ayudantes Geiger y Marsden llevaron a cabo un experimento en el cual dispersaron partículas alfa provenientes de láminas delgadas de oro. Una partícula alfa, con una carga de $+2e$ y una masa de 6.64×10^{-27} kg, es el producto de ciertos decaimientos radioactivos. Los resultados del experimento llevaron a Rutherford a la idea de que la mayor parte de la masa de un átomo existe en un núcleo muy pequeño, con electrones en órbita a su alrededor; su modelo planetario del átomo. Suponga que una partícula alfa, inicialmente muy alejada de un núcleo de oro, es lanzada a una velocidad de 2.00×10^7 m/s hacia el núcleo (carga $+79e$). ¿Cuánto se acerca la partícula alfa al núcleo antes de retroceder? Suponga que el núcleo de oro se mantiene inmóvil.
27. Cuatro partículas idénticas cada una tienen una carga q y una masa m . Son liberadas del reposo desde los vértices de un cuadrado de lado L . ¿Qué tan rápido se mueve cada carga cuando se duplica su distancia al centro del cuadrado?
28. ¿Cuánto trabajo se requiere para colocar ocho partículas con cargas idénticas, cada una de ellas de magnitud q , en las esquinas de un cubo de lado s ?

Sección 25.4 Obtención del valor del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico

29. El potencial en una región entre $x = 0$ y $x = 6.00$ m es $V = a + bx$, donde $a = 10.0$ V y $b = -7.00$ V/m. Determine a) el potencial en $x = 0, 3.00$ m, y 6.00 m, y b) la magnitud y dirección del campo eléctrico en $x = 0, 3.00$ m, y 6.00 m.
30. El potencial eléctrico en el interior de un conductor esférico cargado de radio R se conoce por $V = k_e Q/R$, y el potencial en el exterior se conoce por $V = k_e Q/r$. A partir de $E_r = -dV/dr$, derive el campo eléctrico a) en el interior y b) en el exterior de esta distribución de carga.
31. En cierta región del espacio, el potencial eléctrico es $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$. Determine las expresiones correspondientes para las componentes en x , y y z del campo eléctrico en esa región. ¿Cuál es la magnitud del campo en el punto P cuyas coordenadas son $(1, 0, -2)$ m?
32. ● La figura P25.32 muestra varias líneas equipotenciales cada una de ellas marcadas por su potencial en volts. La distancia entre líneas de la rejilla cuadriculada representa 1.00 cm. a) ¿La magnitud del campo es mayor en A o en B ? Explique su razonamiento. b) Explique lo que puede establecer respecto a $\vec{E}$ en B ? c) Represente la forma en que se vería el campo al dibujar por lo menos ocho líneas de campo.

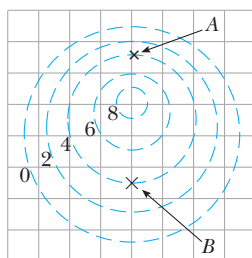


Figura P25.32

33. En el ejemplo 25.7 se demuestra que el potencial en un punto P a una distancia a por encima de un extremo de una varilla uniforme con carga de longitud que está a lo largo del eje x es

$$V = k_e \frac{Q}{\ell} \ln \left(\frac{\ell + \sqrt{a^2 + \ell^2}}{a} \right)$$

Utilice este resultado para derivar una expresión para la componente en y del campo eléctrico en P . (Sugerencia: reemplace a por y .)

Sección 25.5 Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas

34. Imagine un anillo de radio R con una carga total Q con distribución uniforme en su perímetro. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el punto del centro del anillo y un punto en el eje a una distancia $2R$ del centro?
35. Una varilla de longitud L (figura P25.35) yace a lo largo del eje de las x , con su extremo izquierdo en el origen. Además tiene una densidad de carga no uniforme $\lambda = \alpha x$, donde α es una constante positiva. a) ¿Cuáles son las unidades de α ? b) Calcule el potencial eléctrico en A .

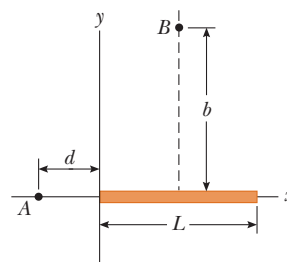


Figura P25.35 Problemas 35 y 36.

36. Para el arreglo descrito en el problema 35, calcule el potencial eléctrico en el punto B , que está en la bisectriz perpendicular de la varilla, a una distancia b por encima del eje de las x .
37. Compare este problema con el problema 27 del capítulo 23. Una varilla aislante con carga uniforme con una longitud de 14.0 cm se dobla en forma de semicírculo, como se muestra en la figura P23.27. La varilla tiene una carga total de $-7.50 \mu\text{C}$. Determine el potencial eléctrico en O , el centro del semicírculo.
38. Un alambre con una densidad de carga lineal uniforme λ se dobla como se muestra en la figura P25.38. Determine el potencial eléctrico en el punto O .

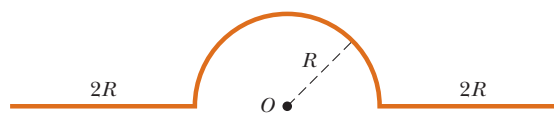


Figura P25.38

Sección 25.6 Potencial eléctrico debido a un conductor con carga

39. Un conductor de forma esférica tiene un radio de 14.0 cm y una carga de $26.0 \mu\text{C}$. Calcule el campo eléctrico y el potencial eléctrico a las siguientes distancias del centro a) $r = 10.0$ cm, b) $r = 20.0$ cm, y c) $r = 14.0$ cm.
40. ¿Cuántos electrones deben retirarse de un conductor de forma esférica inicialmente sin carga, de radio 0.300 m, para producir un potencial de 7.50 kV en la superficie?
41. El campo eléctrico sobre la superficie de un conductor con forma irregular varía de 56.0 kN/C a 28.0 kN/C. Calcule la densidad de carga superficial local en el punto sobre la superficie donde el radio de curvatura de la superficie es a) mayor y b) menor.

42. Una aeronave en vuelo puede acumular una carga eléctrica. Quizás haya observado la presencia de extensiones metálicas en forma de aguja en las puntas de las alas y en la cola del avión. Su propósito es permitir que la carga se disperse antes de que se acumule una gran cantidad. El campo eléctrico que rodea una aguja es mucho mayor que el campo que rodea el fuselaje del avión, y puede llegar a ser tan grande como para producir una ruptura dieléctrica en el aire, lo que descargaría al avión. Para representar este proceso, suponga que dos conductores esféricos cargados están interconectados mediante un alambre conductor largo, y en la combinación se coloca una carga de $1.20 \mu\text{C}$. Una esfera, que representa el fuselaje del avión, tiene un radio de 6.00 cm , y la otra, que representa la punta de la aguja, tiene un radio de 2.00 cm . a) ¿Cuál es el potencial eléctrico de cada esfera? b) ¿Cuál es el campo eléctrico en la superficie de cada esfera?

Sección 25.8 Aplicaciones de la electrostática

43. Los relámpagos son estudiados con un generador Van de Graaff, que consiste esencialmente en un domo esférico en el cual se deposita carga en forma continua mediante una banda transportadora. Se añade carga hasta que el campo eléctrico en la superficie del domo sea igual a la resistencia dieléctrica del aire. Cualquier carga adicional será dispersada en forma de chispas, como se muestra en la figura P25.43. Suponga que el domo tiene un diámetro de 30.0 cm y está rodeado por aire seco, con una resistencia dieléctrica de $3.00 \times 10^6 \text{ V/m}$. a) ¿Cuál es el potencial máximo del domo? b) ¿Cuál es la carga máxima del domo?

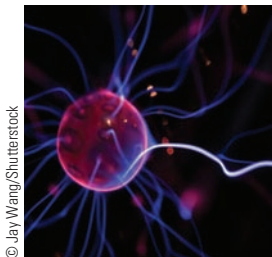


Figura P25.43

44. Un tubo Geiger-Mueller es un detector de radiación que consiste en un cilindro metálico cerrado y hueco (el cátodo) de radio interior r_a y un alambre cilíndrico coaxial (el ánodo) de radio r_b (figura P25.44). La carga por cada unidad de longitud sobre el ánodo es λ , y la carga por cada unidad de longitud sobre el cátodo es $-\lambda$. Entonces un gas llena el espacio entre los electrodos. Cuando una partícula elemental de alta energía pasa a través de este espacio, ioniza un átomo del gas. La intensidad del campo eléctrico hace que el ion y electrón resultantes aceleren en direcciones opuestas; golpean otras moléculas del gas y las ionizan, lo que produce una avalancha de descarga eléctrica. El pulso de la corriente eléctrica entre el alambre y el cilindro se cuenta mediante un circuito externo. a) Demuestre que la magnitud de la diferencia de potencial entre el alambre y el cilindro es

$$\Delta V = 2k_e \lambda \ln \left(\frac{r_a}{r_b} \right)$$

- b) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico en el espacio entre cátodo y ánodo es

$$E = \frac{\Delta V}{\ln(r_a/r_b)} \left(\frac{1}{r} \right)$$

donde r es la distancia desde el eje del ánodo al punto donde se calcula el campo.

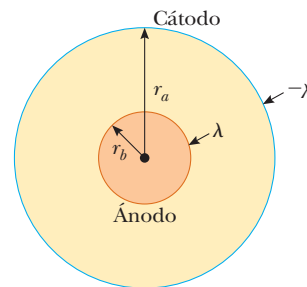


Figura P25.44 Problemas 44 y 45.

45. Los resultados del problema 44 también aplican a un precipitador electrostático (figuras 25.25 y P25.44). Una diferencia de potencial aplicado $\Delta V = V_a - V_b = 50.0 \text{ kV}$ debe producir un campo eléctrico de 5.50 MV/m de magnitud en la superficie del alambre central. Suponga que la pared cilíndrica exterior tiene radio uniforme $r_a = 0.850 \text{ m}$. a) ¿Cuál debe ser el radio r_b del alambre central? Necesitará resolver una ecuación trascendental. b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en la pared exterior?

Problemas adicionales

46. ● **Problema de repaso.** Desde una gran distancia, una partícula de 2.00 g de masa y $15.0 \mu\text{C}$ de carga se dispara a 21.0 m/s directo hacia una segunda partícula, originalmente estacionaria pero libre de moverse, con 5.00 g de masa y $8.50 \mu\text{C}$ de carga. a) En el instante de máximo acercamiento, ambas partículas se moverán a la misma velocidad. Explique por qué. b) Encuentre esta velocidad. c) Encuentre la distancia de máximo acercamiento. d) Encuentre las velocidades de ambas partículas después de que se separan de nuevo.
47. El modelo de la gota líquida del núcleo atómico sugiere que las oscilaciones de alta energía de ciertos núcleos pueden dividir el núcleo en dos fragmentos desiguales, además de algunos neutrones. Los productos de la fisión adquieren energía cinética gracias a la repulsión mutua de Coulomb. Calcule la energía potencial eléctrica (en electrón volts) de dos fragmentos esféricos de un núcleo de uranio con las siguientes cargas y radios: $38e$ y $5.50 \times 10^{-15} \text{ m}$; $54e$ y $6.20 \times 10^{-15} \text{ m}$. Suponga que la carga está distribuida uniformemente en todo el volumen de cada fragmento esférico y que inmediatamente antes de separarse están en reposo con sus superficies en contacto. Puede ignorar los electrones que rodean el núcleo.
48. Cuando hay buen clima, el campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra es de 120 N/C dirigidos hacia abajo. a) ¿Cuál es la densidad de carga superficial en el suelo? ¿Es positiva o negativa? b) Imagine que la atmósfera se retira y que la densidad de carga superficial es uniforme en todo el planeta. ¿Cuál es en tal caso la carga de toda la superficie de la Tierra? c) ¿Cuál es el potencial eléctrico de la Tierra? d) ¿Cuál es la diferencia en potencial entre la cabeza y los pies de una persona de 1.75 m de alto? e) Imagine que la Luna, con 27.3% del radio de la Tierra, tiene una carga de 27.3% , con el mismo signo. Encuentre la fuerza eléctrica que la Tierra ejercería sobre la Luna. f) Establezca cómo se compara la respuesta del inciso e) con la fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre la Luna. g) Una partícula de polvo de 6.00 mg de masa está en el aire cer-

ca de la superficie de la esfera terrestre. ¿Qué carga debe tener la partícula de polvo para estar suspendida en equilibrio entre las fuerzas eléctrica y gravitacional ejercidas sobre ella? Ignore la fuerza de flotación. h) La Tierra no es una esfera perfecta, tiene un abultamiento ecuatorial debido a su rotación, de modo que el radio de curvatura de la Tierra es ligeramente mayor en los polos que en el ecuador. ¿La partícula de polvo en la parte g) requeriría más o menos carga para estar suspendida en el ecuador, en comparación con su suspensión en uno de los polos? Explique su respuesta con referencia a variaciones tanto en la fuerza eléctrica como en la fuerza gravitacional.

49. El modelo de Bohr del átomo de hidrógeno afirma que un electrón solitario sólo puede existir en ciertas órbitas permitidas alrededor del protón. El radio de cada órbita de Bohr es $r = n^2 (0.0529 \text{ nm})$, donde $n = 1, 2, 3, \dots$. Calcule la energía potencial eléctrica de un átomo de hidrógeno cuando el electrón está en a) la primera órbita permitida, con $n = 1$, b) la segunda órbita permitida, con $n = 2$, y c) ha salido del átomo, con $r = \infty$. Exprese sus respuestas en electrón volts.

50. En un día seco de invierno frota las suelas de sus zapatos contra una alfombra y recibe una descarga cuando extiende la punta de uno de sus dedos en dirección a la perilla de una puerta metálica. Si la habitación está oscura, podrá ver una chispa de aproximadamente 5 mm de largo. Haga estimaciones de orden de magnitud a) del potencial eléctrico del cuerpo y b) de la carga en el cuerpo antes de tocar el metal. Explique su razonamiento.

51. El potencial eléctrico inmediatamente afuera de una esfera conductora con carga es 200 V, y 10.0 cm, más lejos del centro de la esfera el potencial es 150 V. a) ¿Esta información es suficiente para determinar la carga en la esfera y su radio? Explique. b) El potencial eléctrico inmediatamente afuera de otra esfera conductora con carga es 210 V y 10.0 cm, más lejos del centro de la magnitud del campo eléctrico es 400 V/m. ¿Esta información es suficiente para determinar la carga en la esfera y su radio? Explique.

52. Como se muestra en la figura P25.52, dos grandes placas paralelas, conductoras, colocadas verticalmente, están separadas por una distancia d y están cargadas de forma de que sus potenciales sean $+V_0$ y $-V_0$. Una pequeña esfera conductora de masa m y radio R (donde $R \ll d$) está colgada en el punto medio entre las placas. El hilo de longitud L que soporta la esfera es un alambre conductor conectado a tierra, de forma que el potencial de la esfera se ha fijado en $V = 0$. Cuando V_0 es lo suficientemente pequeño la esfera cuelga hacia abajo y en equilibrio estable. Demuestre que el equilibrio de la esfera es inestable si V_0 excede el valor crítico $k_e d^2 mg (4RL)$. (Sugerencia: considere las fuerzas que actúan sobre la esfera cuando ésta es desplazada una distancia $x \ll L$.)

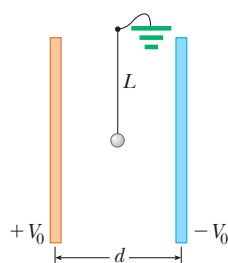


Figura P25.52

53. El potencial eléctrico en todas partes del plano xy se conoce por

$$V = \frac{36}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} - \frac{45}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}}$$

donde V está en volts y x y y en metros. Determine la posición y carga en cada una de las partículas que establecen este potencial.

54. Compare este problema con el problema 28 del capítulo 23. a) Una cubierta cilíndrica con carga uniforme tiene una carga total Q , radio R y altura h . Determine el potencial eléctrico en el punto a una distancia d del extremo derecho del cilindro, como se muestra en la figura P25.54. (Sugerencia: utilice el resultado del ejemplo 25.5 que considera el cilindro como si fuera un conjunto de anillos con carga.) b) ¿Qué pasaría si? Utilice el resultado del ejemplo 25.6 para resolver el mismo problema pero con un cilindro sólido.

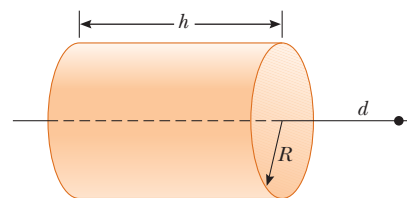


Figura P25.54

55. Calcule el trabajo que debe realizarse para cargar una cubierta esférica de radio R hasta alcanzar una carga total Q .
 56. ● a) Use el resultado exacto del ejemplo 25.4 para encontrar el potencial eléctrico establecido por el dipolo descrito en el punto $(3a, 0)$. b) Explique cómo se compara esta respuesta con el resultado de la expresión aproximada que es válida cuando x es mucho mayor que a .
 57. De la ley de Gauss, el campo eléctrico establecido por una línea de carga uniforme es

$$\vec{E} = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \right) \hat{r}$$

donde $\hat{r}$ es un vector unitario que apunta radialmente alejándose de la línea y λ es la densidad de carga lineal a lo largo de la línea. Derive una expresión para la diferencia de potencial entre $r = r_1$ y $r = r_2$.

58. Cuatro esferas, cada una con masa m , están conectadas por cuatro hilos no conductores para formar un cuadrado de lado a , como se muestra en la figura P25.58. Todo el ensamble se coloca en una superficie horizontal libre de fricción y no conductora. Las esferas 1 y 2 tienen carga q , y las esferas 3 y 4 no tienen carga. Determine la rapidez máxima de las esferas 3 y 4 después de cortar el hilo que conecta las esferas 1 y 2.

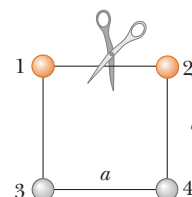


Figura P25.58

59. El eje de las x es el eje de simetría de un anillo inmóvil con carga uniforme de radio R y de carga Q (figura P25.59). Al inicio en el centro del anillo se ubica una partícula Q de masa M . Cuando ésta es desplazada ligeramente, la partícula se acelera

a lo largo del eje de las x hacia el infinito. Demuestre que la rapidez final de la partícula es

$$v = \left(\frac{2k_e Q^2}{MR} \right)^{1/2}$$

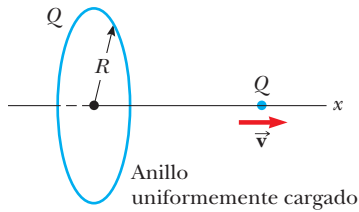


Figura P25.59

60. La varilla delgada con carga uniforme que se muestra en la figura P25.60 tiene una densidad de carga lineal λ . Encuentre una expresión para el potencial eléctrico en el punto P .

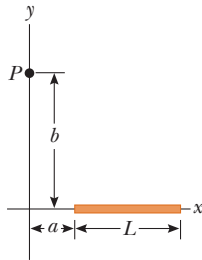


Figura P25.60

61. Un dipolo eléctrico se ubica a lo largo del eje de las y , como se muestra en la figura P25.61. La magnitud del momento eléctrico del dipolo se define como $p = 2qa$. a) En el punto P , que está lejos del dipolo ($r \gg a$), demuestre que el potencial eléctrico es igual a

$$V = \frac{k_e p \cos \theta}{r^2}$$

b) Calcule la componente radial E_r y la componente perpendicular E_θ del campo eléctrico asociado. Observe que $E_\theta = -(1/r)(\partial V / \partial \theta)$. ¿Para $\theta = 90^\circ$ y 0° , le parecen razonables estos resultados? ¿Para $r = 0$? c) Para el dipolo mostrado,

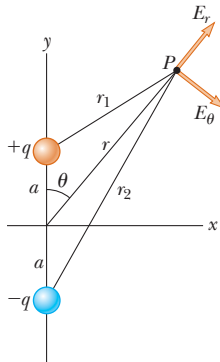


Figura P25.61

expresé V en función de coordenadas cartesianas con $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$

$$\cos \theta = \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

A partir de estos resultados y de nuevo con $r \gg a$, calcule las componentes del campo E_x y E_y .

62. Una esfera sólida de radio R tiene una densidad de carga uniforme ρ y una carga total Q . Derive una expresión para su energía potencial eléctrica total. (Sugerencia: imagine que la esfera está construida por capas sucesivas de cubiertas concéntricas de carga $dq = (4\pi r^2 dr)\rho$, y utilice $dU = V dq$).
63. Un disco de radio R (figura P25.63) tiene una densidad de carga superficial no uniforme $\sigma = Cr$, donde C es una constante y r se mide a partir del centro del disco a un punto en la superficie del disco. Determine (por integración directa) el potencial en P .

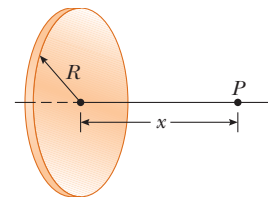


Figura P25.63

64. ● Un filamento con carga uniforme yace a lo largo del eje x entre $x = a = 1.00$ m y $x = a + \ell = 3.00$ m, como se muestra en la figura 23.15. La carga total en el filamento es 1.60 nC. Calcule aproximaciones sucesivas para el potencial eléctrico en el origen, al modelar el filamento como a) una sola partícula con carga en $x = 2.00$ m, b) dos partículas cargadas de 0.800 nC en $x = 1.5$ m y $x = 2.5$ m, y c) cuatro partículas cargadas de 0.400 nC en $x = 1.25$ m, $x = 1.75$ m, $x = 2.25$ m y $x = 2.75$ m. A continuación, escriba y ejecute un programa de computadora que reproduzca los resultados de las partes a), b) y c) y extienda su cálculo a d) 32 y e) 64 partículas con carga igualmente espaciadas. f) Explique cómo se comparan los resultados con el potencial dado por la expresión exacta

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln \left(\frac{\ell + a}{a} \right)$$

65. Dos placas paralelas con cargas de igual magnitud pero de signo opuesto están separadas 12.0 cm. Cada placa tiene una densidad de carga superficial de 36.0 nC/m². De la placa positiva se libera un protón que parte del reposo. Determine a) la diferencia de potencial entre las placas, b) la energía cinética del protón cuando se impacte en la placa negativa, c) la rapidez del protón justo antes de impactar la placa negativa, d) la aceleración del protón, y e) la fuerza ejercida sobre el protón. f) A partir de la fuerza, determine la magnitud del campo eléctrico y demuestre que es igual al campo eléctrico existente, debido a las densidades de carga en las placas.
66. Una partícula con carga q se ubica en $x = -R$, y una partícula con carga $-2q$ se ubica en el origen. Pruebe que la superficie equipotencial que tiene potencial cero es una esfera con centro en $(-4R/3, 0, 0)$ y tiene radio $r = 2R/3$.

67. Cuando una esfera conductora sin carga de radio a se coloca en el origen de un sistema de coordenadas xyz que se encuentra en un campo eléctrico inicialmente uniforme $\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{k}}$, el potencial eléctrico resultante es $V(x, y, z) = V_0$, para puntos en el interior de la esfera, y

$$V(x, y, z) = V_0 - E_0 z + \frac{E_0 a^3 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

para puntos en el exterior de la esfera, donde V_0 es el potencial eléctrico (constante) en el conductor. Utilice esta ecuación para determinar las componentes x , y y z del campo eléctrico resultante.

Respuestas a las preguntas rápidas

- 25.1 i) a) De la ecuación 25.3, $\Delta U = q_0 \Delta V$, por lo que si se traslada una carga de prueba negativa a través de una diferencia de potencial negativa, el cambio en la energía potencial será positiva. Debe realizarse un trabajo para mover la carga en dirección opuesta a la fuerza eléctrica aplicada sobre ésta.
ii) b) Cuando se mueven en línea recta de Ⓐ a Ⓢ, $\vec{\mathbf{E}}$ y $d\vec{\mathbf{s}}$ apuntarán hacia la derecha. Debido a eso, el producto punto $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$ de la ecuación 25.3 es positivo y ΔV es negativo.
- 25.2 Ⓢ a Ⓒ, Ⓒ a Ⓢ, Ⓐ a Ⓢ, Ⓢ a Ⓒ. Al trasladarse de Ⓢ a Ⓒ se reduce el potencial eléctrico en 2 V, por lo que el campo eléctrico realiza 2 J de trabajo por cada coulomb de carga positiva que se mueva. Al trasladarse de Ⓒ a Ⓢ se reduce el potencial eléctrico en 1 V, por lo que el campo realiza 1 J de trabajo.

No es necesario realizar ningún trabajo para mover la carga de Ⓐ a Ⓢ, debido a que el potencial eléctrico no cambia. Al trasladarse de Ⓢ a Ⓢ se incrementa el potencial eléctrico en 1 V, y entonces el campo realiza -1 J de trabajo por unidad de carga positiva que se mueve.

- 25.3 i) c) El potencial lo establece la carga fuente y es independiente de la carga de prueba. ii) a) La energía potencial del sistema de dos cargas es negativa al inicio, debido a los productos de cargas de signos opuestos de la ecuación 25.13. Cuando el signo de q_2 cambia, ambas cargas son negativas, y la energía potencial del sistema es positiva.
- 25.4 a) Si el potencial es constante (cero en este caso), su derivada a lo largo de esta dirección es igual a cero.



Estos dispositivos son capacitores que almacenan carga y energía. Un capacitor es uno de los elementos simples del circuito que en combinación con otros forman circuitos eléctricos. (Paul Silverman/Fundamental Photographs)

- 26.1 Definición de capacitancia
- 26.2 Cálculo de la capacitancia
- 26.3 Combinaciones de capacitores
- 26.4 Energía almacenada en un capacitor con carga
- 26.5 Capacitores con material dieléctrico
- 26.6 Dipolo eléctrico en un campo eléctrico
- 26.7 Descripción atómica de los materiales dieléctricos

26 Capacitancia y materiales dieléctricos

Este capítulo analiza el primero de los tres *elementos simples de circuitos* que se interconectan mediante alambres para formar un circuito eléctrico. Los circuitos eléctricos son la base de la gran mayoría de los dispositivos que se utilizan el día de hoy. Analizará los *capacitores*, dispositivos que almacenan carga eléctrica. Esta explicación se complementará en el capítulo 27 con el estudio de los *resistores* y en el capítulo 32 con el estudio de los *inductores*. En capítulos consecutivos verá elementos de circuito más complejos, como los *diodos* y los *transistores*.

Los capacitores se usan de manera regular en diversidad de circuitos eléctricos. Por ejemplo, se usan para sintonizar la frecuencia de los receptores de radio, en filtros de fuentes de energía eléctrica, para eliminar las chispas en los sistemas de encendido de los automóviles y como dispositivos de almacenamiento de energía en unidades de destello electrónico.

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 26.1

La capacitancia es una capacidad

A fin de comprender mejor la capacitancia, piense en conceptos similares que usan una palabra parecida. La *capacidad* de un cartón de leche es el volumen de leche que almacena. La *capacidad térmica* de un objeto es la cantidad de energía que el objeto almacena por unidad de diferencia de temperatura. La *capacitancia* de un capacitor es la carga que éste almacena por unidad de diferencia de potencial.

26.1 Definición de capacitancia

Considere dos conductores como se observa en la figura 26.1. Esta combinación de dos conductores se conoce como **capacitor**. Los conductores son las *placas*. Si los conductores llevan carga de igual magnitud y signo opuesto existe una diferencia de potencial ΔV entre ellos.

¿Qué determina cuánta carga existe en las placas de un capacitor para cierto voltaje? Los experimentos han demostrado que la cantidad de carga Q en un capacitor¹ es linealmente proporcional a la diferencia de potencial entre los conductores; es decir,

¹Aunque la carga total en el capacitor sea cero (debido a que existe tanta carga positiva en exceso en un conductor como existe carga negativa en exceso en el otro), es común referirse a la magnitud de la carga de cualquiera de los conductores como “carga del capacitor”.

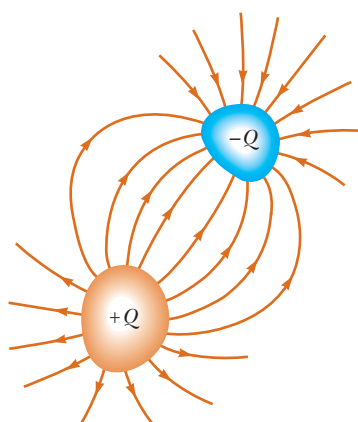


Figura 26.1 Un capacitor está formado por dos conductores. Cuando está cargado, cada conductor tiene una carga de igual magnitud y de signos opuestos.

$Q \propto \Delta V$. La constante de proporcionalidad depende de la forma y separación de los conductores.² Esta relación se escribe como $Q = C \Delta V$ si define la capacitancia de la siguiente manera:

La **capacitancia** C de un capacitor se define como la relación de la magnitud de la carga en cualquiera de los conductores a la magnitud de la diferencia de potencial entre dichos conductores:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \quad (26.1)$$

Por definición, la *capacitancia siempre es una cantidad positiva*. Además, la carga Q y la diferencia de potencial ΔV siempre se expresan en la ecuación 26.1 como cantidades positivas.

Por la ecuación 26.1, es claro que en unidades del SI la capacitancia se expresa en coulombs por cada volt. La unidad del SI para capacitancia es el **farad** (F), nombre puesto en honor de Michael Faraday:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

El farad es una unidad de capacitancia muy grande. En la práctica, los dispositivos representativos tienen capacitancias con intervalos entre microfarads (10^{-6} F) a picofarads (10^{-12} F). Para representar los microfarads utilice el símbolo μF . A fin de evitar el uso de letras griegas, a menudo los capacitores se marcan como “mF” si se trata de microfarads y “mmF” si se trata de micromicrofarads, o su equivalente, “pF” para picofarads.

Piense en un capacitor formado por un par de placas paralelas, como se ilustra en la figura 26.2. Cada placa está conectada a una de las terminales de una batería, que actúa como fuente de diferencia de potencial. Si al inicio el capacitor no está cargado, la batería establece un campo eléctrico en los alambres de conexión cuando se cierra el circuito. Centre su atención en la placa conectada a la terminal negativa de la batería. El campo eléctrico aplica una fuerza sobre los electrones en el alambre justo en el exterior de esta placa; esta fuerza hace que los electrones se muevan sobre la placa. Dicho movimiento continúa hasta que la placa, el alambre y la terminal quedan a un mismo potencial eléctrico. Una vez alcanzada esta condición de equilibrio, ya no existirá diferencia de potencial entre la terminal y la placa; lo cual resulta en un campo eléctrico nulo en el alambre, y la detención del movimiento de los electrones. La placa tiene ahora una carga negativa. Un proceso similar se presenta en la otra placa del capacitor, donde los electrones se mueven de la placa hacia el alambre, dejando la placa con carga positiva. En esta configuración final, la diferencia de potencial entre las capas del capacitor es la misma que existe entre las terminales de la batería.

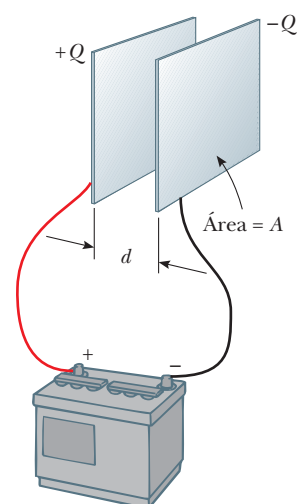


Figura 26.2 Un capacitor de placas paralelas consiste en dos placas conductoras paralelas, cada una con una superficie A , separadas una distancia d .

Cuando se carga el capacitor al conectar las placas a las terminales de una batería, las placas adquieren cargas de igual magnitud. Una de las placas tiene carga positiva y la otra carga negativa.

Definición de capacitancia

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 26.2

La diferencia de potencial es ΔV , no V

Para identificar la diferencia de potencial presente en un elemento de circuito o en un dispositivo utilice el símbolo ΔV , ya que es consistente con la definición de diferencia de potencial, así como con el significado de la letra Δ . Es común utilizar el símbolo V sin la letra Δ para representar tanto la potencia como la diferencia de potencial; no obstante, esto origina confusiones. Téngalo en cuenta cuando consulte otros libros.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 26.3

Demasiadas letras C

No confunda la C cursiva que corresponde a la capacitancia con la C no cursiva que corresponde al coulomb.

²Se puede comprobar la proporcionalidad entre ΔV y Q a partir de la ley de Coulomb o con experimentos.

Pregunta rápida 26.1 Un capacitor almacena carga Q una diferencia de potencial ΔV . ¿Qué pasa si el voltaje que suministra una batería al capacitor se duplica a $2\Delta V$? a) La capacitancia disminuye hasta la mitad de su valor inicial y la carga se mantiene igual. b) Tanto la capacitancia como la carga disminuyen hasta la mitad de sus valores iniciales. c) Tanto la capacitancia como la carga se duplican. d) La capacitancia permanece igual pero la carga se duplica.

26.2 Cálculo de la capacitancia

Es posible deducir una expresión para la capacitancia producida por un par de conductores de cargas opuestas con una carga de magnitud Q de la siguiente manera: primero calcule la diferencia de potencial utilizando las técnicas descritas en el capítulo 25. A continuación utilice la expresión $C = Q/\Delta V$ a fin de evaluar la capacitancia. Este cálculo es fácil si la geometría del capacitor es sencilla.

Sin embargo, la situación más común es que de dos conductores, solo un conductor también tenga capacitancia. Por ejemplo, imagine un conductor esférico con carga. Las líneas del campo eléctrico alrededor de este conductor son exactamente las mismas que si se tratara de una cubierta conductora, esférica de radio infinito, concéntrica con la esfera, y con una carga de la misma magnitud pero de signo opuesto. Por lo tanto, identifique esta cubierta imaginaria como el segundo conductor de un capacitor de dos conductores. El potencial eléctrico de una esfera de radio a es simplemente $k_e Q/a$, y si $V = 0$ en el caso de la cubierta infinitamente grande, tiene

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q/a} = \frac{a}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 a \quad (26.2)$$

Capacitancia de una esfera con carga y aislada ►

Esta expresión muestra que la capacitancia de una esfera con carga y aislada es proporcional a su radio y es independiente tanto de la carga de la esfera como de la diferencia de potencial.

La capacitancia de un par de conductores se ilustra mediante tres geometrías comunes, sobre todo, placas paralelas, cilindros concéntricos y esferas concéntricas. En estos ejemplos, suponga que los conductores cargados están separados por un espacio vacío.

Capacitor de placas paralelas

Dos placas metálicas paralelas de igual área A están separadas por una distancia d , como se muestra en la figura 26.2. Una placa tiene una carga $+Q$ y la otra tiene una carga $-Q$. La densidad de carga superficial en cada placa es $\sigma = Q/A$. Si las placas están muy juntas (en comparación con su longitud y ancho), se puede suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otra parte. De acuerdo con el apartado **¿Qué pasaría si?** del ejemplo 24.5, el valor del campo eléctrico entre las placas es

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Ya que el campo entre las placas es uniforme, la magnitud de la diferencia de potencial entre las placas es igual a Ed (véase la ecuación 25.6); por lo tanto,

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Al sustituir este resultado en la ecuación 26.1, se encuentra que la capacitancia es

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Capacitancia de placas paralelas ►

Es decir, **la capacitancia de un capacitor de placas paralelas es proporcional al área de sus placas e inversamente proporcional a la separación de las placas.**

Considere cómo la geometría de estos conductores influye en la capacidad del par de placas para almacenar carga. Conforme un capacitor adquiere carga mediante una batería, los electrones fluyen hacia la placa negativa y salen de la placa positiva. Si las placas del capacitor son grandes, las cargas acumuladas son capaces de distribuirse sobre un área sustancial y la cantidad de carga que se puede almacenar sobre una placa para una diferencia de potencial conocida aumenta conforme el área de placa aumenta. Por lo tanto, es razonable que la capacitancia sea proporcional al área de placa A , como en la ecuación 26.3.

Ahora considere la región que separa las placas. Imagine que acerca más las placas. Considere la situación antes de que cualquier carga haya tenido oportunidad de moverse en respuesta a este cambio. Ya que no se ha movido carga alguna, el campo eléctrico entre las placas tiene el mismo valor pero se extiende sobre una distancia reducida. En consecuencia, la magnitud de la diferencia de potencial entre las placas $\Delta V = Ed$ (ecuación 25.6) es menor. La diferencia entre este nuevo voltaje de capacitor y el voltaje terminal de la batería aparece como una diferencia de potencial a través de los alambres que conectan la batería al capacitor, lo que resulta en un campo eléctrico en los alambres que impulsa más carga hacia las placas y aumenta la diferencia de potencial entre las placas. Cuando la diferencia de potencial entre las placas de nuevo coincide con la de la batería, el flujo de carga se detiene. En consecuencia, acercar más las placas hace que la carga sobre el capacitor aumente. Si d aumenta, la carga disminuye. Como resultado, la relación inversa entre C y d en la ecuación 26.3 es razonable.

Pregunta rápida 26.2 Muchas piezas en el teclado de una computadora están fabricadas como capacitores, como se observa en la figura 26.3. Cuando oprime una tecla, se comprime el aislante blando colocado entre la placa móvil y la fija. ¿Cuando la tecla es presionada, qué le pasa a la capacitancia? a) aumenta, b) disminuye o c) cambia de manera indeterminada, ya que el complejo circuito eléctrico conectado a la tecla puede causar cambio en ΔV .

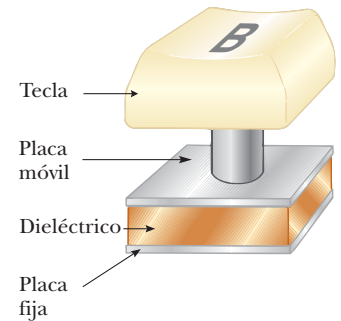


Figura 26.3 (Pregunta rápida 26.2) Un tipo de tecla en el teclado de una computadora.

EJEMPLO 26.1

Capacitor cilíndrico

Un conductor cilíndrico sólido, de radio a y carga Q , es coaxial con una cubierta cilíndrica de grosor despreciable, radio $b > a$ y carga $-Q$ (figura 26.4a). Encuentre la capacitancia de este capacitor cilíndrico si su longitud es ℓ .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Recuerde que cualquier par de conductores califica como capacitor, de modo que el sistema descrito en este ejemplo califica como tal. La figura 26.4b ayuda a visualizar el campo eléctrico entre los conductores.

Categorizar Debido a la simetría cilíndrica del sistema, se pueden usar resultados de estudios previos de sistemas cilíndricos para encontrar la capacitancia.

Analizar Si supone que ℓ es mucho mayor que a y b , puede despreciar los efectos de borde. En este caso, el campo eléctrico es perpendicular al largo eje de los cilindros y está confinado a la región entre ellos (figura 26.4b).

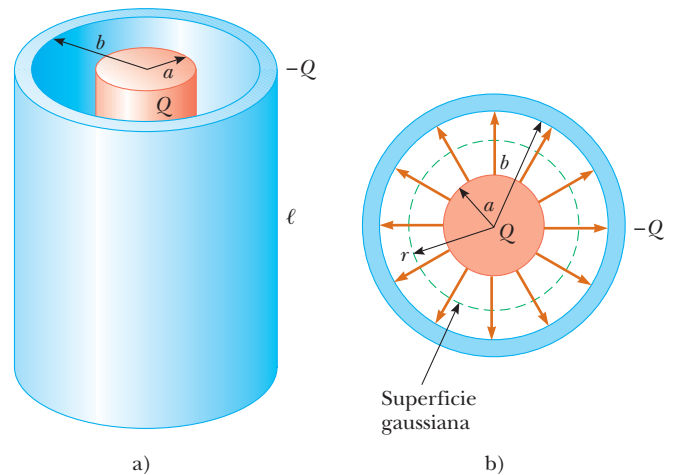


Figura 26.4 (Ejemplo 26.1) a) Un capacitor cilíndrico consiste en un conductor cilíndrico sólido de radio a y longitud ℓ rodeado por un cascarón cilíndrico coaxial de radio b . b) Vista superior de un extremo. Las líneas de campo eléctrico son radiales. La línea discontinua representa el extremo de la superficie gaussiana cilíndrica de radio r y longitud ℓ .

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Escriba una expresión para la diferencia de potencial entre los dos cilindros de la ecuación 25.3:

Aplice la ecuación 24.7 para el campo eléctrico afuera de una distribución de carga con simetría cilíndrica y observe de la figura 26.4b que $\vec{E}$ es paralelo a $d\vec{s}$ a lo largo de una línea radial:

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = -2k_e \lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e \lambda \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

Sustituya el valor absoluto de ΔV en la ecuación 26.1 y use $\lambda = Q/\ell$:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{(2k_e Q/\ell) \ln(b/a)} = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)} \quad (26.4)$$

Finalizar La capacitancia es proporcional a la longitud de los cilindros. Como se esperaría, la capacitancia también depende de los radios de los dos conductores cilíndricos. La ecuación 26.4 muestra que la capacitancia por unidad de longitud de una combinación de conductores cilíndricos concéntricos es

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e \ln(b/a)} \quad (26.5)$$

Un ejemplo de este tipo de arreglo geométrico es un *cable coaxial*, que consiste en dos conductores cilíndricos concéntricos separados por un aislador. Probablemente tenga un cable coaxial unido a su televisor o VCR si es suscriptor de televisión por cable. El cable coaxial es especialmente útil para blindar señales eléctricas de cualquier posible influencia externa.

¿Qué pasaría si? Suponga que $b = 2.00a$ para el capacitor cilíndrico. Le gustaría aumentar la capacitancia y puede hacerlo al elegir aumentar ℓ en 10% o a en 10%. ¿Cuál elección es más efectiva para aumentar la capacitancia?

Respuesta De acuerdo con la ecuación 26.4, C es proporcional a ℓ , así que aumentar ℓ en 10% resulta en 10% de aumento en C . Para el resultado del cambio en a , use la ecuación 26.4 para establecer una relación de la capacitancia C' para el radio de cilindro alargado a' a la capacitancia original:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\ell/2k_e \ln(b/a')}{\ell/2k_e \ln(b/a)} = \frac{\ln(b/a)}{\ln(b/a')}$$

Ahora sustituya $b = 2.00a$ y $a' = 1.10a$, que representa un aumento de 10% en a :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\ln(2.00a/a)}{\ln(2.00a/1.10a)} = \frac{\ln 2.00}{\ln 1.82} = 1.16$$

que corresponde a 16% de aumento en capacitancia. Por lo tanto, es más efectivo aumentar a que aumentar ℓ .

Observe dos extensiones más de este problema. Primero, es ventajoso aumentar a sólo para un intervalo de correspondencia entre a y b . Si $b > 2.85a$, aumentar ℓ en 10% es más efectivo que aumentar a (véase el problema 66). Segundo, si b disminuye, la capacitancia aumenta. Aumentar a o disminuir b tiene el efecto de acercar más las placas, lo que aumenta la capacitancia.

EJEMPLO 26.2

Capacitor esférico

Un capacitor esférico consiste en una cubierta conductora esférica de radio b y carga $-Q$ concéntrica con una esfera conductora más pequeña de radio a y carga Q (figura 26.5). Encuentre la capacitancia de este dispositivo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Como con el ejemplo 26.1, este sistema involucra un par de conductores y califica como capacitor.

Categorizar Debido a la simetría esférica del sistema, puede usar los resultados de estudios previos de sistemas esféricos para encontrar la capacitancia.

Analizar Como se muestra en el capítulo 24, la magnitud del campo eléctrico afuera de una distribución de carga con simetría esférica es radial y se conoce por la expresión $E = k_e Q/r^2$. En este caso, el resultado se aplica al campo *entre* las esferas ($a < r < b$).

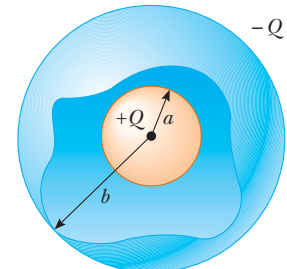


Figura 26.5 (Ejemplo 26.2) Un capacitor esférico consiste en una esfera interior de radio a rodeada por una cubierta esférica concéntrica de radio b . El campo eléctrico entre las esferas se dirige radialmente hacia afuera cuando la esfera interior tiene carga positiva.

Escriba una expresión para la diferencia de potencial entre los dos conductores a partir de la ecuación 25.3:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Aplique el resultado del ejemplo 24.3 para el campo eléctrico afuera de una distribución de carga con simetría esférica y observe que $\vec{\mathbf{E}}$ es paralelo a $d\vec{\mathbf{s}}$ a lo largo de una línea radial:

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = -k_e Q \int_a^b \frac{dr}{r^2} = k_e Q \left[\frac{1}{r} \right]_a^b$$

$$1) \quad V_b - V_a = k_e Q \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = k_e Q \frac{a - b}{ab}$$

Sustituya el valor absoluto de ΔV en la ecuación 26.1:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{|V_b - V_a|} = \frac{ab}{k_e(b - a)} \quad (26.6)$$

Finalizar La diferencia de potencial entre las esferas en la ecuación 1) es negativa debido a la selección de signos en las esferas. Por lo tanto, en la ecuación 26.6, cuando se toma el valor absoluto, $a - b$ cambia a $b - a$. El resultado es un número positivo porque $b > a$.

¿Qué pasaría si? Si el radio b de la esfera exterior tiende a infinito, ¿cuál es la capacitancia?

Respuesta En la ecuación 26.6, sea $b \rightarrow \infty$:

$$C = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{ab}{k_e(b - a)} = \frac{ab}{k_e(b)} = \frac{a}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 a$$

Note que esta expresión es la misma que la ecuación 26.2, la capacitancia de un conductor esférico aislado.

26.3 Combinaciones de capacitores

En los circuitos eléctricos con frecuencia se combinan dos o más capacitores. Es posible calcular la capacitancia equivalente de ciertas combinaciones utilizando los métodos descritos en esta sección, en donde supondrá que los capacitores a combinar están inicialmente descargados.

Para el estudio de los circuitos eléctricos utilizará una representación gráfica simplificada que se conoce como **diagrama del circuito**. Este diagrama usa **símbolos de circuitos** para representar diversos elementos dentro de los circuitos. Los símbolos están conectados entre sí mediante líneas rectas que representan los alambres existentes entre los elementos del circuito. En la figura 26.6 aparecen los símbolos de circuito usados para capacitores, baterías e interruptores así como el código de colores que se utilizan en este libro para su representación. El símbolo correspondiente al capacitor es un reflejo de la geometría del modelo más común, un par de placas paralelas. La terminal positiva de la batería es el potencial más alto y se representa mediante una línea vertical más larga.

Combinación en paralelo

Dos capacitores conectados como se muestra en la figura 26.7a (página 728) se conocen como **combinación en paralelo** de capacitores. La figura 26.7b muestra un diagrama de circuito para esta combinación de capacitores. Las placas izquierdas de los capacitores se conectan a la terminal positiva de la batería mediante un alambre conductor y debido a eso están con el mismo potencial eléctrico que la terminal positiva. Del mismo modo, las placas derechas se conectan a la terminal negativa y por tanto están con el mismo potencial que la terminal negativa. En consecuencia, **las diferencias de potencial individuales a través de capacitores conectados en paralelo son las mismas e iguales a la diferencia de potencial aplicada a través de la combinación**. Es decir,

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

donde ΔV es el voltaje de terminal de la batería.

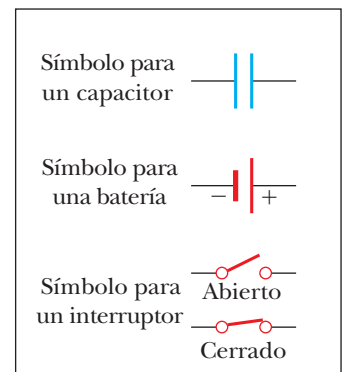
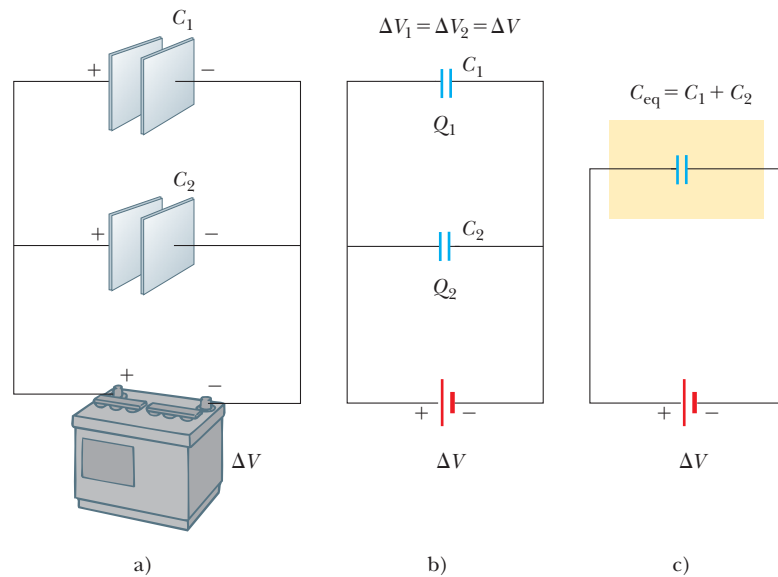


Figura 26.6 Símbolos de los circuitos correspondientes a capacitores, baterías e interruptores. Observe que los capacitores están en color azul y que las baterías y los interruptores están en rojo. El interruptor cerrado lleva corriente y el abierto no.

**Figura 26.7**

a) Una combinación en paralelo de dos capacitores en un circuito eléctrico en el cual la diferencia de potencial entre las terminales de la batería, es igual a ΔV . b) Diagrama de circuito para esta combinación en paralelo. c) La capacitancia equivalente se conoce por la ecuación 26.8.

Después de que la batería se une al circuito, los capacitores rápidamente alcanzan su carga máxima. Sean las cargas máximas en los dos capacitores Q_1 y Q_2 . La *carga total* Q_{tot} almacenada por los dos capacitores es

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 \quad (26.7)$$

Es decir, **la carga total en capacitores conectados en paralelo es la suma de las cargas en los capacitores individuales.**

Suponga que quiere sustituir estos dos capacitores por un *capacitor equivalente* que tenga una capacitancia C_{eq} , como en la figura 26.7c. El efecto que este capacitor equivalente tiene sobre el circuito debe ser exactamente el mismo que el efecto de la combinación de los dos capacitores individuales. Es decir: el capacitor equivalente debe almacenar carga Q_{tot} cuando se conecte a la batería. La figura 26.7c muestra que el voltaje a través del capacitor equivalente es ΔV porque el capacitor equivalente se conecta directamente a través de las terminales de la batería. Por lo tanto, para el capacitor equivalente,

$$Q_{\text{tot}} = C_{\text{eq}} \Delta V$$

Al sustituir para las cargas en la ecuación 26.7 se obtiene

$$C_{\text{eq}} \Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

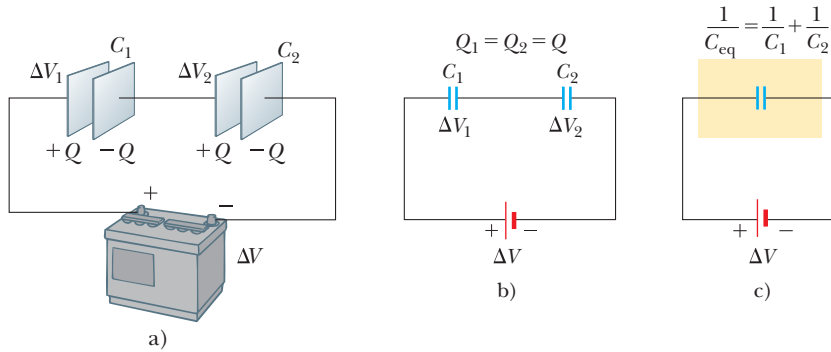
$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 \quad (\text{combinación en paralelo})$$

donde se cancelan los voltajes porque todos son iguales. Si este tratamiento se extiende a tres o más capacitores conectados en paralelo, se encuentra que la capacitancia equivalente es

Capacitores en paralelo ►

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (\text{combinación en paralelo}) \quad (26.8)$$

En consecuencia, **la capacitancia equivalente de una combinación de capacitores en paralelo es 1) la suma algebraica de las capacitancias individuales y 2) mayor que cualquiera de las capacitancias individuales.** El enunciado 2) tiene sentido porque en esencia se combinan las áreas de todas las placas del capacitor cuando se conectan con alambre conductor, y la capacitancia de placas paralelas es proporcional al área (ecuación 26.3).

**Figura 26.8**

a) Combinación en serie de dos capacitores. Las cargas en ambos capacitores son iguales. b) Diagrama del circuito para la combinación en serie. c) La capacitancia equivalente se calcula a partir de la ecuación 26.10.

Combinación en serie

Dos capacitores conectados como se muestra en la figura 26.8a, así como el diagrama de circuito equivalente de la figura 26.8b, se conocen como **combinación en serie** de capacitores. La placa izquierda del capacitor 1 y la placa derecha del capacitor 2 están conectadas a las terminales de una batería. Las otras dos placas están conectadas entre sí y a nada más; por esto, forman un sistema aislado que inicialmente están sin carga y que debe seguir con una carga neta igual a cero. Para explicar esta combinación, primero considere los capacitores sin carga y vea lo que ocurre justo después de conectar la batería al circuito. Al conectar la batería, se transfieren electrones que salen de la placa izquierda de C_1 y entran en la placa derecha de C_2 . Conforme se acumula esta carga negativa en la placa derecha de C_2 , una cantidad equivalente de carga negativa es expulsada de la placa izquierda de C_2 y esta placa izquierda resulta con un exceso de carga positiva. La carga negativa que sale de la placa izquierda de C_2 hace que se acumulen cargas negativas en la placa derecha de C_1 . Como resultado, todas las placas derechas terminan con una carga $-Q$ y las izquierdas con una carga $+Q$. Por lo tanto, **las cargas de los capacitores conectados en serie son iguales**.

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

donde Q es la carga que se movió entre un alambre y la placa exterior conectada de uno de los capacitores.

La figura 26.8a muestra que el voltaje total ΔV_{tot} a través de la combinación se divide entre los dos capacitores:

$$\Delta V_{\text{tot}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (26.9)$$

donde ΔV_1 y ΔV_2 son las diferencias de potencial presentes en los capacitores C_1 y C_2 , respectivamente. En general, **la diferencia de potencial total aplicada a cualquier cantidad de capacitores conectados en serie es la suma de las diferencias de potencial presentes entre cada uno de los capacitores individuales**.

Suponga que el simple capacitor individual equivalente de la figura 26.8c ejerce un efecto idéntico sobre el circuito que la combinación en serie cuando está conectado a la batería. Una vez que está totalmente cargado, el capacitor equivalente deberá tener una carga igual a $-Q$ en su placa derecha y una carga de $+Q$ en su placa izquierda. Al aplicar la definición de capacitancia al circuito de la figura 26.8c, se tiene

$$\Delta V_{\text{tot}} = \frac{Q}{C_{\text{eq}}}$$

Al sustituir por el voltaje en la ecuación 26.9 se tiene

$$\frac{Q}{C_{\text{eq}}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

Se cancelan las cargas porque son las mismas

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (\text{combinaciones en serie})$$

Cuando es aplicado este análisis a una combinación de tres o más capacitores conectados en serie, la correspondencia para la capacitancia equivalente es

Capacitores en serie ►

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \quad (\text{combinaciones en serie}) \quad (26.10)$$

Esto demuestra que 1) el inverso de la capacitancia equivalente es igual a la suma algebraica de los inversos de las capacitancias individuales y 2) la capacitancia equivalente de una combinación en serie siempre es menor que cualquiera de las capacitancias individuales incluidas en la combinación.

Pregunta rápida 26.3 Dos capacitores idénticos pueden ser conectados en serie o en paralelo. Si lo que usted quiere es la capacitancia equivalente *más pequeña* de la combinación, ¿los conectará en a) serie, b) paralelo, o bien c) de cualquier forma, porque ambas combinaciones tienen la misma capacitancia?

EJEMPLO 26.3 Capacitancia equivalente

Encuentre la capacitancia equivalente entre a y b para la combinación de capacitores que se muestra en la figura 26.9a. Todas las capacitancias están en microfarads.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie cuidadosamente la figura 26.9a y asegúrese de entender cómo se conectan los capacitores.

Categorizar La figura 26.9a muestra que el circuito contiene conexiones en serie y en paralelo, así que se usan las reglas para combinaciones en serie y en paralelo explicadas en esta sección.

Analizar Con las ecuaciones 26.8 y 26.10, reduzca la combinación etapa por etapa como se indica en la figura.

Los capacitores de $1.0 \mu\text{F}$ y $3.0 \mu\text{F}$ en la figura 26.9a están en paralelo. Encuentre la capacitancia equivalente a partir de la ecuación 26.8:

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 4.0 \mu\text{F}$$

Los capacitores de $2.0 \mu\text{F}$ y $6.0 \mu\text{F}$ en la figura 26.9a también están en paralelo:

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 8.0 \mu\text{F}$$

Ahora el circuito se parece a la figura 26.9b. Los dos capacitores de $4.0 \mu\text{F}$ en la rama superior están en serie. Encuentre la capacitancia equivalente a partir de la ecuación 26.10:

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{4.0 \mu\text{F}} = \frac{1}{2.0 \mu\text{F}}$$

$$C_{\text{eq}} = 2.0 \mu\text{F}$$

Los dos capacitores de $8.0 \mu\text{F}$ en la rama inferior también están en serie. Encuentre la capacitancia equivalente a partir

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{8.0 \mu\text{F}} = \frac{1}{4.0 \mu\text{F}}$$

$$C_{\text{eq}} = 4.0 \mu\text{F}$$

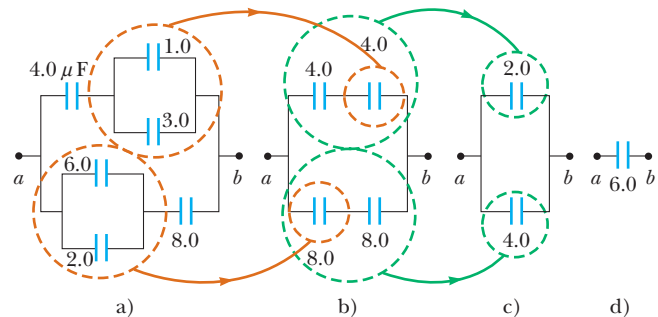


Figura 26.9 (Ejemplo 26.3) Para encontrar la capacitancia equivalente de los capacitores en a), se reducen las combinaciones en etapas, como se indica en b), c) y d), mediante las reglas en serie y paralelo descritas en el texto.

de la ecuación 26.10:

Ahora el circuito se parece a la figura 26.9c. Los capacitores de $2.0\ \mu\text{F}$ y $4.0\ \mu\text{F}$ están en paralelo:

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 6.0\ \mu\text{F}$$

Finalizar Este valor final es el del simple capacitor equivalente que se muestra en la figura 26.9d. Para mayor práctica en el tratamiento de circuitos con combinaciones de capacitores, imagine que una batería se conecta entre los puntos *a* y *b* de modo que a través de la combinación se establece una diferencia de potencial ΔV . ¿Puede encontrar el voltaje y la carga a través de cada capacitor?

26.4 Energía almacenada en un capacitor con carga

Ya que las cargas positiva y negativa están separadas en el sistema de dos conductores en un capacitor, en el sistema se almacena energía potencial eléctrica. Muchos de quienes trabajan con equipo electrónico alguna vez han verificado que un capacitor puede almacenar energía. Si las placas de un capacitor con carga se conectan mediante un conductor como un alambre, la carga se mueve entre cada placa y su alambre conector hasta que el capacitor se descarga. Con frecuencia, la descarga se observa como una chispa visible. Si por accidente toca las placas opuestas de un capacitor con carga, sus dedos actúan como ruta para descarga y el resultado es un choque eléctrico. El grado de choque que reciba dependerá de la capacitancia y el voltaje aplicados al capacitor. Tal choque podría ser fatal si hay presentes voltajes altos, como en la fuente de poder de un televisor. Ya que las cargas se pueden almacenar en un capacitor aun cuando el aparato esté apagado, desconectar el televisor no lo hace seguro al abrir la cubierta y tocar los componentes internos.

La figura 26.10a muestra una batería conectada a un solo capacitor de placas paralelas, con un interruptor en el circuito. Identifique el circuito como un sistema. Cuando el interruptor se cierra (figura 26.10b), la batería establece un campo eléctrico en los alambres y circula carga entre ellos y el capacitor. Conforme esto se presenta, existe una

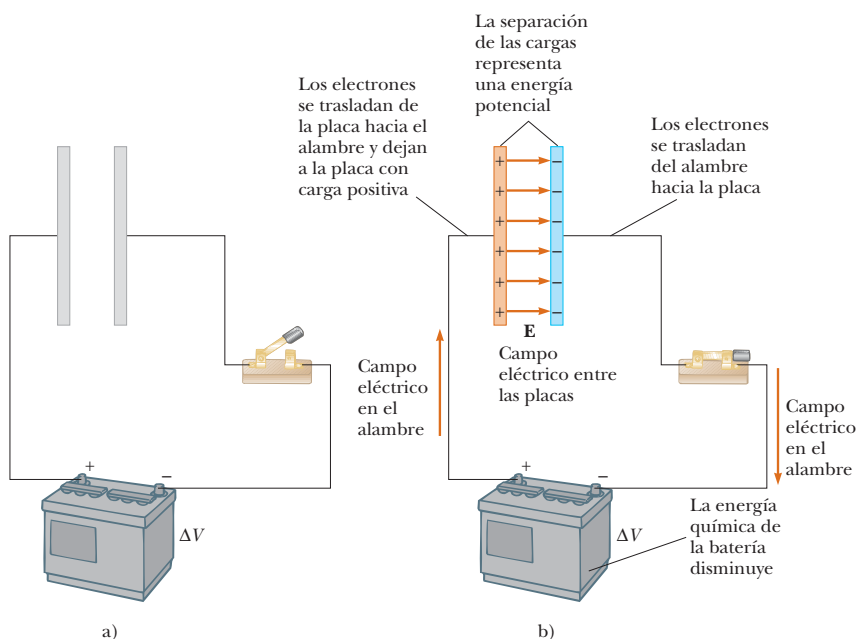


Figura 26.10

a) Circuito que consiste en un capacitor, una batería y un interruptor. b) Cuando el interruptor se cierra, la batería establece un campo eléctrico en el alambre que hace que los electrones se muevan de la placa izquierda hacia el alambre y hacia la placa derecha desde el alambre. Como resultado, en las placas existe una separación de carga, lo que representa un aumento en la energía potencial eléctrica del sistema del circuito. Esta energía en el sistema se transformó a partir de energía química en la batería.

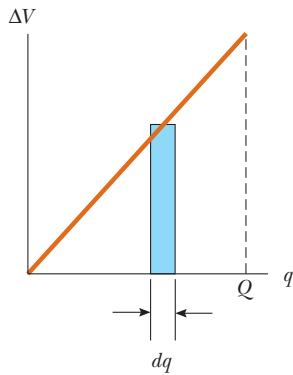


Figura 26.11 La gráfica de la diferencia de potencial en función de la carga en un capacitor, es una línea recta que tiene una pendiente $1/C$. El trabajo requerido para mover la carga dq a causa de la diferencia de potencial ΔV existente en el instante a través de las placas del capacitor, se conoce de manera aproximada por el área del rectángulo sombreado. El trabajo total requerido para cargar el capacitor hasta una carga final Q es el área triangular que está por debajo de la línea recta, $W = \frac{1}{2}Q\Delta V$. (No debe olvidarse que $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$; por eso la unidad para el área triangular es el joule).

transformación de energía dentro del sistema. Antes de que el interruptor se cierre, la energía se almacena como energía química en la batería. Esta energía se transforma durante la reacción química que se presenta dentro de la batería cuando funciona en un circuito eléctrico. Cuando el interruptor se cierra parte de la energía química en la batería se convierte en energía potencial eléctrica asociada con la separación de cargas positivas y negativas en las placas.

Con el fin de calcular la energía almacenada en el capacitor, se considera un proceso de carga distinto del proceso real descrito en la sección 26.1, pero que logra el mismo resultado final. Esta suposición es posible porque la energía presente en la configuración final no depende del proceso real para la transferencia de la carga.³ Imagine que la carga se transfiere de manera mecánica a través del espacio existente entre las placas como sigue. Toma una pequeña cantidad de carga positiva de la placa conectada a la terminal negativa y aplica una fuerza que hace que esta carga positiva se mueva hasta la placa conectada a la terminal positiva. Por lo tanto, realizó un trabajo sobre la carga al transferirla de una placa a la otra. En principio, no se requiere trabajo para transferir una pequeña cantidad de carga dq de una placa a la otra;⁴ sin embargo, una vez transferida esta carga, aparecerá entre las placas una pequeña diferencia de potencial. Debido a eso, deberá invertir algo de trabajo para mover una carga adicional a causa de esta diferencia de potencial. Conforme más y más carga sea transferida de una placa a la otra, la diferencia de potencial aumentará proporcionalmente y se requerirá más trabajo.

Suponga que q es la carga del capacitor en un determinado instante durante el proceso de carga. En ese mismo momento, la diferencia de potencial a través del capacitor es $\Delta V = q/C$. De la sección 25.1, se sabe que el trabajo necesario para transferir un incremento de carga dq de la placa que tiene una carga $-q$ a la placa que tiene una carga q (que está con el potencial eléctrico más elevado) es

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Esto se ilustra en la figura 26.11. El trabajo total requerido para cargar el capacitor desde $q = 0$ hasta una carga final $q = Q$ es

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

El trabajo invertido al cargar el capacitor se presenta como una energía potencial eléctrica U almacenada en el mismo. Mediante el uso de la ecuación 26.1, es posible expresar la energía potencial almacenada en el capacitor con carga como:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 \quad (26.11)$$

Energía almacenada en un capacitor cargado ►

Este resultado es aplicable a cualquier capacitor, sea cual fuere su geometría. Para una capacitancia determinada, la energía almacenada aumenta al incrementarse la carga y la diferencia de potencial. En la práctica, existe un límite para la energía (o carga) máxima que se puede almacenar, ya que en un valor lo suficientemente grande de ΔV ocurrirá finalmente una descarga entre las placas. Es por esta causa que los capacitores por lo general se marcan con un voltaje de operación máximo.

Considere la energía almacenada en un capacitor como si estuviera almacenada en el campo eléctrico producido entre las placas al cargar el capacitor. Esta descripción es aceptable porque el campo eléctrico es proporcional a la carga del capacitor. En el caso de un capacitor de placas paralelas, la diferencia de potencial está relacionada con el cam-

³Esta explicación es similar a las variables de estado en termodinámica. El cambio en una variable de estado, como la temperatura, es independiente de la trayectoria seguida entre el estado inicial y el final. La energía potencial de un capacitor (o de cualquier sistema) también es una variable de estado, así que no depende del proceso real seguido para cargar el capacitor.

⁴Útilice la q minúscula como la carga que varía con el tiempo del capacitor mientras éste se carga, a fin de distinguirla de la Q mayúscula, que es la carga total del capacitor una vez que está completamente cargado.

po eléctrico mediante la correspondencia $\Delta V = Ed$. Además, su capacitancia es $C = \epsilon_0 A/d$ (ecuación 26.3). Si sustituye estas expresiones en la ecuación 26.11, obtiene

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 A d) E^2 \quad (26.12)$$

En vista de que el volumen ocupado por el campo eléctrico es Ad , la *energía por cada unidad de volumen* $u_E = U/Ad$, conocida como *densidad de energía*, es

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (26.13)$$

Aunque la ecuación 26.13 fue deducida para un capacitor de placas paralelas, esta expresión es válida de manera general, independientemente de la fuente del campo eléctrico. Es decir, **la densidad de energía en cualquier campo eléctrico en un punto dado es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico**.

Pregunta rápida 26.4 Considere tres capacitores y una batería. ¿En cuál de las siguientes combinaciones de tres capacitores se almacenará la máxima energía posible cuando la combinación esté conectada a la batería? a) En serie, b) en paralelo, o c) no hay diferencia, porque ambas combinaciones almacenarán la misma cantidad de energía.

Densidad de energía en
un campo eléctrico

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 26.4

No se trata de un nuevo tipo de energía

La energía conocida en la ecuación 26.13 no es un nuevo tipo de energía. La ecuación describe la familiar energía potencial eléctrica asociada con un sistema de cargas fuente separadas. La ecuación 26.13 proporciona una nueva interpretación, o una nueva forma de modelar la energía. Además la ecuación describe correctamente la energía asociada con cualquier campo eléctrico, sin importar la fuente.

EJEMPLO 26.4

Rehacer el circuito de dos capacitores con carga

Dos capacitores, C_1 y C_2 , donde $C_1 > C_2$, están cargados con la misma diferencia de potencial inicial ΔV_i . Los capacitores con carga se retiran de la batería y sus placas se conectan con polaridad opuesta, como en la figura 26.12a. Después los interruptores S_1 y S_2 se cierran como en la figura 26.12b.

A) Hallar la diferencia de potencial final ΔV_f entre a y b después de cerrar los interruptores.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 26.12 ayuda a entender las configuraciones inicial y final del sistema.

Categorizar En la figura 26.12b, puede parecer como si los capacitores se conectaran en paralelo, pero no hay batería en este circuito para aplicar un voltaje a través de la combinación. Debido a eso, este problema *no se puede* clasificar como uno en el que los capacitores estén conectados en paralelo. Se le *puede* clasificar como un problema que involucra un sistema aislado para carga eléctrica. Las placas izquierdas de los capacitores forman un sistema aislado porque no se conectan a las placas derechas mediante conductores.

Analizar Escriba una expresión para la carga total en las placas izquierdas del sistema antes de que los interruptores se cierren, y observe que es necesario un signo negativo para Q_{2i} porque la carga en la placa izquierda del capacitor C_2 es negativa:

Después de que los interruptores se cierran, las cargas en los capacitores individuales cambian a nuevos valores Q_{1f} y Q_{2f} tal que la diferencia de potencial de nuevo es la misma a través de ambos capacitores, ΔV_f . Escriba una expresión para la carga total en las placas izquierdas del sistema después de que los interruptores se cierran:

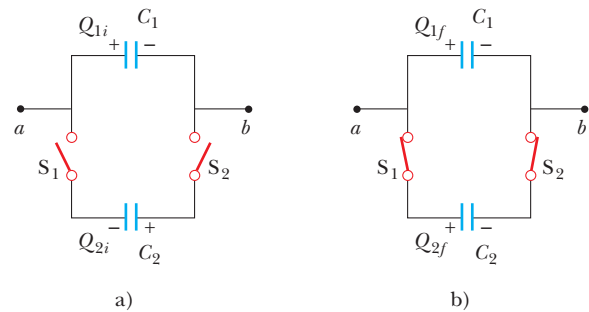


Figura 26.12 (Ejemplo 26.4) a) Dos capacitores se cargan con la misma diferencia de potencial inicial y se conectan uno con otro con las placas de signo opuesto en contacto cuando los interruptores se cierran. b) Cuando los interruptores se cierran, las cargas se redistribuyen.

$$1) \quad Q_i = Q_{1i} + Q_{2i} = C_1 \Delta V_i - C_2 \Delta V_i = (C_1 - C_2) \Delta V_i$$

$$2) \quad Q_f = Q_{1f} + Q_{2f} = C_1 \Delta V_f + C_2 \Delta V_f = (C_1 + C_2) \Delta V_f$$

Ya que el sistema está aislado, las cargas inicial y final del sistema deben ser las mismas. Use esta condición y las ecuaciones 1) y 2) resolver para ΔV_f :

$$Q_f = Q_i \rightarrow (C_1 + C_2)\Delta V_f = (C_1 - C_2)\Delta V_i$$

$$3) \quad \Delta V_f = \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right) \Delta V_i$$

B) Encuentre la energía total almacenada en los capacitores antes y después de que los interruptores se cierran y determine la relación de la energía final a la energía inicial.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 26.11 para encontrar una expresión para la energía total almacenada en los capacitores antes de que los interruptores se cierren:

$$4) \quad U_i = \frac{1}{2}C_1(\Delta V_i)^2 + \frac{1}{2}C_2(\Delta V_i)^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2$$

Escriba una expresión para la energía total almacenada en los capacitores después de cerrar los interruptores:

$$U_f = \frac{1}{2}C_1(\Delta V_f)^2 + \frac{1}{2}C_2(\Delta V_f)^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_f)^2$$

Use los resultados del inciso A) para describir esta expresión en términos de ΔV_i :

$$5) \quad U_f = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \left[\left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right) \Delta V_i \right]^2 = \frac{1}{2} \frac{(C_1 - C_2)^2 (\Delta V_i)^2}{(C_1 + C_2)}$$

Divida la ecuación 5) entre la ecuación 4) para obtener la relación de las energías almacenadas en el sistema:

$$\frac{U_f}{U_i} = \frac{\frac{1}{2}(C_1 - C_2)^2 (\Delta V_i)^2 / (C_1 + C_2)}{\frac{1}{2}(C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2}$$

$$6) \quad \frac{U_f}{U_i} = \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right)^2$$

Finalizar La relación de energías es *menor* que la unidad, lo que indica que la energía final es *menor* que la energía inicial. Al principio, puede pensar que se violó la ley de conservación de la energía, pero este no es el caso. La energía “perdida” se transfiere afuera del sistema mediante el mecanismo de ondas electromagnéticas (T_{RE} en la ecuación 8.2), como se verá en el capítulo 34.

¿Qué pasaría si...? ¿Y si los dos capacitores tienen la misma capacitancia? ¿Qué ocurrirá cuando se cierren los interruptores?

Respuesta Ya que ambos capacitores tienen la misma diferencia de potencial inicial aplicada a ellos, las cargas en los capacitores tienen la misma magnitud. Cuando los capacitores con polaridades opuestas se conectan uno con otro, las cargas de igual magnitud se deben cancelar mutuamente, lo que deja los capacitores sin carga.

Pruebe los resultados para ver si este es el caso matemáticamente. En la ecuación 1), dado que las capacitancias son iguales, la carga inicial Q_i en el sistema de las placas izquierdas es cero. La ecuación 3) muestra que $\Delta V_f = 0$, que es consistente con capacitores sin carga. Por último, la ecuación 5) muestra que $U_f = 0$, lo que también es consistente con capacitores sin carga.



Adam Hart-Davis/SPL/Custom Medical Stock

Figura 26.13 En el lugar de un accidente o en un hospital es posible ver cómo se reviva a un paciente utilizando un desfibrilador. Las paletas del desfibrilador se aplican sobre el pecho del paciente y se hace pasar una descarga eléctrica a través de la cavidad torácica. El objetivo de esta maniobra es restaurar el patrón rítmico normal del corazón.

Un dispositivo en el cual los capacitores desempeñan un papel importante es el *desfibrilador* portátil (figura 26.13). Cuando la fibrilación cardíaca (contracciones aleatorias) se presenta, el corazón produce un patrón rápido e irregular de contracciones. Una rápida descarga de energía a través del corazón puede devolverle a éste su patrón normal de contracciones. Los equipos médicos de emergencia utilizan desfibriladores portátiles con baterías capaces de cargar un capacitor a un voltaje elevado. (El circuito eléctrico está organizado para que el capacitor se cargue a un voltaje mucho más elevado que el de la batería). En un desfibrilador totalmente cargado es posible almacenar hasta 360 J en el campo eléctrico de su enorme capacitor. La energía almacenada se libera a través del corazón mediante electrodos conductores, conocidos como paletas, que se colocan en los costados del tórax de la víctima. El desfibrilador puede suministrar toda esta energía a un paciente en aproximadamente 2 ms (esto es más o menos equivalente a 3000 veces la energía suministrada a un foco de 60 W!). Los paramédicos deben esperar entre cada aplicación de la energía, debido al tiempo que se necesita para que los capacitores se carguen por completo. En estas aplicaciones y otras (las unidades de destello de las cámaras, así como los láser para experimentos de fusión), los capacitores sirven como depósitos de energía

que se pueden cargar poco a poco para después descargarse rápidamente a fin de proporcionar grandes cantidades de energía en un pulso breve.

26.5 Capacitores con material dieléctrico

Un **dieléctrico** es un material no conductor, como el hule, el vidrio o el papel encerado. El siguiente experimento muestra el efecto que causa un dieléctrico en un capacitor. Consideremos un capacitor de placas paralelas que, sin dieléctrico, tiene una carga Q_0 y una capacitancia C_0 . La diferencia de potencial en las terminales del capacitor es $\Delta V_0 = Q_0/C_0$. Esta situación se ilustra en la figura 26.14a. La diferencia de potencial se mide con un *voltímetro*, dispositivo que se explica con mayor detalle en el capítulo 28. Observe que en la figura no hay batería; también, debe suponer que a través de un voltímetro ideal no puede fluir carga alguna. De lo anterior, se concluye que no existe trayectoria por la cual pueda fluir la carga y modificar la misma en el capacitor. Si ahora se inserta un material dieléctrico entre las placas, como se observa en la figura 26.14b, el voltímetro indica que el voltaje entre las placas disminuye un valor ΔV . Los voltajes con y sin dieléctrico están relacionados mediante el factor κ como sigue:

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

Ya que $\Delta V < \Delta V_0$, se ve que $\kappa > 1$. El factor adimensional κ se llama **constante dieléctrica** del material. La constante dieléctrica varía de un material a otro. En esta sección se explica este cambio en capacitancia en términos de parámetros eléctricos como carga eléctrica, campo eléctrico y diferencia de potencial; la sección 26.7 describe el origen microscópico de estos cambios.

Ya que la carga Q_0 en el capacitor no cambia, la capacitancia debe cambiar al valor

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = \kappa C_0$$

(26.14)

Es decir, la capacitancia *aumenta* en un factor κ cuando el material dieléctrico llena por completo la región entre placas.⁵ En el caso de un capacitor de placas paralelas, donde

◀ Capacitancia de un capacitor lleno con un material que tiene una constante dieléctrica κ

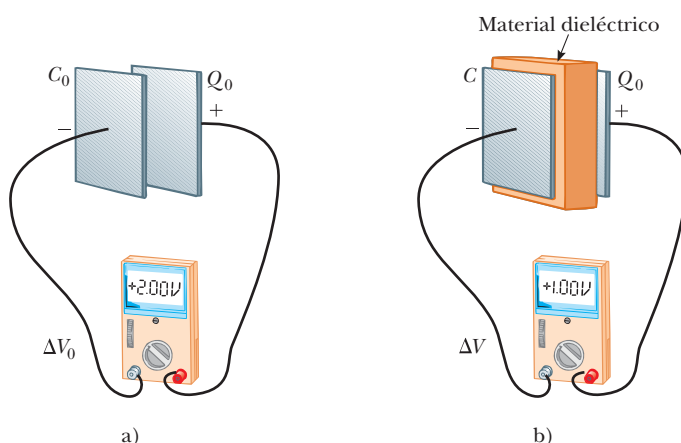


Figura 26.14 Un capacitor cargado a) antes y b) después de haber insertado un material dieléctrico entre las placas. La carga existente sobre las placas se conserva sin cambio, pero la diferencia de potencial disminuye de ΔV_0 a $\Delta V = \Delta V_0/\kappa$. Por lo tanto, la capacitancia se incrementa de C_0 a κC_0 .

⁵ Si el material dieléctrico se introduce mientras la batería mantiene constante la diferencia de potencial, la carga aumentará a un valor $Q = \kappa Q_0$. La carga adicional proviene de los alambres conectados al capacitor,

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 26.5

¿El capacitor está conectado o no a una batería?

En aquellos problemas en los que se modifica un capacitor (mediante la inserción de un material dieléctrico, por ejemplo), debe advertir si estas modificaciones se llevan a cabo mientras el capacitor está conectado a una batería o cuando el capacitor está desconectado. Si el capacitor se ha mantenido conectado a la batería, se conserva, por necesidad, el mismo voltaje aplicado al capacitor. Si lo desconecta antes de efectuar cualquier modificación, el capacitor forma un sistema aislado y conserva su misma carga.

$C_0 = \epsilon_0 A/d$ (ecuación 26.3), se expresa la capacitancia cuando el capacitor está lleno de material dieléctrico como sigue:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \tag{26.15}$$

De las ecuaciones 26.3 y 26.15, parece posible obtener un capacitor muy grande al reducir d , que es la distancia entre las placas. En la práctica, el valor más pequeño de d se encuentra limitado por la descarga eléctrica que puede presentarse a través del medio dieléctrico que separa las placas. Para cualquier separación d conocida, el voltaje máximo que puede aplicarse a un capacitor sin causar una descarga depende de la **resistencia dieléctrica** (campo eléctrico máximo) del dieléctrico. Si la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico excede la resistencia dieléctrica, las propiedades aislantes fallan, y el dieléctrico empieza a conducir.

Los capacitores físicos tienen una especificación que se conoce mediante una gran diversidad de nombres, incluyendo *voltaje de servicio*, *voltaje de ruptura* y *tensión nominal*. Este parámetro representa el voltaje más elevado que se puede aplicar al capacitor sin exceder la resistencia dieléctrica del material dieléctrico en el capacitor. En consecuencia, cuando seleccione un capacitor para una aplicación determinada, es necesario considerar la capacitancia así como el voltaje esperado a través del capacitor en el circuito y asegurarse de que el voltaje esperado sea inferior que el voltaje nominal del capacitor. En la fotografía al inicio de este capítulo se puede observar el voltaje nominal de varios capacitores.

Los materiales aislantes tienen valores de κ superiores a la unidad y resistencias dieléctricas mayores que la del aire, como se indica en la tabla 26.1. Entonces, un dieléctrico tiene las siguientes ventajas:

- Incrementa la capacitancia.
- Incrementa el voltaje máximo de operación.
- Proporciona un posible soporte mecánico entre las placas, lo que permite que estén cerca una de la otra sin tocarse, así reduce d y aumenta C .

TABLA 26.1

Constantes dieléctricas y resistencias dieléctricas aproximadas de diversos materiales a temperatura ambiente		
Material	Constante dieléctrica κ	Intensidad dieléctrica ^a (10^6 V/m)
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	—
Aire (seco)	1.000 59	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7
Nylon	3.4	14
Papel	3.7	16
Papel impregnado en parafina	3.5	11
Poliestireno	2.56	24
Porcelana	6	12
Teflón	2.1	60
Titanato de estroncio	233	8
Vacío	1.000 00	—
Vidrio pirex	5.6	14

^a La resistencia dieléctrica es igual al campo eléctrico máximo que puede existir en un dieléctrico sin que se rompa el aislamiento. Observe que estos valores dependen en gran medida de si existen o no impurezas o defectos en los materiales.

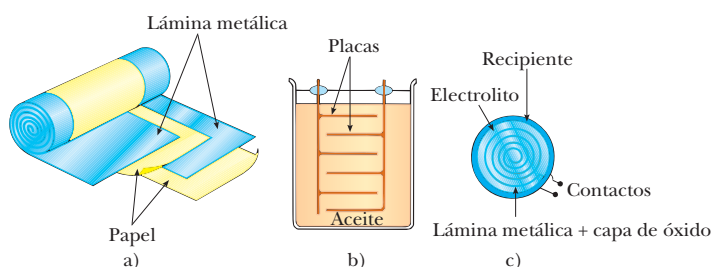


Figura 26.15 Tres diseños de capacitores comerciales. a) Capacitor tubular, cuyas placas están separadas por un papel y después enrolladas en un cilindro. b) Capacitor para alto voltaje formado por muchas placas paralelas separadas por aceite aislante. c) Capacitor electrolítico.

Tipos de capacitores

Es frecuente fabricar capacitores para uso comercial a partir de lámina metálica separada por hojas delgadas de papel impregnado en parafina, o utilizando Mylar como material dieléctrico. Estas capas alternadas de lámina metálica y dieléctrico se enrollan en forma de cilindro, para formar un pequeño paquete (figura 26.15a). Por lo común, los capacitores para alto voltaje están hechos de una cierta cantidad de placas metálicas entretrejidas, inmersas en aceite de silicón figura (26.15b). Los capacitores más pequeños con frecuencia están fabricados de material cerámico.

Con frecuencia, para almacenar grandes cantidades de carga a voltajes relativamente bajos, se utilizan *capacitores electrolíticos*. Estos dispositivos, como puede ver en la figura 26.15c, están constituidos por una lámina metálica que está en contacto con un *electrolito*, una solución que gracias al movimiento de los iones que contiene conduce electricidad. Cuando se aplica un voltaje entre la lámina y el electrolito, sobre la lámina se forma una capa delgada de óxido metálico (material aislante) que sirve como dieléctrico. Es posible obtener valores muy grandes de capacitancia en un capacitor electrolítico ya que el dieléctrico es muy delgado y, por lo tanto, la separación entre placas es muy reducida.

Los capacitores electrolíticos no son reversibles, como lo son muchos otros, ya que tienen polaridad, la cual se indica mediante los signos positivo y negativo que se marcan sobre el propio dispositivo. Cuando estos capacitores se utilizan en circuitos, la polaridad debe alinearse correctamente. Si la polaridad del voltaje aplicado es opuesta a la indicada, la capa de óxido desaparece y el capacitor, en vez de almacenar carga, conduce electricidad.

Por lo general, los capacitores variables (típicamente de 10 a 500 pF), están constituidos por dos conjuntos de placas metálicas entrelazadas, una fija y la otra móvil, y utilizan aire como dieléctrico (figura 26.16). Estos capacitores se utilizan a menudo en circuitos de sintonización de radio.



Figura 26.16 Capacitor variable. La capacitancia de este dispositivo varía cuando se hace girar uno de los conjuntos de placas metálicas de manera que quede entre el conjunto fijo de placas.

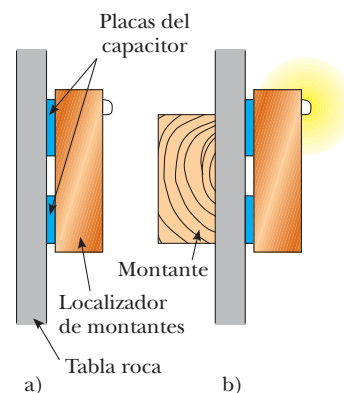


Figura 26.17 (Pregunta rápida 26.5) Localizador de montantes. a) Los materiales entre las placas del capacitor son la tabla roca y el aire. b) Cuando el capacitor se coloca frente a un montante, los materiales entre las placas son la tabla roca y la madera. El cambio en la constante dieléctrica hace que se active una señal luminosa.

Pregunta rápida 26.5 Si ha intentado alguna vez colgar un cuadro o un espejo, sabrá que es difícil localizar los montantes de madera sobre los que hay que fijar el clavo o el tornillo. Un localizador de montantes de carpintero es básicamente un capacitor que tiene sus placas una al lado de la otra en vez de una enfrente de la otra, como se puede observar en la figura 26.17. ¿Cuando el dispositivo pasa frente a un montante, la capacitancia a) aumenta o b) disminuye?

EJEMPLO 26.5

Energía almacenada antes y después

Un capacitor de placas paralelas se carga con una batería y adquiere una carga Q_0 . Después se retira la batería y entre las placas se inserta una lámina de material que tiene una constante dieléctrica κ . Identifique el sistema como el capacitor y el dieléctrico. Encuentre la energía almacenada en el sistema antes y después de insertar el dieléctrico.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en lo que ocurre cuando se inserta el dieléctrico entre las placas. Ya que la batería se retiró, la carga en el capacitor debe permanecer igual. Sin embargo ya sabe, por la explicación anterior, que la capacitancia debe cambiar. Debido a eso, se espera un cambio en la energía del sistema.

Categorizar Ya que se espera que la energía del sistema cambie, se le modela como un sistema no aislado.

Analizar A partir de la ecuación 26.11, encuentre la energía almacenada en ausencia del dieléctrico:

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

Encuentre la energía almacenada en el capacitor después de que el dieléctrico se inserta entre las placas:

$$U = \frac{Q_0^2}{2C}$$

Use la ecuación 26.14 para sustituir la capacitancia C :

$$U = \frac{Q_0^2}{2\kappa C_0} = \frac{U_0}{\kappa}$$

Finalizar Ya que $\kappa > 1$, la energía final es menor que la energía inicial. Se puede explicar la energía “perdida” al notar que el dieléctrico, cuando se inserta, se jala hacia el dispositivo. Para evitar que el dieléctrico acelere, un agente externo debe realizar trabajo negativo (W en la ecuación 8.2) sobre el dieléctrico, que es simplemente la diferencia $U - U_0$.

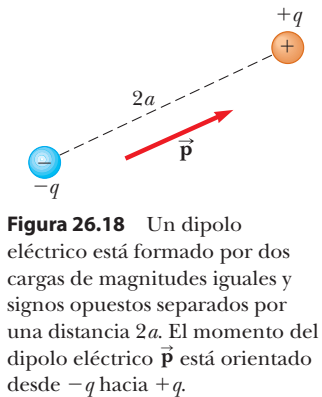


Figura 26.18 Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas de magnitudes iguales y signos opuestos separadas por una distancia $2a$. El momento del dipolo eléctrico $\vec{p}$ está orientado desde $-q$ hacia $+q$.

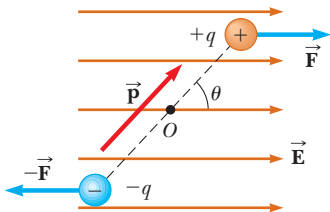


Figura 26.19 Dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme. El momento del dipolo $\vec{p}$ forma un ángulo θ con el campo, lo que hace que el dipolo experimente un par de torsión.

26.6 Dipolo eléctrico en un campo eléctrico

Ya se explicó el efecto en la capacitancia la colocación de un dieléctrico entre las placas de un capacitor. En la sección 26.7, se describirá el origen microscópico de este efecto. Sin embargo, antes de hacerlo, necesita ampliar la explicación del dipolo eléctrico, que inició en la sección 23.4 (véase el ejemplo 23.5). El dipolo eléctrico está constituido por dos cargas de igual magnitud y de signo opuesto separadas por una distancia $2a$, como se observa en la figura 26.18. El **momento del dipolo eléctrico** de esta configuración está definido por el vector $\vec{p}$, dirigido desde $-q$ hacia $+q$ a lo largo de la línea que une a las cargas, y con una magnitud $2aq$:

$$p \equiv 2aq \quad (26.16)$$

Ahora considere que el dipolo eléctrico colocado en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$, y forma un ángulo θ con el campo como se ve en la figura 26.19. Identifique $\vec{E}$ como el campo *externo* al dipolo, establecida por alguna otra distribución de carga, para distinguirlo del campo *debido* al dipolo, que se explicó en la sección 23.4.

Las fuerzas eléctricas que actúan sobre las dos cargas son de igual magnitud ($F = qE$) y de dirección opuesta, como se muestra en la figura 26.19. Por lo tanto, la fuerza neta sobre el dipolo es igual a cero. Sin embargo, las dos fuerzas producen un momento de torsión neto en el dipolo; como resultado, este último gira en la dirección que lleve el vector del momento del dipolo a una mejor alineación con el campo. El momento de torsión debido a la fuerza sobre la carga positiva en relación con un eje a través de O de la figura 26.19 tiene una magnitud $Fa \sin \theta$, donde $a \sin \theta$ es el brazo del momento de F en O . Esta fuerza tiende a producir una rotación en el sentido de las manecillas del reloj. El momento de torsión en relación con O sobre la carga negativa también tiene como magnitud $Fa \sin \theta$; una vez más en este caso la fuerza tiende a producir el mismo tipo de rotación, por lo que la magnitud del momento de torsión neto alrededor de O es

$$\tau = 2Fa \sin \theta$$

Ya que $F = qE$ y $p = 2aq$, se expresa τ de la forma

$$\tau = 2aqE \sin \theta = pE \sin \theta \quad (26.17)$$

Es conveniente expresar el momento de torsión del vector en forma de producto cruz de los vectores $\vec{p}$ y $\vec{E}$:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (26.18)$$

Par de torsión sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo

Es posible determinar la energía potencial del sistema de un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo, como una función de la orientación del dipolo en relación con el campo. Para ello debe reconocer que un agente externo deberá efectuar trabajo para girar el dipolo un cierto ángulo y conseguir que el vector del momento del dipolo quede menos

alineado con el campo. A continuación el trabajo efectuado se almacena como energía potencial en el sistema. El trabajo dW requerido para girar el dipolo un ángulo $d\theta$ es $dW = \tau d\theta$ (ecuación 10.22). En vista de que $\tau = pE \sin \theta$ y debido a que el trabajo resulta de un incremento en la energía potencial U , tenemos que para una rotación de θ_i hasta θ_f el cambio en la energía potencial del sistema es

$$\begin{aligned} U_f - U_i &= \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE \sin \theta d\theta = pE \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin \theta d\theta \\ &= pE[-\cos \theta]_{\theta_i}^{\theta_f} = pE(\cos \theta_i - \cos \theta_f) \end{aligned}$$

El término que contiene a $\cos \theta_i$ es una constante que depende de la orientación inicial del dipolo. Resulta conveniente que elija un ángulo de referencia $\theta_i = 90^\circ$, por lo que $\cos \theta_i = \cos 90^\circ = 0$. Además, seleccione $U_i = 0$ en $\theta_i = 90^\circ$ como la energía potencial de referencia. Por tanto deduzca un valor general de $U = U_f$ de la forma

$$U = -pE \cos \theta \quad (26.19)$$

Escriba esta expresión para la energía potencial de un dipolo en un campo eléctrico como el producto punto de los vectores $\vec{p}$ y $\vec{E}$:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (26.20)$$

A fin de comprender conceptualmente la ecuación 26.19, compare esta expresión con la correspondiente para la energía potencial de un sistema de un objeto en el campo gravitacional de la Tierra, $U = mgh$ (véase el capítulo 7). La expresión incluye un parámetro asociado con el objeto colocado en el campo gravitacional, su masa m . De igual manera, la ecuación 26.19 incluye un parámetro para el objeto en el campo eléctrico, su momento de dipolo p . La expresión gravitacional incluye la magnitud del campo gravitacional g . De manera similar, la ecuación 26.19 incluye la magnitud del campo eléctrico E . Hasta ahora, estas dos contribuciones a las expresiones de energía potencial parecen ser análogas. Sin embargo, la contribución final es algo distinta en dos casos. En la expresión gravitacional, la energía potencial depende de la posición vertical del objeto, medida por y . En la ecuación 26.19, la energía potencial depende del ángulo θ en que gira el dipolo. En ambos casos, cambia la configuración del sistema. En el caso gravitacional, el cambio involucra movimiento de un objeto en un sentido de *traslación*, en tanto que en el caso eléctrico, el cambio del movimiento de un objeto es en un sentido de *rotación*. Sin embargo, en ambos casos, una vez hecho el cambio, cuando el objeto es liberado, el sistema vuelve a su configuración original: el objeto de masa m cae al suelo, y el dipolo empieza a girar de vuelta hacia la configuración en la cual está alineado con el campo. Por lo tanto, con excepción del tipo de movimiento, en estos dos casos las expresiones para la energía potencial son similares.

Se dice que las moléculas están *polarizadas* cuando existe una separación entre la posición promedio de las cargas negativas y la posición promedio de las cargas positivas dentro de la molécula. En algunas moléculas, como el agua, dicha condición siempre está presente; a estas moléculas se les llama **moléculas polares**. Las moléculas que no poseen una polarización permanente se les conoce como **moléculas no polares**.

La polarización permanente del agua será más comprensible al estudiar la geometría de su molécula. En la molécula de agua, el átomo de oxígeno está enlazado a los átomos de hidrógeno de forma tal que entre los dos enlaces se forma un ángulo de 105° (figura 26.20). El centro de la distribución de carga negativa está cerca del átomo de oxígeno, y el centro de la distribución de carga positiva está en algún punto a mitad de camino a lo largo de la línea que une a los átomos de hidrógeno (punto $\times$ en la figura 26.20). Es posible representar o modelar la molécula de agua, así como otras moléculas polares, como dipolos, ya que las posiciones promedio de las cargas positivas y negativas actúan como cargas puntuales. Como resultado, puede aplicar este análisis sobre los dipolos al comportamiento de las moléculas polares.

Otra forma común de aprovechar la estructura dipolar del agua en la casa es cuando lava con agua y jabón. La grasa y el aceite están formados por moléculas no polares, que generalmente no son atraídas por el agua. El agua simple no es muy útil para eliminar este tipo de grasas. El jabón contiene moléculas largas conocidas como *surfactantes*. En una molécula

◀ Energía potencial del sistema de un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo

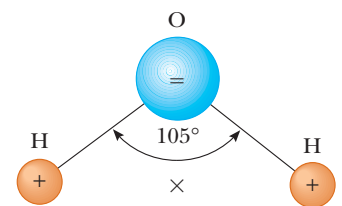


Figura 26.20 La molécula de agua, H_2O , tiene una polarización permanente debido a su geometría no lineal. El centro de la distribución de la carga positiva está en el punto $\times$.

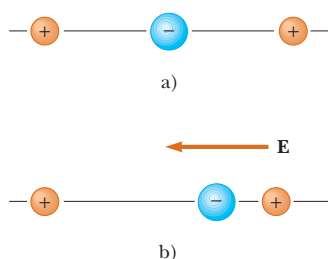


Figura 26.21 a) Una molécula lineal simétrica no tiene una polarización permanente. b) Un campo eléctrico externo induce una polarización en la molécula.

larga, las características de polaridad de un extremo de la molécula pueden ser diferentes de las del otro extremo. En una molécula surfactante, un extremo actúa como una molécula no polar y el otro como una molécula polar. El extremo no polar puede fijarse a una molécula de grasa o de aceite, y el extremo polar puede hacerlo a una molécula de agua. Por lo tanto, el jabón sirve de puente, enlazando las moléculas de grasa y de agua. Al enjuagar, la grasa y el aceite se van con el agua.

Una molécula simétrica (figura 26.21a) no tiene una polarización permanente pero puede ser inducida colocando la molécula en un campo eléctrico. Un campo que se dirige hacia la izquierda, como se muestra en la figura 26.21b, haría que el centro de la distribución de cargas positivas se desplazara hacia la izquierda en relación con su posición inicial, y que el centro de la distribución de cargas negativas se desplazara hacia la derecha. Esta *polarización inducida* es el efecto predominante en la mayor parte de los materiales que se utilizan como dieléctricos en los capacitores.

EJEMPLO 26.6 La molécula de H_2O

La molécula de agua (H_2O) tiene un momento de dipolo eléctrico de $6.3 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$. Una muestra contiene 10^{21} moléculas de agua, con todos los momentos de dipolo orientados en la dirección de un campo eléctrico de $2.5 \times 10^5 \text{ N/C}$ de magnitud. ¿Cuánto trabajo se requiere para girar los dipolos de esta orientación ($\theta = 0^\circ$) a una en la que todos los momentos sean perpendiculares al campo ($\theta = 90^\circ$)?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Cuando todos los dipolos se alinean con el campo eléctrico, el sistema dipolos-campo eléctrico tiene la energía potencial mínima. Esta energía tiene un valor negativo dado por el producto del lado derecho de la ecuación 26.19, evaluada en 0° , y el número N de dipolos. Se debe realizar trabajo para dar vuelta 90° todos los dipolos del sistema, porque la energía potencial del sistema se eleva a un valor mayor que cero.

Categorizar Use la ecuación 26.19 para evaluar la energía potencial, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Escriba la reducción adecuada de la ecuación de conservación de la energía, ecuación 8.2, para esta situación:

Use la ecuación 26.19 para evaluar las energías potenciales inicial y final del sistema y la ecuación 1) para calcular el trabajo requerido para dar vuelta los dipolos:

$$1) \quad \Delta U = W$$

$$\begin{aligned} W &= U_{90^\circ} - U_{0^\circ} = (-NpE \cos 90^\circ) - (-NpE \cos 0^\circ) \\ &= NpE = (10^{21})(6.3 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(2.5 \times 10^5 \text{ N/C}) \\ &= 1.6 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

26.7 Descripción atómica de los materiales dieléctricos

En la sección 26.5 encontró que la diferencia de potencial ΔV_0 entre las placas de un capacitor queda reducida a $\Delta V_0/\kappa$ al insertar un material dieléctrico. Esta diferencia de potencial disminuye porque se reduce la magnitud del campo eléctrico entre las placas. En particular, si $\vec{E}_0$ es el campo eléctrico que existe sin dieléctrico, el campo en presencia de un dieléctrico es

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\kappa} \quad (26.21)$$

Considere primero un dieléctrico compuesto de moléculas polares colocadas en el campo eléctrico entre las placas de un capacitor. Los dipolos (es decir, las moléculas polares que constituyen el dieléctrico) tienen una orientación al azar en ausencia de un campo

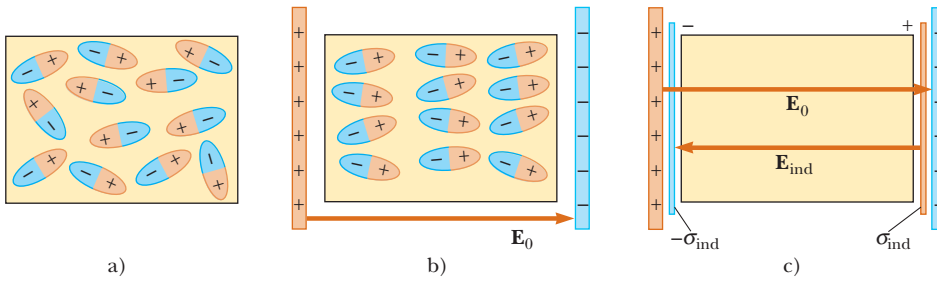


Figura 26.22 a) En ausencia de un campo eléctrico externo, las moléculas polares tienen una orientación al azar. b) Cuando se aplica un campo eléctrico externo, las moléculas se alinean parcialmente con el campo. c) Los bordes con carga del dieléctrico pueden modelarse o representarse como un par adicional de placas paralelas que establecen un campo eléctrico $\vec{E}_{\text{ind}}$ en dirección opuesta a la de $\vec{E}_0$.

eléctrico, como se puede ver en la figura 26.22a. Cuando se aplica un campo eléctrico $\vec{E}_0$ debido a las cargas sobre las placas del capacitor, se ejerce un momento de torsión sobre los dipolos, lo que provoca que se alineen parcialmente con el campo, como se observa en la figura 26.22b. Ahora el dieléctrico es un material polarizado. El grado de alineación de las moléculas en relación con el campo eléctrico depende de la temperatura y de la magnitud del mismo. En general, la alineación aumentará al reducirse la temperatura e incrementarse el campo eléctrico.

Si las moléculas del material dieléctrico no son polares, el campo eléctrico debido a las placas produce una polarización inducida en la molécula. Estos momentos de dipolo inducido tienden a alinearse con el campo externo, y el dieléctrico se polariza. Debido a eso, es posible polarizar un dieléctrico mediante un campo externo, independientemente de que las moléculas en el dieléctrico sean polares o no polares.

Con esto en mente, considere una lámina gruesa de material dieléctrico colocada entre las placas de un capacitor, de forma que esté inmersa en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}_0$, como se observa en la figura 26.22b. El campo eléctrico debido a las placas está dirigido hacia la derecha, lo cual polariza al dieléctrico. El efecto neto sobre el dieléctrico es la formación de una densidad de carga superficial positiva *inducida* σ_{ind} sobre la cara derecha y una densidad de carga superficial negativa de igual magnitud $-\sigma_{\text{ind}}$ sobre la cara izquierda, como se puede ver en la figura 26.22c. Ya que es posible modelar estas distribuciones de carga superficial como debidas a placas paralelas, las cargas superficiales inducidas en el dieléctrico originan un campo eléctrico inducido $\vec{E}_{\text{ind}}$, con dirección opuesta al campo externo $\vec{E}_0$. Por lo tanto, el campo eléctrico neto $\vec{E}$ en el dieléctrico tiene una magnitud

$$E = E_0 - E_{\text{ind}} \quad (26.22)$$

En el capacitor de placas paralelas de la figura 26.23, el campo externo E_0 está relacionado con la densidad de carga σ sobre las placas mediante la correspondencia $E_0 = \sigma/\epsilon_0$. El campo eléctrico inducido en el dieléctrico está relacionado con la densidad de carga inducida σ_{ind} mediante la relación $E_{\text{ind}} = \sigma_{\text{ind}}/\epsilon_0$. En vista de que $E = E_0/\kappa = \sigma/\kappa\epsilon_0$, al sustituir estos valores en la ecuación 26.22 se obtiene

$$\frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \sigma \quad (26.23)$$

Ya que $\kappa > 1$, esta expresión muestra que la densidad de carga σ_{ind} inducida sobre el dieléctrico es inferior a la densidad de carga σ de las placas. Por ejemplo, si $\kappa = 3$ la densidad de carga inducida es igual a dos tercios de la densidad de carga sobre las placas. Si no existe ningún dieléctrico, entonces $\kappa = 1$ y $\sigma_{\text{ind}} = 0$, como era de esperarse. Sin embargo, si se reemplaza el dieléctrico por un conductor eléctrico, para el cual $E = 0$, la ecuación 26.22 dice que $E_0 = E_{\text{ind}}$; esto corresponde a $\sigma_{\text{ind}} = \sigma$. Es decir, la carga superficial inducida sobre el conductor es igual en magnitud pero de signo opuesto a la de las placas, lo que resulta en un campo eléctrico neto de valor cero en el conductor (véase la figura 24.14).

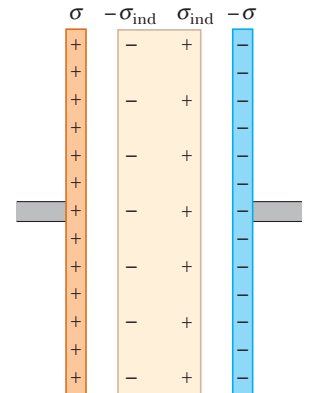


Figura 26.23 Carga inducida en un dieléctrico colocado entre las placas de un capacitor cargado. Observe que la densidad de la carga inducida en el dieléctrico es *menor* a la de las placas.

EJEMPLO 26.7 Efecto de una lámina metálica

Un capacitor de placas paralelas tiene una separación de placas d y área de placa A . Una lámina metálica sin carga, de grosor a , se inserta a medio camino entre las placas.

A) Encuentre la capacitancia del dispositivo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 26.24a muestra la lámina metálica entre las placas del capacitor. Cualquier carga que aparezca en una placa del capacitor debe inducir una carga de igual magnitud y signo opuesto sobre el lado cercano de la lámina, como se muestra en la figura 26.24a. En consecuencia, la carga neta sobre la lámina sigue siendo cero y el campo eléctrico dentro de la lámina es cero.

Categorizar Los planos de carga en los extremos superior e inferior de la lámina metálica son idénticos a la distribución de cargas sobre las placas de un capacitor. El metal entre los bordes de la lámina sirve sólo para hacer una conexión eléctrica entre los bordes. Por lo tanto, los bordes de la lámina se pueden modelar como planos conductores y el volumen de la lámina como un alambre. Como resultado, el capacitor de la figura 26.24a es equivalente a dos capacitores en serie, cada uno con una separación de placa $(d - a)/2$, como se muestra en la figura 26.24b.

Analizar Use la ecuación 26.3 y la regla para sumar dos capacitores en serie (ecuación 26.10) para encontrar la capacitancia equivalente en la figura 26.24b:

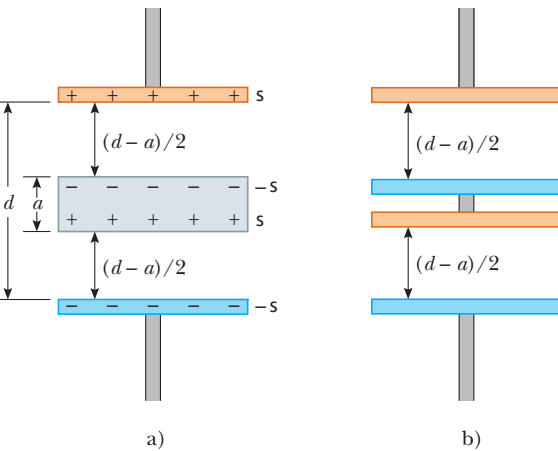


Figura 26.24 (Ejemplo 26.7) a) Un capacitor de placas paralelas, con separación de placa d , parcialmente lleno con una losa metálica de grosor a . b) El circuito equivalente del dispositivo en a) consiste en dos capacitores en serie, cada uno con una separación de placa $(d - a)/2$.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\left[\frac{\epsilon_0 A}{(d - a)/2} \right]} + \frac{1}{\left[\frac{\epsilon_0 A}{(d - a)/2} \right]}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d - a}$$

B) Demuestre que la capacitancia del capacitor original no es afectada por la inserción de la lámina metálica, si la lámina es infinitesimalmente delgada.

SOLUCIÓN

En el resultado para el inciso A), sea $a \rightarrow 0$:

$$C = \lim_{a \rightarrow 0} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d - a} \right) = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Finalizar El resultado del inciso B) es la capacitancia original antes de insertar la losa, lo que significa que se puede insertar una hoja metálica infinitesimalmente delgada entre las placas de un capacitor sin afectar la capacitancia. Este hecho se usa en el siguiente ejemplo.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la lámina metálica del inciso A) no está a la mitad entre las placas? ¿Cómo afectaría esto la capacitancia?

Respuesta Imagine mover la lámina de la figura 26.24a hacia arriba, de modo que la distancia entre el borde superior de la lámina y la placa superior es b . Por lo tanto la distancia entre el borde inferior de la lámina y la placa inferior es $d - b - a$. Como en el inciso A), encuentre la capacitancia total de la combinación en serie:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\epsilon_0 A / b} + \frac{1}{\epsilon_0 A / (d - b - a)}$$

$$= \frac{b}{\epsilon_0 A} + \frac{d - b - a}{\epsilon_0 A} = \frac{d - a}{\epsilon_0 A} \rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A}{d - a}$$

que es el mismo resultado que se encontró en el inciso A). La capacitancia es independiente del valor de b , así que no importa dónde se ubique la lámina. En la figura 26.24b, cuando la estructura central se sube o se baja, la reducción en separación de placa de un capacitor se compensa con el aumento en la separación de placa del otro.

EJEMPLO 26.8**Capacitor parcialmente lleno**

Un capacitor de placas paralelas, con una separación de placa d , tiene una capacitancia C_0 en ausencia de un dieléctrico. ¿Cuál es la capacitancia cuando entre las placas se inserta una lámina de material dieléctrico con constante dieléctrica κ y grosor fd (figura 26.25a), donde f es una fracción entre 0 y 1?

SOLUCIÓN

Conceptualizar En explicaciones anteriores de dieléctricos entre las placas de un capacitor, el dieléctrico llenaba el volumen entre las placas. En este ejemplo, sólo parte del volumen entre las placas contiene el material dieléctrico.

Categorizar En el ejemplo 26.7 encontró que una hoja metálica infinitesimalmente delgada, insertada entre las placas de un capacitor, no afecta la capacitancia. Imagine deslizar una lámina metálica infinitesimalmente delgada a lo largo de la cara inferior del dieléctrico, como se muestra en la figura 26.25a. Este sistema se puede modelar como una combinación en serie de dos capacitores, como se muestra en la figura 26.25b. Un capacitor tiene una separación de placa fd y se llena con un dieléctrico; el otro tiene una separación de placa $(1 - f)d$ y tiene aire entre sus placas.

Analizar Evalúe las dos capacitancias en la figura 26.25b a partir de la ecuación 26.15:

Encuentre la capacitancia equivalente C de la ecuación 26.10 para dos capacitores combinados en serie:

Invierta y sustituya para la capacitancia sin el dieléctrico, $C_0 = \epsilon_0 A/d$:

Finalizar Pruebe este resultado para algunos límites conocidos. Si $f \rightarrow 0$, el dieléctrico debe desaparecer. En este límite, $C \rightarrow C_0$, lo que es consistente con un capacitor con aire entre las placas. Si $f \rightarrow 1$, el dieléctrico llena el volumen entre las placas. En este límite, $C \rightarrow \kappa C_0$, lo que es consistente con la ecuación 26.14.

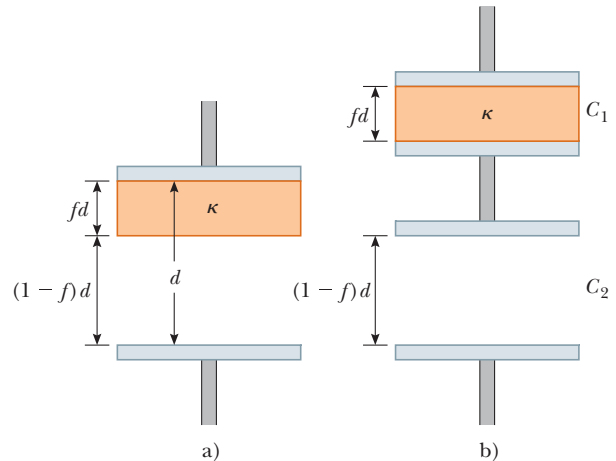


Figura 26.25 (Ejemplo 26.8) a) Capacitor de placas paralelas, con separación de placas d , parcialmente lleno con un dieléctrico con grosor fd . b) El circuito equivalente del capacitor consiste en dos capacitores conectados en serie.

$$C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{fd} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{(1-f)d}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{fd}{\kappa \epsilon_0 A} + \frac{(1-f)d}{\epsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{fd}{\kappa \epsilon_0 A} + \frac{\kappa(1-f)d}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{f + \kappa(1-f)}{\kappa} \frac{d}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\kappa}{f + \kappa(1-f)} \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\kappa}{f + \kappa(1-f)} C_0$$

Resumen

DEFINICIONES

Un **capacitor** consiste en dos conductores que portan cargas de igual magnitud y signo opuesto. La **capacitancia** C de cualquier capacitor es la relación de la carga Q sobre cualquier conductor, a la diferencia de potencial ΔV entre ellos:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \quad (26.1)$$

La capacitancia sólo depende de la geometría de los conductores y no de una fuente externa de carga o diferencia de potencial. La unidad del SI para capacitancia es coulomb por cada volt, o **farad** (F): $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$.

El **momento de dipolo eléctrico** $\vec{p}$, de un dipolo eléctrico tiene una magnitud

$$p \equiv 2aq \quad (26.16)$$

donde $2a$ es la distancia entre las cargas q y $-q$. La dirección del vector momento de dipolo eléctrico es desde la carga negativa hacia la carga positiva.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Si dos o más capacitores se conectan en paralelo, la diferencia de potencial es la misma a través de todos los capacitores. La capacitancia equivalente de una **combinación en paralelo** de capacitores es

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (26.8)$$

Si dos o más capacitores se conectan en serie, la carga es la misma en todos los capacitores, y la capacitancia equivalente de la **combinación en serie** se conoce por

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \quad (26.10)$$

Estas dos ecuaciones le permiten simplificar muchos circuitos eléctricos al sustituir múltiples capacitores con una sola capacitancia equivalente.

En un capacitor se almacena energía porque el proceso de carga es equivalente a la transferencia de cargas de un conductor con un potencial eléctrico más bajo, a otro conductor con un potencial más alto. La energía almacenada en un capacitor con carga Q es

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 \quad (26.11)$$

Cuando un material dieléctrico se inserta entre las placas de un capacitor, la capacitancia aumenta por un factor adimensional κ , llamado **constante dieléctrica**:

$$C = \kappa C_0 \quad (26.14)$$

donde C_0 es la capacitancia en ausencia del dieléctrico.

El momento de torsión que actúa sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ es

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (26.18)$$

La energía potencial del sistema de un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme $\vec{E}$ es

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (26.20)$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. **O** ¿Cierto o falso? a) A partir de la definición de capacitancia, $C = Q/\Delta V$, se sigue que un capacitor sin carga tiene una capacitancia cero. b) Como describe la definición de capacitancia, la diferencia de potencial a través de un capacitor sin carga es cero.
2. Si dispone de tres capacitores diferentes C_1 , C_2 y C_3 , ¿cuántas combinaciones diferentes de capacitancia se pueden hacer?
3. **O** ¿Por qué factor se multiplica la capacitancia de una esfera metálica si su volumen se triplica? a) 9, b) 3, c) $3^{2/3}$, d) $3^{1/3}$, e) 1, f) $3^{-1/3}$, g) $3^{-2/3}$, h) $\frac{1}{3}$.
4. **O** Un capacitor con capacitancia muy grande está en serie con otro capacitor con capacitancia muy pequeña. ¿Cuál es la capacitancia equivalente de la combinación? a) ligeramente 3 mayor que la capacitancia del capacitor grande, b) ligeramente menor que la capacitancia del capacitor grande, c) ligeramente mayor que la capacitancia del capacitor pequeño, d) ligeramente menor que la capacitancia del capacitor pequeño.
5. **O i)** Clasifique los siguientes seis capacitores en orden de mayor a menor capacitancia, y note cualquier caso de igualdad. a) un capacitor de $20 \mu\text{F}$ con una diferencia de potencial

- de 4-V entre sus placas, b) un capacitor de $30\ \mu\text{F}$ con cargas de $90\ \mu\text{C}$ de magnitud en cada placa, c) un capacitor con cargas de $80\ \mu\text{C}$ de magnitud en sus placas, que difiere en 2 V en potencial, d) un capacitor de $10\ \mu\text{F}$ que almacena $125\ \mu\text{J}$, e) un capacitor que almacena $250\ \mu\text{J}$ de energía con una diferencia de potencial de 10 V, f) un capacitor que almacena $120\ \mu\text{C}$ de carga y $360\ \mu\text{J}$ de energía. **ii)** Clasifique los mismos capacitores de mayor a menor de acuerdo con la diferencia de potencial entre las placas. **iii)** Clasifique los capacitores en el orden de las magnitudes de las cargas en sus placas. **iv)** Clasifique los capacitores en el orden de la energía que almacenan.
6. La suma de las cargas en ambas placas de un capacitor es cero. ¿Qué almacena un capacitor?
 7. **O i)** ¿Qué le ocurre a la magnitud de la carga en cada placa de un capacitor, si la diferencia de potencial entre los conductores se duplica? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) No cambia. d) Se vuelve la mitad. e) Se vuelve un cuarto. **ii)** Si se duplica la diferencia de potencial a través de un capacitor, ¿qué ocurre con la energía almacenada? Elija entre las mismas posibilidades.
 8. **O** Un capacitor de placas paralelas se carga y después se desconecta de la batería. ¿En qué factor cambia la energía almacenada cuando la separación de placas se duplica? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) Permanece igual. d) Se vuelve la mitad. e) Se vuelve un cuarto.
 9. **O** Usted carga un capacitor de placas paralelas, lo quita de la batería y evita que los alambres conectados a las placas entren en contacto. Cuando aumenta la separación de las placas, ¿cada una de las siguientes cantidades a) aumenta, b) disminuye o c) permanece igual? **i)** C . **ii)** Q . **iii)** E entre las placas. **iv)** ΔV . **v)** La energía almacenada en el capacitor.
 10. **O** Repita la pregunta 9, pero esta vez responda para la situación en que la batería permanece conectada al capacitor mientras aumenta la separación de las placas.
 11. Ya que las cargas en las placas de un capacitor de placas paralelas tienen signo opuesto, se atraen. Por eso, debería efectuarse un trabajo positivo para incrementar la separación entre las mismas. ¿Qué tipo de energía se modifica en el sistema debido al trabajo externo efectuado en este proceso?
 12. Explique porqué el trabajo que se necesita para mover una carga Q a causa de una diferencia de potencial ΔV es $W = Q \Delta V$, en tanto que la energía almacenada en un capacitor cargado es $W = \frac{1}{2} Q \Delta V$. ¿De dónde proviene el factor $\frac{1}{2}$?
 13. **O** Suponga que diseña un dispositivo para obtener una gran diferencia de potencial al cargar primero un banco de capacitores conectados en paralelo y luego activar un arreglo de interruptores que desconecta los capacitores de la fuente de carga y uno de otro y los reconecta todos en un arreglo en serie. En tal caso el grupo de capacitores cargados se descarga en serie. ¿Cuál es la máxima diferencia de potencial que se puede obtener en esta forma al usar diez capacitores, cada uno de $500\ \mu\text{F}$ y una fuente de carga de 800 V? a) 80 kV, b) 8 kV, c) 2.5 kV, d) 800 V, e) 80 V, f) 8 V, g) 0.
 14. Un capacitor de aire se carga, después se desconecta de la fuente de energía, y posteriormente se conecta a un voltímetro. Explique cómo y por qué cambia la diferencia de potencial al insertar un material dieléctrico entre sus placas.
 15. **O** Un capacitor de placas paralelas completamente cargado permanece conectado a una batería mientras usted desliza un dieléctrico entre las placas. ¿Las siguientes cantidades a) aumentan, b) disminuyen o c) permanecen iguales? **i)** C . **ii)** Q . **iii)** E entre las placas. **iv)** ΔV . **v)** La energía almacenada en el capacitor.
 16. Suponga que quiere aumentar el máximo voltaje de operación de un capacitor de placas paralelas. Describa cómo puede hacer esto con una separación de placas fija.
 17. Si le pidieran diseñar un capacitor de dimensiones pequeñas pero con una gran capacitancia, ¿qué factores resultarían de gran importancia para su diseño?

Problemas

Sección 26.1 Definición de capacitancia

1. a) ¿Cuánta carga existe en cada una de las placas de un capacitor de $4.00\ \mu\text{F}$ que está conectado a una batería de 12 V? b) ¿Si este mismo capacitor estuviera conectado a una batería de 1.50 V, cual sería la carga almacenada?
2. Dos conductores con cargas netas de $+10\ \mu\text{C}$ y $-10\ \mu\text{C}$ tienen una diferencia de potencial de 10 V. a) Determine la capacitancia del sistema. b) ¿Cuál será la diferencia de potencial entre los dos conductores si las cargas en cada uno de ellos se incrementan hasta $+100\ \mu\text{C}$ y $-100\ \mu\text{C}$?

Sección 26.2 Cálculo de la capacitancia

3. Una esfera conductora con carga y aislada de radio 12 cm produce un campo eléctrico de $4.90 \times 10^4\ \text{N/C}$ a una distancia de 21 cm de su centro. a) ¿Cuál es su densidad de carga superficial? b) ¿Cuál será su capacitancia?
4. Si considera la Tierra y una capa de nubes a 800 m de altitud sobre la Tierra como las "placas" de un capacitor, calcule la

capacitancia del sistema-capas de nubes. Suponga que la capa de nubes tiene un área de $1\ \text{km}^2$ y que el aire entre la nube y el suelo es puro y seco. Suponga que se acumula una carga en la nube y en el suelo hasta que un campo eléctrico uniforme de $3 \times 10^6\ \text{N/C}$ en todo el espacio entre ellos provoca una ruptura en el aire que conduce electricidad en forma de relámpago. ¿Cuál es la carga máxima que puede aceptar la nube?

5. Un capacitor lleno de aire está formado por dos placas paralelas, cada una de ellas con un área de $7.60\ \text{cm}^2$, separadas una distancia de 1.8 mm. A estas placas se les aplica una diferencia de potencial de 20 V. Calcule a) el campo eléctrico entre las placas, b) la densidad de carga superficial, c) la capacitancia y d) la carga sobre cada placa.
6. Un capacitor de aire variable utilizado en un circuito sintonizador de radio está hecho de N placas semicirculares, cada una de radio R y colocadas entre sí a una distancia d , y conectadas eléctricamente. Como puede observar en las figuras 26.16 y P26.6, un segundo conjunto de placas idénticas, está interca-

lado con el primer conjunto. Cada placa en el segundo juego está a la mitad de las del primer conjunto. El segundo conjunto puede girar como una sola unidad. Determine la capacitancia como una función del ángulo de rotación θ , en donde $\theta = 0$ corresponde a la posición de máxima capacitancia.

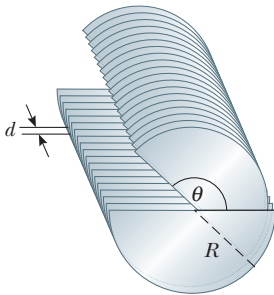


Figura P26.6

7. Cuando se le aplica una diferencia de potencial de 150 V a las placas paralelas de un capacitor, éstas tienen una densidad de carga superficial de 30.0 nC/cm^2 . ¿Cuál es el espaciamiento entre ellas?
8. Un objeto pequeño de masa m tiene una carga q y está suspendido por un hilo entre las placas verticales de un capacitor de placas paralelas. La separación entre las placas es d . Si el hilo forma un ángulo θ con la vertical, ¿cuál sería la diferencia de potencial entre las placas?
9. Un tramo de 50.0 m de cable coaxial tiene un conductor interno de diámetro 2.58 mm que tiene una carga de $8.10 \mu\text{C}$. El conductor que lo rodea tiene una diámetro interno de 7.27 mm y una carga de $-8.10 \mu\text{C}$. a) ¿Cuál es la capacitancia de este cable? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los conductores? Suponga que la región entre los conductores está llena de aire.
10. ● Un capacitor de $10.0 \mu\text{F}$ tiene placas con vacío entre ellas. Cada placa porta una carga de $1000 \mu\text{C}$ de magnitud. Una partícula con $-3.00 \mu\text{C}$ de carga y $2.00 \times 10^{-16} \text{ kg}$ de masa se dispara desde la placa positiva hacia la placa negativa, con una rapidez inicial de $2.00 \times 10^6 \text{ m/s}$. ¿La partícula llega a la placa negativa? ¿Cómo puede explicarlo? Si llega, ¿cuál es su rapidez de impacto? Si no llega, ¿qué fracción del camino a través del capacitor recorre?
11. En un capacitor esférico lleno de aire los radios de las cubiertas interior y exterior miden 7 y 14 cm, respectivamente. a) Calcule la capacitancia del dispositivo. b) ¿Cuál tendrá que ser la diferencia de potencial entre las esferas para obtener una carga de $4 \mu\text{C}$ en el capacitor?

Sección 26.3 Combinaciones de capacitores

12. Dos capacitores, $C_1 = 5.00 \mu\text{F}$ y $C_2 = 12.0 \mu\text{F}$, están conectados en paralelo, y la combinación resultante está conectada a una batería de 9.00 V. Encuentre a) la capacitancia equivalente de la combinación, b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y c) la carga almacenada en cada uno de ellos.
13. ● ¿Qué pasaría si? Los dos capacitores del problema 12 se conectan ahora en serie y a una batería de 9 V. Determine a) la capacitancia equivalente de la combinación, b) la diferencia

de potencial en cada capacitor y c) la carga de cada uno de los capacitores.

14. ● Tres capacitores están conectados a una batería como se muestra en la figura P26.14. Sus capacitancias son $C_1 = 3C$, $C_2 = C$ y $C_3 = 5C$. a) ¿Cuál es la capacitancia equivalente de este conjunto de capacitores? b) Clasifique los capacitores de acuerdo con la carga que almacenan, de la más grande a la más pequeña. c) Clasifique los capacitores con base en las diferencias de potencial entre sus terminales, de la más grande a la más pequeña. d) ● ¿Qué pasaría si? Si se incrementa C_3 , explique qué pasa con la carga almacenada en cada uno de los capacitores.

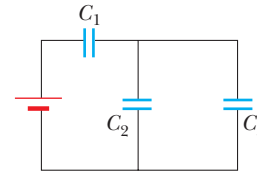


Figura P26.14

15. Si se conectan dos capacitores en paralelo, se obtiene una capacitancia equivalente de 9.00 pF , y cuando se conectan en serie se obtiene una capacitancia equivalente de 2.00 pF . ¿Cuál es la capacitancia de cada uno de ellos?
16. Si se conectan dos capacitores en paralelo, se obtiene una capacitancia equivalente de C_p , y cuando se conectan en serie se obtiene una capacitancia equivalente de C_s . ¿Cuál es la capacitancia de cada uno de ellos?
17. Cuatro capacitores están conectados como se muestra en la figura P26.17. a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b . b) Calcule la carga de cada uno de los capacitores si $\Delta V_{ab} = 15.0 \text{ V}$.

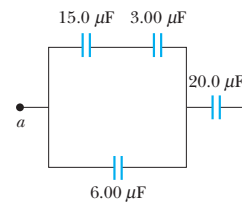


Figura P26.17

18. De acuerdo con la especificación de diseño, el circuito temporizador que retarda el cierre de la puerta de un elevador debe tener una capacitancia de $32 \mu\text{F}$ entre los puntos A y B . a) Durante la construcción del circuito, se determina que el capacitor de bajo costo pero de larga vida instalado entre ambos puntos tiene una capacitancia de $34.8 \mu\text{F}$. A fin de cumplir con la especificación, se puede instalar un capacitor adicional entre dichos puntos. ¿Este capacitor deberá conectarse en serie o en paralelo con el capacitor de $34.8 \mu\text{F}$? ¿Cuál deberá ser su capacitancia? b) ● ¿Qué pasaría si? El circuito siguiente termina la línea de ensamble con una capacitancia de $29.8 \mu\text{F}$ entre A y B . ¿Qué capacitor adicional deberá instalarse en serie o en paralelo en dicho circuito, a fin de cumplir con las especificaciones?
19. Considere el circuito que se muestra en la figura P26.19, donde $C_1 = 6.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 3.00 \mu\text{F}$ y $\Delta V = 20.0 \text{ V}$. Primero se

carga el capacitor C_1 , cerrando el interruptor S_1 . Después este interruptor es abierto, y el capacitor cargado se conecta al otro descargado cerrando S_2 . Calcule la carga inicial adquirida por C_1 , así como la carga final en cada uno de los capacitores.

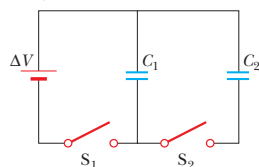


Figura P26.19

20. Considere tres capacitores C_1 , C_2 y C_3 y una batería. Si C_1 se conecta a la batería, adquirirá una carga de $30.8 \mu\text{C}$. Enseguida se desconecta C_1 , se descarga y se conecta en serie con C_2 . Cuando esta combinación en serie se conecta a la batería, la carga en C_1 es de $23.1 \mu\text{C}$. Ahora se desconecta el circuito y se descargan los capacitores. Los capacitores C_3 y C_1 se conectan en serie con la batería, lo que da una carga en C_1 de $25.2 \mu\text{C}$. Si los capacitores C_1 , C_2 y C_3 , se conectan en serie entre sí y con la batería después de haberse desconectado y descargado, ¿cuál es la carga en C_1 ?
21. Un grupo de capacitores idénticos se conecta primero en serie y después en paralelo. La capacitancia combinada en paralelo es 100 veces mayor que la correspondiente a la conexión en serie. ¿Cuántos capacitores existen en este grupo?
22. Algunos sistemas físicos que tienen capacitancia distribuida de manera continua en el espacio, se representan como un arreglo infinito de elementos discretos de circuito; por ejemplo, la guía de onda de las microondas o el axón de una célula nerviosa. Con la finalidad de practicar el análisis de un arreglo infinito, determine la capacitancia C equivalente entre las terminales X y Y del conjunto infinito de capacitores que se muestra en la figura P26.22. Cada uno de los capacitores tiene una capacitancia C_0 . (Sugerencia: imagine que la escalera se corta en la línea AB , y observe que la capacitancia equivalente de la sección infinita a la derecha de la línea AB , es también igual a C .)

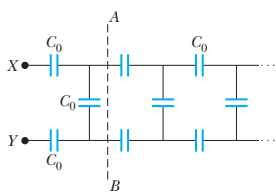


Figura P26.22

23. Determine la capacitancia equivalente entre los puntos a y b para el grupo de capacitores conectados como se muestra en la figura P26.23. Utilice los valores $C_1 = 5.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 10.00 \mu\text{F}$ y $C_3 = 2.00 \mu\text{F}$.

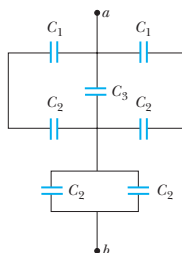


Figura P26.23

24. Si la diferencia de potencial entre los puntos a y b en la red descrita en el problema anterior, es de 60.0 V , ¿cuál es la carga almacenada en C_3 ?
25. Determine la capacitancia equivalente entre los puntos a y b en la combinación de capacitores que se muestra en la figura P26.25.

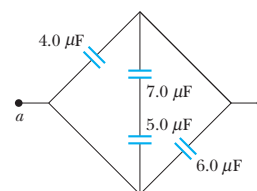


Figura P26.25

Sección 26.4 Energía almacenada en un capacitor con carga

26. La causa inmediata de muchos fallecimientos es la fibrilación ventricular, que son las contracciones no coordinadas del corazón. Una descarga eléctrica en la caja torácica puede causar una parálisis momentánea del músculo cardíaco, después de la cual, en ciertas ocasiones, el corazón vuelve a latir a su ritmo. Un *desfibrilador* (figura 26.13) aplica una fuerte descarga eléctrica de unos cuantos milisegundos de duración. El dispositivo contiene un capacitor de varios microfarads, cargado a varios miles de volts. Los electrodos, conocidos como paletas, y que tienen aproximadamente 8 cm de ancho y están recubiertos con una pasta conductora, se sujetan contra el pecho a ambos lados del corazón. A fin de evitar daño al operador, sus manijas se aíslan y cuando alerta a los demás oprime un botón en una de las paletas para descargar el capacitor en el pecho del paciente. Suponga que de un capacitor de $30.0 \mu\text{F}$ debe suministrar una energía de 300 J . ¿A qué diferencia de potencial deberá ser cargado?
27. a) Un capacitor de $3.00 \mu\text{F}$ se conecta a una batería de 12 V . ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor? b) Si el capacitor hubiera estado conectado a una batería de 6 V , ¿cuánta energía hubiera almacenado?
28. Dos capacitores, $C_1 = 25.0 \mu\text{F}$ y $C_2 = 5.00 \mu\text{F}$, están conectados en paralelo y cargados mediante una fuente de energía de 100 V . a) Dibuje una diagrama de circuito y calcule la energía total almacenada en ambos capacitores. b) ¿Qué pasaría si? ¿Qué diferencia de potencial se requeriría en las terminales de los dos capacitores conectados en serie, a fin de que esta combinación almacene la misma cantidad de energía que en el inciso a)? Dibuje el diagrama de circuito de este último circuito.
29. Un capacitor de placas paralelas tiene una carga Q y placas de área A . ¿Cuál es la fuerza que actúa en una placa para que sea atraída por la otra? En vista de que el campo eléctrico entre las placas es $E = Q/\epsilon_0 A$, podría pensar que la fuerza es igual a $F = QE = Q^2/\epsilon_0 A$. Esto es incorrecto, ya que el campo E incluye la contribución proveniente de ambas placas, y el campo creado por la placa positiva no puede ejercer ninguna fuerza sobre la placa positiva. Demuestre que, de hecho, la fuerza que se aplica sobre cada placa es $F = Q^2/2\epsilon_0 A$. (Sugerencia: considere $C = \epsilon_0 A/x$ para el caso de una separación arbitraria entre placas x ; después establezca el trabajo efectuado en la separación de las dos placas cargadas igual a $W = \int F dx$.)

30. El circuito de la figura P26.30 está constituido por dos placas metálicas paralelas idénticas conectadas mediante resortes metálicos idénticos a una batería de 100 V. Cuando el interruptor está abierto, las placas no tienen carga y se encuentran separadas una distancia $d = 8$ mm, con una capacitancia $C = 2$ μF . Si se cierra el interruptor, la distancia entre placas disminuye en un factor de 0.500. a) ¿Cuánta carga se acumula en cada una de las placas?, y b) ¿Cuál es la constante de resorte en cada uno de ellos? (*Sugerencia:* utilice el resultado del problema 29.)

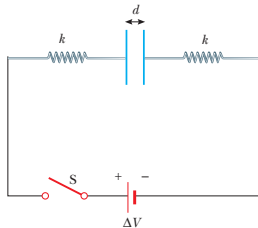


Figura P26.30

31. Conforme una persona se moviliza en un entorno seco, se acumula la carga eléctrica en su cuerpo. Una vez que esta carga alcanza un voltaje elevado, ya sea positivo o negativo, el cuerpo se descarga mediante chispas o descargas que a veces es posible observar. Considere un cuerpo humano que no hace contacto a tierra con la capacitancia representativa de 150 pF. a) ¿Qué carga producirá en el cuerpo humano un potencial de 10 kV? b) Es posible destruir dispositivos electrónicos sensibles con las descargas electrostáticas que una persona puede generar. Un dispositivo en particular puede ser destruido por una descarga que libere una energía de 250 μJ . ¿A qué voltaje corresponde en el cuerpo humano esta energía?
32. ● Dos capacitores idénticos de placas paralelas, cada uno con una capacitancia C , están cargados a una diferencia de potencial ΔV y están conectados en paralelo. En ese momento, la separación entre placas en uno de ellos se duplica. a) Determine la energía total del sistema de los dos capacitores *antes* de duplicar dicha separación. b) Determine la diferencia de potencial aplicada a cada capacitor *después* de duplicar la separación entre placas. c) Determine la energía total del sistema *después* de duplicarla. d) Reconcilie la diferencia de las respuestas a los incisos a) y c) con la ley de la conservación de la energía.
33. Demuestre que la energía asociada con una esfera conductora de radio R y carga Q en el vacío es igual a $U = k_e Q^2 / 2R$.
34. Considere dos esferas conductoras de radio R_1 y R_2 , separadas una distancia mucho mayor que cualquiera de sus radios, que comparten una carga total Q sujeta a la condición de que la energía potencial eléctrica del sistema debe mantenerse en el valor más pequeño posible. La carga total Q es igual a $q_1 + q_2$, donde q_1 representa la carga de la primera esfera y q_2 la de la segunda. Ya que las esferas están muy alejadas entre sí, puede suponer que la carga de cada una está distribuida de manera uniforme en su superficie. Puede utilizar el resultado del problema 33. a) Determine los valores de q_1 y de q_2 en función de Q , R_1 y R_2 . b) Demuestre que la diferencia de potencial entre las esferas es igual a cero. En el capítulo 25 comprobó que dos conductores unidos por un alambre conductor en una situación estática estarán al mismo potencial. Este problema ilustra

el principio general de que la carga estática en un conductor se distribuirá de forma que la energía potencial eléctrica del sistema sea mínima.

35. **Problema de repaso.** Una nube determinada en una tormenta tiene un potencial de 1.00×10^8 V en relación con un árbol. Si durante una tempestad eléctrica se transfieren 50.0 C de carga a través de esta diferencia de potencial y el árbol absorbe 1% de esta energía, ¿cuánta savia del árbol se perdería por ebullición? Modele o represente la savia como agua inicialmente a 30°C. El agua tiene un calor específico de 4.186 J/kg $\cdot$ °C, un punto de ebullición de 100°C y un calor latente de vaporización igual a 2.26×10^6 J/kg.

Sección 26.5 Capacitores con material dieléctrico

36. a) ¿Cuánta carga se le puede suministrar a un capacitor con aire entre las placas antes de que falle, si el área de cada una de las placas es de 5.00 cm^2 ? b) **¿Qué pasaría si?** Determine la carga máxima en el caso de que se utilice poliestireno en lugar de aire entre las placas.
37. Determine a) la capacitancia y b) la máxima diferencia de potencial aplicable a un capacitor de placas paralelas con dieléctrico de teflón, con una superficie de placa de 1.75 cm^2 y una separación de 0.040 0 mm entre placas.
38. En el supermercado venden rollos de aluminio, de envoltura plástica y de papel encerado. Describa un capacitor fabricado con este tipo de materiales. Calcule su capacitancia y su voltaje de ruptura con estimaciones en orden de magnitud.
39. Un capacitor comercial debe fabricarse como se muestra en la figura 26.15a. Este capacitor se hace a partir de dos tiras de aluminio separadas por una tira de papel parafinado. Cada tira de aluminio y de papel tiene un ancho de 7.00 cm. El aluminio tiene un espesor de 0.004 00 mm, y el papel de 0.025 0 mm, con una constante dieléctrica igual a 3.70. ¿Cuál es la longitud que deberán tener las tiras, si se desea obtener una capacitancia de 9.50×10^{-8} F antes de enrollar el capacitor? Si se agrega una segunda tira de papel y se enrolla el capacitor, su capacitancia, efectivamente se duplica al conseguir almacenamiento de carga en cada una de las caras de cada tira de aluminio.
40. Un capacitor en el aire tiene una separación entre sus placas de 1.50 cm y una superficie de placas de 25.0 cm^2 . Las placas están cargadas a una diferencia de potencial de 250 V y han sido desconectadas de la fuente de energía. El capacitor se sumerge en agua destilada. Determine a) la carga en las placas antes y después de la inmersión, b) la capacitancia y la diferencia de potencial después de la inmersión, y c) el cambio en la energía del capacitor. Suponga que el líquido es aislante.
41. Cada capacitor de la combinación que se muestra en la figura P26.41 tiene un voltaje de ruptura de 15.0 V. ¿Cuál es el voltaje de ruptura de la combinación?

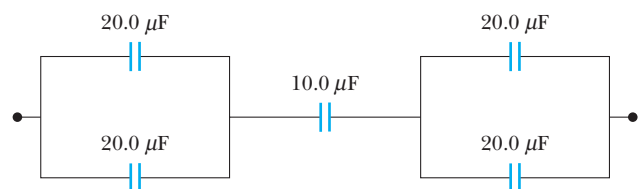


Figura P26.41

Sección 26.6 Dipolo eléctrico en un campo eléctrico

42. Un objeto rígido pequeño, con cargas positivas y negativas de 3.50 nC, está orientado de forma que la carga positiva está en las coordenadas $(-1.20 \text{ mm}, 1.10 \text{ mm})$ y la carga negativa está en el punto de coordenadas $(1.40 \text{ mm}, -1.30 \text{ mm})$. a) Determine el momento del dipolo eléctrico del objeto si se coloca en un campo eléctrico $\vec{E} = (7800\hat{i} - 4900\hat{j}) \text{ N/C}$. b) Determine el movimiento de torsión que actúa sobre el objeto. c) Determine la energía potencial del sistema objeto-campo cuando el objeto tiene esta orientación. d) Si puede modificarse la orientación del objeto, encuentre la diferencia entre las energías potenciales máxima y mínima del sistema.
43. Un objeto pequeño con un momento de dipolo eléctrico $\vec{p}$ se coloca en un campo eléctrico no uniforme $\vec{E} = E(x)\hat{i}$. Es decir, el campo está orientado en la dirección x y su magnitud depende de la coordenada x . Suponga que θ representa el ángulo entre el momento del dipolo y la dirección x . a) Demuestre que el dipolo experimenta una fuerza neta

$$F = p \left(\frac{dE}{dx} \right) \cos \theta$$

en la dirección hacia la cual se incrementa el campo. b) Imagine un globo esférico centrado en el origen con un radio de 15.0 cm y una carga de 2 μC . Evalúe dE/dx en el punto $(16 \text{ cm}, 0, 0)$. Suponga que una gotita de agua en esta ubicación tiene un momento dipolar inducido de 6.30 $\hat{i} \text{ nC} \cdot \text{m}$. Determine la fuerza ejercida sobre la gotita.

Sección 26.7 Descripción atómica de los materiales dieléctricos

44. La expresión general de la ley de Gauss describe la forma en que una carga produce un campo eléctrico en un material, así como en el vacío. Se trata de

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon}$$

donde $\epsilon = \kappa\epsilon_0$ es la permitividad del material. a) Una lámina de carga Q , distribuida uniformemente en su área A , está rodeada por un material dieléctrico. Demuestre que la hoja produce un campo eléctrico uniforme en puntos cercanos, de magnitud $E = Q/2A\epsilon$. b) Dos hojas grandes de área A , con cargas opuestas de igual magnitud Q , están separadas una pequeña distancia d . Demuestre que éstas generan un campo eléctrico uniforme en el espacio que las separa, de magnitud $E = Q/A\epsilon$. c) Suponga que la placa negativa está con un potencial igual a cero. Demuestre que la placa positiva está con potencial $Qd/A\epsilon$. d) Demuestre que la capacitancia del par de placas es $A\epsilon/d = \kappa A\epsilon_0/d$.

45. El conductor interno de un cable coaxial tiene un radio de 0.800 mm, y el radio interno del conductor externo es de 3 mm. El espacio entre los conductores está lleno de polietileno, que tiene una constante dieléctrica de 2.30 y una resistencia dieléctrica de $18 \times 10^6 \text{ V/m}$. ¿Cuál es la diferencia de potencial máxima que puede soportar este cable?

Problemas adicionales

46. Dos grandes placas metálicas paralelas están orientadas en sentido horizontal y están separadas una distancia $3d$. Están

unidas mediante un alambre a tierra, e inicialmente las placas no tienen carga. Ahora se inserta entre las placas una tercera placa idéntica de carga Q , paralelamente a las anteriores y localizada a una distancia d de la placa superior, como se observa en la figura P26.46. a) ¿Cuál es la carga inducida que aparece en cada una de las dos placas originales? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial que aparece entre la placa intermedia y cada una de las demás placas?

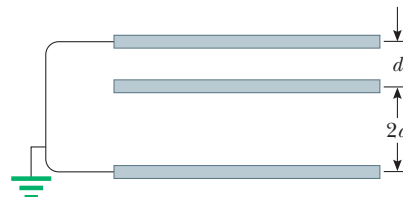


Figura P26.46

47. Cuatro placas metálicas paralelas P_1 , P_2 , P_3 y P_4 , cada una con una superficie de 7.50 cm^2 , están separadas por una distancia $d = 1.19 \text{ mm}$, como se observa en la figura P26.47. P_1 está conectada a la terminal negativa de una batería y P_2 a la terminal positiva. La batería mantiene una diferencia de potencial de 12 V. a) Si P_3 se conecta a la terminal negativa, ¿cuál es la capacitancia del sistema de placas $P_1P_2P_3$? b) ¿Cuál es la carga de P_2 ? c) Si se conecta P_4 a la terminal positiva de la batería, ¿cuál será la capacitancia del sistema de cuatro placas $P_1P_2P_3P_4$? d) ¿Cuál es la carga de P_4 ?

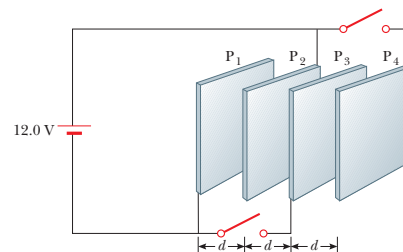


Figura P26.47

48. El conductor de una línea de transmisión eléctrica aérea es un alambre de aluminio largo de 2.40 cm de radio. Suponga que, en un momento particular, porta una carga por longitud de 1.40 $\mu\text{C/m}$ y su potencial es de 345 kV. Encuentre el potencial 12.0 m abajo del alambre. Ignore los otros conductores de la línea de transmisión y suponga que el campo eléctrico es radial en todas partes.
49. Un capacitor de placas paralelas de 2.00 nF se carga a una diferencia de potencial inicial $\Delta V_i = 100 \text{ V}$ y luego se aísla. El material dieléctrico entre las placas es mica, con una constante dieléctrica de 5.00. a) ¿Cuánto trabajo se requiere para sacar la hoja de mica? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través del capacitor después de que la mica se retira?
50. a) Dibuje un diagrama de circuito que muestre cuatro capacitores entre dos puntos a y b para el que la siguiente expresión determine la capacitancia equivalente:

$$\frac{1}{\frac{1}{30 \mu\text{F}} + \frac{1}{20 \mu\text{F} + C_1}} + 50 \mu\text{F} = 70 \mu\text{F}$$

- b) Encuentre el valor de C_1 . c) Suponga que una batería de 6.00 V se conecta entre a y b . Encuentre la diferencia de potencial a

través de cada uno de los capacitores individuales y la carga en cada uno.

51. Un capacitor de placas paralelas se elabora con material dieléctrico cuya constante dieléctrica es 3.00 y cuya resistencia dieléctrica es $2.00 \times 10^8 \text{ V/m}$. La capacitancia deseada es de $0.250 \mu\text{F}$ y el capacitor debe resistir una diferencia de potencial máxima de 4.00 kV. Determine el área mínima de las placas de dicho capacitor.
52. ● Un capacitor horizontal de placas paralelas, con vacío entre sus placas, tiene una capacitancia de $25.0 \mu\text{F}$. Un líquido no conductor, con constante dieléctrica 6.50, se vierte en el espacio entre las placas, y llena una fracción f de su volumen. a) Encuentre la nueva capacitancia como función de f . b) ¿Cuál espera que sea la capacitancia cuando $f = 0$? La expresión de la parte a) coincide con su respuesta. c) ¿Qué capacitancia debe esperar cuando $f = 1$? ¿La expresión del inciso a) coincide con su respuesta? d) En las placas del capacitor parcialmente lleno se colocan cargas de $300 \mu\text{C}$ de magnitud. ¿Qué puede esperar acerca de la carga inducida en la superficie superior libre del líquido? ¿Cómo depende esta carga de f ?

53. a) Dos esferas de radios a y b tienen sus centros separados una distancia d . Demuestre que la capacitancia de este sistema es

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}}$$

siempre y cuando d sea grande en comparación con a y b . (*Sugerencia:* ya que las esferas están lejos una de la otra, puede suponer que el potencial de cada una es igual a la suma de los potenciales debidos a cada una de las esferas, y al calcular dichos potenciales suponga que $V = k_e Q/r$ es aplicable). b) Demuestre que conforme d se aproxima al infinito, el resultado arriba obtenido se reduce al que se obtiene para dos capacitores esféricos en serie.

54. Un capacitor de $10.00 \mu\text{F}$ está cargado a 15 V. A continuación se le conecta en serie con un capacitor de $5.00 \mu\text{F}$ sin carga. Esta combinación en serie se conecta a una batería de 50.0 V, según el diagrama de la figura P26.54. Determine cuáles son las nuevas diferencias de potencial que se presentan en las terminales de los capacitores de 5.00 y $10.0 \mu\text{F}$.

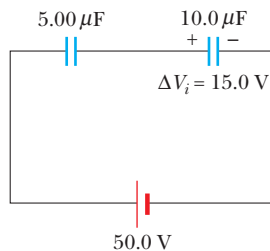


Figura P26.54

55. ● Al tomar en consideración el suministro de energía de un automóvil, un parámetro importante es la energía por cada unidad de masa (en joules por kilogramo) de la fuente. Con los datos siguientes, compare la energía por unidad de masa para la gasolina, las baterías de plomo y ácido y los capacitores. El ampere A será explicado en el siguiente capítulo como la unidad del SI para la corriente eléctrica, $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

Gasolina: 126 000 Btu/gal; densidad = 670 kg/m^3 .

Batería de plomo y ácido: 12.0 V; 100 A · h; masa = 16 kg.

Capacitor: diferencia de potencial a plena carga = 12.0 V; capacitancia = 0.100 F ; masa = 0.100 kg .

56. Se fabrica un capacitor a partir de dos placas cuadradas de lados ℓ y separación d . Las placas $+Q$ y $-Q$ son colocadas en las placas y después se retira la fuente de energía. En el interior del capacitor se inserta un material de constante dieléctrica κ , a cierta distancia x como se muestra en la figura P26.56. Suponga que d es mucho más pequeña que x . a) Determine la capacitancia equivalente del dispositivo. b) Calcule la energía almacenada en el capacitor. c) Determine la dirección y la magnitud de la fuerza ejercida sobre el dieléctrico. d) Obtenga un valor numérico para la fuerza cuando $x = \ell/2$, si $\ell = 5.00 \text{ cm}$, $d = 2.00 \text{ mm}$, el material dieléctrico es de vidrio ($\kappa = 4.50$) y el capacitor fue cargado a 2000 V antes de insertar el dieléctrico. *Sugerencia:* puede considerar el sistema como dos capacitores conectados en paralelo.

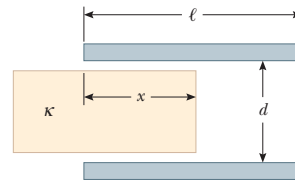


Figura P26.56 Problemas 56 y 57.

57. ● Considere un capacitor construido con dos placas cuadradas de lado ℓ y separación d , como sugiere la figura P26.56. Puede suponer que d es mucho menor que ℓ . Las placas tienen cargas estáticas distribuidas uniformemente $+Q_0$ y $-Q_0$. Dentro del capacitor se inserta un bloque de metal de ancho ℓ , longitud ℓ y un espesor ligeramente inferior a d , una distancia x dentro del espacio entre las placas. Las cargas en las placas permanecen uniformemente distribuidas conforme se desliza el bloque en su interior. En una situación estática, un metal impide que un campo eléctrico penetre en su interior. El metal puede considerarse un dieléctrico perfecto, de $\kappa \rightarrow \infty$. a) Calcule la energía almacenada como una función de x . b) Determine la dirección y la magnitud de la fuerza que actúa sobre el bloque metálico. c) El área de la cara frontal que avanza en el bloque, es esencialmente igual a ℓd . Si considera que la fuerza sobre el bloque actúa sobre esta cara, determine el esfuerzo (fuerza por cada área) que actúa sobre el bloque. d) Exprese la densidad de energía en el campo eléctrico entre las placas con carga en función de Q_0 , ℓ , d y ϵ_0 . Explique cómo sus respuestas a los incisos c) y d) son comparables con las otras.
58. ● Con la finalidad de reparar una fuente de energía para un amplificador estereofónico, un técnico en electrónica necesita un capacitor de $100 \mu\text{F}$ capaz de soportar una diferencia de potencial de 90 V entre placas. El único suministro disponible es una caja de 5 capacitores de $100 \mu\text{F}$, cada uno con una capacidad máxima de voltaje de 50 V. ¿El técnico puede utilizar una combinación de estos capacitores que tenga las características eléctricas adecuadas? De ser así, ¿cuál será el voltaje máximo que se aplique a cualquiera de los capacitores utilizados? ¿El técnico podrá usar todos los capacitores? Explique sus respuestas. En una combinación de capacitores, ¿cuál será el voltaje máximo en cada uno de los capacitores usados?

59. Un capacitor aislado de capacitancia no conocida ha sido cargado a una diferencia de potencial de 100 V. Cuando el capacitor con carga es conectado en paralelo con un capacitor sin carga de $10 \mu\text{F}$, la diferencia de potencial de esta combinación es de 30.0 V. Calcule la capacitancia desconocida.
60. Un capacitor de placas paralelas, con placas de área LW y separación de placa t , tiene la región entre sus placas llena con cuñas de dos materiales dieléctricos, como se muestra en la figura P26.60. Suponga que t es mucho menor que L y W . a) Determine su capacitancia. b) ¿La capacitancia debe ser la misma si se intercambian las etiquetas κ_1 y κ_2 ? Demuestre que su expresión tiene o no esta propiedad. c) Demuestre que, si κ_1 y κ_2 tienden igualmente a un valor común κ , su resultado se vuelve el mismo que la capacitancia de un capacitor que contiene un solo dieléctrico: $C = \kappa\epsilon_0 LW/t$.

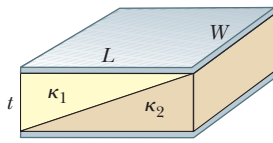


Figura P26.60

61. ● Un capacitor de placas paralelas con una separación d entre sus placas está cargado a una diferencia de potencial ΔV_0 . Mientras está conectado a la batería, entre sus placas se introduce una placa dieléctrica de espesor d y constante dieléctrica κ . a) Demuestre que la relación de la energía almacenada después de haber introducido el dieléctrico y la energía almacenada en un capacitor sin dieléctrico, es $U/U_0 = \kappa$. Dé una explicación física de este incremento en la energía almacenada. b) ¿Qué le ocurre a la carga en el capacitor? (Observe que esta situación no es la misma que en el ejemplo 26.5, en el cual la batería fue desconectada del circuito antes de introducir el dieléctrico.)
62. Calcule la capacitancia equivalente entre los puntos a y b de la figura P26.62. Observe que este sistema no se trata de una combinación simple en serie o en paralelo. (Sugerencia: suponga una diferencia de potencial ΔV entre los puntos a y b . Escriba expresiones para ΔV_{ab} en función de las cargas y capacitancias para las diferentes trayectorias posibles desde a hasta b , y conserve la carga en aquellas placas de capacitor que están conectadas entre sí.)

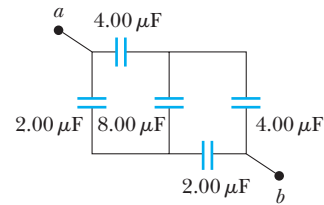


Figura P26.62

63. Los capacitores $C_1 = 6.00 \mu\text{F}$ y $C_2 = 2.00 \mu\text{F}$ son cargados en paralelo mediante una batería de 250 V. Los capacitores se desconectan de la batería y entre sí. A continuación se conectan de la placa positiva a la negativa y de la negativa a la positiva. Calcule la carga resultante en cada capacitor.
64. Considere dos alambres largos, paralelos y de cargas opuestas, de radios r y con una separación D entre sus centros, que es más grande que r . Si la carga está distribuida uniformemente en la superficie de cada uno de los alambres, demuestre que la capacitancia por unidad de longitud de este par de alambres es de

$$\frac{C}{\ell} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln[(D/r)]}$$

65. Determine la capacitancia equivalente de la combinación que se muestra en la figura P26.65. (Sugerencia: utilice la simetría involucrada.)

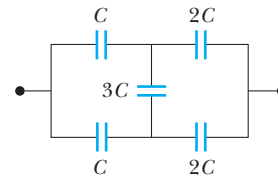


Figura P26.65

66. En el ejemplo 26.1 se exploró un capacitor cilíndrico de longitud ℓ , con radios a y b respectivamente, en los dos conductores. En la sección ¿Qué pasaría si? de este ejemplo, se afirmó que era más efectivo, en función del incremento en la capacitancia, aumentar ℓ 10% que aumentar a 10%, siempre que $b > 2.85a$. Verifique esta afirmación matemáticamente.

Respuestas a las preguntas rápidas

- 26.1 d) La capacitancia es una propiedad del sistema físico y no se modifica con el voltaje aplicado. Según la ecuación 26.1, si se duplica el voltaje, se duplica la carga.
- 26.2 a) Cuando se oprime la tecla, se reduce la separación entre placas y aumenta la capacitancia. La capacitancia depende sólo de la forma en que está construido el capacitor y no de su circuito externo.
- 26.3 a) Al conectar capacitores en serie, los recíprocos de las capacitancias se suman, dando como resultado una capacitancia equivalente global menor.

- 26.4 b) Para un voltaje determinado, la energía almacenada en un capacitor es proporcional a C : $U = C(\Delta V)^2/2$. Debido a eso, si desea maximizar la capacitancia equivalente, debe conectar los tres capacitores en paralelo para sumar las capacitancias.
- 26.5 a) La constante dieléctrica de la madera (y, a propósito, de todos los demás materiales aislantes) es mayor que 1; por lo tanto, la capacitancia aumenta (ecuación 26.14). Este incremento es detectado por el circuito especial del localizador de montantes, lo que ilumina un indicador del dispositivo.



Estas líneas de transmisión eléctrica transportan energía de la compañía eléctrica a los hogares y a los negocios. La energía se transfiere a un voltaje muy elevado, en ciertos casos hasta a cientos de miles de volts. A pesar de que esto provoca que las líneas de transmisión resulten muy peligrosas, el elevado voltaje da como resultado una menor pérdida de energía, debido a la resistencia en los alambres. (Telegraph Colour Library/FPG)

- 27.1 Corriente eléctrica
- 27.2 Resistencia
- 27.3 Modelo de conducción eléctrica
- 27.4 Resistencia y temperatura
- 27.5 Superconductores
- 27.6 Potencia eléctrica

27

Corriente y resistencia

Ahora se considerarán situaciones que involucran cargas eléctricas que están en movimiento a través de cierta región del espacio. Se usa el término *corriente eléctrica*, o simplemente *corriente*, para describir la relación de flujo de carga. Las aplicaciones más prácticas de la electricidad se relacionan con corrientes eléctricas. Por ejemplo, la batería en una lámpara de mano produce una corriente en el filamento del foco cuando se activa el interruptor. Muchos electrodomésticos funcionan con corriente alterna. En estas situaciones comunes, existe corriente en un conductor tal como en un alambre de cobre. Además las corrientes pueden existir afuera de un conductor. Por ejemplo, un haz de electrones en el cinescopio de un televisor constituye una corriente.

Este capítulo inicia con la definición de corriente, se presenta una descripción microscópica de la corriente y, además, se explican algunos de los factores que impiden el flujo de cargas en los conductores. Para describir la conducción eléctrica en los metales se utiliza un modelo clásico, y se indican algunas de las limitaciones que tiene este modelo. También se define la resistencia eléctrica y se presenta un nuevo elemento de circuito, el resistor. Se concluye la explicación con la rapidez a la cual se transfiere energía a un dispositivo en un circuito eléctrico.

27.1 Corriente eléctrica

En esta sección verá cómo se da el flujo de las cargas eléctricas a través de un material. La cantidad de flujo depende del material a través del cual pasan las cargas y de la diferencia

de potencial que existe de un extremo al otro del material. Siempre que hay un flujo neto de carga a través de alguna región, se dice que existe una **corriente eléctrica**.

Resulta instructivo hacer una analogía entre el flujo de agua y la corriente: en muchos sitios se instalan salidas de regadera de bajo flujo para ahorrar agua y se cuantifica el flujo de agua de éste y otros dispositivos al especificar la cantidad de agua que sale durante un cierto intervalo de tiempo, y con frecuencia se mide en litros por minuto. En una escala mayor, es posible definir la corriente de un río al dar la cantidad a la cual pasa el agua por una determinada ubicación; por ejemplo, el flujo sobre el borde en las cataratas del Niágara se mantiene entre 1400 y 2800 m³/s.

Otra analogía se da entre la conducción térmica y la corriente: en la sección 20.7 se explicó el flujo de energía por calor a través de una muestra de material; la rapidez de flujo de energía está determinada por el material, así como por la diferencia de temperatura de un extremo al otro del material, como se describe en la ecuación 20.15.

Para definir la corriente con mayor precisión, suponga que las cargas tienen un movimiento perpendicular a una superficie A , según se observa en la figura 27.1 (esta área podría corresponder al área de sección transversal de un alambre, por ejemplo). **La corriente es la proporción a la cual circula la carga a través de esta superficie.** Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa a través de esta superficie en un intervalo de tiempo Δt , la **corriente promedio** I_{prom} es igual a la carga que pasa a través de A por unidad de tiempo:

$$I_{\text{prom}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (27.1)$$

Si la proporción a la que circula la carga varía en el tiempo, entonces, la corriente también varía en el tiempo; se define de la **corriente instantánea** I como el límite diferencial de la corriente promedio:

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \quad (27.2)$$

La unidad del SI para la corriente es el **ampere** (A):

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s} \quad (27.3)$$

Es decir, 1 A de corriente es equivalente a 1 C de carga que pasa a través de una superficie en 1 s.

Las partículas con carga que pasan a través de la superficie de la figura 27.1 pueden ser positivas, negativas, o ambas. **Es una regla convencional asignar a la corriente la misma dirección que la del flujo de la carga positiva.** En los conductores eléctricos, como cobre o aluminio, la corriente está ocasionada por el movimiento de electrones con carga negativa. Por lo tanto, en cualquier conductor, **la dirección de la corriente es la opuesta a la dirección del flujo de los electrones.** Sin embargo, si considera un acelerador de protones con carga positiva, la corriente estará en la dirección del movimiento de los protones. En algunos casos, como los que involucran gases y electrolitos, la corriente es el resultado del flujo tanto de las cargas positivas como de las negativas. Es común referirse a una carga en movimiento (positiva o negativa) como un **portador de carga** móvil.

Si los extremos de un alambre conductor se conectan para formar una espira, todos los puntos en la espira estarán con el mismo potencial eléctrico, por lo que el campo eléctrico será cero tanto en el interior como en la superficie del conductor. Ya que el campo eléctrico es igual a cero, no existirá un transporte neto de carga por el alambre, y por lo tanto no habrá corriente. Sin embargo, si los extremos del alambre conductor están conectados a una batería, los puntos de la espira no estarán con el mismo potencial. La batería establece una diferencia de potencial entre los extremos de la espira y produce un campo eléctrico en el interior del alambre. El campo eléctrico ejerce fuerzas en los electrones de conducción que existen en el alambre, haciendo que se muevan en su interior, y por lo tanto, se establece una corriente.

Modelo microscópico de la corriente

Mediante la descripción de un modelo microscópico de la conducción en un metal, se puede relacionar la corriente con el movimiento de los portadores de carga. Considere la corriente en un conductor de área de sección transversal A (figura 27.2, en la página 754). El volumen de una sección del conductor de longitud Δx (región gris de la figura

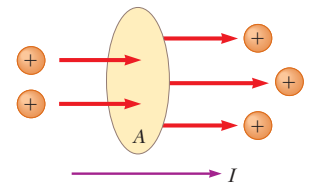


Figura 27.1 Cargas en movimiento a través de un área A . La rapidez a la cual fluye la carga a través del área se define como corriente I . La dirección de la corriente es la misma a la cual fluyen las cargas positivas cuando tienen libertad de hacerlo.

◀ Corriente eléctrica

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.1

“Flujo de corriente” es una redundancia

La frase *flujo de corriente* es comúnmente utilizada, aunque sea, en estricto sentido, incorrecta, ya que la corriente es un flujo (de carga). Esto es parecido a la frase *transferencia de calor*, que también es redundante, ya que el calor es una transferencia (de energía). Aquí se evita esta frase y se usa *flujo de carga*.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.2

La batería no suministra electrones

Una batería no suministra electrones al circuito, sino que establece el campo eléctrico que ejerce una fuerza sobre los electrones existentes en los alambres y en los elementos del circuito.

27.2) es $A \Delta x$. Si n representa el número de portadores de carga móviles por cada unidad de volumen (en otras palabras, la densidad de portadores de carga), el total de portadores en la región gris es $nA \Delta x$. Por lo tanto, la carga total ΔQ de esta sección es igual a

$$\Delta Q = (nA \Delta x) q$$

donde q es la carga de cada portador. Si los portadores se mueven con una rapidez v_d , el desplazamiento que experimentan en la dirección x en un intervalo de tiempo Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. Sea Δt el intervalo de tiempo requerido para que las cargas en el cilindro se muevan por un desplazamiento cuya magnitud sea igual que la longitud del cilindro. Este intervalo de tiempo es también el que se requiere para que todos los portadores de carga del cilindro atraviesen el área circular de uno de los extremos. Con esta elección, ΔQ se escribe de la forma

$$\Delta Q = (nA v_d \Delta t) q$$

Si divide ambos lados de esta ecuación entre Δt , observará que la corriente promedio en el conductor es

$$I_{\text{prom}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nq v_d A \quad (27.4)$$

Corriente en un conductor en función de valores microscópicos

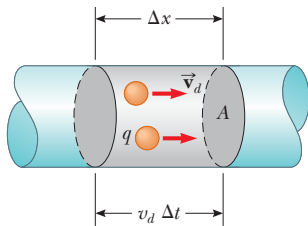


Figura 27.2 Sección de un conductor uniforme de área transversal A . Los portadores de carga móvil se desplazan con una velocidad v_d y el desplazamiento que experimentan en la dirección de las x en un intervalo de tiempo Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. Si Δt es el intervalo durante el cual se desplazan las cargas en promedio, por la longitud del cilindro, el número de portadores en la sección de longitud Δx es igual a $nA v_d \Delta t$; n es el número de portadores por unidad de volumen.

La rapidez de los portadores de carga v_d es una rapidez promedio que se conoce como **rapidez de arrastre**. Para comprender el significado de este concepto, considere un conductor en donde los portadores de carga son electrones libres. Si el conductor está aislado, es decir, si la diferencia de potencial entre los extremos es igual a cero, estos electrones se someten a movimiento aleatorio que es similar al movimiento de las moléculas de gas. Los electrones colisionan repetidamente con los átomos metálicos, y su movimiento es complicado y en zigzag (figura 27.3). Como se explicó anteriormente, cuando se aplica una diferencia de potencial a un conductor (por ejemplo mediante una batería), se establece un campo eléctrico en dicho conductor; este campo ejerce una fuerza eléctrica sobre los electrones, lo que produce una corriente. Además del movimiento zigzagueante producido por las colisiones con los átomos metálicos, los electrones se trasladan despacio a lo largo del conductor (en dirección opuesta a $\vec{E}$) con la velocidad de arrastre $\vec{v}_d$ como muestra la figura 27.3b.

Se puede pensar en las colisiones entre átomos y electrones en un conductor como si se tratara de una fricción interna efectiva (o fuerza de arrastre) similar a la que experimentan las moléculas de un líquido al fluir a través de una tubería rellena de viruta de acero. La energía que se transfiere de los electrones a los átomos metálicos durante las colisiones, ocasiona un incremento en la energía vibratoria de dichos átomos y un incremento correspondiente en la temperatura del conductor.

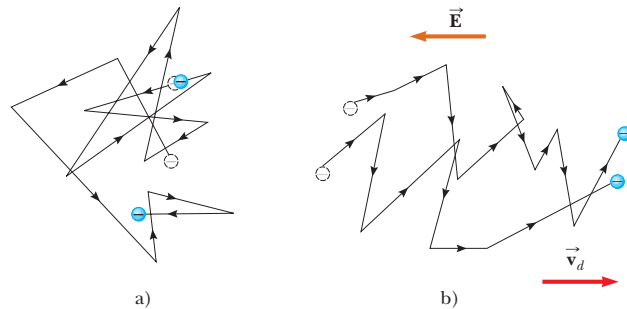


Figura 27.3

a) Diagrama del movimiento aleatorio de dos portadores de carga en un conductor en ausencia de un campo eléctrico. La velocidad de arrastre es cero. b) Movimiento de los portadores de carga en un conductor en presencia de un campo eléctrico. Observe que el movimiento aleatorio modificado por el campo y los portadores de carga tienen una velocidad de arrastre opuesta a la dirección del campo eléctrico. Puesto que la aceleración de los portadores de carga se debe a la fuerza eléctrica, las trayectorias en realidad son parabólicas. Sin embargo, la rapidez de arrastre es mucho menor que la rapidez promedio, de modo que la forma parabólica no es visible en este escala.

Pregunta rápida 27.1 Imagine cargas positivas y negativas en movimiento horizontal a través de las cuatro regiones que se muestran en la figura 27.4. Clasifique de menor a mayor la corriente en las cuatro regiones.

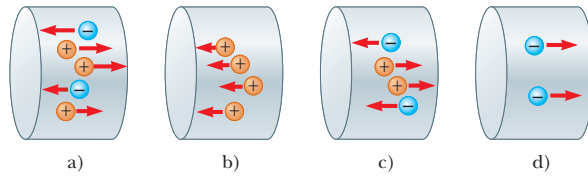


Figura 27.4 (Pregunta rápida 27.1) Las cargas se mueven a través de cuatro regiones.

EJEMPLO 27.1

Rapidez de arrastre en un alambre de cobre

Un alambre de cobre calibre 23 en una típica construcción residencial tiene una área de sección transversal de $3.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ y porta una corriente constante de 10.0 A. ¿Cuál es la rapidez de arrastre de los electrones en el alambre? Suponga que cada átomo de cobre aporta un electrón libre a la corriente. La densidad del cobre es 8.92 g/cm^3 .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que los electrones siguen un movimiento en zigzag, tal como en la figura 27.3a, con un movimiento de arrastre paralelo al alambre sobreimpuesto al movimiento, como en la figura 27.3b. Como se mencionó anteriormente, la rapidez de arrastre es pequeña, y este ejemplo ayuda a cuantificar la rapidez.

Categorizar Evalúe la rapidez de arrastre con la ecuación 27.4. Ya que la corriente es constante, la corriente promedio durante cualquier intervalo de tiempo es la misma que la corriente constante: $I_{\text{prom}} = I$.

Analizar La tabla periódica de los elementos en el apéndice C muestra que la masa molar del cobre es 63.5 g/mol . Recuerde que 1 mol de cualquier sustancia contiene un número de Avogadro de átomos (6.02×10^{23}).

Use la masa molar y la densidad del cobre para encontrar el volumen de 1 mol de cobre:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5 \text{ g}}{8.92 \text{ g/cm}^3} = 7.12 \text{ cm}^3$$

A partir de la suposición de que cada átomo de cobre aporta un electrón libre a la corriente, encuentre la densidad de electrones en el cobre:

$$\begin{aligned} n &= \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ electrones}}{7.12 \text{ cm}^3} \left(\frac{1.00 \times 10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \right) \\ &= 8.46 \times 10^{28} \text{ electrones/m}^3 \end{aligned}$$

Resuelva la ecuación 27.4 para la rapidez de arrastre:

$$v_d = \frac{I_{\text{prom}}}{nqA} = \frac{I}{nqA}$$

Sustituya valores numéricos:

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{I}{neA} = \frac{10.0 \text{ A}}{(8.46 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(3.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \\ &= 2.23 \times 10^{-4} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Finalizar Este resultado muestra que las magnitudes de velocidad de arrastre representativas son muy pequeñas. Por ejemplo, ¡los electrones que viajan con una rapidez de $2.23 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ tardarían aproximadamente 75 min en recorrer 1 m! Por lo tanto, puede preguntarse por qué una luz se enciende casi instantáneamente cuando se activa el interruptor. En un conductor, los cambios en el campo eléctrico que impulsan los electrones libres viajan a través del conductor con una rapidez cercana a la de la luz. De este modo, cuando activa un interruptor de luz, los electrones ya presentes en el filamento de la bombilla experimentan fuerzas eléctricas y comienzan a moverse después de un intervalo de tiempo del orden de nanosegundos.

27.2 Resistencia

En el capítulo 24 se llegó a la conclusión de que el campo eléctrico en el interior de un conductor es igual a cero. Sin embargo, esta afirmación *sólo* es cierta si el conductor está en equilibrio estático. El propósito de esta sección es describir lo que ocurre cuando las cargas en un conductor no están en equilibrio, en cuyo caso existe un campo eléctrico en el conductor.

Piense en un conductor de área de sección transversal A que transporta una corriente I . La **densidad de corriente** J en el conductor se define como la corriente por unidad de área. Dado que la corriente es $I = nqv_d A$, la densidad de corriente es igual a

Densidad de corriente ►

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d \quad (27.5)$$

donde J tiene unidades en el SI de amperes por cada metro cuadrado. Esta expresión es válida sólo si la densidad de corriente es uniforme y sólo si la superficie del área de sección transversal A es perpendicular a la dirección de la corriente.

Tan pronto como se mantiene una diferencia de potencial a través del conductor se establece una densidad de corriente y un campo eléctrico. En algunos materiales, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico:

$$J = \sigma E \quad (27.6)$$

donde la constante de proporcionalidad σ se conoce como **conductividad** del conductor.¹ Los materiales que obedecen la ecuación 27.6, siguen **la ley de Ohm**, en honor a Georg Simon Ohm. De una manera más específica, la ley de Ohm afirma que

en muchos materiales (inclusive la mayor parte de los metales) la relación de la densidad de corriente al campo eléctrico es una constante σ que es independiente del campo eléctrico que produce la corriente.



(© Bettmann/Corbis).

GEORG SIMON OHM

Físico alemán (1789-1854)

Ohm, un profesor de secundaria y posteriormente profesor en la Universidad de Munich, formuló el concepto de resistencia y descubrió las proporcionalidades expresadas en las ecuaciones 27.6 y 27.7

Los materiales que obedecen la ley de Ohm y por tanto cumplen esta simple correspondencia entre E y J , se conocen como materiales *óhmicos*. Sin embargo, se ha encontrado experimentalmente que no todos los materiales tienen esta propiedad. Aquellos materiales y dispositivos que no obedecen la ley de Ohm se dice que son materiales *no óhmicos*. La ley de Ohm no es una ley fundamental de la naturaleza, sino más bien una relación empírica válida únicamente para ciertos materiales.

Si consideramos un segmento de alambre recto de área de sección transversal uniforme A y de longitud ℓ , como se muestra en la figura 27.5 obtendrá una ecuación que resulte útil en aplicaciones prácticas. De un extremo al otro del alambre se mantiene una diferencia de potencial $\Delta V = V_b - V_a$, lo que genera en el alambre un campo eléctrico y una corriente. Si supone que el campo es uniforme, la diferencia de potencial está relacionada con el campo mediante la relación

$$\Delta V = E\ell$$

Por lo tanto, la densidad de corriente en el alambre se expresa en la forma

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

Ya que $J = I/A$, la diferencia de potencial a través del alambre es

$$\Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J = \left(\frac{\ell}{\sigma A} \right) I = RI$$

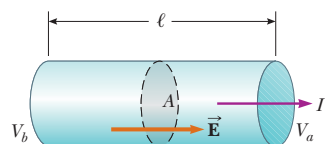


Figura 27.5 Conductor uniforme de longitud ℓ y un área de sección transversal A . La diferencia de potencia $\Delta V = V_b - V_a$ que se mantiene de un extremo al otro del conductor establece un campo eléctrico $\vec{E}$, y este campo produce una corriente I que es proporcional a la diferencia de potencial.

¹ No debe confundir la conductividad σ con la densidad de carga superficial, para la cual se utiliza el mismo símbolo.

² Este resultado es consecuencia de la definición de diferencia de potencial:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int_a^b dx = E\ell$$

La cantidad $R = \ell / \sigma A$ se conoce como la **resistencia** del conductor que es definida como la relación de la diferencia de potencial aplicada a un conductor entre la corriente que pasa por el mismo:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I} \quad (27.7)$$

Al estudiar los circuitos eléctricos utilizará esta ecuación una y otra vez. Con este resultado se observa que la resistencia tiene unidades del SI de volts por ampere. Un volt por ampe-re se define como un **ohm** (Ω):

$$1 \Omega \equiv 1 \text{ V/A} \quad (27.8)$$

Esta expresión indica que si una diferencia de potencial de 1 V a través de un conductor origina una corriente de 1 A, la resistencia del conductor será de 1 Ω . Por ejemplo, si un aparato doméstico conectado a una fuente de 120 V de diferencia de potencial conduce una corriente de 6 A, su resistencia es de 20 Ω .

La mayoría de los circuitos eléctricos usan elementos llamados **resistores** para controlar la corriente en las diferentes partes del circuito. Dos tipos comunes son la *resistencia de material aglomerado*, que contiene carbono, y la *resistencia bobinada*, que consiste en una bobina de alambre. Los valores de los resistores en ohms, por lo general se indican mediante código de colores, como se muestra en la figura 27.6 y la tabla 27.1.

El recíproco de la conductividad es la **resistividad**³ ρ :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (27.9)$$

donde ρ está en ohms-metros ($\Omega \cdot \text{m}$). Ya que $R = \ell / \sigma A$, es posible expresar la resistencia a lo largo de la longitud ℓ de un bloque uniforme de material de la forma

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (27.10)$$

Todo material óhmico tiene una resistividad característica que depende de las propiedades del material y de la temperatura. Adicionalmente, como se puede observar por la ecuación 27.10, la resistencia de una muestra depende tanto de su geometría como de su resistividad. La tabla 27.2 (página 758) presenta las resistividades de una diversidad de materiales a 20°C. Observe el enorme intervalo existente, desde valores muy reducidos para buenos conductores, como el cobre y la plata, hasta valores muy elevados para los buenos aislantes como el vidrio y el hule. Un conductor ideal debería tener una resistividad igual a cero, y un aislador ideal una resistividad infinita.

TABLA 27.1

Códigos de color para los resistores

Color	Número	Multiplicador	Tolerancia
Negro	0	1	
Café	1	10^1	
Rojo	2	10^2	
Naranja	3	10^3	
Amarillo	4	10^4	
Verde	5	10^5	
Azul	6	10^6	
Violeta	7	10^7	
Gris	8	10^8	
Blanco	9	10^9	
Oro		10^{-1}	5%
Plata		10^{-2}	10%
Sin color			20%

³ No se debe confundir la resistividad ρ con la densidad de masa o con la densidad de carga, para las cuales se utiliza el mismo símbolo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.3

La ecuación 27.7 no es la ley de Ohm

Muchas personas llaman a la ecuación 27.7 la ley de Ohm, pero esto no es correcto. Esta ecuación es simplemente la definición de la resistencia, la cual proporciona una correspondencia importante entre el voltaje, la corriente y la resistencia. La ley de Ohm está relacionada con una proporcionalidad de J a E (ecuación 27.6) o, de manera equivalente, de I a ΔV , las cuales, por la ecuación 27.7, establecen que la resistencia es constante e independiente del voltaje aplicado.

◀ La resistividad es el recíproco de la conductividad

◀ Resistencia de un material uniforme a lo largo de la longitud ℓ



Figura 27.6 Las bandas de color en un resistor son un código para identificar su resistencia. Los primeros dos colores representan los dos primeros dígitos del valor de la resistencia. El tercer color representa la potencia de diez del multiplicador del valor de la resistencia. El último color es la tolerancia del valor de la resistencia. Por ejemplo, los cuatro colores de los resistores en el círculo son rojo (= 2), negro (= 0), naranja (= 10^3) y oro (= 5%), por lo que el valor de la resistencia es de $20 \times 10^3 \Omega = 20 \text{ k}\Omega$ con un valor de tolerancia de 5% = 1 k Ω . (Los valores de estos colores se tomaron de la tabla 27.1.)

TABLA 27.2

Resistividades y coeficientes de temperatura de resistividad para diversos materiales

Material	Resistividad ^a (Ω·m)	Coficiente de temperatura ^b α[(°C) ⁻¹]
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Aleación nicromo ^c	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbono	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio	2.3×10^3	-75×10^{-3}
Vidrio	10^{10} a 10^{14}	
Hule vulcanizado	$\sim 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

^aTodos los valores están a 20°C. Los elementos de la tabla se consideran libres de impurezas.

^bVea la sección 27.4.

^cAleación de níquel y cromo usada comunmente en elementos calefactores.

^dLa resistividad del silicio es muy sensible a la pureza. El valor puede cambiar en varios órdenes de magnitud cuando es dopado con otros átomos.

PREVENCIÓN DE RIESGOS
OCULTOS 27.4

Resistencia y resistividad

La resistividad es una propiedad de una *sustancia*, en tanto que la resistencia es la propiedad de un *objeto*. Ya ha visto antes pares similares de variables. Por ejemplo, la densidad es una propiedad de una sustancia, en tanto que la masa es la propiedad de un objeto. La ecuación 27.10 relaciona la resistencia con la resistividad y la ecuación 1.1 relaciona la masa con la densidad.

La ecuación 27.10 muestra que la resistencia de un conductor cilíndrico conocido como un alambre es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su área de sección transversal. Si se duplica la longitud de un alambre, su resistencia se duplica. Si se duplica su área de sección transversal, su resistencia disminuye a la mitad. Esta situación es similar al flujo de un líquido por una tubería. Conforme se incrementa la longitud de la tubería, aumenta la resistencia al flujo. Conforme aumenta el área de sección transversal de la tubería, pasará más líquido a través de una sección transversal determinada de la tubería en un intervalo unitario de tiempo. Debido a eso, fluirá más líquido para un mismo diferencial de presión aplicado a la tubería, y se reducirá la resistencia al flujo.

Los materiales y otros dispositivos óhmicos tienen una correspondencia lineal corriente-diferencia de potencial en un amplio intervalo de diferencias de potencial aplicadas (figura 27.7a). La pendiente de la curva *I* en función de Δ*V* en la región lineal, tiene un valor 1/*R*. Los materiales no óhmicos tienen una correspondencia no lineal de corriente-diferencia de potencial. Un dispositivo semiconductor común con características *I* en función de Δ*V* no lineales, es el *diodo* de unión (figura 27.7b). La resistencia de este dispositivo es baja para corrientes en una dirección (Δ*V* positiva) y elevada para corriente en la dirección opuesta (Δ*V* negativa). De hecho, la mayor parte de los dispositivos

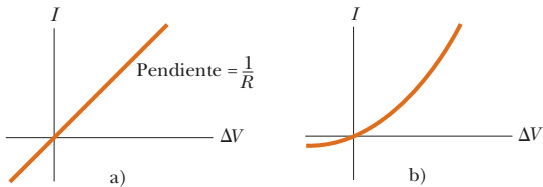


Figura 27.7 a) Curva corriente-diferencia de potencial para un material óhmico. La curva es lineal y la pendiente es igual al recíproco de la resistencia del conductor. b) Curva no lineal corriente-diferencia de potencial correspondiente a un diodo de unión. Este dispositivo no sigue la ley de Ohm.

electrónicos modernos, como los transistores, tienen correspondencias no lineales de corriente —diferencia de potencial; su operación correcta depende de la forma en que violan la ley de Ohm.

Pregunta rápida 27.2 Un alambre cilíndrico tiene un radio r y una longitud ℓ . Si tanto r como ℓ se duplican, la resistencia en el alambre: a) aumenta, b) disminuye, o c) no se modifica.

Pregunta rápida 27.3 En la figura 27.7b, conforme aumenta el voltaje aplicado, la resistencia del diodo: a) aumenta, b) disminuye o c) no se modifica.

EJEMPLO 27.2 Resistencia del alambre de Nichrome

El radio del alambre de Nichrome calibre 22 es de 0.321 mm. **A)** Calcule la resistencia por unidad de longitud de este alambre.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La tabla 27.2 muestra que el Nichrome tiene una resistividad dos órdenes de magnitud más grandes que los mejores conductores en la tabla. Por lo tanto, se espera que tenga algunas aplicaciones prácticas que los mejores conductores no pueden tener.

Categorizar El alambre se modela como un cilindro, de modo que se aplica un simple análisis geométrico para encontrar la resistencia.

Analizar Use la ecuación 27.10 y la resistividad del Nichrome de la tabla 27.2 para encontrar la resistencia por unidad de longitud:

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A} = \frac{\rho}{\pi r^2} = \frac{1.5 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}}{\pi (0.321 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 4.6 \Omega/\text{m}$$

B) Si una diferencia de potencial de 10 V se mantiene a través de una longitud de 1.0 m de alambre de Nichrome, ¿cuál es la corriente en el alambre?

SOLUCIÓN

Analizar Use la ecuación 27.7 para encontrar la corriente:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{(4.6 \Omega/\text{m})\ell} = \frac{10 \text{ V}}{(4.6 \Omega/\text{m})(1.0 \text{ m})} = 2.2 \text{ A}$$

Finalizar Un alambre de cobre del mismo radio tendría una resistencia por unidad de longitud de sólo $0.053 \Omega/\text{m}$. Una longitud de 1.0 m de alambre de cobre del mismo radio portaría la misma corriente (2.2 A) con una diferencia de potencial aplicada de sólo 0.12 V.

Debido a su alta resistividad y resistencia a la oxidación, el Nichrome se usa con frecuencia para elementos calefactores en tostadores, planchas y calentadores eléctricos.

EJEMPLO 27.3 Resistencia radial de un cable coaxial

Los cables coaxiales se usan extensamente para televisión por cable y otras aplicaciones electrónicas. Un cable coaxial consiste en dos conductores cilíndricos concéntricos. La región entre los conductores está completamente llena con polietileno, como se muestra en la figura 27.8a. Las fugas de corriente a través del polietileno, con dirección *radial*, es indeseable. (El cable se diseña para conducir corriente a lo largo de su longitud, pero esta *no* es la corriente que se considera aquí.) El radio del conductor interior es $a = 0.500$ cm, el radio del conductor exterior es $b = 1.75$ cm, y la longitud es $L = 15.0$ cm. La resistividad del polietileno es $1.0 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$. Calcule la resistencia del polietileno entre los dos conductores.

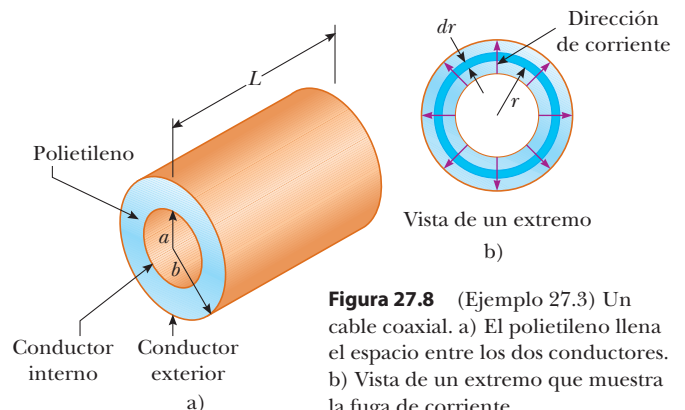


Figura 27.8 (Ejemplo 27.3) Un cable coaxial. a) El polietileno llena el espacio entre los dos conductores. b) Vista de un extremo que muestra la fuga de corriente.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine dos corrientes, como sugiere el texto del problema. La corriente deseada fluye a lo largo del cable, dentro de los conductores. La corriente indeseada corresponde a fuga de carga a través del polietileno y su dirección es radial.

Categorizar Ya que se conocen la resistividad y la geometría del polietileno, este problema se clasifica como uno en el que se encuentra la resistencia del polietileno a partir de estos parámetros, con la ecuación 27.10. Ya que el área a través de la cual pasan las cargas depende de la posición radial, debe usar cálculo integral para determinar la respuesta.

Analizar Divida el polietileno en elementos concéntricos de grosor infinitesimal dr (figura 27.8b). Use la forma diferencial de la ecuación 27.10 y sustituya ℓ con r para la distancia variable: $dR = \rho \, dr/A$, donde dR es la resistencia de un elemento de polietileno de grosor dr y área superficial A . En este ejemplo, el elemento representativo es un cilindro de polietileno hueco, concéntrico de radio r , grosor dr y longitud L , como en la figura 27.8. Cualquier carga que pase desde el conductor interior al exterior debe moverse radialmente a través de este elemento concéntrico. El área a través de la que pasa esta carga es $A = 2\pi rL$ (el área superficial curva, circunferencia multiplicada por longitud, del cilindro de polietileno hueco de grosor dr).

Escriba una expresión para la resistencia del cilindro hueco de polietileno:

$$dR = \frac{\rho}{2\pi rL} \, dr$$

Integre esta expresión de $r = a$ a $r = b$:

$$(1) \quad R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Sustituya los valores conocidos:

$$R = \frac{1.0 \times 10^{13} \, \Omega \cdot \text{m}}{2\pi(0.150 \, \text{m})} \ln\left(\frac{1.75 \, \text{cm}}{0.500 \, \text{cm}}\right) = 1.33 \times 10^{13} \, \Omega$$

Finalizar Compare esta resistencia con la del conductor de cobre interno del cable a lo largo de la longitud de 15.0 cm.

Use la ecuación 27.10 para encontrar la resistencia del cilindro de cobre:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{\ell}{A} = (1.7 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}) \left[\frac{0.150 \, \text{m}}{\pi(5.00 \times 10^{-3} \, \text{m})^2} \right] \\ &= 3.2 \times 10^{-5} \, \Omega \end{aligned}$$

Esta resistencia tiene 18 órdenes de magnitud menor que la resistencia radial. Por lo tanto, casi toda la corriente corresponde a la carga que se mueve a lo largo de la longitud del cable, con una fracción muy pequeña que se fuga en la dirección radial.

¿Qué pasaría si? Suponga que el cable coaxial se alarga al doble del diámetro global con dos posibles opciones: 1) la relación b/a se mantiene fija o 2) la diferencia $b - a$ se mantiene fija. ¿Para cuál opción la fuga de corriente entre los conductores interior y exterior aumenta cuando el voltaje es aplicado entre ellos?

Respuesta Para que la corriente aumente, la resistencia debe disminuir. Para la opción 1), en la que b/a se mantiene fija, la ecuación 1) muestra que la resistencia no se afecta. Para la opción 2), no se tiene una ecuación que involucre la diferencia $b - a$ a inspeccionar. No obstante, al observar la figura 27.8b, se ve que aumentar b y a mientras se mantiene constante el voltaje resulta en carga que fluye a través del mismo grosor de plástico, pero a través de un área perpendicular más grande, al flujo. Esta área más grande resulta en menor resistencia y mayor corriente.

27.3 Modelo de conducción eléctrica

Esta sección describe un modelo clásico de conducción eléctrica en los metales que fue propuesto por primera vez en el año 1900 por Paul Drude (1863-1906). Este modelo conduce a la ley de Ohm y muestra que la resistividad en los metales se relaciona con el movimiento de los electrones. Aunque el modelo Drude descrito en este caso tiene limitaciones, introduce conceptos que todavía se aplican en tratamientos más complejos.

Piense en un conductor como un arreglo normal de átomos más un conjunto de electrones libres, que a veces se conocen como electrones de *conducción*. Los electrones

de conducción, aunque están unidos a sus átomos respectivos cuando éstos no forman parte de un sólido, obtienen movilidad cuando los átomos libres se condensan en un sólido. En ausencia de un campo eléctrico, los electrones de conducción se mueven al azar a través del conductor con rapidez promedio del orden de 10^6 m/s (figura 27.3). Esta situación es similar al movimiento de las moléculas de un gas confinado en un recipiente. En realidad algunos científicos, se refieren a los electrones de conducción en un metal como un gas de electrones.

Cuando es aplicado un campo eléctrico, los electrones libres se arrastran lentamente en una dirección opuesta a la del campo eléctrico (figura 27.3b), con una rapidez de arrastre promedio v_d que es mucho más pequeña (típicamente 10^{-4} m/s) que su rapidez promedio entre colisiones (típicamente 10^6 m/s).

En el modelo se hacen las siguientes suposiciones:

1. El movimiento del electrón después de una colisión es independiente de su movimiento antes de la colisión.
2. La energía adquirida en exceso por los electrones en el campo eléctrico se pierde en los átomos del conductor cuando chocan electrones y átomos.

En cuanto a la suposición 2), la energía proporcionada a los átomos aumenta su energía vibratoria, lo que hace que la temperatura del conductor aumente.

Ahora se está en posición de deducir una expresión para la velocidad de arrastre. Cuando un electrón libre de masa m_e y carga q ($= -e$) se somete a un campo eléctrico $\vec{E}$, experimenta una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$. El electrón es una partícula bajo una fuerza neta y para calcular su aceleración se utiliza la segunda ley de Newton, $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m_e} \quad (27.11)$$

Ya que el campo eléctrico es uniforme, la aceleración del electrón es constante, de modo que el electrón se modela como una partícula bajo aceleración constante. Si $\vec{v}_i$ es la velocidad inicial del electrón en el instante posterior a una colisión (que se presenta en un tiempo definido como $t = 0$), la velocidad del electrón en un tiempo muy breve t posterior (inmediatamente antes de que se presente la siguiente colisión) es, a partir de la ecuación 4.8,

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = \vec{v}_i + \frac{q\vec{E}}{m_e} t \quad (27.12)$$

Ahora tome el valor promedio de $\vec{v}_f$ para todos los posibles tiempos de colisión t y todos los posibles valores de $\vec{v}_i$ de los electrones en el alambre. Si supone que las velocidades iniciales están distribuidas aleatoriamente sobre todos los posibles valores, el valor promedio de $\vec{v}_i$ es cero. El valor promedio del segundo término de la ecuación 27.12 es $(q\vec{E}/m_e)\tau$, donde τ es el *intervalo de tiempo promedio entre colisiones sucesivas*. Ya que el valor promedio de $\vec{v}_f$ es igual a la velocidad de arrastre,

$$\vec{v}_{f,\text{prom}} = \vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau \quad (27.13)$$

◀ Velocidad de arrastre en términos de cantidades microscópicas

El valor de τ depende del tamaño de los átomos del metal y el número de electrones por unidad de volumen. Esta expresión para la velocidad de arrastre en la ecuación 27.13 se relaciona con la corriente en el conductor. Al sustituir la magnitud de la velocidad a partir de la ecuación 27.13 en la ecuación 27.5, la densidad de corriente se convierte en

$$J = nqv_d = \frac{nq^2E}{m_e} \tau \quad (27.14)$$

◀ Densidad de corriente en términos de cantidades microscópicas

donde n es el número de electrones por unidad de volumen. Al comparar esta expresión con la ley de Ohm, $J = \sigma E$, se obtienen las siguientes correspondencias para conductividad y resistividad de un conductor:

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_e} \quad (27.15)$$

◀ Conductividad en términos de cantidades microscópicas

Resistividad en
términos de cantidades
microscópicas

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{nq^2\tau} \quad (27.16)$$

De acuerdo con este modelo clásico, ni conductividad ni resistividad dependen de la intensidad del campo eléctrico. Esta cualidad es característica de un conductor que obedece la ley de Ohm.

27.4 Resistencia y temperatura

En un intervalo limitado de temperatura, la resistividad de un conductor varía prácticamente de manera lineal con la temperatura, de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (27.17)$$

donde ρ es la resistividad a cierta temperatura T (en grados Celsius), ρ_0 la resistividad en alguna temperatura de referencia T_0 (por lo general 20°C), y α el **coeficiente de temperatura de resistividad**. A partir de la ecuación 27.17, el coeficiente de temperatura de resistividad se expresa como

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T} \quad (27.18)$$

donde $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ es el cambio en la resistividad durante el intervalo de temperatura $\Delta T = T - T_0$.

Los coeficientes de temperatura de resistividad correspondientes a diferentes materiales aparecen en la tabla 27.2. Observe que la unidad de α es en grados Celsius⁻¹ [$^\circ\text{C}$]⁻¹. Ya que la resistencia es proporcional a la resistividad (ecuación 27.10), la variación en la resistencia de una muestra es

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (27.19)$$

donde R_0 es la resistencia a la temperatura T_0 . El uso de esta propiedad permite mediciones de temperatura precisas a través del monitoreo cuidadoso de la resistencia de una sonda hecha de un material particular.

Para algunos metales, como el cobre, la resistividad casi es proporcional a la temperatura, como se muestra en la figura 27.9. Sin embargo, a temperaturas muy bajas siempre existe una región no lineal, y la resistividad usualmente alcanza algún valor finito conforme la temperatura tiende al cero absoluto. Esta resistividad residual cerca del cero absoluto se debe principalmente a la colisión de los electrones con impurezas e imperfecciones en el metal. En contraste, la resistividad de alta temperatura (la región lineal) se caracteriza predominantemente por colisiones entre electrones y átomos del metal.

Observe que tres de los valores α en la tabla 27.2 son negativos, lo que indica que la resistividad de estos materiales disminuye con el aumento de temperatura. Este comportamiento indica una clase de materiales llamada *semiconductores*, introducidos por primera vez en la sección 23.2, y se debe a un aumento en la densidad de portadores de carga a temperaturas más altas.

Ya que los portadores de carga en un semiconductor con frecuencia se asocian con átomos de impurezas, la resistividad de estos materiales es muy sensible al tipo y concentración de tales impurezas.

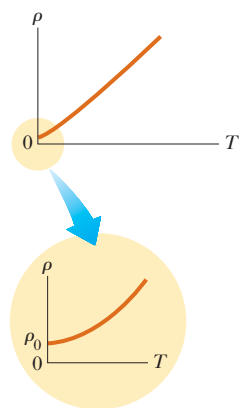


Figura 27.9 Resistividad en función de la temperatura para un metal como el cobre. La curva es lineal en una amplia gama de temperaturas, y ρ aumenta al incrementarse la temperatura. Conforme T se acerca al cero absoluto (detalle), la resistividad se acerca a un valor finito ρ_0 .

Pregunta rápida 27.4 ¿Cuándo lleva más corriente una lámpara: a) justo inmediatamente después de haberla sido encendido y la brillantez del filamento metálico está en incremento o b) una vez que esté encendida durante unos cuantos milisegundos y la brillantez se haya estabilizado?

27.5 Superconductores

Existe una clase de metales y de compuestos cuya resistencia disminuye hasta cero cuando llegan a una cierta temperatura T_c conocida como **temperatura crítica**. Estos materiales se conocen como **superconductores**. La gráfica resistencia-temperatura para un superconductor es similar a la de un metal normal cuando su temperatura está por arriba de T_c .

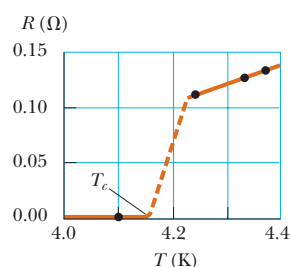


Figura 27.10 Resistencia en función de la temperatura para una muestra de mercurio (Hg). La gráfica es similar al trazo de un metal normal por encima de la temperatura crítica T_c . En el valor T_c que para el mercurio es igual a 4.2 K, la resistencia cae a cero.

TABLA 27.3

Temperaturas críticas de varios superconductores

Material	T_c (K)
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	134
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92
Nb ₃ Ge	23.2
Nb ₃ Sn	18.05
Nb	9.46
Pb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

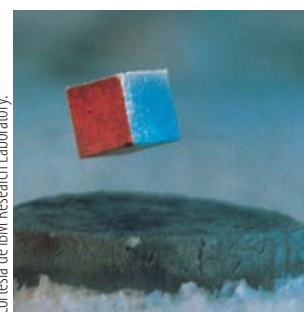
(figura 27.10). Cuando la temperatura es T_c o inferior, la resistividad súbitamente cae hasta cero. Este fenómeno fue descubierto en 1911 por el físico holandés Heike Kamerlingh-Onnes (1853-1926) mientras trabajaba con mercurio, que es un superconductor a temperaturas inferiores a 4.2 K. Mediciones recientes han demostrado que las resistividades de los superconductores por debajo de sus valores T_c son inferiores a $4 \times 10^{-25} \Omega \cdot \text{m}$, es decir, alrededor de 10^{17} veces menores que la resistividad del cobre, y que en la práctica se consideran igual a cero.

Hoy día se conocen miles de superconductores, y como lo muestra la tabla 27.3, las temperaturas críticas de los superconductores recién descubiertos son mucho más elevadas de lo que se consideraba posible en un principio. Se reconocen dos tipos de superconductores, los más recientemente identificados son, en esencia, materiales cerámicos a elevadas temperaturas críticas; en tanto que los materiales superconductores, como los observados por Kamerlingh-Onnes, son metales. Si llegara a identificarse un superconductor a la temperatura ambiente, su impacto sobre la tecnología sería tremendo.

El valor de T_c es sensible a la composición química, a la presión y a la estructura molecular. Es interesante hacer notar que el cobre, la plata y el oro, que son excelentes conductores, no exhiben características de superconductividad.

Una de las características verdaderamente notables de los superconductores es que una vez que se ha establecido en ellos una corriente, persiste *sin necesidad de una diferencia de potencial aplicada* (ya que $R = 0$). Se han observado corrientes estables que persisten en circuitos superconductores durante varios años ¡sin un decaimiento!

Una aplicación importante y útil de la superconductividad es el desarrollo de imanes superconductores, en los cuales las magnitudes del campo magnético son aproximadamente diez veces mayores a las producidas por los mejores electroimanes normales. Es posible utilizar estos imanes superconductores como medio para almacenar energía. Los imanes superconductores están siendo utilizados actualmente en unidades para la obtención de imágenes por resonancia magnética en el campo de la medicina (MRI, *magnetic resonance imaging*), que producen imágenes de alta calidad de los órganos internos sin necesidad de una excesiva exposición de los pacientes a los rayos X o a otras radiaciones dañinas.



Pequeño imán permanente en levitación por encima de un disco del superconductor YBa₂Cu₃O₇, que está en nitrógeno líquido a una temperatura de 77 K.

27.6 Potencia eléctrica

En los circuitos eléctricos típicos, la energía se transfiere de una fuente, como una batería, a algún dispositivo, como sería una lámpara o un receptor de radio. Por ello conviene determinar una expresión que permita calcular la rapidez de transferencia de esta energía. Primero, imagine el sencillo circuito de la figura 27.11 (página 764), donde se entrega energía a un resistor. (En los diagramas de circuito los resistores se representan mediante el símbolo $\text{---}\text{---}\text{---}$.) Ya que los alambres de conexión también tienen

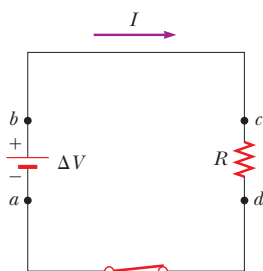


Figura 27.11 Circuito constituido por un resistor de resistencia R y una batería con una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales. La carga positiva fluye en dirección de las manecillas del reloj.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.5

Las cargas no se mueven alrededor de todo el circuito en un breve periodo

Debido a la magnitud pequeña de la velocidad de arrastre, podrían pasar *horas* para que un electrón individual efectúe un recorrido completo alrededor del circuito. Para comprender la transferencia de energía en un circuito, resulta útil *imaginar* una carga moviéndose alrededor de todo el circuito.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.6

Mala interpretación del concepto de corriente

En un circuito como el de la figura 27.11 se presentan varias malas interpretaciones comunes asociadas con el concepto de corriente. Una es que la corriente sale de una de las terminales de la batería y es “consumida” conforme pasa por el resistor, dejando corriente sólo en una parte del circuito. La verdad es que la corriente es la misma en *cualquier* sitio en el circuito. Otra mala interpretación es que la corriente que sale del resistor es menor que la que entró, puesto que parte de la corriente fue “consumida”. La interpretación de que la corriente sale de ambas terminales de la batería, en sentidos opuestos, y después “choca” en el resistor, entregando así la energía es también incorrecta. El caso es que las cargas fluyen en el mismo sentido de rotación en *todos* los puntos del circuito.

resistencia, parte de la energía es entregada a los alambres y parte al resistor. A menos que se especifique lo contrario, suponga que la resistencia de los alambres es tan reducida en comparación con la resistencia del elemento de circuito, así que la energía suministrada a los alambres es despreciable.

Imagine la trayectoria de una carga Q positiva en dirección de las manecillas del reloj alrededor del circuito de la figura 27.11 desde el punto a , a través de la batería, del resistor y de regreso al punto a , considere al circuito como un sistema. Conforme la carga se mueve de a a b a través de la batería, la energía potencial eléctrica del sistema *aumenta* en una cantidad $Q\Delta V$, en tanto que la energía potencial química de la batería *se reduce* en la misma cantidad. (Recuerde por la ecuación 25.3 que $\Delta U = q\Delta V$.) Sin embargo, conforme la carga se mueve de c a d a través del resistor el sistema *pierde* esta energía potencial eléctrica durante las colisiones de los electrones con los átomos del resistor. En este proceso, la energía se transforma en energía interna que corresponde a un incremento en el movimiento de vibración de los átomos en el resistor. Puesto que ha despreciado la resistencia de los alambres de conexión, no se presenta ninguna transformación en las trayectorias bc y da . Cuando la carga regresa al punto a , el resultado neto es que parte de la energía química de la batería ha sido entregada al resistor y está presente en este último en forma de energía interna asociada con una vibración de las moléculas.

El resistor normalmente está en contacto con el aire, de este modo su temperatura aumentada da como resultado una transferencia de energía por calor hacia el aire. Además, el resistor emite una radiación térmica, lo que representa otro modo de escape de la energía. Después de algún tiempo transcurrido, el resistor alcanza una temperatura constante, momento en el cual la energía de entrada de la batería está equilibrada con la energía de salida por calor y radiación. Algunos dispositivos eléctricos incluyen *absorbedores de calor*⁴ conectados a ciertas partes del circuito, a fin de impedir que estas partes alcancen temperaturas peligrosamente altas. Estos absorbedores son piezas metálicas con muchas aletas. La elevada conductividad térmica del metal causa una rápida transferencia de energía por calor lejos del componente caliente, el gran número de aletas proporciona una gran superficie que entra en contacto con el aire, por lo que la energía se puede transferir al aire por radiación y por convección en grandes proporciones.

Considere ahora la rapidez a la cual el sistema pierde energía potencial eléctrica conforme la carga Q pasa a través del resistor:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

donde I es la corriente en el circuito. El sistema recupera su energía potencial cuando la carga pasa a través de la batería, a expensas de la energía química de la misma. La rapidez a la cual el sistema pierde energía potencial conforme la carga pasa a través del resistor es igual a la rapidez a la cual el sistema adquiere energía interna en el resistor. Por lo tanto, la potencia $\mathcal{P}$, que representa la rapidez a la cual se entrega energía al resistor, es

$$\mathcal{P} = I\Delta V \quad (27.20)$$

Se deduce este resultado si considera una batería que entrega energía a un resistor. Sin embargo, la ecuación 27.20 puede utilizarse para calcular la potencia entregada por una fuente de voltaje a *cualquier* dispositivo que tenga una corriente I y esté sujeto a una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales.

Con la ecuación 27.22, y apartir de que un resistor $\Delta V = IR$, la potencia entregada al resistor tiene una expresión alterna

$$\mathcal{P} = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (27.21)$$

⁴ Esta es otra mala interpretación de la palabra *calor*, que ya está profundamente arraigada en nuestro lenguaje cotidiano.

Cuando I se expresa en amperes, ΔV en volts y R en ohms, la unidad del SI para la potencia es el watt, como se estableció en el capítulo 8 en el análisis sobre la potencia mecánica. El proceso mediante el que se pierde potencia en forma de energía interna en un conductor de resistencia R , a menudo se llama *calentamiento joule*;⁵ esta transformación también es conocida como una pérdida I^2R .

Cuando se transporta energía mediante la electricidad a través de las líneas de transmisión, como las que aparecen en la fotografía al inicio de este capítulo, usted no debe suponer que las líneas no tienen resistencia. Las líneas de transmisión tienen resistencia, y se entrega potencia a la resistencia de esos alambres. Las compañías eléctricas buscan minimizar la energía transformada a energía interna en las líneas y maximizar la energía entregada al consumidor. Ya que $\mathcal{P} = I\Delta V$, la misma cantidad de energía puede ser transportada ya sea a corrientes intensas y bajas diferencias de potencial o corrientes débiles y elevadas diferencias de potencial. Las empresas eléctricas prefieren transportar la energía a corrientes débiles y elevadas diferencias de potencial principalmente por razones económicas. El alambre de cobre es muy costoso, por lo que resulta más económico utilizar un alambre de elevada resistencia (es decir, un alambre de un área de sección transversal reducida; vea la ecuación 27.10). Debido a eso, en la expresión de la potencia entregada a un resistor $\mathcal{P} = I^2R$, la resistencia del alambre se fija en un valor relativamente alto debido a consideraciones de tipo económico. La pérdida I^2R puede reducirse manteniendo la corriente I tan pequeña como sea posible, lo que quiere decir que se deberá transferir la energía a un voltaje elevado. En algunos casos, la energía es transportada en diferencias de potencial de 765 kV o más. Una vez que la electricidad llega a su destino, la diferencia de potencial se reduce a 4 kV mediante un *transformador*. Otro transformador reduce la diferencia de potencial hasta 240 V antes de que finalmente la electricidad llegue a su hogar. Naturalmente, cada vez que se reduce la diferencia de potencial, la corriente aumenta en el mismo factor, y conserva una misma energía. El análisis de los transformadores se da con mayor detalle en el capítulo 33.

Pregunta rápida 27.5 De los dos focos que se muestran en la figura 27.12, clasifique los valores de corriente de los puntos a a f , de mayor a menor.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 27.7

La energía no se “disipa”

En algunos libros, es posible que la ecuación 27.21 sea descrita como la potencia “disipada” en un resistor, lo que sugiere que la energía desaparece. Lo correcto es decir que la energía “es entregada a” un resistor. El concepto de *disipación* se debe a que un resistor caliente expelle energía por radiación y por convección, así, la energía que ha sido entregada por la batería sale del circuito (¡pero no desaparece!).

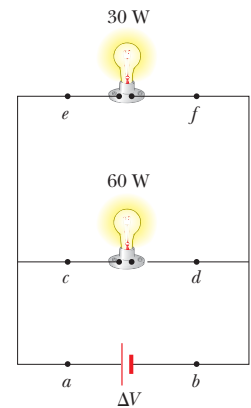


Figura 27.12 (Pregunta rápida 27.5) Dos lámparas conectadas a una misma diferencia de potencial.

EJEMPLO 27.4 Energía en un calentador eléctrico

Un calentador eléctrico se construye al aplicar una diferencia de potencial de 120 V a través de un alambre de nicromo que tiene una resistencia total de $8.00\ \Omega$. Encuentre la corriente conducida por el alambre y la potencia de especificación del calentador.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Como se discutió en el ejemplo 27.2, el alambre de nicromo tiene alta resistividad y se usa para elementos calefactores en tostadores, planchas y calentadores eléctricos. Por lo tanto, se espera que la potencia entregada al alambre sea relativamente alta.

Categorizar Se evalúa la potencia a partir de la ecuación 27.21, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 27.7 para encontrar la corriente en el alambre:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{120\text{ V}}{8.00\ \Omega} = 15.0\text{ A}$$

Hallar la potencia nominal con la expresión $\mathcal{P} = I^2R$ de la ecuación 27.21:

$$\mathcal{P} = I^2R = (15.0\text{ A})^2(8.00\ \Omega) = 1.80 \times 10^3\text{ W} = 1.80\text{ kW}$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si accidentalmente el calentador se conectara a una fuente de 240 V? (Difícil de hacerlo, porque la forma y orientación de los contactos metálicos en las clavijas de 240 V son diferentes en las clavijas de 120 V.) ¿Cómo afectaría esto a la corriente conducida por el calentador y a la potencia de especificación del calentador?

⁵ Comúnmente se conoce como *calentamiento joule*, aun cuando en realidad no ocurre un proceso de calentamiento cuando la energía entregada a un resistor aparece como energía interna. Este es otro ejemplo del uso incorrecto de la palabra *calor* que se ha acuñado en el lenguaje.

Respuesta Al duplicar la diferencia de potencial aplicada, la ecuación 27.7 muestra que la corriente se duplicaría. De acuerdo con la ecuación 27.21, $\mathcal{P} = (\Delta V)^2/R$, la potencia sería cuatro veces mayor.

EJEMPLO 27.5 Vinculación entre electricidad y termodinámica

Un calentador de inmersión debe aumentar la temperatura de 1.50 kg de agua de 10.0°C a 50.0°C en 10.0 min, mientras funciona a 110 V.

A) ¿Cuál es la resistencia requerida del calentador?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Un calentador de inmersión es un resistor que se inserta en un contenedor de agua. Conforme se entrega energía al calentador de inmersión, lo que eleva su temperatura, la energía deja la superficie del resistor por calor y va al agua. Cuando el calentador de inmersión alcanza una temperatura constante, la cantidad de energía entregada a la resistencia por transmisión eléctrica es igual a la cantidad de energía entregada por calor al agua.

Categorizar Este ejemplo permite vincular la nueva comprensión de la potencia en la electricidad con la experiencia con el calor específico de la termodinámica (capítulo 20). El agua es un sistema no aislado y su energía interna se eleva debido a la energía transferida al agua por calor proveniente del resistor: $\Delta E_{\text{int}} = Q$. En el modelo, se supone que la energía que entra al agua desde el calentador permanece en el agua.

Analizar Para simplificar el análisis, ignore el periodo inicial durante el cual la temperatura del resistor aumenta e ignore también cualquier variación de la resistencia con la temperatura. En consecuencia, imagine una proporción constante de transferencia de energía durante los 10.0 min.

Iguale la cantidad de energía entregada al resistor con la cantidad de energía Q que entra al agua por calor:

$$\mathcal{P} = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{Q}{\Delta t}$$

Use la ecuación 20.4, $Q = mc \Delta T$, para relacionar la entrada de energía por calor al cambio de temperatura resultante del agua y resuelva para la resistencia:

$$\frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{mc \Delta T}{\Delta t} \rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2 \Delta t}{mc \Delta T}$$

Sustituya los valores conocidos en el enunciado del problema:

$$R = \frac{(110 \text{ V})^2 (600 \text{ s})}{(1.50 \text{ kg})(4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(50.0^\circ\text{C} - 10.0^\circ\text{C})} = 28.9 \Omega$$

B) Estime el costo de calentar el agua.

SOLUCIÓN

Multiplique la potencia por el intervalo de tiempo para encontrar la cantidad de energía transferida:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \Delta t &= \frac{(\Delta V)^2}{R} \Delta t = \frac{(110 \text{ V})^2}{28.9 \Omega} (10.0 \text{ min}) \left(\frac{1 \text{ h}}{60.0 \text{ min}} \right) \\ &= 69.8 \text{ Wh} = 0.0698 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Encuentre el costo al saber que la energía se compra a un precio estimado de 10¢ por kilowatt-hora:

$$\text{Costo} = (0.0698 \text{ kWh})(\$0.1/\text{kWh}) = \$0.007 = 0.7¢$$

Finalizar El costo de calentar el agua es muy bajo, menos de un centavo. En realidad, el costo es mayor porque parte de la energía se transfiere del agua a los alrededores mediante calor y radiación electromagnética mientras su temperatura aumenta. Si los aparatos eléctricos que tiene en casa tienen la potencia nominal en ellas, aplíquelas y establezca un intervalo de tiempo aproximado de uso para estimar el costo para uso del dispositivo.

Resumen

DEFINICIONES

La **corriente** eléctrica I en un conductor se define como

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \quad (27.2)$$

donde dQ es la carga que pasa a través de una sección transversal del conductor en un intervalo de tiempo dt . La unidad del SI para corriente es el **ampere** (A), donde $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

La **densidad de corriente** J en un conductor es la corriente por unidad de área:

$$J \equiv \frac{I}{A} \quad (27.5)$$

La **resistencia** R de un conductor se define como

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I} \quad (27.7)$$

donde ΔV es la diferencia de potencial a través de él e I es la corriente que conduce. La unidad del SI para resistencia es volts por ampere, que se define como 1 **ohm** (Ω); es decir: $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La corriente promedio en un conductor se relaciona con el movimiento de los portadores de carga mediante la correspondencia

$$I_{\text{prom}} = nqv_d A \quad (27.4)$$

donde n es la densidad de portadores de carga, q es la carga en cada portador, v_d es la rapidez de arrastre y A es el área de sección transversal del conductor.

La densidad de corriente en un conductor óhmico es proporcional al campo eléctrico de acuerdo con la expresión

$$J = \sigma E \quad (27.6)$$

La constante de proporcionalidad σ es la **conductividad** del material del conductor. El inverso de σ se conoce como **resistividad** ρ (esto es, $\rho = 1/\sigma$). La ecuación 27.6 se conoce como **ley de Ohm**, y un material obedece esta ley si la relación de su densidad de corriente a su campo eléctrico aplicado es una constante independiente del campo aplicado.

Para un bloque uniforme de material, con área de sección transversal A y longitud ℓ , la resistencia en toda la longitud ℓ es

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (27.10)$$

donde ρ es la resistividad del material.

En un modelo clásico de conducción eléctrica en metales, los electrones se tratan como moléculas de un gas. En ausencia de un campo eléctrico, la velocidad promedio de los electrones es cero. Cuando se aplica un campo eléctrico, los electrones se mueven (en promedio) con una **velocidad de arrastre** $\vec{v}_d$ que es opuesta al campo eléctrico. La velocidad de arrastre está dada por

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau \quad (27.13)$$

donde q es la carga del electrón, m_e es la masa del electrón y τ es el intervalo de tiempo promedio entre colisiones electrón-átomo. De acuerdo con este modelo, la resistividad del metal es

$$\rho = \frac{m_e}{nq^2 \tau} \quad (27.16)$$

donde n es el número de electrones libres por unidad de volumen.

La resistividad de un conductor varía de manera aproximadamente lineal con la temperatura, de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (27.17)$$

donde ρ_0 es la resistividad a cierta temperatura de referencia T_0 y α es el **coeficiente de temperatura de resistividad**.

Si a través de un elemento de circuito se mantiene una diferencia de potencial ΔV , la **potencia**, o proporción a la que se suministra energía al elemento, es

$$\mathcal{P} = I\Delta V \quad (27.20)$$

Ya que la diferencia de potencial a través de un resistor es conocido por $\Delta V = IR$, la potencia entregada al resistor se expresa como

$$\mathcal{P} = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (27.21)$$

La energía entregada a un resistor por transmisión eléctrica aparece en la forma de energía interna en el resistor.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. A menudo los artículos periodísticos contienen afirmaciones como la siguiente: “pasaron 10 000 volts de electricidad a través del cuerpo de la víctima”. ¿Qué es lo incorrecto en esta frase?
2. ¿Cuáles son los factores que afectan la resistencia de un conductor?
3. O Dos alambres A y B con secciones transversales circulares elaborados del mismo metal tienen iguales longitudes, pero la resistencia del alambre A es tres veces mayor que la del alambre B. i) ¿Cuál es la relación del área de sección transversal de A a la de B? a) 9, b) 3, c) $\sqrt{3}$, d) 1, e) $1/\sqrt{3}$, f) $\frac{1}{3}$, g) $\frac{1}{9}$, h) ninguna de estas respuestas necesariamente es verdadera. ii) ¿Cuál es la relación de los radios de A al de B? Elija entre las mismas posibilidades.
4. O Un alambre metálico de resistencia R es cortado en tres piezas iguales que después se trenzan lado a lado para formar un nuevo cable con una longitud igual a un tercio la longitud original. ¿Cuál es la resistencia de este nuevo alambre? a) $R/27$, b) $R/9$, c) $R/3$, d) R , e) $3R$, f) $9R$, g) $27R$.
5. Al duplicar la diferencia de potencial aplicada a cierto conductor, se observa que la corriente aumenta en un factor igual a tres. ¿Qué puede deducir del conductor?
6. Utilice la teoría atómica de la materia para explicar por qué la resistencia de un material se incrementa conforme aumenta su temperatura.
7. O Un alambre de metal óhmico es portador de corriente y tiene un área de sección transversal que a partir de un extremo del alambre gradualmente se vuelve más pequeña. La corriente tiene el mismo valor para cada sección del alambre, así que la carga no se acumula en algún punto. i) ¿Cómo varía la rapidez de arrastre a lo largo del alambre conforme el área se vuelve más pequeña? a) Aumenta, b) Disminuye, c) Permanece constante. ii) ¿Cómo varía la resistencia por unidad de longitud a lo largo del alambre conforme el área se vuelve más pequeña? Elija entre las mismas posibilidades.
8. ¿De qué forma cambia la resistencia del cobre y del silicio en función de la temperatura? ¿Por qué estos dos materiales tienen comportamientos diferentes?
9. Durante el intervalo de tiempo después de que se aplica una diferencia de potencial entre los extremos de un alambre, ¿qué ocurriría con la velocidad de arrastre de los electrones en un alambre y a la corriente en el alambre, si los electrones pudieran moverse libremente sin resistencia a través del alambre?
10. Si las cargas circulan muy lentamente a través de un metal, ¿por qué no es necesario que pasen horas para que se encienda una luz cuando usted activa el interruptor?
11. O Un alambre metálico y cilíndrico a temperatura ambiente conduce corriente eléctrica entre sus extremos. Un extremo está a un potencial $V_A = 50$ V, y el otro a un potencial $V_B = 0$ V. Clasifique las siguientes acciones en términos del cambio que cada una produciría por separado en la corriente, del mayor aumento a la mayor disminución. En su clasificación, señale cualquier caso de igualdad. a) Considere $V_A = 150$ V con $V_B = 0$ V. b) Haga $V_A = 150$ V con $V_B = 100$ V. c) Ajuste V_A para triplicar la potencia con que el alambre convierte la energía eléctricamente transmitida en energía interna. d) Duplique el radio del alambre. e) Duplique la longitud del alambre. f) Duplique la temperatura Celsius del alambre. g) Cambie el material a un aislador.
12. O Dos conductores hechos del mismo material son conectados a través de la misma diferencia de potencial. El conductor A tiene el doble de diámetro y el doble de longitud que el conductor B. ¿Cuál es la relación de la potencia entregada a A, a la potencia entregada a B? a) 32, b) 16, c) 8, d) 4, e) 2, f) 1, g) $\frac{1}{2}$, h) $\frac{1}{4}$.
13. O Dos alambres conductores A y B, con la misma longitud y radio, son conectados a la misma diferencia de potencial. El conductor A tiene el doble de resistividad del conductor B. ¿Cuál es la relación de la potencia entregada a A, a la potencia entregada a B? a) 4, b) 2, c) $\sqrt{2}$, d) 1, e) $1/\sqrt{2}$, f) $\frac{1}{2}$, g) $\frac{1}{4}$, h) ninguna de estas respuestas necesariamente es correcta.
14. O Dos focos funcionan a partir de 120 V. Uno tiene una potencia de 25 W y la otra de 100 W. i) ¿Cuál foco tiene mayor resistencia? a) El foco débil de 25 W. b) La brillante lámpara de 100 W. c) Ambas tienen la misma. ii) ¿Cuál foco conduce más corriente? Elija entre las mismas posibilidades.
15. Las baterías de los automóviles están especificadas en amperes-hora. ¿Esta información designa a) la corriente, b) la potencia, c) la energía, d) la carga, o e) el potencial que se puede obtener de la batería?
16. Si tuviera que diseñar un calentador eléctrico utilizando alambre de nicromo como elemento calefactor, ¿qué parámetros del alambre deben modificarse para cumplir con una potencia de salida específica, como por ejemplo 1000 W?

Problemas

Sección 27.1 Corriente eléctrica

1. En un tubo de rayos catódicos, la corriente medida en el haz es de $30.0 \mu\text{A}$. ¿Cuántos electrones chocan contra la pantalla del tubo cada 40.0 s?
2. Una tetera con un área superficial de 700 cm^2 que debe recubrirse de plata por electrodeposición, se fija al electrodo negativo de una celda electrolítica que contiene nitrato de plata ($\text{Ag}^+ \text{NO}_3^-$). Si la celda está alimentada por una batería

- de 12.0 V y tiene una resistencia de 1.80 Ω , ¿en cuánto tiempo se formará sobre la tetera una capa de plata de 0.133 mm de espesor? (La densidad de la plata es $10.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.)
3. Suponga que la corriente que pasa por un conductor se reduce de manera exponencial en función del tiempo, de acuerdo con la ecuación $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$, donde I_0 es la corriente inicial (en $t = 0$), y τ es una constante que tiene dimensiones de tiempo. Considere un punto de observación fijo dentro del conductor. a) ¿Cuánta carga pasa por este punto en el intervalo de tiempo entre $t = 0$ y $t = \tau$? b) ¿Cuánta carga pasa por este punto en el intervalo de tiempo entre $t = 0$ y $t = 10\tau$? c) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuánta carga pasa por este punto en el intervalo de tiempo entre $t = 0$ y $t = \infty$?
 4. Una esfera pequeña que tiene una carga q se hace girar en círculo en el extremo de un hilo aislante. La frecuencia angular de rotación es ω . ¿Qué corriente promedio representa esta carga en rotación?
 5. La cantidad de carga q (en coulombs) que ha pasado a través de una superficie de área igual a 2.00 cm^2 varía en función del tiempo según la ecuación $q = 4t^3 + 5t + 6$, donde t está en segundos. a) ¿Cuál es la corriente instantánea que pasa a través de la superficie en $t = 1.00 \text{ s}$? b) ¿Cuál es el valor de la densidad de corriente?
 6. Una corriente eléctrica está definida por la expresión $I(t) = 100 \sin(120\pi t)$, donde I está en amperes y t en segundos. ¿Cuál es la carga total que genera esta corriente de $t = 0$ hasta $t = (1/240) \text{ s}$?
 7. El haz de electrones que sale de cierto acelerador de electrones de alta energía tiene una sección transversal circular con un radio de 1.00 mm. a) La corriente del haz es de 8.00 μA . Determine la densidad de corriente en el haz, si es uniforme en todos sus puntos. b) La rapidez de los electrones es tan cercana a la rapidez de la luz que su rapidez se puede tomar sin un error apreciable como 300 Mm/s. Encuentra la densidad del electrón en el haz. c) ¿Cuánto tiempo se necesita para que emerja el número de Avogadro de electrones del acelerador?
 8. ● La figura P27.8 representa una sección de un conductor circular de diámetro no uniforme que porta una corriente de 5.00 A. El radio de la sección transversal A_1 es 0.400 cm. a) ¿Cuál es la magnitud de la densidad de corriente a través de A_1 ? b) ¿El radio en A_2 es mayor que el radio en A_1 ? ¿La corriente en A_2 es mayor, menor o igual? ¿La densidad de corriente es mayor, menor o la misma? Suponga que una de estas dos cantidades es diferente en A_2 en un factor de 4 de su valor en A_1 . Especifique la corriente, la densidad de corriente y el radio en A_2 .

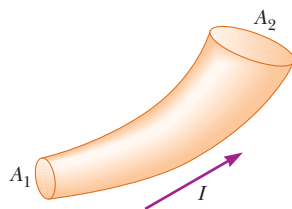


Figura P27.8

9. Un generador Van de Graaff produce un haz de 2.00 MeV de deuterones, que son los núcleos pesados de hidrógeno que contienen un neutrón y un protón. a) Si la corriente del haz es de 10.0 μA , ¿qué tan separados están los deuterones? b)

¿Es un factor significativo en la estabilidad del haz la fuerza de repulsión eléctrica presente entre ellos? Explique por qué.

10. Un alambre de aluminio de sección transversal de $4.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ transporta una corriente de 5.00 A. Determine la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre. La rapidez del aluminio es de 2.70 g/cm^3 . Suponga que cada átomo de aluminio aporta un electrón de conducción.

Sección 27.2 Resistencia

11. Una diferencia de potencial de 0.900 V se mantiene a través de una longitud de 1.50 m de alambre de tungsteno que tiene un área de sección transversal de 0.600 mm^2 . ¿Cuál es la corriente en el alambre?
12. Un foco tiene una resistencia de 240 Ω cuando está funcionando con una diferencia de potencial de 120 V. ¿Cuál es la corriente que pasa por el foco?
13. Suponga que desea fabricar un alambre uniforme a partir de 1.00 g de cobre. Si el alambre debe tener una resistencia $R = 0.500 \Omega$, y si debe utilizarse todo el cobre disponible, ¿cuál será a) la longitud y b) el diámetro de este alambre?
14. a). Estime el valor de la magnitud de la resistencia entre los extremos de una banda elástica. b) Estime el valor de la magnitud de la resistencia entre los lados “cara” y “cruz” de una moneda de un centavo. Proporcione las cantidades que toma como datos y los valores que mida o estime para cada caso. c) ¡PRECAUCIÓN! ¡No intente hacer esto en su casa! ¿Cuál sería el valor de la magnitud de la corriente que existiría en cada uno si estuvieran conectadas a una fuente de alimentación de 120 V?
15. En la atmósfera de una ubicación donde el campo eléctrico es de 100 V/m, existe una densidad de corriente de $6.00 \times 10^{-13} \text{ A/m}^2$. Calcule la conductividad eléctrica de la atmósfera de la Tierra en esa región.

Sección 27.3 Modelo de conducción eléctrica

16. Si se duplica la corriente en un conductor, ¿qué sucede con a) la densidad de los portadores de carga, b) la densidad de la corriente, c) la velocidad de arrastre de los electrones, d) el intervalo promedio de tiempo entre las colisiones? Explique sus respuestas.
17. Si en un alambre de cobre la magnitud de la velocidad de arrastre de los electrones libres es de $7.84 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, ¿cuál es el campo eléctrico en el conductor?

Sección 27.4 Resistencia y temperatura

18. Cierta foca tiene un filamento de tungsteno con una resistencia de 19.0 Ω cuando está frío y de 140 Ω cuando está caliente. Suponga que la resistividad del tungsteno varía linealmente con la temperatura, incluso en el amplio intervalo de temperaturas que aquí se mencionan. Determine la temperatura del filamento caliente. Suponga que la temperatura inicial es de 20.0°C.
19. Un alambre de aluminio con un diámetro de 0.100 mm tiene aplicado en toda su longitud un campo eléctrico uniforme de 0.200 V/m. La temperatura del alambre es de 50.0°C. Suponga que sólo existe un electrón libre por cada átomo. a) Utilice la información de la tabla 27.2 y determine la resistividad. b) ¿Cuál es la densidad de corriente en el alambre? c) ¿Cuál es la corriente total en el alambre? d) ¿Cuál es la rapidez de arrastre de los electrones de conducción? e) ¿Cuál es la diferen-

cia de potencial que debe existir entre los extremos de un alambre 2.00 m de longitud para producir el campo eléctrico establecido?

20. Una ingeniera necesita un resistor con coeficiente de resistencia de temperatura global cero a 20°C . Ella diseña un par de cilindros circulares, uno de carbono y el otro de nicromo, como se muestra en la figura P27.20. El dispositivo debe tener una resistencia global de $R_1 + R_2 = 10.0\ \Omega$, independiente de la temperatura y un radio uniforme de $r = 1.50\ \text{mm}$. ¿Puede satisfacer las metas de diseño con este método? Si es así, establezca lo que pueda determinar acerca de las longitudes ℓ_1 y ℓ_2 de cada segmento. Ignore la expansión térmica de los cilindros y suponga que ambos siempre están a la misma temperatura.

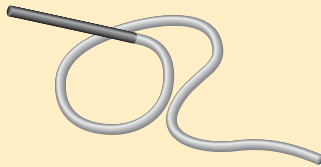


Figura P27.20

21. ¿Cuál es el cambio fraccionario en la resistencia de un filamento de hierro cuando su temperatura pasa de 25.0°C a 50.0°C ?
22. **Problema de repaso.** Una varilla de aluminio tiene una resistencia de $1.234\ \Omega$ a 20.0°C . Calcule la resistencia de la varilla a 120°C , considere los cambios tanto en las resistividades como en las dimensiones de la varilla.

Sección 27.6 Energía eléctrica

23. Un tostador es especificado en 600 W al conectarse a una alimentación de 120 V. ¿Cuál es la corriente en el tostador y cuál es su resistencia?
24. Un generador Van de Graaff (vea la figura 25.24) está funcionando de forma tal que la diferencia de potencial entre el electrodo de alto potencial $\textcircled{B}$ y las agujas de carga en $\textcircled{A}$ es de 15.0 kV. Calcule la energía necesaria para impulsar la banda en contra de fuerzas eléctricas en un instante en el cual la corriente efectiva entregada al electrodo de alto potencial es de $500\ \mu\text{A}$.
25. Un calentador eléctrico de agua bien aislado calienta 109 kg de agua de 20.0°C a 49.0°C en 25.0 min. Encuentre la resistencia de su elemento calefactor, que se conecta a través de una diferencia de potencial de 220 V.
26. Un motor de 120 V tiene potencia de salida mecánica de 2.50 hp. Es 90.0% eficiente al convertir la potencia que toma por transmisión eléctrica en potencia mecánica. a) Encuentre la corriente en el motor. b) Encuentre la energía entregada al motor mediante transmisión eléctrica en 3.00 h de operación. c) Si la compañía eléctrica carga $\$0.160/\text{kWh}$, ¿cuánto cuesta que funcione el motor durante 3.00 h?
27. Suponga que una oscilación de voltaje produce durante un momento 140 V. ¿En qué porcentaje se incrementa la potencia de salida de una lámpara de 120 V, 100 W? Suponga que su resistencia no cambia.
28. Una batería recargable de 15.0 g de masa suministra una corriente promedio de 18.0 mA a 1.60 V a un reproductor de CD durante 2.40 h antes de que dicha batería necesite recargarse. El cargador mantiene una diferencia de potencial de 2.30 V en las terminales de la batería y entrega una corriente de carga de 13.5 mA durante 4.20 h. a) ¿Cuál es la eficiencia de la batería como dispositivo de almacenamiento de energía? b) ¿Cuánta energía interna se produce en el interior de la batería durante un ciclo de carga-descarga? c) Si la batería está rodeada por un aislamiento térmico ideal y tiene un calor específico efectivo global de $975\ \text{J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$, ¿cuánto aumentará su temperatura durante el ciclo?
29. Una bobina calefactora de 500 W, diseñada para funcionar a 110 V, está hecha de alambre de nicromo de 0.500 mm de diámetro. a) Si la resistividad del nicromo se mantiene constante a 20.0°C , determine la longitud del alambre utilizado. b) **¿Qué pasaría si?** Ahora considere la variación de la resistividad en función de la temperatura. ¿Cuál será la potencia que se da a la bobina del inciso a) cuando se calienta a 1200°C ?
30. Una bobina de alambre de nicromo tiene 25.0 m de largo. El alambre tiene un diámetro de 0.400 mm y está a 20.0°C . Si el alambre transporta una corriente de 0.500 A, ¿cuáles son a) la magnitud del campo eléctrico en el alambre y b) la potencia entregada? c) **¿Qué pasaría si?** Si la temperatura se incrementa hasta 340°C y la diferencia de potencial aplicada al alambre se mantiene constante, ¿cuál es la potencia entregada?
31. Las baterías se especifican en ampere-hora ($\text{A} \cdot \text{h}$). Por ejemplo, una batería que puede producir una corriente de 2.00 A durante 3.00 h se especifica como $6.0\ \text{A} \cdot \text{h}$. a) ¿Cuál es la energía total, en kilowatt-horas, almacenada en una batería de 12.0 V, nominalmente de $55.0\ \text{A} \cdot \text{h}$? b) A $\$0.060$ por kilowatt-hora, ¿cuál es el valor de la electricidad producida por esta batería?
32. ● Los reglamentos de construcción para residencias requieren el uso de alambre de cobre calibre 12 (diámetro 0.205 3 cm) para cablear los contactos de pared. Estos circuitos llevan corrientes de hasta 20 A. Un alambre con un diámetro menor (de un calibre superior), podría llevar una corriente similar, pero el alambre se podría calentar a una temperatura elevada y causar un incendio. a) Calcule la rapidez a la cual se produce energía interna en 1.00 m de alambre de cobre calibre 12 que lleva una corriente de 20.0 A. b) **¿Qué pasaría si?** Repita el cálculo, pero para un alambre de aluminio. Explique si un alambre de aluminio calibre 12 sería tan seguro como el de cobre.
33. Un lámpara fluorescente ahorradora de energía de 11.0 W está diseñada para producir la misma iluminación que una lámpara incandescente convencional de 40 W. ¿Cuánto ahorra el usuario de la lámpara ahorradora de energía durante 100 horas de uso? Suponga que la compañía eléctrica cobra $\$0.080/\text{kWh}$.
34. Se estima que en Estados Unidos existen 270 millones de relojes de conexión eléctrica, es decir, aproximadamente un reloj por persona. Los relojes convierten energía a una rapidez promedio de 2.50 W. Para suministrar esta energía, ¿cuántas toneladas métricas de carbón se queman por hora en las plantas generadoras eléctricas de carbón, que son, en promedio, 25% eficientes? El calor de la combustión para el carbón es de $33\ \text{MJ/kg}$.
35. Calcule el costo diario de operación de una lámpara que toma una corriente de 1.70 A de una línea de 110 V. Suponga que el costo de esta energía es de $\$0.0600/\text{kWh}$.
36. **Problema de repaso.** El elemento calefactor de una cafetera opera a 120 V y tiene una corriente de 2.00 A. Si el agua absorbe toda la energía suministrada al resistor, calcule el tiempo que se necesita para elevar la temperatura de 0.500 kg de agua de la temperatura ambiente (23.0°C) hasta el punto de ebullición.
37. Cierta tostador tiene un elemento calefactor hecho de alambre de nicromo. Cuando se le conecta por primera vez a una alimentación de 120 V (estando el alambre a una temperatura

de 20.0°C), la corriente inicial es de 1.80 A. Sin embargo, la corriente empieza a reducirse conforme el elemento calefactor se calienta. Cuando el tostador alcanza su temperatura de operación final, la corriente se ha reducido a 1.53 A. a) Determine la potencia entregada al tostador cuando está a su temperatura de operación. b) ¿Cuál es la temperatura final del elemento calefactor?

38. El costo de la electricidad varía ampliamente en Estados Unidos; un valor representativo es \$0.120/kWh. Con este precio unitario, calcule el costo de a) dejar encendida la luz de 40 W del pórtico de una casa durante dos semanas mientras el propietario está de vacaciones, b) obtener una rebanada de pan tostado oscuro en 3.00 min utilizando un tostador de 970 W, y c) secar una carga de ropa en 40.0 min en una secadora de 5 200 W.
39. Hacer una estimación de orden de magnitud del costo de usar diario una secadora de pelo durante un año. Si usted no utiliza una secadora, observe o entreviste a alguien que la use. Enuncie las cantidades que estime y sus valores.

Problemas adicionales

40. ● Una lámpara está marcada como “25 W 120 V” y otra “100 W 120 V”; esto significa que cuando cada lámpara esté conectada a una diferencia de potencial constante de 120 V, recibirá cada una la potencia que se indica. a) Encuentre el valor de la resistencia de cada lámpara. b) ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que pase 1.00 C a través de la lámpara de menor potencia? ¿Ha cambiado la carga en alguna forma a su salida de la lámpara en comparación con su entrada? Explique c) ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que pase 1.00 J a través de la lámpara de menor potencia? ¿Mediante qué mecanismos entra y sale esta energía de la lámpara? d) Determine cuánto cuesta mantener encendida la lámpara de menor potencia durante 30 días, si la empresa eléctrica vende su producto en \$0.070 0 por kWh. ¿Cuál es el producto que la compañía eléctrica de hecho *vende*? ¿Cuál es el precio de una unidad en el SI?
41. Un oficinista usa un calentador de inmersión para calentar 250 g de agua en una taza aislada, cubierta y ligera de 20°C a 100°C en 4.00 min. En términos eléctricos, el calentador es un alambre de resistencia de nicromo conectado a una fuente de poder de 120 V. Especifique el diámetro y longitud que puede tener el alambre. ¿Puede estar hecho a menos de 0.5 cm³ de nicromo? Puede suponer que el alambre está a 100°C durante todo el intervalo de tiempo.
42. En un capacitor de capacitancia C se coloca una carga Q . El capacitor está conectado en el circuito que se muestra en la figura P27.42, junto con un interruptor abierto, un resistor y un capacitor inicialmente descargado con una capacitancia de $3C$. Después se cierra el interruptor y el circuito se equilibra. Determine, en función de Q y de C , a) la diferencia de potencial final entre las placas de cada capacitor, b) la carga de cada capacitor, y c) la energía final almacenada en cada capacitor. d) Determine la energía interna que aparece en el resistor.

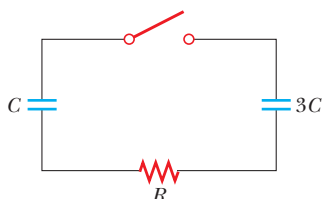


Figura P27.42

43. Una definición más general del coeficiente de resistividad por temperatura es

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$$

donde ρ es la resistividad a la temperatura T . a) Si α es constante, demuestre que

$$\rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$$

donde ρ_0 es la resistividad a la temperatura T_0 . b) Utilizando la expansión en serie $e^x \approx 1 + x$ para $x \ll 1$, demuestre que la resistividad es conocida aproximadamente por la expresión $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ para $\alpha(T - T_0) \ll 1$.

44. Una línea de transmisión con un diámetro de 2.00 cm y una longitud de 200 km lleva una corriente estable de 1000 A. Si el conductor es un alambre de cobre con una densidad de cargas libres de 8.49×10^{28} electrones/m³, ¿cuánto tarda un electrón en recorrer la línea de transmisión completa?
45. ● Con la finalidad de medir la resistividad eléctrica del nicromo se lleva a cabo un experimento con alambres de diferentes longitudes y áreas de sección transversal. Para un conjunto de mediciones, el estudiante usa alambre de calibre 30, que tiene un área de sección transversal de 7.30×10^{-8} m². El estudiante mide la diferencia de potencial de un extremo a otro del alambre, así como la corriente en el mismo, utilizando un voltímetro y un amperímetro, respectivamente. Para cada una de las mediciones que aparecen en la tabla, calcule la resistencia de los alambres y los valores correspondientes de la resistividad. ¿Cuál es el valor promedio de la resistividad, y cómo se compara este valor con el valor incluido en la tabla 27.2?

L (m)	ΔV (V)	I (A)	R (Ω)	ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)
0.540	5.22	0.500		
1.028	5.82	0.276		
1.543	5.94	0.187		

46. Una empresa pública eléctrica suministra energía al domicilio de un cliente a partir de las líneas de energía propias (a 120 V) mediante dos alambres de cobre, cada uno de los cuales tiene 50.0 m de largo y una resistencia de 0.108 Ω por tramo de 300 m. a) Determine la diferencia de potencial en el domicilio del cliente para una corriente de carga de 110 A. Para esta corriente, encuentre b) la potencia que está recibiendo el cliente y c) la proporción a la cual es producida la energía interna en los alambres de cobre.

47. Un alambre cilíndrico recto que yace a lo largo del eje x tiene una longitud de 0.500 m y un diámetro de 0.200 mm. Está fabricado de un material que obedece la ley de Ohm con una resistividad $\rho = 4.00 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Suponga que se mantiene en $x = 0$ un potencial de 4.00 V, y que en $x = 0.500$ m, $V = 0$. Determine a) el campo eléctrico en el alambre, b) la resistencia del mismo, c) la corriente eléctrica que pasa por el alambre y d) la densidad de corriente J en el alambre. Expresé la dirección del campo eléctrico y de la corriente. e) Demuestre que $E = \rho J$.

48. Un alambre cilíndrico recto que yace a lo largo del eje x tiene una longitud L y un diámetro d . Está fabricado de un material que obedece la ley de Ohm y tiene una resistividad ρ . Suponga que en $x = 0$ se mantiene un potencial V y que el potencial es igual a cero en $x = L$. Deduzca, en función a L ,

d , V y ρ , así como otras constantes físicas, expresiones para a) el campo eléctrico en el alambre, b) la resistencia del mismo, c) la corriente eléctrica que pasa por el alambre y d) la densidad de corriente en el alambre. Expresar la dirección del campo y de la corriente. e) Demuestre que $E = \rho J$.

49. Un automóvil eléctrico (no un híbrido) ha sido diseñado para funcionar a partir de un banco de baterías de 12.0 V con un almacenamiento total de la energía de 2.00×10^7 J. a) Si el motor eléctrico consume 8.00 kW, ¿cuál es la corriente que se le suministra al motor? b) Si el motor eléctrico consume 8.00 kW conforme el automóvil se mueve a una rapidez constante de 20.0 m/s, ¿qué distancia recorrerá el automóvil antes de quedarse sin energía?
50. ● **Problema de repaso.** Cuando se calienta un alambre recto, su resistencia está expresada por $R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$, de acuerdo con la ecuación 27.19, donde α es el coeficiente de resistividad por temperatura. a) Demuestre que un resultado más preciso, ya que tanto la longitud como el área del alambre se modifican al calentarse, es

$$R = \frac{R_0[1 + \alpha(T - T_0)][1 + \alpha'(T - T_0)]}{[1 + 2\alpha'(T - T_0)]}$$

donde α' es el coeficiente de expansión lineal (vea el capítulo 19). b) Explique cómo se comparan estos dos resultados para el caso de un alambre de cobre de 2.00 m de largo con un radio de 0.100 mm, primero a 20.0°C y después calentado a 100.0°C.

51. Los coeficientes de resistividad por temperatura que aparecen en la tabla 27.2 se determinaron a una temperatura de 20°C. ¿Cómo serían de haberse determinado a 0°C? Observe que el coeficiente de resistividad por temperatura a 20°C satisface la expresión $\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$, donde ρ_0 es la resistividad del material a $T_0 = 20^\circ\text{C}$. El coeficiente de resistividad por temperatura α' a 0°C debe satisfacer la expresión $\rho = \rho'_0[1 + \alpha'T]$, siendo ρ'_0 la resistividad del material a 0°C.
52. Una oceanógrafa estudia cómo dependen las concentraciones de iones de la profundidad del agua de mar. Su procedimiento es sumergir dentro del agua un par de cilindros metálicos concéntricos (figura P27.52) en el extremo de un cable y registrar los datos para determinar la resistencia entre dichos electrodos en función de la profundidad. El agua entre los dos cilindros forma una envoltura cilíndrica de radio interior r_a , de radio exterior r_b y una longitud L mucho mayor que r_b . La científica aplica una diferencia de potencial ΔV entre las superficies interna y externa, produciendo una corriente radial hacia fuera I . Suponga que ρ representa la resistividad del agua. a) Determine la resistencia del agua entre los cilindros en función de L , ρ , r_a y r_b . b) Expresar la resistividad del agua en función de las cantidades medidas L , r_a , r_b , ΔV e I .

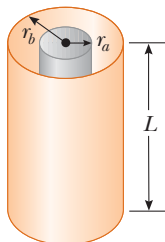


Figura P27.52

53. ● La deformación en un alambre se monitorea y calcula al medir la resistencia del alambre. Sea L_i la longitud original del alambre, A_i su área de sección transversal original, $R_i = \rho L_i / A_i$ la

resistencia original entre sus extremos, y $\delta = \Delta L / L_i = (L - L_i) / L_i$ la deformación resultante de la aplicación de tensión. Suponga que la resistividad y el volumen del alambre no cambian conforme el alambre se estira. Demuestre que la resistencia entre los extremos del alambre bajo deformación está dada por $R = R_i(1 + 2\delta + \delta^2)$. Si las suposiciones son precisamente ciertas, ¿este resultado es exacto o aproximado? Explique su respuesta.

54. ● En cierto sistema estéreo, cada altavoz tiene una resistencia de 4.00 Ω . El sistema es nominalmente de 60.0 W por canal, y cada circuito de altavoz incluye un fusible de 4.00 A nominales. ¿Este sistema está protegido adecuadamente contra sobrecargas? Explique su razonamiento.
55. ● Existe una gran analogía entre el flujo de energía por calor debido a una diferencia de temperaturas (vea la sección 20.7) y el flujo de cargas eléctricas debido a una diferencia de potencial. Tanto la energía dQ como la carga eléctrica dq pueden transportarse mediante electrones libres en el material conductor. En consecuencia, usualmente un buen conductor eléctrico es también un buen conductor térmico. Considere una placa conductora delgada de espesor dx , área A y de conductividad eléctrica σ , con una diferencia de potencial dV entre sus caras opuestas. a) Demuestre que la corriente $I = dq/dt$ se conoce por la ecuación de la izquierda:

Conducción de cargas Conducción térmica

$$\frac{dq}{dt} = \sigma A \left| \frac{dV}{dx} \right| \qquad \frac{dQ}{dt} = kA \left| \frac{dT}{dx} \right| \qquad \text{(ecuación 20.15)}$$

En la ecuación de conducción térmica análoga de la derecha, la rapidez del flujo de energía dQ/dt (en unidades del SI es joules por segundo) se debe al gradiente de temperatura dT/dx , en un material de conductividad térmica k . b) Establezca reglas similares que relacionen la dirección de la corriente eléctrica con el cambio en el potencial, y que relacionen la dirección del flujo de energía con el cambio en temperaturas.

56. Un material de resistividad ρ se modela como un cono truncado de altura h , según se muestra en la figura P27.56. El extremo inferior tiene un radio b , en tanto que el extremo superior tiene un radio a . Suponga que la corriente está uniformemente distribuida en cualquier sección transversal circular del cono, de forma que la densidad de la corriente no dependerá de la posición radial. (La densidad de corriente variará dependiendo de su posición a lo largo del eje del cono.) Demuestre que la resistencia entre ambos extremos del cono queda descrita mediante la expresión

$$R = \frac{\rho}{\pi} \left(\frac{h}{ab} \right)$$

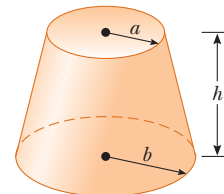


Figura P27.56

57. Un material con una resistividad uniforme ρ se modela en forma de cuña como se muestra en la figura P27.57. Demuestre que la resistencia entre la cara A y la cara B de esta cuña es igual a

$$R = \rho \frac{L}{w(y_2 - y_1)} \ln \left(\frac{y_2}{y_1} \right)$$

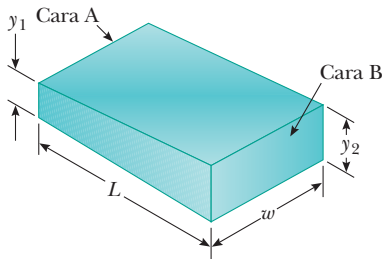


Figura P27.57

58. Una envolvente esférica, con radio interior r_a y radio exterior r_b , se forma a partir de un material de resistividad ρ . Porta corriente radialmente, con densidad uniforme en todas direcciones. Demuestre que su resistencia es

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

59. ● Los problemas 56, 57 y 58 se refieren al cálculo de la resistencia entre superficies específicas de un resistor con forma extraña. Para verificar los resultados experimentalmente, se puede aplicar una diferencia de potencial a las superficies indicadas y medir la corriente resultante. Después se calcula la resistencia a partir de su definición. Describa un método para asegurar que el potencial eléctrico es uniforme en toda la superficie. Explique si después puede asegurar que la corriente se dispersa sobre las superficies completas donde entra y sale.
60. El material dieléctrico que existe entre las placas de un capacitor de placas paralelas tiene siempre alguna conductividad σ diferente de cero. Suponga que A representa el área de cada placa y d la distancia entre ellas. Sea κ la constante dieléctrica del material. a) Demuestre que la resistencia R y la capacitancia C del capacitor están interrelacionadas mediante

$$RC = \frac{\kappa\epsilon_0}{\sigma}$$

b) Determine la resistencia entre las placas de un capacitor de 14.0 nF con un dieléctrico de cuarzo fundido.

61. **Problema de repaso.** Un capacitor de placas paralelas está constituido por placas cuadradas de bordes de longitud ℓ separadas una distancia d , donde $d \ll \ell$. Entre las placas se mantiene una diferencia de potencial ΔV . Un material de constante dieléctrica κ llena la mitad del espacio entre las pla-

cas. Ahora la placa dieléctrica se retira del capacitor, como se observa en la figura P27.61. a) Determine la capacitancia cuando el borde izquierdo del material dieléctrico esté a una distancia x del centro del capacitor. b) Si se va retirando el dieléctrico a una rapidez constante v , ¿cuál será la corriente en el circuito conforme se retira el dieléctrico?

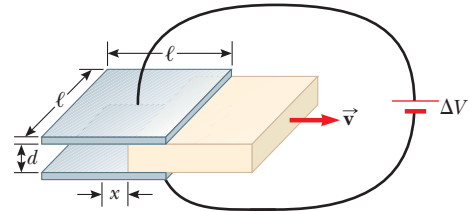


Figura P27.61

62. La curva característica corriente-voltaje de un diodo semiconductor en función de la temperatura T está dada por la ecuación

$$I = I_0 (e^{e\Delta V/k_B T} - 1)$$

En este caso, el primer símbolo e representa el número de Euler, es decir, la base de los logaritmos naturales, la segunda e es la magnitud de carga de un electrón; k_B representa la constante de Boltzmann y T es la temperatura absoluta. Prepare una hoja de cálculo para calcular I y $R = \Delta V/I$ para $\Delta V = 0.400$ V a 0.600 V, en incrementos de 0.005 V. Suponga que $I_0 = 1.00$ nA. Trace R en función de ΔV para $T = 280$ K, 300 K y 320 K.

63. El oro es el más dúctil de todos los metales. Por ejemplo, un gramo de oro se puede convertir en un alambre de 2.40 km de largo. ¿Cuál es la resistencia de tal alambre a 20°C? En este libro puede encontrar la información de referencia necesaria.
64. Una línea de transmisión de alto voltaje lleva 1000 A desde 700 kV al inicio por una distancia de 100 millas. Si la resistencia del alambre es de 0.500 Ω /milla, ¿cuál es la pérdida de energía debida a la resistencia del alambre?
65. La diferencia de potencial entre los extremos del filamento de una lámpara se mantiene en un nivel constante mientras se llega a la temperatura de equilibrio. Se observa que la corriente en estado estacionario de la lámpara es de sólo la décima parte de la corriente que utiliza la lámpara cuando se enciende por primera vez. Si el coeficiente de temperatura de resistividad para la lámpara a 20.0°C es de 0.004 50 (°C)⁻¹, y si la resistencia aumenta linealmente al elevarse la temperatura, ¿cuál será la temperatura final de operación del filamento?

Respuestas a las preguntas rápidas

- 27.1 d), b) = c), a). La corriente en el inciso d) es equivalente a dos cargas positivas moviéndose hacia la izquierda. Los incisos b) y c) representan cada uno cuatro cargas positivas que se mueven en la misma dirección, ya que las cargas negativas que se mueven hacia la izquierda son equivalentes a las cargas positivas que se mueven hacia la derecha. La corriente del inciso a) es equivalente a cinco cargas positivas moviéndose hacia la derecha.
- 27.2 b) La duplicación del radio hace que el área A sea cuatro veces mayor, por lo que la ecuación 27.10 indica que la resistencia disminuye.

- 27.3 b) De acuerdo con la ecuación 27.7, la resistencia es la relación del voltaje a través de un dispositivo respecto a la corriente en el dispositivo. En la figura 27.7b, una línea dibujada desde el origen hasta el punto en la curva tendrá una pendiente igual a $I/\Delta V$, que es el inverso de la resistencia. Conforme ΔV aumenta, la pendiente de la línea también aumenta, de modo que la resistencia disminuye.
- 27.4 a) Cuando el filamento está a la temperatura ambiente, su resistencia es baja, y por lo tanto la corriente es relativamente grande. Conforme el filamento se calienta, su resistencia se incrementa y la corriente se reduce. Las lámparas viejas a

menudo fallan justo en el momento en que se encienden debido a que este gran “pico” inicial de corriente produce un incremento rápido en la temperatura y por tanto un esfuerzo mecánico sobre el filamento que lo hace fallar.

27.5 $I_a = I_b > I_c = I_d > I_e = I_f$ La corriente I_a sale de la terminal positiva de la batería y se divide para fluir a través de las dos lámparas; de ahí que $I_a = I_c + I_e$. Por la ecuación 27.21 la potencia disponible es inversa a la resistencia. Por lo tanto

la corriente que circula en una lámpara de 60 W es mayor a la que fluye en la lámpara de 30 W. Puesto que la carga no se acumula en las lámparas, la misma cantidad de carga que circula en una de las lámparas del lado izquierdo debe fluir del lado derecho; en consecuencia $I_c = I_d$ e $I_e = I_f$. Las dos corrientes que salen de las lámparas se combinan de nuevo para formar la corriente de regreso a la batería, $I_f + I_d = I_b$.



En la vida cotidiana se usan diversos aparatos electrónicos personales como los reproductores MP3, teléfonos celulares y cámaras digitales. Estos dispositivos contienen circuitos eléctricos alimentados por baterías. En este capítulo se estudian los tipos simples de circuitos y se aprende como analizarlos. (© Thomson Learning/Charles D. Winters)

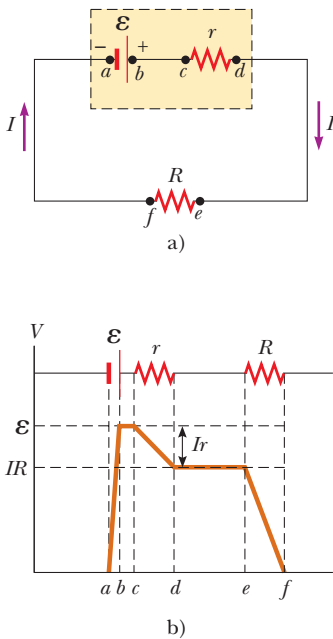
- 28.1 Fuerza electromotriz
- 28.2 Resistores en serie y en paralelo
- 28.3 Leyes de Kirchhoff
- 28.4 Circuitos RC
- 28.5 Medidores eléctricos
- 28.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

28 Circuitos de corriente directa

En este capítulo se analizan los circuitos eléctricos simples que contienen diversas combinaciones de baterías, resistores y capacitores. Algunos circuitos incluyen resistores que son combinados mediante reglas simples. El análisis de circuitos más complicados se simplifica si se utilizan las *leyes de Kirchhoff*, que son consecuencia de la ley de conservación de energía y de la ley de conservación de cargas eléctricas en sistemas aislados. Se supone que la mayoría de los circuitos analizados está en *estado estacionario*, lo que significa que las corrientes en el circuito son constantes en magnitud y dirección. La *corriente directa* (CD) es una corriente con dirección constante. En el capítulo 33 se estudiará la *corriente alterna* (CA), una corriente que cambia de dirección periódicamente. Por último, se describen los medidores eléctricos de corriente y de diferencia de potencial y se explican los circuitos eléctricos que hay en casa.

28.1 Fuerza electromotriz

En la sección 27.6 se explicó un circuito en el cual la batería produce una corriente. Por lo general, en esta explicación se utiliza una batería como fuente de energía. Ya que en un circuito particular la diferencia de potencial en las terminales de la batería es constante, la corriente en el circuito es constante en magnitud y dirección y recibe el nombre de **corriente directa**. A la batería se le conoce como *fuerza de fuerza electromotriz*, o más comúnmente, *fuerza de fem*. (Lo que se conoce como *fuerza electromotriz* es un desafortunado equívoco histórico, pues describe no una fuerza, sino una diferencia de potencial en volts.) **La fem $\mathcal{E}$ de una batería es el voltaje máximo posible que ésta puede suministrar entre sus terminales.** Se puede pensar que una

**Figura 28.1**

a) Diagrama de un circuito de una fuente de fem $\mathcal{E}$ (en este caso, una batería), de resistencia interna r , conectada a un resistor externo, de resistencia R .
 b) Representación gráfica que muestra cómo cambia el potencial eléctrico conforme recorremos el circuito en a) en la dirección de las manecillas del reloj.

fuerza de fem es como una “bomba para las cargas”. Cuando existe una diferencia de potencial entre dos puntos, la fuente mueve las cargas “hacia arriba”, del potencial más reducido al más elevado. En forma general se considera que la conexión de alambres en un circuito no tiene resistencia.

La terminal positiva de la batería se encuentra a un potencial más alto que la negativa. Puesto que una batería está hecha de materia, existe una resistencia al flujo de las cargas dentro de la misma. Esta resistencia recibe el nombre de **resistencia interna** r . En el caso de una batería ideal con una resistencia interna igual a cero, la diferencia de potencial a través de la batería (conocida como *voltaje entre las terminales*) es igual a su fem. Sin embargo, en una batería, en un circuito donde exista corriente, el voltaje entre las terminales *no* es igual a la fem de la batería. Para entender esto, considere el diagrama del circuito de la figura 28.1a, donde se representa la batería como el rectángulo en línea discontinua que contiene una fem $\mathcal{E}$, ideal y libre de resistencia, en serie con una resistencia interna r . Un resistor de resistencia R es conectado en las terminales de la batería. Ahora imagine que pasa de a a d en la batería y mida el potencial eléctrico en diferentes ubicaciones. Conforme pasa de la terminal negativa a la positiva, el potencial *aumenta* en una cantidad $\mathcal{E}$. Sin embargo, conforme se mueve a través de la resistencia r , el potencial *disminuye* en una cantidad Ir , donde I es la corriente del circuito. Debido a eso, el voltaje entre las terminales de la batería $\Delta V = V_d - V_a$ es:

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir \quad (28.1)$$

De esta expresión, observe que $\mathcal{E}$ es equivalente al **voltaje en circuito abierto**, es decir, el voltaje entre las terminales cuando la corriente es igual a cero. La fem es el voltaje nominal de una batería; por ejemplo, la fem de una pila D es de 1.5 V. La diferencia de potencial real entre las terminales de la batería depende de la corriente en la misma, como se describe en la ecuación 28.1.

La figura 28.1b es una representación gráfica de los cambios en el potencial eléctrico conforme se recorre el circuito en el sentido de las manecillas del reloj. Al estudiar la figura 28.1a, es claro que el voltaje entre las terminales ΔV debe ser igual a la diferencia de potencial de un extremo a otro de la resistencia externa R , conocida como **resistencia de carga**. El resistor de carga puede ser un simple elemento de circuito resistivo, como el de la figura 28.1a, o podría ser la resistencia de algún aparato eléctrico (como un tostador, un calentador eléctrico o una lámpara) conectado a la batería (o, en el caso de aparatos domésticos, al contacto de pared). El resistor representa una *carga* en la batería porque ésta debe suministrar energía para que el aparato que contiene la resistencia funcione. La diferencia de potencial de un extremo a otro de la resistencia de carga es $\Delta V = IR$. Al combinar esta expresión con la ecuación 28.1

$$\mathcal{E} = IR + Ir \quad (28.2)$$

Al resolver en función de la corriente,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (28.3)$$

Esta ecuación muestra que la corriente en este circuito simple depende tanto de la resistencia de carga R externa a la batería como de la resistencia interna r . Si R es mucho mayor que r , como es el caso de muchos circuitos útiles en la vida cotidiana, ignore r .

Si multiplica la ecuación 28.2 por la corriente I

$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r \quad (28.4)$$

Esta ecuación indica que, ya que la potencia es $\mathcal{P} = I\Delta V$ (ecuación 27.20), la potencia total de salida $I\mathcal{E}$ de la batería es entregada a la resistencia de carga externa con un valor I^2R y a la resistencia interna con un valor I^2r .

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 28.1

¿Qué es constante en una batería?

Una interpretación común pero equivocada es pensar que la batería es una fuente de corriente constante. La ecuación 28.3 muestra claramente que no es así. La corriente del circuito depende de la resistencia R conectada a la batería. Tampoco es verdad que la batería sea una fuente de voltaje constante entre las terminales, como se muestra en la figura 28.1. **Una batería es una fuente de fem constante.**

Pregunta rápida 28.1 Para maximizar el porcentaje de energía que una batería entrega a un aparato, ¿cómo debería ser la resistencia interna de la misma? a) Tan baja como sea posible, b) tan alta como sea posible, o c) el porcentaje no depende de la resistencia interna.

EJEMPLO 28.1**Voltaje entre las terminales de una batería**

Una batería tiene una fem de 12.0 V y una resistencia interna de $0.05\ \Omega$. Sus terminales están conectadas a una resistencia de carga de $3.00\ \Omega$.

A) Encuentre la corriente en el circuito y el voltaje entre las terminales de la batería.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 28.1a, que muestra un circuito consistente con el enunciado del problema. La batería entrega energía al resistor de carga.

Categorizar Este ejemplo involucra cálculos simples de esta sección, así que se le clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 28.3 para encontrar la corriente en el circuito:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12.0\ \text{V}}{(3.00\ \Omega + 0.05\ \Omega)} = 3.93\ \text{A}$$

Use la ecuación 28.1 para encontrar el voltaje entre las terminales: $\Delta V = \mathcal{E} - Ir = 12.0\ \text{V} - (3.93\ \text{A})(0.05\ \Omega) = 11.8\ \text{V}$

Para comprobar este resultado, calcule el voltaje a través de la resistencia de carga R :

$$\Delta V = IR = (3.93\ \text{A})(3.00\ \Omega) = 11.8\ \text{V}$$

B) Calcule la potencia entregada al resistor de carga, la potencia entregada a la resistencia interna de la batería y la potencia entregada por la batería.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 27.21 para encontrar la potencia entregada al resistor de carga:

$$\mathcal{P}_R = I^2 R = (3.93\ \text{A})^2 (3.00\ \Omega) = 46.3\ \text{W}$$

Encuentre la potencia entregada a la resistencia interna:

$$\mathcal{P}_r = I^2 r = (3.93\ \text{A})^2 (0.05\ \Omega) = 0.772\ \text{W}$$

Encuentre la potencia entregada por la batería al sumar estas cantidades:

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_R + \mathcal{P}_r = 46.3\ \text{W} + 0.772\ \text{W} = 47.1\ \text{W}$$

¿Qué pasaría si? Conforme una batería envejece, su resistencia interna aumenta. Suponga que la resistencia interna de esta batería se eleva a $2.00\ \Omega$ hacia el final de su vida útil. ¿Cómo altera esto la habilidad de la batería para entregar energía?

Respuesta Conecte el mismo resistor de carga de $3.00\ \Omega$ a la batería.

Encuentre la nueva corriente en la batería:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12.0\ \text{V}}{(3.00\ \Omega + 2.00\ \Omega)} = 2.40\ \text{A}$$

Encuentre el nuevo voltaje entre las terminales:

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir = 12.0\ \text{V} - (2.40\ \text{A})(2.00\ \Omega) = 7.2\ \text{V}$$

Encuentre las nuevas potencias entregadas al resistor de carga y la resistencia interna:

$$\mathcal{P}_R = I^2 R = (2.40\ \text{A})^2 (3.00\ \Omega) = 17.3\ \text{W}$$

$$\mathcal{P}_r = I^2 r = (2.40\ \text{A})^2 (2.00\ \Omega) = 11.5\ \text{W}$$

El voltaje entre las terminales sólo es 60% de la fem. Observe que 40% de la potencia de la batería se entrega a la resistencia interna cuando r es $2.00\ \Omega$. Cuando r es $0.05\ \Omega$ como en el inciso B), este porcentaje sólo es 1.6. En consecuencia, aun cuando la fem permanezca fija, el aumento en resistencia interna de la batería reduce significativamente la capacidad de ésta para entregar energía.

EJEMPLO 28.2**Igualación de carga**

Encuentre la resistencia de carga R para la cual se entrega la potencia máxima a la resistencia de carga en la figura 28.1a.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en variar la resistencia de carga de la figura 28.1a y el efecto sobre la potencia entregada a la resistencia de carga. Cuando R es grande, hay muy poca corriente, de modo que la potencia I^2R que se entrega al resistor de carga es pequeña. Cuando R es pequeña, la corriente es grande y hay una pérdida significativa de potencia I^2r conforme se entrega energía a la resistencia interna. Por lo tanto, la potencia entregada al resistor de carga es pequeña una vez más. Para algún valor intermedio de la resistencia R , la potencia se debe maximizar.

Categorizar El circuito es el mismo que en el ejemplo 28.1. Sin embargo, en este caso, la resistencia de carga R es una variable.

Analizar Encuentre la potencia entregada a la resistencia de carga mediante la ecuación 27.21, con I conocida por la ecuación 28.3:

Derive la potencia respecto a la resistencia de carga R e iguale la derivada a cero para maximizar la potencia:

Resuelva para R :

Finalizar Para comprobar este resultado, grafique $\mathcal{P}$ contra R , como en la figura 28.2. La gráfica muestra que $\mathcal{P}$ alcanza un valor máximo en $R = r$. La ecuación 1) muestra que este valor máximo es $\mathcal{P}_{\text{máx}} = \mathcal{E}^2/4r$.

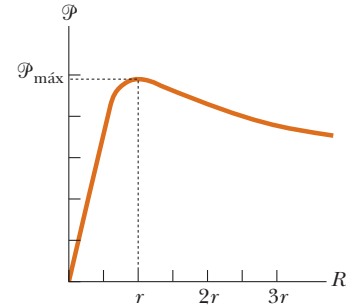


Figura 28.2 (Ejemplo 28.2) Gráfica de la potencia $\mathcal{P}$ entregada por una batería a un resistor de carga de resistencia R como función de R . La potencia entregada al resistor es un máximo cuando la resistencia de carga es igual a la resistencia interna de la batería.

$$1) \quad \mathcal{P} = I^2R = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}$$

$$\frac{d\mathcal{P}}{dR} = \frac{d}{dR} \left[\frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2} \right] = \frac{d}{dR} [\mathcal{E}^2R(R+r)^{-2}] = 0$$

$$[\mathcal{E}^2(R+r)^{-2}] + [\mathcal{E}^2R(-2)(R+r)^{-3}] = 0$$

$$\frac{\mathcal{E}^2(R+r)}{(R+r)^3} - \frac{2\mathcal{E}^2R}{(R+r)^3} = \frac{\mathcal{E}^2(r-R)}{(R+r)^3} = 0$$

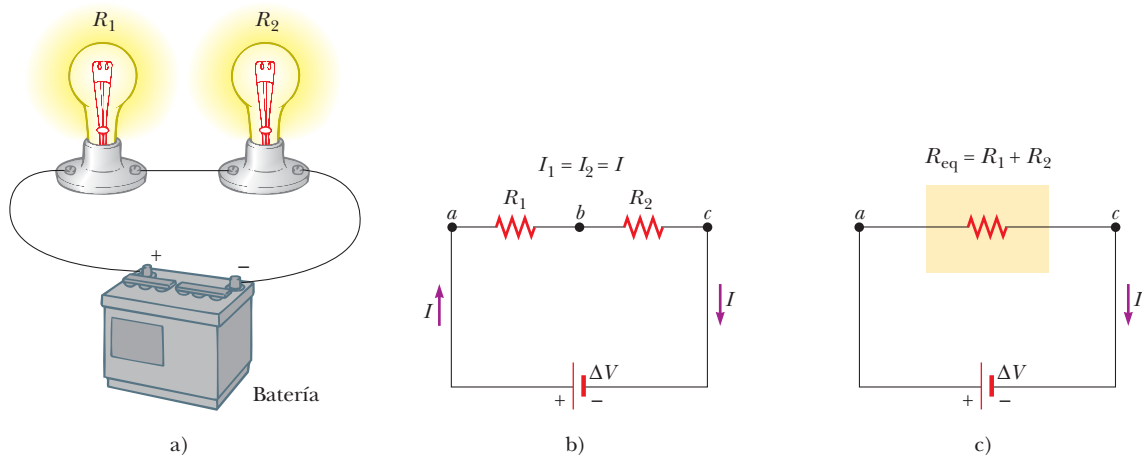
$$R = r$$

28.2 Resistores en serie y en paralelo

Cuando dos o más resistores están interconectados como los focos de la figura 28.3a, se dice que están en una combinación en **serie**. La figura 28.3b representa el diagrama de circuito de los focos, que aparecen como resistores, y la batería. En una conexión en serie, si una cantidad de carga Q sale de un resistor R_1 , deberá también entrar en el segundo resistor R_2 . De otra forma, la carga se acumularía en el alambre entre los resistores. Por lo tanto, en un intervalo determinado de tiempo, la misma cantidad de carga pasa a través de ambos resistores.

$$I = I_1 = I_2$$

donde I es la corriente de la batería, I_1 es la corriente en el resistor R_1 e I_2 es la corriente en el resistor R_2 .

**Figura 28.3**

a) Combinación en serie de dos lámparas de resistencias R_1 y R_2 . b) Diagrama de circuito para un circuito de dos resistores. La corriente en R_1 es la misma que en R_2 . c) Los resistores han sido reemplazados por un solo resistor de resistencia equivalente $R_{eq} = R_1 + R_2$.

La diferencia de potencial que se aplica a una combinación en serie de resistores se dividirá entre éstos. En la figura 28.3b, ya que la caída de voltaje¹ de a a b es igual a $I_1 R_1$ y la caída de voltaje de b a c es

$$\Delta V = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

La diferencia de potencial entre las terminales de la batería también está aplicada a la **resistencia equivalente** R_{eq} en la figura 28.3c:

$$\Delta V = IR_{eq}$$

donde la resistencia equivalente tiene el mismo efecto en el circuito que en la combinación en serie porque resulta de la misma corriente I en la batería. Al combinar estas ecuaciones para ΔV se sustituyen los dos resistores en serie por una sola resistencia equivalente, cuyo valor es la *suma* de las resistencias equivalentes:

$$\Delta V = IR_{eq} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (28.5)$$

donde se cancelan las corrientes I , I_1 e I_2 , porque son las mismas.

La resistencia equivalente de tres o más resistores conectados en serie es

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \quad (28.6)$$

Esta correspondencia indica que **la resistencia equivalente de una combinación en serie de resistores es la suma numérica de las resistencias individuales y siempre es mayor que cualquier resistencia individual.**

Regrese a la ecuación 28.3, y observe que el denominador es la simple suma algebraica de las resistencias externas e internas. Esto es consistente con el hecho de que en la figura 28.1a las resistencias internas y externas están en serie.

Si en la figura 28.3 el filamento de un foco falla, el circuito no se completaría (el resultado es una condición de circuito abierto) y el segundo foco tampoco encendería. Esta es la característica general de un circuito en serie: si un dispositivo en serie crea un circuito abierto, todo el dispositivo es inoperante.

Pregunta rápida 28.2 Cuando se cierra el interruptor del circuito de la figura 28.4a (página 780), no hay corriente en R_2 , porque la corriente encuentra una trayectoria alterna de resistencia cero a través del interruptor. Existe corriente en R_1 , la cual se mide con un amperímetro (dispositivo para la medición de corriente) en la parte baja del circuito. Si se abre el interruptor

Resistencia equivalente de una combinación en serie de resistores

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 28.2

Las lámparas no se queman

Para describir el fin de la vida útil de una lámpara debe decir que *el filamento falla*, y no que la lámpara “se quema”. La palabra *quemar* sugiere un proceso de combustión, lo cual no ocurre en un foco. La falla de un foco resulta de la sublimación lenta de tungsteno a causa del intenso calor del filamento en la vida útil del foco. Al final el tungsteno se adelgaza debido a este proceso. La tensión mecánica a causa del incremento repentino de temperatura cuando se activa el foco ocasiona que el filamento se rompa.

¹El término *caída de voltaje* se refiere a la reducción en el potencial eléctrico entre las terminales de un resistor, y es utilizado con frecuencia por las personas que trabajan con circuitos eléctricos.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 28.3

Cambios locales y globales

Un cambio local en una parte del circuito da como resultado un cambio global en el circuito completo. Por ejemplo, si una sola resistencia se cambia en un circuito que contiene varios resistores y baterías, las corrientes en todos los resistores y baterías, los voltajes entre las terminales de todas las baterías, y los voltajes aplicados a todos los resistores pueden cambiar como consecuencia.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 28.4

La corriente no sigue la trayectoria de menor resistencia

Es posible que haya escuchado la frase “la corriente sigue la trayectoria de menor resistencia” (o palabras similares), en referencia a la combinación en paralelo de las trayectorias de la corriente, ya que hay dos o más trayectorias que puede seguir la corriente. Esta frase es incorrecta. La corriente sigue todas las trayectorias. Aquellas trayectorias con una resistencia menor tendrán más corriente, pero incluso las trayectorias de muy alta resistencia tendrán algo de corriente. En teoría, si la corriente tiene una elección entre una trayectoria de resistencia cero y una trayectoria de resistencia finita, toda la corriente sigue la trayectoria de resistencia cero; no obstante, una trayectoria con resistencia cero, es una idealización.

(figura 28.4b), existe corriente en R_2 . ¿Qué sucede con la lectura del amperímetro cuando se abre el interruptor? a) La lectura sube; b) la lectura baja; c) la lectura no cambia.

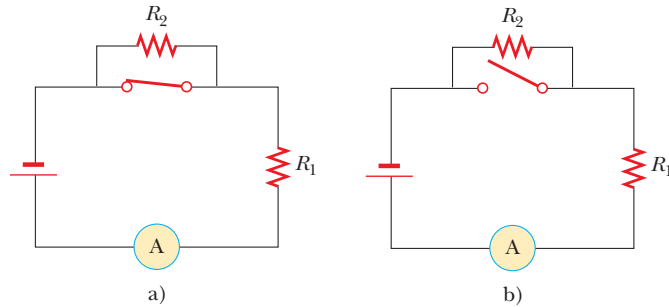


Figura 28.4 (Pregunta rápida 28.2) ¿Qué sucede cuando se abre el interruptor?

Considere ahora dos resistores conectados en una **combinación en paralelo**, como se muestra en la figura 28.5. Observe que ambos resistores están conectados directamente a través de las terminales de la batería. Por lo tanto, las diferencias de potencial a través de los resistores son las mismas:

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

donde ΔV es el voltaje entre las terminales de la batería.

Cuando las cargas llegan al punto a en la figura 28.5b, se dividen en dos; una parte pasa a través de R_1 y el resto a través de R_2 . Una **unión** es cualquier punto en un circuito donde una corriente puede dividirse. Esta división resulta en menos corriente en cada resistor de la que sale de la batería. Debido a que la carga eléctrica se conserva, la corriente I que entra al punto a debe ser igual a la corriente total que sale del mismo:

$$I = I_1 + I_2$$

donde I_1 es la corriente en R_1 e I_2 es la corriente en R_2 .

La corriente en la **resistencia equivalente** R_{eq} en la figura 28.5c es

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

donde la resistencia equivalente tiene el mismo efecto en el circuito que las dos resistencias en paralelo; es decir, la resistencia equivalente consumirá la misma corriente i de la batería

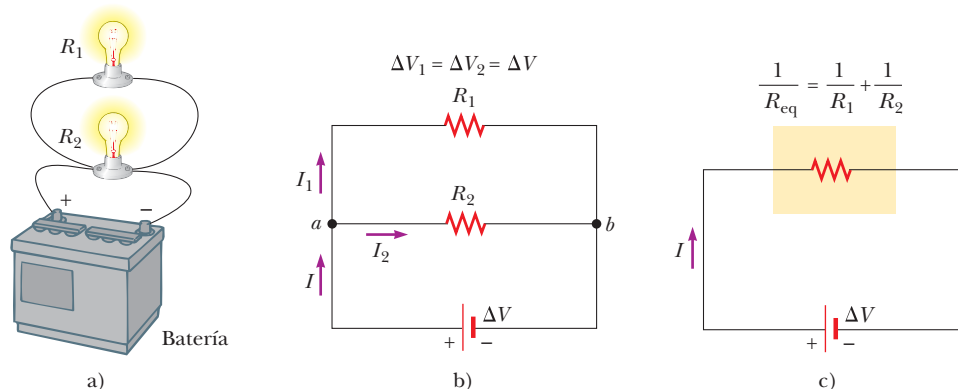


Figura 28.5

a) Combinación en paralelo de dos lámparas con resistencias R_1 y R_2 . b) Diagrama de circuito para un circuito de dos resistores. La diferencia de potencial en las terminales de R_1 es la misma que la aplicada a R_2 . c) Los resistores han sido reemplazados por un solo resistor de resistencia equivalente, según la ecuación 28.7.

(figura 28.5c). Por este resultado, vemos que la resistencia equivalente de dos resistores en paralelo se conoce por

$$I = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (28.7)$$

donde se han cancelado ΔV , ΔV_1 y ΔV_2 porque todas son iguales.

Una extensión de esta explicación a tres o más resistores en paralelo da:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (28.8)$$

De esta expresión se ve que **el inverso de la resistencia equivalente de dos o más resistores conectados en una combinación en paralelo es igual a la suma de los inversos de las resistencias individuales. Además, la resistencia equivalente siempre es menor que la resistencia más pequeña en el grupo.**

Los circuitos domésticos siempre están alambrados de manera que los aparatos queden conectados en paralelo. Cada aparato funciona de manera independiente de los demás, de modo que si un interruptor se abre, los demás permanecerán cerrados. En adición, en este tipo de conexiones todos los aparatos funcionan con el mismo voltaje.

Considere dos ejemplos de aplicaciones prácticas de circuitos en serie y en paralelo. La figura 28.6 ilustra cómo se construye un foco de tres vías para proporcionar tres niveles de intensidad luminosa.² El enchufe del foco está equipado con un interruptor de tres vías para seleccionar diferentes intensidades luminosas. El foco contiene dos filamentos. Cuando el foco se conecta a una fuente de 120 V, un filamento recibe 100 W de potencia y el otro recibe 75 W. Las tres intensidades luminosas son posibles al aplicar los 120 V a un filamento, al otro filamento o a los dos filamentos en paralelo. Cuando el interruptor S_1 se cierra y el interruptor S_2 se abre, la corriente sólo existe en el filamento de 100 W. Cuando ambos interruptores se cierran, la corriente existe en ambos filamentos y la potencia total es de 175 W.

Si los filamentos se conectaran en serie y uno de ellos se rompiera, no pasarían cargas a través del foco y no brillaría, sin importar la posición del interruptor. Sin embargo, si los filamentos se conectaran en paralelo y uno de ellos (por ejemplo, el filamento de 75 W) se rompiera, el foco continuaría brillando en dos de las posiciones del interruptor porque en el otro filamento (100 W) existe corriente.

Como segundo ejemplo, considere las series de luces que se usan para muchos propósitos ornamentales, como la decoración de árboles de Navidad. Durante años, para las series de luces se han usado conexiones tanto en paralelo como en serie. Porque los focos alambrados en serie funcionan con menos energía por cada foco y a menor temperatura, son más seguros que los focos alambrados en paralelo para usar en árboles de Navidad en interiores. No obstante, si fallara el filamento de un solo foco en un alambrado en serie (o si el foco se quita de su base), todas las luces en la serie se apagarían. La popularidad de las series de luces se redujo porque reparar un foco dañado es tedioso, y consume tiempo que involucra sustitución por prueba y error de un foco bueno en cada base a lo largo de la serie hasta que se encuentra el defectuoso.

En una serie alambrada en paralelo, cada foco funciona a 120 V. Por diseño, los focos son más brillantes y calientes que en una serie. Como resultado, son inherentemente más peligrosos (es más probable que inicien un incendio, por ejemplo), pero si un foco en una serie alambrada en paralelo falla, el resto de los focos continúa brillando.

Para evitar que la falla de un foco ocasione que toda la serie falle, se desarrolló un nuevo diseño para las llamadas luces miniatura alambradas en serie. Cuando se rompe el filamento de uno de estos focos miniatura, el rompimiento del filamento representa la mayor resistencia en la serie, mucho mayor que en los filamentos intactos. Como resultado, la mayoría de los 120 V aplicados aparecen a través del foco con el filamento roto. Dentro del foco, una espira de conexión pequeña cubierta con un material aislador se enreda alrededor de la conexión del filamento. Cuando el filamento falla y a través del foco apa-

◀ Resistencia equivalente de una combinación en paralelo de resistores

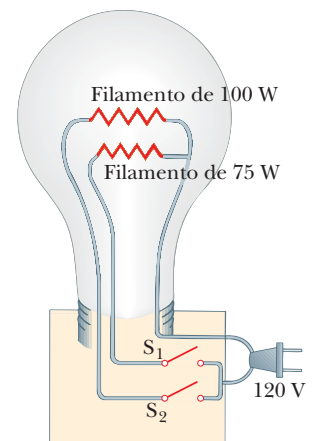


Figura 28.6 Foco de tres vías.

² El foco de tres vías y otros aparatos domésticos en realidad funcionan con corriente alterna (CA), que se explica en el capítulo 33.

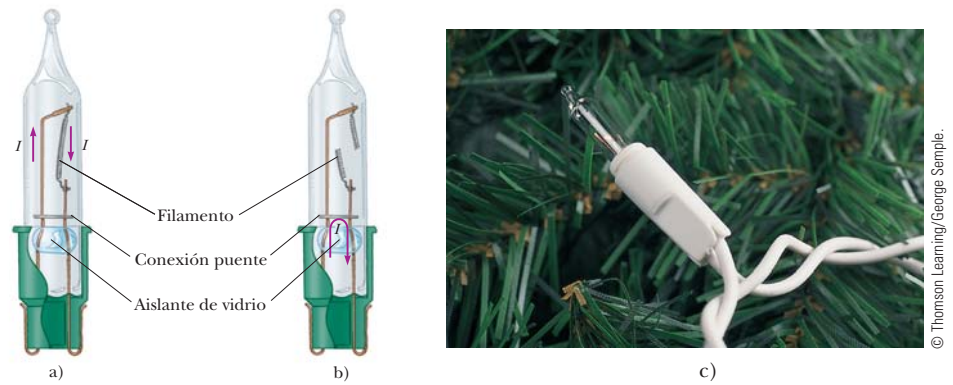


Figura 28.7 a) Diagrama esquemático de un foco “miniatura”, con una conexión puente para proporcionar una ruta de corriente si el filamento se rompe. Cuando el filamento está intacto, las cargas fluyen en el mismo. b) Un foco con el filamento roto. En este caso, las cargas fluyen en el puente. c) Foco de árbol de Navidad.

recen 120 V, un arco quema el aislamiento del puente y conecta las patas del filamento. Ahora esta conexión completa el circuito a través del foco, aun cuando su filamento ya no esté activo (figura 28.7).

Cuando un foco falla, la resistencia a través de sus terminales se reduce casi a cero debido al puente de conexión alterno mencionado en el párrafo anterior. Todos los otros focos no sólo permanecen encendidos, sino que brillan con más intensidad porque la resistencia total de la tira se reduce y en consecuencia la corriente en cada foco aumenta. Cada foco funciona con una temperatura ligeramente mayor que antes. Conforme más focos fallan, la corriente se eleva, el filamento de cada foco funciona con una temperatura más alta y el tiempo de vida del foco se reduce. Por este motivo, debe revisar los focos dañados (que no brillan) en una serie y sustituirlos tan pronto como sea posible, lo que en consecuencia maximiza los tiempos de vida de todos los focos.

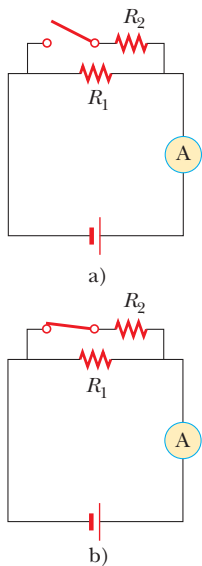


Figura 28.8 (Pregunta rápida 28.3) ¿Qué ocurre cuando se cierra el interruptor?

Pregunta rápida 28.3 Con el interruptor abierto del circuito de la figura 28.8a, no hay corriente en R_2 . No obstante, hay corriente en R_1 , y se mide con el amperímetro que está del lado derecho del circuito. Si se cierra el interruptor (figura 28.7b), existe corriente en R_2 . ¿Qué ocurre con la lectura del amperímetro cuando el interruptor se cierra? a) La lectura asciende, b) la lectura desciende, o c) la lectura no cambia.

Pregunta rápida 28.4 Considere las siguientes opciones: a) aumenta, b) disminuye, c) permanece igual. A partir de estas opciones, elija la mejor respuesta para las siguientes situaciones. **i)** En la figura 28.3, se agrega un tercer resistor en serie con los primeros dos. ¿Qué ocurre con la corriente en la batería? **ii)** ¿Qué ocurre con el voltaje entre las terminales de la batería? **iii)** En la figura 28.5, se agrega un tercer resistor en paralelo con los dos primeros. ¿Qué ocurre con la corriente en la batería? **iv)** ¿Qué ocurre con el voltaje entre las terminales de la batería?

EJEMPLO CONCEPTUAL 28.1 Luces panorámicas

Una persona quiere instalar iluminación panorámica de bajo voltaje en su patio trasero. Para ahorrar dinero, compra cable barato calibre 18, que tiene una resistencia relativamente alta por unidad de longitud. Este cable consiste en dos alambres lado a lado separados por un aislante, como el cordón de un electrodoméstico. La persona extiende 200 pies de cable desde

la fuente de energía hasta el punto más alejado al que planea colocar una instalación fija de luz. Une la instalación fija de luz a través de los dos alambres en el cable a intervalos de 10 pies, de modo que la instalación fija de las luces está en paralelo. Debido a la resistencia del cable, la brillantez de los focos en la instalación fija no es la deseada. ¿Cuál de los siguientes problemas tiene la persona? a) Todos los focos brillan menos de lo que deberían si se usara cable con menor resistencia. b) La brillantez de los focos disminuye conforme se aleja de la fuente de energía.

SOLUCIÓN

En la figura 28.9 aparece un diagrama de circuito para el sistema. Los resistores horizontales con letras como subíndices (como R_A) representan la resistencia de los alambres en el cable entre las instalaciones fijas de luces, y los resistores verticales con números como subíndices (como R_1) representan la resistencia de los portalámparas mismos. Parte del voltaje entre las terminales de la fuente de energía cae a través de los resistores R_A y R_B . En consecuencia, el voltaje a través de los portalámparas R_1 es menor que el voltaje entre las terminales. Existe caída de voltaje adicional a través de los resistores R_C y R_D . En consecuencia, el voltaje a través de las montacargas R_2 es menor de la que hay a través de R_1 . Este patrón continúa por la línea de portalámparas, de modo que la opción correcta es b). Cada portalámpara sucesivo tiene un voltaje menor a través de él y resplandece con menos brillo que el anterior.

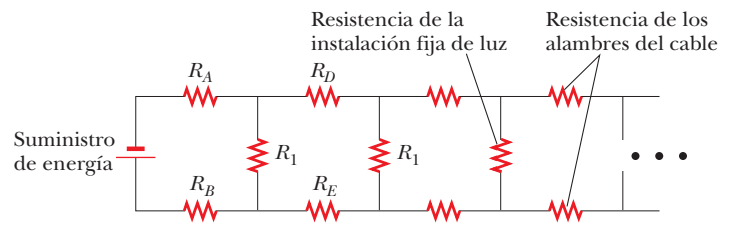


Figura 28.9 (Ejemplo conceptual 28.3) Diagrama de circuito para un conjunto de instalaciones fijas de luces panorámicas conectadas en paralelo a través de los dos alambres de un cable de dos alambres. Los resistores horizontales representan resistencia en los alambres del cable. Los resistores verticales representan las instalaciones fijas de luces.

EJEMPLO 28.4

Encuentre la resistencia equivalente

Cuatro resistores se conectan como se muestra en la figura 28.10a.

A) Encuentre la resistencia equivalente entre los puntos a y c .

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que las cargas fluyen en esta combinación desde la izquierda. Todas las cargas deben pasar a través de los primeros dos resistores, pero las cargas se dividen en dos rutas diferentes cuando encuentran la combinación de los resistores de $6.0\ \Omega$ y $3.0\ \Omega$.

Categorizar Debido a la naturaleza simple de la combinación de resistores en la figura 28.10, este ejemplo se clasifica para usar las reglas de combinaciones en serie y en paralelo de resistores.

Analizar La combinación de resistores se puede reducir en pasos como se muestra en la figura 28.10.

Encuentre la resistencia equivalente entre a y b de los resistores de $8.0\ \Omega$ y $4.0\ \Omega$, que están en serie:

Encuentre la resistencia equivalente entre b y c de los resistores de $6.0\ \Omega$ y $3.0\ \Omega$, que están en paralelo:

El circuito de resistencias equivalentes ahora se parece a la figura 28.10b. Encuentre la resistencia equivalente de a a c : Esta resistencia es un resistor equivalente simple de la figura 28.10c.

B) ¿Cuál es la corriente en cada resistor, si entre a y c se mantiene una diferencia de potencial de 42 V ?

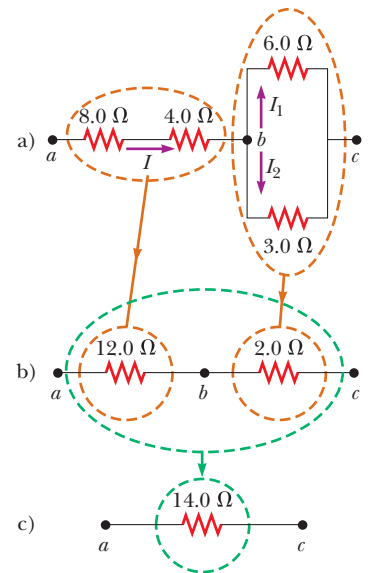


Figura 28.10 (Ejemplo 28.4) La red original de resistores se reduce a una sola resistencia equivalente.

$$R_{\text{eq}} = 8.0\ \Omega + 4.0\ \Omega = 12.0\ \Omega$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{6.0\ \Omega} + \frac{1}{3.0\ \Omega} = \frac{3}{6.0\ \Omega}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{6.0\ \Omega}{3} = 2.0\ \Omega$$

$$R_{\text{eq}} = 12.0\ \Omega + 2.0\ \Omega = 14.0\ \Omega$$

SOLUCIÓN

La corriente en los resistores de $8.0\ \Omega$ y $4.0\ \Omega$ es la misma porque están en serie. Además, portan la misma corriente que existiría en el resistor equivalente de $14.0\ \Omega$ sometido a la diferencia de potencial de $42\ \text{V}$.

Use la ecuación 27.7 ($R = V/I$) y el resultado del inciso A) para encontrar la corriente en los resistores de $8.0\ \Omega$ y $4.0\ \Omega$:

$$I = \frac{\Delta V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{42\ \text{V}}{14.0\ \Omega} = 3.0\ \text{A}$$

Igualé los voltajes a través de los resistores en paralelo en la figura 28.10a para encontrar una correspondencia entre las corrientes:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \rightarrow (6.0\ \Omega)I_1 = (3.0\ \Omega)I_2 \rightarrow I_2 = 2I_1$$

Use $I_1 + I_2 = 3.0\ \text{A}$ para encontrar I_1 :

$$I_1 + I_2 = 3.0\ \text{A} \rightarrow I_1 + 2I_1 = 3.0\ \text{A} \rightarrow I_1 = 1.0\ \text{A}$$

Encuentre I_2 :

$$I_2 = 2I_1 = 2(1.0\ \text{A}) = 2.0\ \text{A}$$

Finalizar Como comprobación final de los resultados, observe que $\Delta V_{bc} = (6.0\ \Omega)I_1 = (3.0\ \Omega)I_2 = 6.0\ \text{V}$ y $\Delta V_{ab} = (12.0\ \Omega)I = 36\ \text{V}$; por tanto, $\Delta V_{ac} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = 42\ \text{V}$, como debe ser.

EJEMPLO 28.5**Tres resistores en paralelo**

Tres resistores están conectados en paralelo, como se muestra en la figura 28.11a. Entre los puntos a y b se mantiene una diferencia de potencial de $18.0\ \text{V}$.

A) Calcule la resistencia equivalente del circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 28.11 muestra que se trata de una simple combinación en paralelo de tres resistores.

Categorizar Puesto que los tres resistores están conectados en paralelo, se puede usar la ecuación 28.8 para evaluar la resistencia equivalente.

Analizar Use la ecuación 28.8 para encontrar R_{eq} :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3.00\ \Omega} + \frac{1}{6.00\ \Omega} + \frac{1}{9.00\ \Omega} = \frac{11.0}{18.0\ \Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{18.0\ \Omega}{11.0} = 1.64\ \Omega$$

B) Encuentre la corriente en cada resistor.

SOLUCIÓN

La diferencia de potencial a través de cada resistor es $18.0\ \text{V}$. Aplique la relación $\Delta V = IR$ para encontrar las corrientes:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18.0\ \text{V}}{3.00\ \Omega} = 6.00\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18.0\ \text{V}}{6.00\ \Omega} = 3.00\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18.0\ \text{V}}{9.00\ \Omega} = 2.00\ \text{A}$$

C) Calcule la potencia entregada a cada resistor y la potencia total entregada a la combinación de resistores.

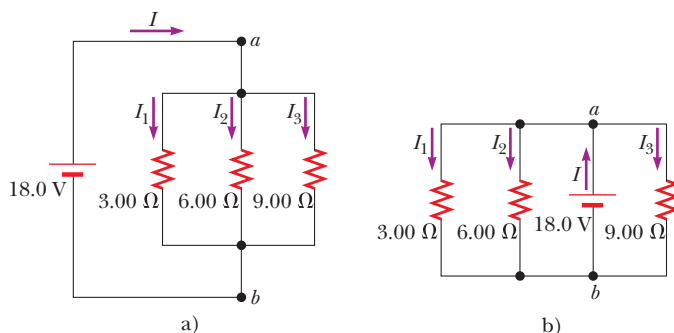


Figura 28.11 (Ejemplo 28.5) a) Tres resistores conectados en paralelo. El voltaje a través de cada resistor es $18.0\ \text{V}$. b) Otro circuito con tres resistores y una batería. ¿Es equivalente al circuito en a)?

SOLUCIÓN

Aplique la relación $\mathcal{P} = I^2 R$ a cada resistor y use las corrientes calculadas en el inciso b):

$$3.00\text{-}\Omega: \mathcal{P}_1 = I_1^2 R_1 = (6.00 \text{ A})^2 (3.00 \Omega) = 108 \text{ W}$$

$$6.00\text{-}\Omega: \mathcal{P}_2 = I_2^2 R_2 = (3.00 \text{ A})^2 (6.00 \Omega) = 54.0 \text{ W}$$

$$9.00\text{-}\Omega: \mathcal{P}_3 = I_3^2 R_3 = (2.00 \text{ A})^2 (9.00 \Omega) = 36.0 \text{ W}$$

Finalizar El inciso C) muestra que el resistor más pequeño recibe más potencia. Al sumar las tres cantidades se obtiene una potencia total de 198 W. Este resultado final se pudo haber calculado a partir del inciso A), al considerar la resistencia equivalente del modo siguiente: $\mathcal{P} = (\Delta V)^2 / R_{\text{eq}} = (18.0 \text{ V})^2 / 1.64 \Omega = 198 \text{ W}$.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el circuito fuese como se muestra en la figura 28.11b en lugar de como en la figura 28.11a? ¿Cómo afectaría esto el cálculo?

Respuesta No habría efecto sobre el cálculo. La colocación física de la batería no es importante. En la figura 28.11b la batería todavía mantiene una diferencia de potencial de 18.0 V entre los puntos *a* y *b*, así que los dos circuitos en la figura son eléctricamente idénticos.

28.3 Leyes de Kirchhoff

Se mencionó en la sección anterior, que es posible simplificar y explicar combinaciones de resistores aplicando la expresión $\Delta V = IR$ y las reglas para las combinaciones en serie y en paralelo de los resistores. Muy a menudo, sin embargo, no es posible simplificar un circuito en una sola espira. El procedimiento para explicar circuitos más complejos se hace posible si se utilizan dos principios conocidos como **leyes de Kirchhoff**:

1. **Ley de la unión.** En cualquier unión, la suma de las corrientes debe ser igual a cero:

$$\sum_{\text{unión}} I = 0 \quad (28.9)$$

2. **Ley de la espira.** La suma de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier espira de un circuito cerrado debe ser igual a cero:

$$\sum_{\text{espira cerrada}} \Delta V = 0 \quad (28.10)$$

La primera ley de Kirchhoff es un enunciado de la conservación de la carga eléctrica. Todas las cargas que entran en un punto dado en un circuito deben abandonarlo porque la carga no puede acumularse en ese punto. Las corrientes dirigidas hacia dentro de la unión participan en la ley de la unión como $+I$, mientras que las corrientes que salen de una unión están participando con $-I$. Si aplica esta ley a la unión que se muestra en la figura 28.12a, obtiene

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

La figura 28.12b representa una analogía mecánica de esta situación, en la cual el agua fluye a través de una tubería ramificada sin fugas. Ya que el agua no acumula en ningún sitio de la tubería, la cantidad de flujo en el tubo a la izquierda es igual al flujo total en las dos ramificaciones de la derecha.

La segunda ley de Kirchhoff es una consecuencia de la ley de conservación de energía. Imagine que mueve una carga alrededor de una espira de circuito cerrado. Cuando la carga regresa al punto de partida, el sistema carga–circuito debe tener la misma energía total que la que tenía antes de mover la carga. La suma de los incrementos de energía

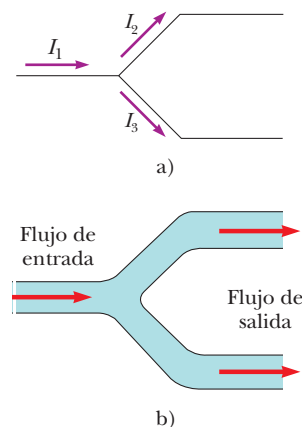


Figura 28.12 a) Ley de la unión de Kirchhoff. La conservación de carga obliga a que todas las cargas que entran en una unión la abandonen. Por lo tanto, $I_1 - I_2 - I_3 = 0$. b) Analogía mecánica de la regla de la unión: la cantidad de agua que fluye de los ramales de la derecha debe ser igual a la cantidad que entra al ramal de la izquierda.

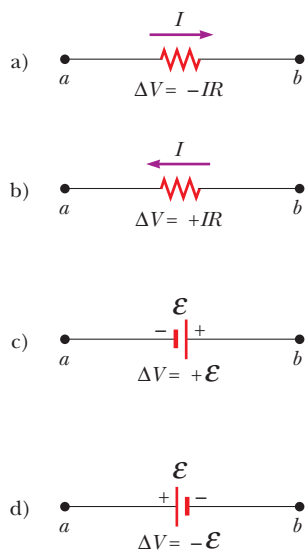


Figura 28.13 Reglas para determinar las diferencias de potencial a través de un resistor y de una batería. (El supuesto es que la batería no tiene resistencia interna.) Cada elemento del circuito se recorre de a hasta b , de izquierda a derecha.

conforme la carga pasa a través de los elementos de algún circuito debe ser igual a la suma de las disminuciones de la energía conforme pasa a través de otros elementos. La energía potencial se reduce cada vez que la carga se mueve durante una caída de potencial $-IR$ en un resistor o cada vez que se mueve en dirección contraria a causa de una fuente de fem. La energía potencial aumenta cada vez que la carga pasa a través desde la terminal negativa a la positiva en una batería.

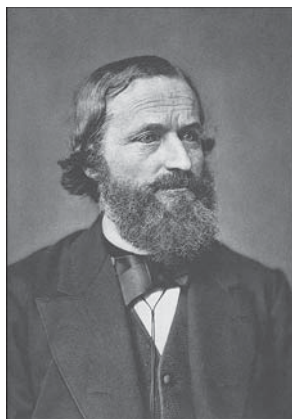
Cuando se aplica la segunda ley de Kirchhoff en la práctica, imagine un *viaje* alrededor del circuito y considere los cambios en el *potencial eléctrico*, en vez de los cambios en la *energía potencial* descritos en el párrafo anterior. Considere el recorrido de los elementos del circuito en la figura 28.13 hacia la derecha. Aplique la convención de signos que sigue cuando utiliza la segunda ley:

- las cargas se mueven del extremo de potencial alto de un resistor hacia el extremo de potencial bajo; si un resistor se atraviesa en la dirección de la corriente, la diferencia de potencial ΔV a través del resistor es $-IR$ (figura 28.13a).
- Si un resistor se recorre en la dirección *opuesta* a la corriente, la diferencia de potencial ΔV a través del resistor es $+IR$ (figura 28.13b).
- Si una fuente de fem (suponiendo que tenga una resistencia interna igual a cero) es recorrida en la dirección de la fem (de negativo a positivo), la diferencia de potencial ΔV es $+\mathcal{E}$ (figura 28.13c).
- Si una fuente de fem (suponiendo que tenga una resistencia interna igual a cero) es recorrida en la dirección opuesta a la fem (de positivo a negativo), la diferencia de potencial ΔV es $-\mathcal{E}$ (figura 28.13d).

Existen límites en el número de veces que puede aplicar con éxito las leyes de Kirchhoff al analizar un circuito. Puede utilizar la ley de la unión con tanta frecuencia como lo requiera, siempre y cuando cada vez que escriba una ecuación incluya en ella una corriente que no haya sido utilizada previamente en alguna ecuación de la regla de la unión. En general, el número de veces que puede utilizar la ley de la unión es una menos que el número de puntos de unión en el circuito. Puede aplicar la ley de la espira las veces que lo necesite, siempre que aparezca en cada nueva ecuación un nuevo elemento del circuito (un resistor o una batería) o una nueva corriente. En general, **para resolver un problema de circuito en particular, el número de ecuaciones independientes que se necesitan para obtener las dos leyes es igual al número de corrientes desconocidas.**

Las redes complejas que contienen muchas espiras y uniones generan un gran número de ecuaciones lineales independientes y, por consiguiente, un gran número de incógnitas. Este tipo de casos pueden manejarse formalmente mediante el uso del álgebra matricial. También puede utilizar programas de computadora para resolver las incógnitas.

Los siguientes ejemplos ilustran el uso de las leyes de Kirchhoff. En todos los casos, el supuesto es que los circuitos han alcanzado condiciones de estabilidad, esto es, las corrientes en las diversas ramas son constantes. **Cualquier capacitor en un circuito funciona como una rama abierta;** es decir, la corriente en la rama que contiene al capacitor es igual a cero bajo condiciones de estado estable.



AIP ESW/VWF. Colección Meggers.

GUSTAV KIRCHHOFF

Físico alemán (1824-1887)

Kirchhoff, un profesor de Heidelberg, y Robert Bunsen inventaron el espectroscopio e iniciaron la espectroscopia, la cual estudiará en el capítulo 42. Descubrieron el cesio y el rubidio e inventaron la espectroscopia astronómica.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Leyes de Kirchhoff

El siguiente procedimiento se recomienda para resolver problemas que involucran circuitos que no se pueden reducir por las reglas para combinar resistores en serie o en paralelo.

1. **Conceptualizar.** Estudie el diagrama de circuito y asegúrese de que reconoce todos los elementos en el circuito. Identifique la polaridad de cada batería e intente imaginar las direcciones en las que existiría la corriente en las baterías.
2. **Categorizar.** Determine si el circuito se puede reducir mediante la combinación de resistores en serie y en paralelo. Si es así, use las técnicas de la sección 28.2. Si no, aplique las leyes de Kirchhoff de acuerdo con la siguiente etapa: *analizar*.
3. **Analizar.** Asigne etiquetas a todas las cantidades conocidas y símbolos a todas las cantidades desconocidas. Debe asignar *direcciones* a las corrientes en cada parte del circuito.

Aunque la asignación de direcciones de corriente es arbitraria, debe adherirse *rigurosamente* a las direcciones que asigne cuando aplique leyes de Kirchhoff.

Aplique la ley de las uniones (primera regla de Kirchhoff) a todas las uniones en el circuito, excepto una. Ahora aplique la ley de la espira (segunda regla de Kirchhoff) a tantas espiras en el circuito como se necesite para obtener, en combinación con las ecuaciones de la ley de las uniones, tantas ecuaciones como incógnitas haya. Para aplicar esta ley, debe elegir una dirección en la cual viajar alrededor de la espira (ya sea en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario) e identificar correctamente el cambio en potencial conforme cruce cada elemento. ¡Tenga cuidado con los signos!

Resuelva las ecuaciones simultáneamente para las cantidades desconocidas.

4. **Finalizar.** Compruebe sus respuestas numéricas para consistencia. No se alarme si alguna de las corrientes resultantes tiene valor negativo. Esto sólo significa que supuso incorrectamente la dirección de dicha corriente, pero *su magnitud será correcta*.

EJEMPLO 28.6

Circuito de una sola espira

Un circuito de una sola espira contiene dos resistores y dos baterías, como se muestra en la figura 28.14. (Desprecie las resistencias internas de las baterías.) Encuentre la corriente en el circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 28.14 muestra las polaridades de las baterías y una suposición de la dirección de la corriente.

Categorizar No se necesitan las leyes de Kirchhoff para analizar este circuito simple, pero úselas de cualquier forma, simplemente para ver cómo se aplican. No hay uniones en este circuito de espira simple; debido a eso, la corriente es la misma en todos los elementos.

Analizar Suponga que la corriente es en el sentido de las manecillas del reloj, como se muestra en la figura 28.14. Al recorrer el circuito en la dirección de las manecillas del reloj, comenzando en a , se ve que $a \rightarrow b$ representa una diferencia de potencial de $+\mathcal{E}_1$, $b \rightarrow c$ representa una diferencia de potencial de $-IR_1$, $c \rightarrow d$ representa una diferencia de potencial de $-\mathcal{E}_2$, y $d \rightarrow a$ representa una diferencia de potencial de $-IR_2$.

Aplique la ley de la espira de Kirchhoff a la espira simple del circuito:

$$\sum \Delta V = 0 \rightarrow \mathcal{E}_1 - IR_1 - \mathcal{E}_2 - IR_2 = 0$$

Resuelva para I y use los valores conocidos en la figura 28.14:

$$1) \quad I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = \frac{6.0 \text{ V} - 12 \text{ V}}{8.0 \Omega + 10 \Omega} = -0.33 \text{ A}$$

Finalizar El signo negativo para I indica que la dirección de la corriente es opuesta a la dirección supuesta. Las fems en el numerador se restan porque las baterías en la figura 28.14 tienen polaridades opuestas. Las resistencias en el denominador se suman porque los dos resistores están en serie.

¿Qué pasaría si? ¿Y si invirtiera la polaridad de la batería de 12.0 V? ¿Cómo afectaría esto al circuito?

Respuesta Aunque podría repetir los cálculos con las leyes de Kirchhoff, en vez de ello examine la ecuación 1) y modifíquela en concordancia. Ya que las polaridades de las dos baterías ahora están en la misma dirección, los signos de $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$ son iguales y la ecuación 1) se convierte en

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = \frac{6.0 \text{ V} + 12 \text{ V}}{8.0 \Omega + 10 \Omega} = 1.0 \text{ A}$$

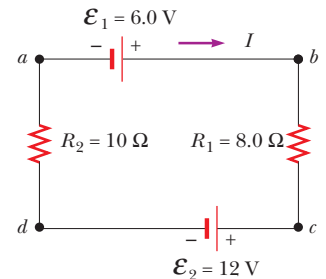


Figura 28.14 (Ejemplo 28.6) Circuito en serie que contiene dos baterías y dos resistores, donde las polaridades de las baterías son opuestas.

EJEMPLO 28.7 Un circuito de varias espiras

Encuentre las corrientes I_1 , I_2 e I_3 en el circuito que se muestra en la figura 28.15.

SOLUCIÓN

Conceptualizar No se puede simplificar el circuito mediante las reglas asociadas con las combinaciones de resistencias en serie y en paralelo. (Si la batería de 10.0 V no estuviera presente, podría reducir el circuito restante con combinaciones en serie y en paralelo.)

Categorizar Ya que el circuito no es una combinación simple de resistencias en serie y en paralelo, este es un problema en el que debe usar las leyes de Kirchhoff.

Analizar Elija arbitrariamente las direcciones de las corrientes como se marcan en la figura 28.15.

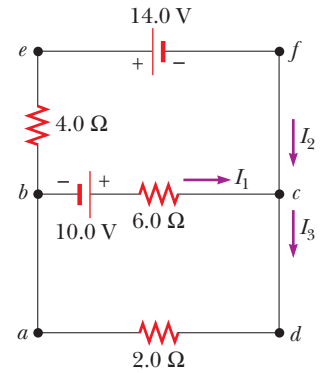


Figura 28.15 (Ejemplo 28.7) Circuito que contiene varias ramas.

Aplique la ley de la unión de Kirchhoff a la unión c :

$$1) \quad I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Ahora tiene una ecuación con tres incógnitas: I_1 , I_2 e I_3 . Existen tres espiras en el circuito: $abcda$, $befcb$ y $aefda$. Sólo necesita dos ecuaciones de espira para determinar las corrientes desconocidas. (La tercera ecuación de espira no daría nueva información.) Elija recorrer estas espiras en la dirección de las manecillas del reloj. Aplique la ley de la espira de Kirchhoff a las espiras $abcda$ y $befcb$.

$$abcda: 2) \quad 10.0 \text{ V} - (6.0 \, \Omega)I_1 - (2.0 \, \Omega)I_3 = 0$$

$$befcb: - (4.0 \, \Omega)I_2 - 14.0 \text{ V} + (6.0 \, \Omega)I_1 - 10.0 \text{ V} = 0$$

$$3) \quad -24.0 \text{ V} + (6.0 \, \Omega)I_1 - (4.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

Resuelva la ecuación 1) para I_3 y sustituya en la ecuación 2):

$$10.0 \text{ V} - (6.0 \, \Omega)I_1 - (2.0 \, \Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

$$4) \quad 10.0 \text{ V} - (8.0 \, \Omega)I_1 - (2.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

Multiplique cada término en la ecuación 3) por 4 y cada término en la ecuación 4) por 3:

$$5) \quad -96.0 \text{ V} + (24.0 \, \Omega)I_1 - (16.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

$$6) \quad 30.0 \text{ V} - (24.0 \, \Omega)I_1 - (6.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

Suma la ecuación 6) a la ecuación 5) para eliminar I_1 y encontrar I_2 :

$$-66.0 \text{ V} - (22.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

$$I_2 = -3.0 \text{ A}$$

Use este valor de I_2 en la ecuación 3) para encontrar I_1 :

$$-24.0 \text{ V} + (6.0 \, \Omega)I_1 - (4.0 \, \Omega)(-3.0 \text{ A}) = 0$$

$$-24.0 \text{ V} + (6.0 \, \Omega)I_1 + 12.0 \text{ V} = 0$$

$$I_1 = 2.0 \text{ A}$$

Use la ecuación 1) para encontrar I_3 :

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.0 \text{ A} - 3.0 \text{ A} = -1.0 \text{ A}$$

Finalizar Ya que los valores para I_2 e I_3 son negativos, las direcciones de estas corrientes son opuestas a las indicadas en la figura 28.15. Los valores numéricos para las corrientes son correctos. A pesar de la dirección incorrecta, *debe* continuar usando estos valores negativos en cálculos consecutivos porque las ecuaciones se establecieron con la elección de dirección original. ¿Qué habría ocurrido si las direcciones se hubiesen dejado como en la figura 28.15, pero el recorrido de las espiras fuese en dirección opuesta?

28.4 Circuitos RC

Hasta ahora ha analizado circuitos de corriente directa en donde la corriente es constante. En los circuitos de CD que contienen capacitores, la corriente siempre está en la misma dirección pero puede variar en el tiempo. Se le llama **circuito RC** a un circuito que contiene una combinación en serie de un resistor y un capacitor.

Carga de un capacitor

La figura 28.16 muestra un circuito RC simple en serie. Se supone que el capacitor de este circuito está inicialmente descargado. No existirá corriente en tanto el interruptor esté abierto (figura 28.16a). No obstante, si el interruptor se mueve hacia a en $t = 0$ (figura 28.16b), la carga comenzará a fluir, estableciendo una corriente en el circuito, y el capacitor comenzará a cargarse.³ Advierta que durante la carga, las cargas no saltan de una placa a otra del capacitor porque el espacio entre las placas representa un circuito abierto. En vez de eso, la carga se transfiere de una placa a otra y a sus alambres de conexión gracias al campo eléctrico que la batería establece en los alambres, hasta que el capacitor queda completamente cargado. Conforme las placas se cargan, la diferencia de potencial aplicada al capacitor aumenta. El valor de la carga máxima en las placas dependerá del voltaje de la batería. Una vez que se alcanza la carga máxima, la corriente en el circuito es igual a cero, ya que la diferencia de potencial aplicada al capacitor es igual a la suministrada por la batería.

Para analizar cuantitativamente este circuito, aplique la regla de la espira de Kirchhoff al circuito una vez que el interruptor está en la posición a . Recorriendo la espira de la figura 28.16c en el sentido de las manecillas del reloj, da

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0 \quad (28.11)$$

donde q/C es la diferencia de potencial aplicada al capacitor e IR es la diferencia de potencial aplicada al resistor. Para los signos de $\mathcal{E}$ e IR , se utilizan las reglas convencionales analizadas con anterioridad. El capacitor se recorre en la dirección de la placa positiva a la negativa; esto representa una reducción de potencial. Por lo tanto, en la ecuación 28.11 se utiliza un signo negativo para la diferencia de potencial. Observe que q e I son valores *instantáneos* que dependen del tiempo (en comparación con los valores de estado estacionario) conforme el capacitor se carga.

Utilice la ecuación 28.11 para determinar la corriente inicial en el circuito y la carga máxima del capacitor. En el instante en que se cierra el interruptor ($t = 0$), la carga del capacitor es igual a cero, y en la ecuación 28.11 aparece que la corriente inicial I_i en el circuito es su valor máximo y se conoce por

$$I_i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (\text{corriente en } t = 0) \quad (28.12)$$

En este momento, la diferencia de potencial de las terminales de la batería aparece por completo aplicada al resistor. Después, cuando el capacitor ha sido cargado a su valor máximo Q las cargas dejan de fluir, la corriente en el circuito es igual a cero, y la diferencia de potencial de las terminales de la batería aparece aplicada al capacitor. Al sustituir $I = 0$ en la ecuación 28.11 se obtiene la carga máxima del capacitor:

$$Q = C\mathcal{E} \quad (\text{carga máxima}) \quad (28.13)$$

Para determinar expresiones analíticas que muestren cómo la carga y la corriente dependen del tiempo, resuelva la ecuación 28.11, una sola ecuación con dos variables, q e I . En todas las partes de un circuito en serie la corriente debe ser igual. Por lo tanto, la corriente en la resistencia R debe ser la misma que la corriente entre las placas del capacitor y los alambres conectados a ellas. Esta corriente es igual a la relación de cambio en el tiempo de la carga en las placas del capacitor. Por lo tanto, en la ecuación 28.11 reemplace $I = dq/dt$ y simplifica la ecuación:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

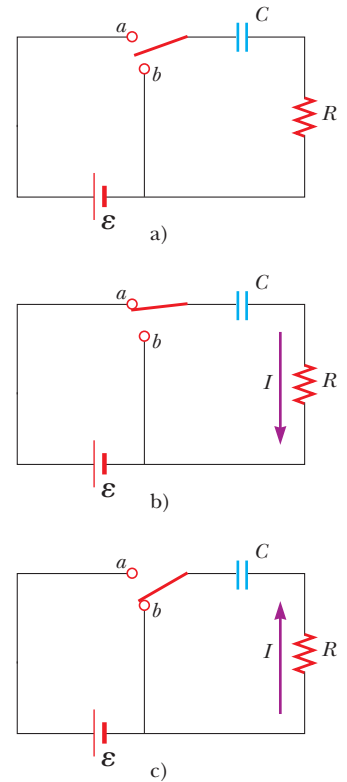


Figura 28.16

a) Un capacitor en serie con resistor, interruptor y batería. b) Cuando el interruptor se mueve a la posición a , el capacitor comienza a cargarse. c) Cuando el interruptor se mueve a la posición b , el capacitor se descarga.

³En análisis previos sobre los capacitores, supuso que se encuentran en una condición de estado estacionario, esto es, no hay una corriente presente en ninguna de las ramas del circuito que contiene un capacitor. Ahora considere el caso *antes* de que se llegue a la condición de estado estacionario; en esta situación, las cargas están en movimiento y existe una corriente en los alambres conectados al capacitor.

Para encontrar una expresión para q , resuelva esta ecuación diferencial separable. Primero combine los términos del lado derecho:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$$

Multiplique por dt y divida entre $q - C\mathcal{E}$

$$\frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} dt$$

Integre esta expresión, donde $q = 0$ en $t = 0$,

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

A partir de la definición de los logaritmos naturales, escriba esta expresión como sigue

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q(1 - e^{-t/RC}) \quad (28.14)$$

donde e es la base de los logaritmos naturales y se ha efectuado la sustitución de la ecuación 28.13.

Puede encontrar la corriente de carga diferenciando la ecuación 28.14 respecto al tiempo. Utilizando $I = dq/dt$, encuentre que

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \quad (28.15)$$

En la figura 28.17 se muestran las gráficas de la carga y de la corriente de un capacitor en función del tiempo. Observe que la carga es igual a cero en $t = 0$ y se acerca al valor máximo $C\mathcal{E}$ en $t \rightarrow \infty$. La corriente tiene un valor máximo $I_i = \mathcal{E}/R$ en $t = 0$, y decae exponencialmente hasta cero en $t \rightarrow \infty$. La cantidad RC , que aparece en los exponentes de las ecuaciones 28.14 y 28.15, se llama la **constante de tiempo** τ del circuito.

$$\tau = RC \quad (28.16)$$

La constante de tiempo representa el intervalo de tiempo durante el cual la corriente disminuye hasta $1/e$ de su valor inicial; es decir, en un intervalo de tiempo τ , la corriente decrece a $I = e^{-1}I_i = 0.368I_i$. En un intervalo de tiempo 2τ , la corriente decrece a $I = e^{-2}I_i = 0.135I_i$, y así sucesivamente. De igual manera, en un intervalo de tiempo τ , la carga aumenta de cero a $C\mathcal{E}[1 - e^{-1}] = 0.632C\mathcal{E}$.

El siguiente análisis dimensional muestra que τ tiene unidades de tiempo:

$$[\tau] = [RC] = \left[\left(\frac{\Delta V}{I} \right) \left(\frac{Q}{\Delta V} \right) \right] = \left[\frac{Q}{Q/\Delta t} \right] = [\Delta t] = T$$

Puesto que $\tau = RC$ tiene unidades de tiempo, la combinación τ/RC no tiene dimensiones, como debe ser un exponente de e en las ecuaciones 28.14 y 28.15.

La energía de salida de la batería cuando el capacitor está totalmente cargado es $Q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$. Una vez cargado el capacitor, la energía almacenada en el mismo es $\frac{1}{2}Q\mathcal{E} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$, que es exactamente la mitad de la energía de salida de la batería. Se deja como problema (problema 52) demostrar que la mitad restante de la energía suministrada por la batería aparece como energía interna en el resistor.

Descarga de un capacitor

Imagine que el capacitor en la figura 28.16b está completamente cargado. A través del capacitor hay una diferencia de potencial Q/C y hay diferencia de potencial cero a través del resistor porque $I = 0$. Si el interruptor ahora se mueve a la posición b en $t = 0$ (figura 28.16c), el capacitor comienza a descargarse a través del resistor.

La carga como una función del tiempo para un capacitor cargándose

La corriente como una función del tiempo para un capacitor cargándose

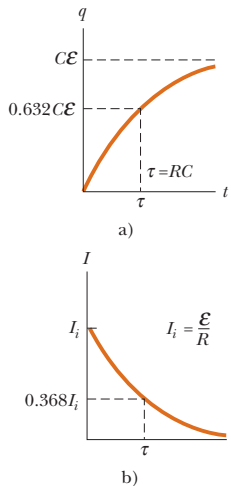


Figura 28.17 a) Gráfica de la carga de un capacitor en función del tiempo para el circuito que se muestra en la figura 28.16. Después de un intervalo de tiempo igual a una constante de tiempo τ , la carga es 63.2% del valor máximo de $C\mathcal{E}$. La carga se acerca a su valor máximo conforme t se acerca al infinito. b) Gráfica de la corriente en función del tiempo para el circuito que se muestra en la figura 28.16. La corriente tiene su valor máximo $I_i = \mathcal{E}/R$ en $t = 0$ y decae a cero de manera exponencial conforme t se acerca al infinito. Después de un intervalo de tiempo igual a la constante de tiempo τ , la corriente es de 36.8% de su valor inicial.

En algún tiempo t durante la descarga, la corriente en el circuito es I y la carga en el capacitor es q . El circuito de la figura 28.16c es el mismo que el circuito en la figura 28.16b, excepto por la ausencia de la batería. Por lo tanto, de la ecuación 28.11 se elimina la fem $\mathcal{E}$ para obtener la ecuación de la espira adecuada para el circuito de la figura 28.16c:

$$-\frac{q}{C} - IR = 0 \quad (28.17)$$

Cuando se sustituye $I = dq/dt$ en esta expresión, se convierte en

$$\begin{aligned} -R \frac{dq}{dt} &= \frac{q}{C} \\ \frac{dq}{q} &= -\frac{1}{RC} dt \end{aligned}$$

Al integrar esta expresión con $q = Q$ en $t = 0$ se obtiene

$$\begin{aligned} \int_Q^q \frac{dq}{q} &= -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \\ \ln\left(\frac{q}{Q}\right) &= -\frac{t}{RC} \end{aligned}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \quad (28.18)$$

◀ Carga como función del tiempo para un capacitor que se descarga

Al diferenciar la ecuación 28.18 respecto al tiempo se obtiene la corriente instantánea como función del tiempo:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC} \quad (28.19)$$

◀ Corriente como función del tiempo para un capacitor que se descarga

donde $Q/RC = I_i$ es la corriente inicial. El signo negativo indica que, conforme el capacitor se descarga, la dirección de la corriente es opuesta a su dirección cuando el capacitor se estaba cargando. (Compare las direcciones de corriente en las figuras 28.16b y 28.16c.) Tanto la carga en el capacitor como la corriente decaen exponencialmente a una cantidad caracterizada por la constante de tiempo $\tau = RC$.

Pregunta rápida 28.5 Considere el circuito de la figura 28.18 y suponga que la batería no tiene resistencia interna. i) Justo después de cerrar el interruptor, ¿cuál es la corriente en la batería? a) 0, b) $\mathcal{E}/2R$, c) $2\mathcal{E}/R$, d) $\mathcal{E}/R$, e) imposible de determinar. ii) Después de un tiempo muy largo, ¿cuál es la corriente en la batería? Elija entre las mismas opciones.

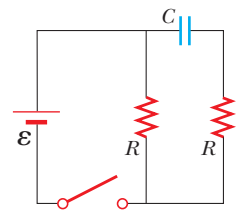


Figura 28.18 (Pregunta rápida 28.5) ¿Cómo varía la corriente después de cerrar el interruptor?

EJEMPLO CONCEPTUAL 28.8

Limpiaparabrisas intermitente

Muchos automóviles están equipados con limpiaparabrisas que pueden funcionar intermitentemente durante una lluvia ligera. ¿De qué forma la operación de tales limpiadores depende de la carga y descarga de un capacitor?

SOLUCIÓN

Los limpiadores son parte de un circuito RC cuya constante de tiempo puede variar al seleccionar diferentes valores de R a través de un interruptor de posiciones múltiples. Conforme aumenta el voltaje a través del capacitor, el capacitor alcanza

un punto en el que se descarga y activa los limpiadores. Después el circuito comienza otro ciclo de carga. El intervalo de tiempo entre barridos individuales de los limpiadores está determinado por el valor de la constante de tiempo.

EJEMPLO 28.9 Carga de un capacitor en un circuito RC

Un capacitor sin carga y un resistor se conectan en serie a una batería, como se muestra en la figura 28.16, donde $\mathcal{E} = 12.0 \text{ V}$, $C = 5.00 \mu\text{F}$ y $R = 8.00 \times 10^5 \Omega$. El interruptor se mueve a la posición *a*. Encuentre la constante de tiempo del circuito, la carga máxima en el capacitor, la corriente máxima en el circuito y la carga y la corriente como funciones del tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 28.16 e imagine mover el interruptor a la posición *a*, como se muestra en la figura 28.16b. Al hacerlo, el capacitor comienza a cargarse.

Categorizar Evalúe los resultados con las ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la constante de tiempo del circuito a partir de la ecuación 28.16:

$$\tau = RC = (8.00 \times 10^5 \Omega)(5.00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 4.00 \text{ s}$$

Evalúe la carga máxima en el capacitor a partir de la ecuación 28.13:

$$Q = C\mathcal{E} = (5.00 \mu\text{F})(12.0 \text{ V}) = 60.0 \mu\text{C}$$

Evalúe la corriente máxima en el circuito a partir de la ecuación 28.12:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12.0 \text{ V}}{8.00 \times 10^5 \Omega} = 15.0 \mu\text{A}$$

Use estos valores en las ecuaciones 28.14 y 28.15 para encontrar la carga y la corriente como funciones del tiempo:

$$q(t) = (60.0 \mu\text{C})(1 - e^{-t/4.00 \text{ s}})$$

$$I(t) = (15.0 \mu\text{A})e^{-t/4.00 \text{ s}}$$

EJEMPLO 28.10 Descarga de un capacitor en un circuito RC

Considere un capacitor de capacitancia C que se descarga a través de un resistor de resistencia R , como se muestra en la figura 28.16c.

A) ¿Después de cuántas constantes de tiempo la carga en el capacitor es un cuarto de su valor inicial?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 28.16 e imagine mover el interruptor a la posición *b*, como se muestra en la figura 28.16c. Al hacerlo, el capacitor comienza a descargarse.

Categorizar El ejemplo se clasifica como uno que involucra un capacitor que se descarga y se usan las ecuaciones adecuadas.

Analizar Sustituya $q(t) = Q/4$ en la ecuación 28.18:

$$\frac{Q}{4} = Qe^{-t/RC}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-t/RC}$$

Tome el logaritmo de ambos lados de la ecuación y resuelva para t :

$$-\ln 4 = -\frac{t}{RC}$$

$$t = RC \ln 4 = 1.39RC = 1.39\tau$$

B) La energía almacenada en el capacitor disminuye con el tiempo conforme el capacitor se descarga. ¿Después de cuántas constantes de tiempo la energía almacenada es un cuarto de su valor inicial?

SOLUCIÓN

Use las ecuaciones 28.11 y 28.18 para expresar la energía almacenada en el capacitor en cualquier tiempo t :

$$1) \quad U(t) = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-2t/RC}$$

Sustituya $U(t) = \frac{1}{4}(Q^2/2C)$ en la ecuación 1):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \frac{Q^2}{2C} &= \frac{Q^2}{2C} e^{-2t/RC} \\ \frac{1}{4} &= e^{-2t/RC} \end{aligned}$$

Tome el logaritmo de ambos lados de la ecuación y resuelva para t :

$$-\ln 4 = -\frac{2t}{RC}$$

$$t = \frac{1}{2}RC \ln 4 = 0.693RC = 0.693\tau$$

Finalizar Observe que, ya que la energía depende del cuadrado de la carga, la energía en el capacitor cae más rápidamente que la carga en el capacitor.

¿Qué pasaría si? ¿Y si quiere describir el circuito en términos del intervalo de tiempo requerido para que la carga caiga a la mitad de su valor original, en lugar de hacerlo por la constante de tiempo τ ? Eso daría un parámetro para el circuito, llamado *vida media* $t_{1/2}$. ¿Cómo se relaciona la vida media con la constante de tiempo?

Respuesta En una vida media, la carga cae de Q a $Q/2$. Por lo tanto, de la ecuación 28.18,

$$\frac{Q}{2} = Qe^{-t_{1/2}/RC} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t_{1/2}/RC}$$

lo que conduce a

$$t_{1/2} = 0.693\tau$$

El concepto de vida media será importante cuando estudie decaimiento nuclear en el capítulo 44. El decaimiento radioactivo de una muestra inestable se comporta de una forma matemáticamente similar a una capacitor que se descarga en un circuito RC.

EJEMPLO 28.11**Energía entregada a un resistor**

Un capacitor de $5.00 \mu\text{F}$ se carga a una diferencia de potencial de 800 V y luego se descarga a través de un resistor. ¿Cuánta energía se entrega al resistor en el intervalo de tiempo requerido para descargar completamente el capacitor?

SOLUCIÓN

Conceptualizar En el ejemplo 28.10 se consideró la disminución de energía en un capacitor que se descarga a un valor de un cuarto de la energía inicial. En este ejemplo, el capacitor se descarga por completo.

Categorizar Resuelva este ejemplo a partir de dos planteamientos. El primero es modelar el circuito como un sistema aislado. Ya que la energía en un sistema aislado se conserva, la energía potencial eléctrica inicial U_C almacenada en el capacitor se transforma en energía interna $E_{\text{int}} = E_R$ en el resistor. El segundo planteamiento es modelar el resistor como un sistema no aislado. La energía entra al resistor mediante transmisión eléctrica desde el capacitor, lo que causa un aumento en la energía interna del resistor.

Analizar Comience con el planteamiento de sistema aislado.

Escriba la reducción apropiada de la ecuación de conservación de la energía, ecuación 8.2:

$$\Delta U + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

Sustituya los valores inicial y final de las energías:

$$(0 - U_C) + (E_{\text{int}} - 0) = 0 \rightarrow E_R = U_C$$

Use la ecuación 28.11 para la energía potencial eléctrica en el capacitor:

$$E_R = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

Sustituya valores numéricos:

$$E_R = \frac{1}{2} (5.00 \times 10^{-6} \text{ F}) (800 \text{ V})^2 = 1.60 \text{ J}$$

El segundo planteamiento, que es más difícil pero tal vez más instructivo, es notar que, conforme el capacitor se descarga a través del resistor, la rapidez a la que se entrega la energía al resistor por transmisión eléctrica es $I^2 R$, donde I es la corriente instantánea conocida por la ecuación 28.19.

Evalúe la energía entregada al resistor al integrar la potencia en todo el tiempo porque transcurre un intervalo de tiempo infinito para que el capacitor se descargue por completo:

$$\mathcal{P} = \frac{dE}{dt} \rightarrow E_R = \int_0^\infty \mathcal{P} dt$$

Sustituya para la potencia entregada al resistor:

$$E_R = \int_0^\infty I^2 R dt$$

Sustituya para la corriente a partir de la ecuación 28.19:

$$E_R = \int_0^\infty \left(-\frac{Q}{RC} e^{-t/RC} \right)^2 R dt = \frac{Q^2}{RC^2} \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt$$

Sustituya el valor de la integral, que es $RC/2$ (problema 30):

$$E_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left(\frac{RC}{2} \right) = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

Finalizar Este resultado concuerda con el obtenido con el planteamiento de sistema aislado, como debe ser. Puede usar este segundo planteamiento para encontrar la energía total entregada al resistor en *cualquier* tiempo después de que el interruptor se cierra, simplemente sustituya el límite superior en la integral con dicho valor específico de t .

28.5 Medidores eléctricos

En esta sección se explican diferentes medidores eléctricos que se usan en la industria eléctrica y electrónica para hacer medidas eléctricas.

El galvanómetro

El **galvanómetro** es el componente principal en los medidores analógicos para medir la corriente y el voltaje. (Muchos medidores analógicos siguen en uso a pesar de que en la actualidad los medidores digitales, que funcionan según un principio diferente, son los que tienen un amplio uso.) Un tipo común, el *galvanómetro D'Arsonval*, está constituido por una bobina de alambre montada de tal manera que puede girar libremente alrededor de un pivote en un campo magnético producido por un imán permanente. En consecuencia, la deflexión de una aguja unida a la bobina es proporcional a la corriente en el galvanómetro. Una vez que el instrumento está calibrado apropiadamente, puede utilizarse junto con otros elementos del circuito para medir ya sea corrientes o diferencias de potencial.

El amperímetro

Se trata de un aparato que mide la corriente. Las cargas que constituyen la corriente a medir deben pasar directamente a través del **amperímetro**, por lo que éste debe estar conectado en serie con los otros elementos del circuito, como se muestra en la figura 28.19. Cuando se utiliza un amperímetro para medir corrientes directas, debe conectarse de tal manera que las cargas entren al instrumento por la terminal positiva y salgan por la negativa.

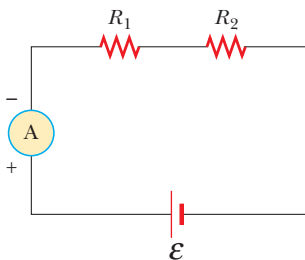


Figura 28.19 La corriente puede medirse con un amperímetro conectado en serie con los elementos en los que se desea medirla. Un amperímetro ideal tiene una resistencia igual a cero.

De manera ideal, un amperímetro debe tener una resistencia cero para que la corriente a medir no sea alterada. En el circuito que se muestra en la figura 28.19, esta condición requiere que la resistencia del amperímetro sea mucho menor que $R_1 + R_2$. Porque cualquier amperímetro siempre tiene algo de resistencia interna, su presencia en un circuito hace que la corriente sea ligeramente menor a la que tendría en ausencia del medidor.

Un galvanómetro común representativo a menudo no es adecuado para utilizarse como un amperímetro, principalmente porque tiene una resistencia de alrededor de $60\ \Omega$. Una resistencia de amperímetro de esa magnitud modifica de manera considerable la corriente en un circuito. Considere el siguiente ejemplo. La corriente en un circuito en serie sencillo que contiene una batería de 3 V y un resistor de $3\ \Omega$ es de 1 A . Si inserta un galvanómetro de $60\ \Omega$ en este circuito con la finalidad de medir la corriente, ¿la resistencia total se convierte en $63\ \Omega$ y la corriente se reduce a 0.048 A !

Un segundo factor que limita el uso de un galvanómetro como amperímetro es el hecho de que un galvanómetro representativo da una deflexión de tamaño natural para corrientes del orden de 1 mA o menos. En consecuencia, no puede utilizarse directamente para medir corrientes mayores que este valor. Sin embargo, puede convertirse en un amperímetro útil si se coloca un resistor de desviación R_p en paralelo con el galvanómetro, como se muestra en la figura 28.20. El valor de R_p debe ser mucho menor que la resistencia del galvanómetro para que la mayor parte de la corriente a medir se dirija al resistor de desviación.

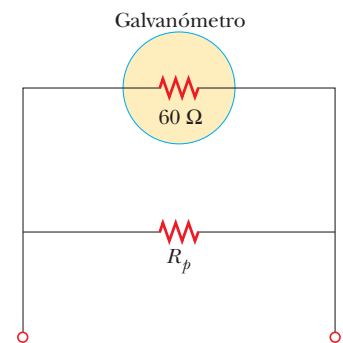


Figura 28.20

Aquí se representa un galvanómetro mediante su resistencia interna de $60\ \Omega$. Cuando un galvanómetro se utiliza como amperímetro, se conecta un resistor de desviación R_p en paralelo con el galvanómetro.

El voltímetro

Al aparato que mide la diferencia de potencial se le llama **voltímetro**. La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un circuito se mide al unir las terminales del voltímetro entre estos puntos sin abrir el circuito, como se muestra en la figura 28.21. La diferencia de potencial aplicada al resistor R_2 se mide al conectar el voltímetro en paralelo con R_2 . De nuevo, es necesario tener cuidado con la polaridad del instrumento. La terminal positiva del voltímetro debe estar conectada al extremo del resistor que tenga el potencial más alto, y la terminal negativa al extremo del resistor con menor potencial.

Un voltímetro ideal tiene una resistencia infinita, así que no existe corriente en él. En la figura 28.21, este estado requiere que el voltímetro tenga una resistencia mucho mayor a R_2 . En la práctica, si no se cumple esta condición, deberán hacerse correcciones en función de la resistencia del voltímetro.

Un galvanómetro puede utilizarse como voltímetro al añadir un resistor externo R_s en serie, como se muestra en la figura 28.22. En este caso, el resistor externo deberá tener un valor mucho mayor que la resistencia del galvanómetro para asegurar que el galvanómetro no afecta de manera significativa el voltaje que está siendo medido.

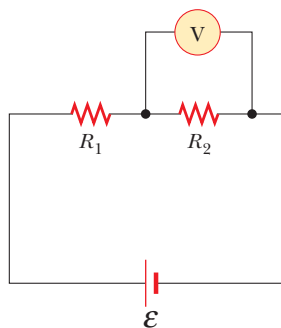


Figura 28.21 La diferencia de potencial a través de un resistor puede medirse con un voltímetro conectado en paralelo con el resistor. Un voltímetro ideal tiene una resistencia infinita.

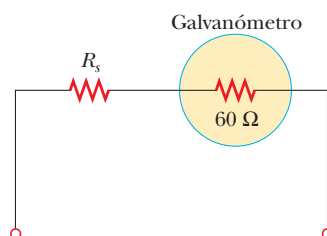


Figura 28.22

Cuando el galvanómetro es utilizado como un voltímetro, se le conecta un resistor R_s en serie con el galvanómetro.



Multímetro digital aplicado para medir un voltaje a través de un elemento de circuito.

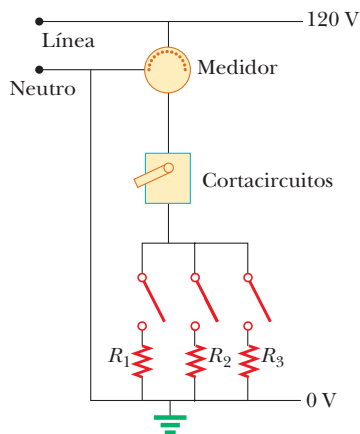


Figura 28.23 Diagrama de alambrado de un circuito doméstico. Las resistencias representan aparatos electrodomésticos o algún otro dispositivo que funciona con un voltaje aplicado de 120 V.

28.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

Muchas consideraciones son importantes en el diseño del sistema eléctrico de una casa que proporcionará servicio eléctrico adecuado para los ocupantes mientras maximiza su seguridad. En esta sección se discuten algunos aspectos de un sistema eléctrico doméstico.

Cableado doméstico

En una instalación convencional, la compañía eléctrica distribuye energía eléctrica a los hogares por medio de un par de alambres que conectan cada casa en paralelo. Un alambre se conoce como *alambre de corriente*,⁴ como se ve en la figura 28.23, y el otro como *alambre neutro* o *de tierra*. El alambre neutro está a tierra; es decir, su potencial eléctrico se supone igual a cero. La diferencia de potencial entre los alambres de corriente y el neutro es de cerca de 120 V. Este voltaje es alternante con el tiempo, y el potencial del alambre de corriente oscila en relación con la tierra. Gran parte de lo aprendido hasta ahora sobre el estado fem constante (corriente directa) puede aplicarse también a la corriente alterna que las compañías de energía eléctrica suministran a los negocios y a los hogares. (El voltaje y la corriente alternos se analizan en el capítulo 33.)

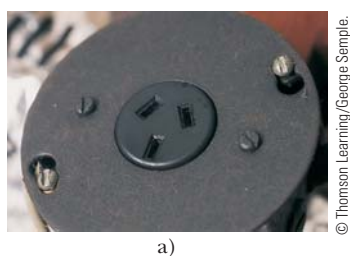
A fin de registrar el consumo de energía de la casa, un medidor se conecta en serie con el alambre de corriente que entra en ella. Después del medidor, el alambre se divide para que existan varios circuitos separados en paralelo distribuidos por toda la casa. Cada circuito contiene un cortacircuitos (o, en instalaciones más antiguas, un fusible). El alambre y el cortacircuitos correspondiente a cada circuito son cuidadosamente seleccionados para que cubran las necesidades de corriente de dicho circuito. Si éste debe soportar una corriente tan grande como 30 A, deberán seleccionarse un alambre grueso y un cortacircuitos apropiado para manejar esta corriente. Un circuito que se utiliza para alimentar sólo lámparas y pequeños artefactos domésticos a menudo sólo requiere 20 A. Cada circuito tiene su propio cortacircuitos para proteger esta parte del sistema eléctrico de la casa.

Como ejemplo, imagine un circuito en el cual están conectados un tostador, un microondas y una cafetera (que corresponden a R_1 , R_2 y R_3 de la figura 28.23). Al utilizar la expresión $\mathcal{P} = I\Delta V$ puede calcular la corriente en cada aparato. El tostador, nominalmente de 1000 W, consume una corriente de $1000 \text{ W}/120 \text{ V} = 8.33 \text{ A}$. El microondas, nominalmente de 1300 W, consume 10.8 A, y la cafetera, nominalmente de 800 W, consume 6.67 A. Si los tres aparatos funcionan al mismo tiempo, consumen una corriente total de 25.8 A. Por lo tanto, en el circuito deberán instalarse alambres que tengan capacidad para manejar, por lo menos, esta corriente. Si el régimen del cortacircuitos que protege al circuito es demasiado pequeño —20 A—, el cortacircuitos se abrirá cuando conecte el tercer aparato, lo que impedirá la operación de todos los aparatos. Para evitar esta situación, el tostador y la cafetera pueden ser conectados a un circuito de 20 A y el microondas a otro circuito independiente de 20 A.

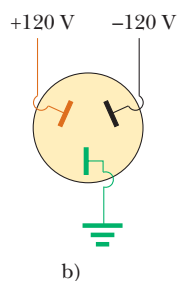
Muchos aparatos para uso pesado, como estufas y secadoras de ropa eléctricas, requieren 240 V para su funcionamiento. La compañía eléctrica suministra este voltaje mediante un tercer alambre que está 120 V por debajo del potencial de tierra (figura 28.24). La diferencia de potencial entre este alambre de corriente y el otro (el cual está 120 V por encima del potencial de tierra) es de 240 V. Un aparato doméstico que funciona a 240 V requiere la mitad de la corriente en comparación con uno que es alimentado a 120 V; por tanto, en un circuito que tenga un voltaje mayor pueden utilizarse alambres más delgados sin sobrecalentamiento.

Seguridad eléctrica

Cuando el alambre de corriente de una salida eléctrica se conecta directamente a tierra, el circuito está completo y se presenta un estado de cortocircuito. Un *cortocircuito* se presenta cuando existe una resistencia casi cero entre dos puntos a diferentes potenciales; esto da como resultado una corriente muy grande. Cuando esto sucede de forma acci-



a)



b)

Figura 28.24 a) Tomacorriente para una conexión de alimentación a 240 V. b) Conexiones de cada una de las entradas de un tomacorriente de 240 V.

⁴ *Alambre de corriente* es una expresión común para un conductor cuyo potencial eléctrico está más arriba o más abajo del potencial de tierra.

dental, un cortacircuitos que funcione de manera correcta abrirá el circuito y no ocurrirá ningún daño. Sin embargo, una persona en contacto con tierra puede electrocutarse al tocar el alambre de corriente de un cordón deshilachado u otro conductor expuesto. Se crea un contacto a tierra excepcionalmente efectivo (¡y peligroso!) cuando la persona toca una tubería de agua (normalmente al potencial de tierra) o está de pie sobre el piso con los pies mojados. Esta última situación representa un contacto de tierra efectivo ya que el agua sin destilar es un buen conductor debido a que contiene gran número de iones asociados con impurezas. Esta situación debe evitarse a toda costa.

Una descarga eléctrica da como resultado quemaduras fatales, o puede causar el mal funcionamiento de músculos de órganos vitales, como el corazón. El grado de daño al cuerpo dependerá de la magnitud de la corriente, de la duración del fenómeno, de la parte del cuerpo que tocó el alambre de corriente y de la parte del cuerpo por donde sale la corriente. Una corriente de 5 mA o menos provoca una sensación de sacudimiento, pero por lo regular con muy poco o ningún daño. Si la corriente es mayor a 10 mA, los músculos se contraen y la persona quizá no pueda ser capaz de soltar el alambre de corriente. Una corriente de alrededor de 100 mA que pase a través del cuerpo durante sólo algunos segundos, puede ser fatal. Una corriente de esa naturaleza paralizará los músculos del sistema respiratorio, impidiendo la respiración. En algunos casos, corrientes de alrededor de 1 A pueden producir quemaduras serias (y a veces fatales). En la práctica, ningún contacto con alambres de corriente se considera seguro cuando el voltaje es superior a 24 V.

Muchas salidas de 120 V están diseñadas para aceptar un cordón de tres vías. (Esta característica es obligatoria en todas las instalaciones eléctricas nuevas.) Una de estas vías es el alambre de corriente, que tiene un potencial nominal de 120 V. La segunda es el alambre neutro, nominalmente a 0 V, el cual lleva la corriente a tierra. En la figura 28.25a se muestra una conexión a un taladro eléctrico con únicamente dos alambres. Si accidentalmente el alambre de corriente hace contacto con la cubierta del taladro eléctrico (que puede presentarse si el aislante del alambre está roto), la corriente puede ser conducida a tierra a través de la persona, lo que da como resultado un sacudimiento eléctrico. El tercero, que es redondo, es un alambre de tierra de seguridad, por el que normalmente no pasa corriente

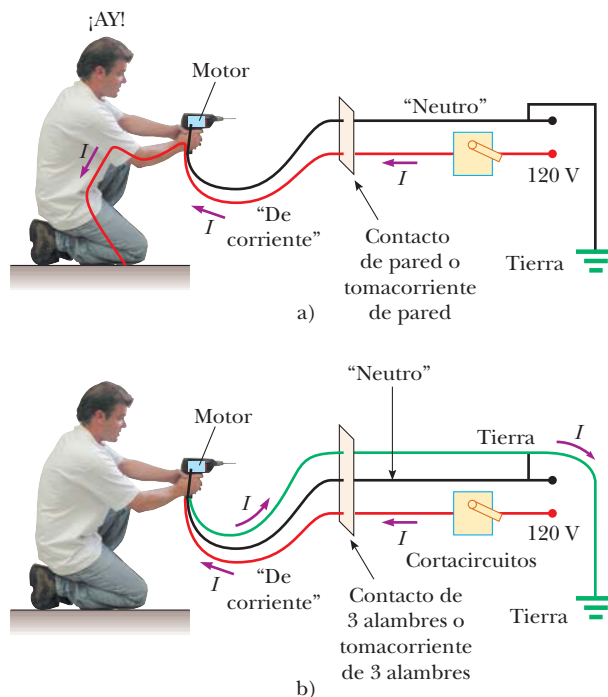


Figura 28.25 a) Diagrama del circuito para un taladro eléctrico con sólo dos alambres de conexión. La trayectoria normal de la corriente es del alambre de corriente a las conexiones del motor y de regreso a tierra a través del alambre neutro. En este caso, el alambre de corriente entra en contacto con la cubierta del taladro. Como resultado, la persona que sostiene el taladro se coloca dentro de la trayectoria de la corriente a tierra y recibe una descarga eléctrica. b) Esta descarga puede evitarse conectando el taladro a tierra mediante un tercer alambre “de tierra”. En esta situación, en la cubierta del taladro se queda en potencial de tierra y no pasa corriente a través de la persona.

pero está a la vez conectado a tierra y directamente a la cubierta del aparato eléctrico. Si el alambre de corriente se pone accidentalmente en cortocircuito con la cubierta, gran parte de la corriente sigue la trayectoria de menor resistencia del aparato a tierra como muestra la figura 28.25b.

En la actualidad, en cocinas, baños, sótanos, y otras áreas de riesgo en los nuevos hogares se usan tomacorrientes especiales llamados *interruptores de falla a tierra* (GFI). Estos aparatos están diseñados para proteger a las personas de las descargas eléctricas al detectar pequeñas corrientes ($< 5 \text{ mA}$) que se fugan a tierra. (El principio de su funcionamiento está descrito en el capítulo 31.) Cuando detectan una fuga de corriente excesivamente grande, en menos de 1 ms la corriente se desconecta.

Resumen

DEFINICIONES

La **fem** de una batería es igual al voltaje a través de sus terminales cuando la corriente es cero. Esto es: la fem es equivalente al **voltaje de circuito abierto** de la batería.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **resistencia equivalente** de un conjunto de resistores conectados en una **combinación en serie** es

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \quad (28.6)$$

La **resistencia equivalente** de un conjunto de resistores conectados en una combinación en **paralelo** se encuentra partiendo de la correspondencia

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \quad (28.8)$$

Los circuitos que involucran más de una espira se analizan convenientemente con el uso de las **reglas de Kirchhoff**:

1. **Regla de la unión.** En cualquier unión, la suma de las corrientes debe ser igual a cero:

$$\sum_{\text{nodo}} I = 0 \quad (28.9)$$

2. **Regla de la espira.** La suma de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier espira de circuito debe ser cero:

$$\sum_{\text{malla cerrada}} \Delta V = 0 \quad (28.10)$$

Cuando un resistor se recorre en la dirección de la corriente, la diferencia de potencial ΔV a través del resistor es $-IR$. Cuando un resistor se recorre en la dirección opuesta a la corriente, $\Delta V = +IR$. Cuando una fuente de fem se recorre en la dirección de la fem (terminal negativa a terminal positiva), la diferencia de potencial es $+\mathcal{E}$. Cuando una fuente de fem se recorre opuesta a la fem (positivo a negativo), la diferencia de potencial es $-\mathcal{E}$.

Si un capacitor se carga con una batería a través de un resistor de resistencia R , la carga en el capacitor y la corriente en el circuito varían en el tiempo de acuerdo con las expresiones

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/RC}) \quad (28.14)$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \quad (28.15)$$

donde $Q = C\mathcal{E}$ es la máxima carga en el capacitor. El producto RC se llama **constante de tiempo** τ del circuito.

Si un capacitor cargado se descarga a través de un resistor de resistencia R , la carga y la corriente disminuyen exponencialmente en el tiempo de acuerdo con las expresiones

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \quad (28.18)$$

$$I(t) = -I_i e^{-t/RC} \quad (28.19)$$

donde Q es la carga inicial en el capacitor e $I_i = Q/RC$ es la corriente inicial en el circuito.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. ¿La dirección de la corriente en una batería siempre es de la terminal negativa a la positiva? Explique.
2. O Cierta batería tiene alguna resistencia interna. i) ¿La diferencia de potencial a través de las terminales de una batería puede ser igual a su fem? a) No. b) Sí, si la batería absorbe energía mediante transmisión eléctrica. c) Sí, si más de un alambre se conecta a cada terminal. d) Sí, si la corriente en la batería es cero. e) Sí, no se requieren condiciones especiales. ii) ¿El voltaje entre las terminales puede superar la fem? Elija su respuesta entre las mismas posibilidades.
3. Dadas tres lámparas y una batería, dibuje tantos circuitos eléctricos diferentes como pueda.
4. Cuando los resistores están conectados en serie, ¿cuál de los siguientes conceptos sería el mismo para cada resistor? Elija las respuestas correctas. a) Diferencia de potencial, b) corriente, c) potencia entregada, d) carga entrante, e) ninguna de estas respuestas.
5. Cuando los resistores, con diferentes resistencias, están conectados en paralelo, ¿cuál de los siguientes conceptos sería el mismo para cada resistor? Elija las respuestas correctas. a) Diferencia de potencial, b) corriente, c) potencia entregada, d) carga entrante, e) ninguna de estas respuestas.
6. ¿Por qué las aves pueden posarse sobre los cables de alto voltaje sin que se electrocuten?
7. O ¿Los faros de un automóvil están alambrados a) en serie uno con otro, b) en paralelo, c) ni en serie ni en paralelo o d) es imposible de decir?
8. Un estudiante afirma que el segundo de dos focos en serie es menos brillante que el primero, ya que éste consume parte de la corriente. ¿Qué respondería a esta afirmación?
9. O ¿Un circuito cableado con un interruptor automático está protegido, a) en serie con el dispositivo, b) en paralelo, c) ni en serie ni en paralelo, o d) es imposible decirlo?
10. O En el circuito que se muestra en la figura P28.10, cada batería entrega energía al circuito mediante transmisión eléctrica. Todos los resistores tienen igual resistencia. i) Clasifique los potenciales eléctricos en los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* y *h* de mayor a menor, y note cualquier caso de igualdad en la clasificación. ii) Clasifique las magnitudes de las corrientes en los mismos puntos, de mayor a menor, y anote cualquier caso de igualdad.

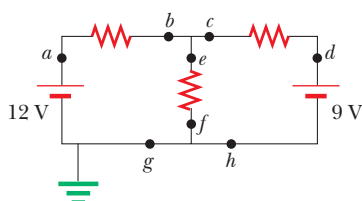


Figura P28.10

11. Un circuito en serie está constituido por tres focos idénticos conectados a una batería, como se muestra en la figura P28.11. Cuando el interruptor *S* se cierra, ¿qué le sucede i) a la inten-

sidad luminosa del foco *B*, a) aumenta, b) decrece un poco, c) no hay cambio, d) cae a cero. ii) ¿Qué le sucede a la intensidad luminosa del foco *C*? a) Elija entre las mismas posibilidades. iii) ¿Qué sucede con la corriente en la batería? Elija entre las mismas posibilidades. iv) ¿Qué le sucede a la diferencia de potencial a través del foco *A*? v) ¿Qué le sucede a la diferencia de potencial a través del foco *C*? vi) ¿Qué sucede con la potencia total entregada a los focos por la batería? Elija en cada caso entre las mismas posibilidades de a) a d).

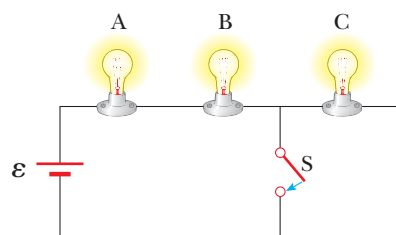


Figura P28.11

12. O Un circuito consiste en tres focos idénticos conectados a una batería que tiene alguna resistencia interna, como en la figura P28.12. El interruptor *S*, originalmente abierto, se cierra. i) ¿Qué ocurre después con la brillantez del foco *B*? a) Aumenta. b) Disminuye un poco. c) No cambia. d) Cae a cero. ii) ¿Qué sucede con la brillantez del foco *C*? Elija entre las mismas posibilidades. iii) ¿Qué sucede con la corriente en la batería? Elija entre las mismas posibilidades. iv) ¿Qué ocurre con la diferencia de potencial a través del foco *A*? v) ¿Qué ocurre con la diferencia de potencial a través del foco *C*? vi) ¿Qué ocurre con la potencia total entregada a los focos por la batería? Elija en cada caso entre las mismas posibilidades, de la a) a la d).

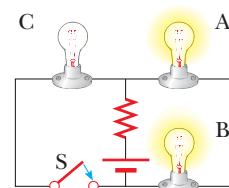


Figura P28.12

13. Un centro de esquí está constituido por unas pocas telesillas y varios descensos interconectados al costado de una montaña, con una posada hasta abajo. Estas telesillas son semejantes a las baterías y los descensos a los resistores. Describa la forma en que dos descensos pueden quedar en serie. Describa la forma en que tres descensos pueden quedar en paralelo. Haga un dibujo de la unión de una telesilla y dos descensos. Enuncie la regla de la unión de Kirchhoff aplicada a los centros de esquí. Resulta que una de las esquiadoras lleva un altímetro de paracaidista. Ella nunca utiliza el mismo conjunto de telesillas y descensos dos veces, pero a pesar de ello, sigue pasando al lado de usted en la posición fija desde donde usted está trabajando. Enuncie la regla de las espiras de Kirchhoff para los centros de esquí.

14. Con base en la figura P28.14, describa qué le ocurre al foco después de que se cierra el interruptor. Suponga que el capacitor tiene una gran capacitancia y está inicialmente descargado, y que la lámpara se ilumina si se le conecta directamente a las terminales de la batería.

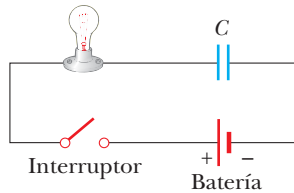


Figura P28.14

15. Para que su abuela pueda escuchar su música favorita, le lleva su radio de buró al hospital donde se encuentra internada. Ahí le exigen que el radio sea probado por personal de mantenimiento para comprobar que es eléctricamente seguro. Al ver que una de las perillas tiene un potencial de 120 V, no se le permite llevar el radio al cuarto de su abuela. Ella se queja y dice que ha tenido ese radio por años y que nadie ha recibido jamás una descarga. No obstante tiene que comprar un radio nuevo de plástico. ¿Esto es justo? ¿Será el viejo radio igual de seguro cuando esté de regreso en la recámara de su abuela?
16. ¿Cuál es la ventaja del funcionamiento a 120 V en comparación con el funcionamiento a 240 V? ¿Cuáles son las desventajas?

Problemas

Sección 28.1 Fuerza electromotriz

- Una batería tiene una fem de 15.0 V. Cuando entrega 20.0 W de potencia a un resistor de carga externo R , el voltaje entre las terminales de la batería es de 11.6 V. a) ¿Cuál es el valor de R ? b) ¿Cuál es la resistencia interna de la batería?
- Dos baterías de 1.50 V—con sus terminales positivas en una misma orientación—están insertas en serie en el cuerpo de una linterna. Una de las baterías tiene una resistencia interna de 0.255 Ω , y la otra una resistencia interna de 0.153 Ω . Cuando el interruptor se cierra, por la lámpara pasa una corriente de 600 mA. a) ¿Cuál es la resistencia de la lámpara? b) ¿Qué fracción de la energía química transformada aparece como energía interna de las baterías?
- La batería de un automóvil tiene una fem de 12.6 V y una resistencia interna de 0.080 Ω . Los dos faros juntos presentan una resistencia equivalente de 5.00 Ω (que se supone constante). ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada a las lámparas de los faros a) cuando representan la única carga de la batería y b) cuando funciona el motor de arranque, que consume 35.0 A adicionales de la batería?
- Como en el ejemplo 28.2, considere una fuente de energía con fem fija $\mathcal{E}$ y resistencia interna r que causa corriente en una resistencia de carga R . En este problema, R es fija y r es variable. La eficiencia se define como la energía entregada a la carga dividida entre la energía entregada por la fem. a) Cuando la resistencia interna se ajusta para máxima transferencia de potencia, ¿cuál es la eficiencia? b) ¿Cuál debe ser la resistencia interna para la máxima eficiencia posible? c) Cuando la compañía eléctrica vende energía a un consumidor, ¿tiene una meta de alta eficiencia o de máxima transferencia de potencia? Explique. d) Cuando un estudiante conecta una bocina a un amplificador, ¿qué es lo que quiere más: eficiencia o alta transferencia de potencia? Explique.

Sección 28.2 Resistores en serie y en paralelo

5. a) Determine la resistencia equivalente entre los puntos a y b de la figura P28.5. b) Si entre los puntos a y b se aplica una

diferencia de potencial de 34.0 V, calcule la corriente en cada resistor.

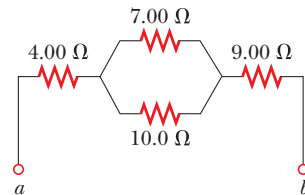


Figura P28.5

6. ● Un foco marcado “75 W [a] 120 V” se atornilla en un portalámpara en el extremo de un cable largo de extensión, en el cual cada uno de los dos conductores tiene una resistencia de 0.800 Ω . El otro extremo de la extensión se enchufa en una salida de 120 V. Dibuje un diagrama de circuito y determine la potencia real entregada al foco en este circuito. a) Explique por qué la potencia verdadera que se entrega al foco no puede ser 75 W en esta situación. b) ¿Cómo puede modelar razonablemente como constante acerca del foco?
7. Considere el circuito que se muestra en la figura P28.7. Determine a) la corriente en el resistor de 20.0 Ω y b) la diferencia de potencial entre los puntos a y b .

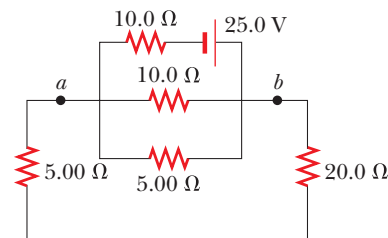


Figura P28.7

8. Con el propósito de medir la resistencia eléctrica del calzado a una placa de tierra metálica a través del cuerpo del usuario, la American National Standards Institute (ANSI) especifica el circuito que se muestra en la figura P28.8. La diferencia de po-

tencial ΔV aplicada al resistor de $1.00 \text{ M}\Omega$ se mide con un volómetro de alta resistencia. a) Demuestre que la resistencia del calzado está dada por

$$R_{\text{calzado}} = 1.00 \text{ M}\Omega \left(\frac{50.0 \text{ V} - \Delta V}{\Delta V} \right)$$

b) En una prueba médica, la corriente a través del cuerpo humano no debe exceder los $150 \mu\text{A}$. ¿La corriente especificada en el circuito de la ANSI puede exceder los $150 \mu\text{A}$? Para poder decidir, piense en una persona de pie y descalza sobre una placa de tierra.

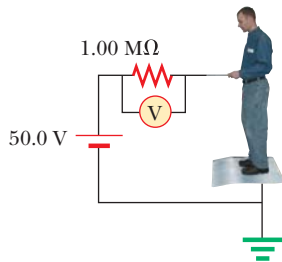


Figura P28.8

9. Tres resistores de 100Ω están conectados como se muestra en la figura P28.9. La potencia máxima que puede ser entregada sin riesgo a cualquiera de los resistores es de 25.0 W . a) ¿Cuál es la diferencia de potencial máximo que se puede aplicar a las terminales a y b ? Para el voltaje determinado en el inciso a), ¿cuál es la potencia entregada a cada resistor? ¿Cuál es la potencia total entregada?

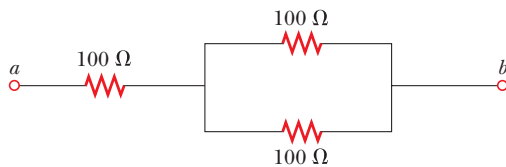


Figura P28.9

10. Con tres resistores — 2.00Ω , 3.00Ω y 4.00Ω — determine 17 valores de resistencia que pueden obtenerse mediante combinaciones de uno o más resistores. Tabule las combinaciones en orden de resistencia creciente.
11. Una batería de 6.00 V suministra corriente al circuito que se muestra en la figura P28.11. Cuando el interruptor de doble posición S está abierto, como se muestra, la corriente en la batería es de 1.00 mA . Cuando el interruptor se cierra en la posición a , la corriente en la batería es de 2.00 mA . Determine las resistencias R_1 , R_2 y R_3 .

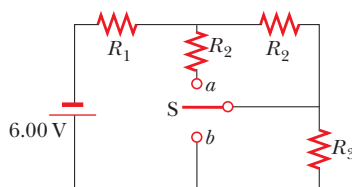


Figura P28.11

12. Dos resistores conectados en serie tienen una resistencia equivalente de 690Ω . Cuando están conectados en paralelo, su resis-

tencia equivalente es de 150Ω . Determine la resistencia de cada uno de ellos.

13. ● Cuando se cierra el interruptor S en el circuito de la figura P28.13, ¿la resistencia equivalente entre los puntos a y b aumenta o disminuye? Establezca su razonamiento. Suponga que la resistencia equivalente cambia en un factor de 2. Determine el valor de R .

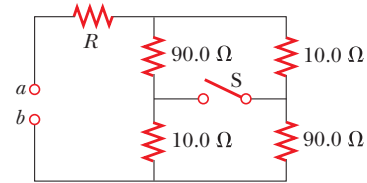


Figura P28.13

14. ● Cuatro resistores están conectados a una batería, como se muestra en la figura P28.14. La corriente de la batería es I , la fem de la batería es $\mathcal{E}$ y los valores de los resistores son $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 4R$, $R_4 = 3R$. a) Clasifique los resistores de acuerdo con la diferencia de potencial aplicada a los mismos, de mayor a menor. Observe cualquier caso de diferencias de potencial iguales. b) Determine la diferencia de potencial a través de cada resistor en términos de $\mathcal{E}$. c) Clasifique los resistores de acuerdo con la corriente en ellos desde la más grande a la más pequeña. Anote cualquier caso de corrientes iguales. d) Determine la corriente en cada uno de los resistores en función de I . e) ¿Qué pasaría si? Si R_3 aumenta, ¿qué le ocurre a la corriente en cada uno de los resistores? f) En el límite de $R_3 \rightarrow \infty$, ¿cuáles son los nuevos valores de corriente en cada resistor en función de I , la corriente original de la batería?

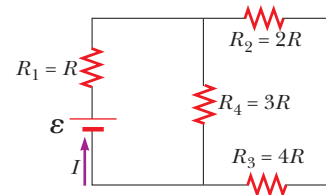


Figura P28.14

15. Calcule la potencia entregada a cada resistor en el circuito que se muestra en la figura P28.15.

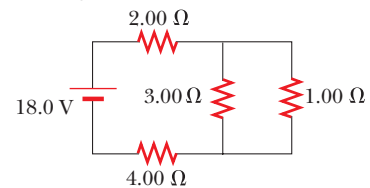


Figura P28.15

Sección 28.3 Leyes de Kirchhoff

16. El amperímetro que se muestra en la figura P28.16 da una lectura de 2.00 A . Determine I_1 , I_2 y $\mathcal{E}$.

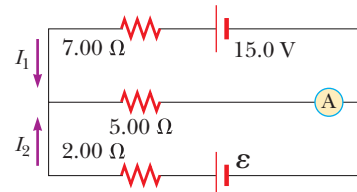


Figura P28.16

17. Determine la corriente en cada una de las ramas del circuito que se muestra en la figura P28.17.

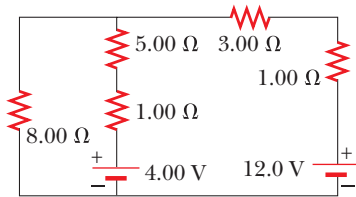


Figura P28.17 Problemas 17, 18 y 19.

18. En la figura P28.17, demuestre cómo añadir sólo los amperímetros suficientes para medir todas las distintas corrientes. Demuestre cómo añadir sólo los voltímetros suficientes para medir la diferencia de potencial a través de cada resistor y de cada batería.
19. ● El circuito que se considera en el problema 17 y que se mostró en la figura P28.17 está conectado durante 2.00 min. a) Determine la energía entregada por cada batería. b) Determine la energía entregada a cada resistor. c) Identifique la transformación neta de energía que se presenta en el funcionamiento del circuito y la cantidad total de energía transformada.
20. Las siguientes ecuaciones describen un circuito eléctrico:

$$-I_1(220 \, \Omega) + 5.80 \, \text{V} - I_2(370 \, \Omega) = 0$$

$$I_2(370 \, \Omega) + I_3(150 \, \Omega) - 3.10 \, \text{V} = 0$$

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

- a) Dibuje un diagrama del circuito. b) Calcule las incógnitas e identifique el significado físico de cada incógnita.
21. Considere el circuito que se muestra en la figura P28.21. ¿Cuáles son las lecturas esperadas del amperímetro ideal y del voltímetro ideal?

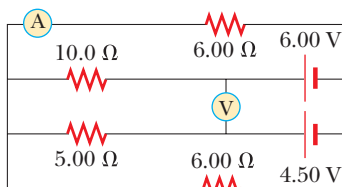


Figura P28.21

22. Si $R = 1.00 \, \text{k}\Omega$ y $\mathcal{E} = 250 \, \text{V}$ en la figura P28.22, determine la dirección y la magnitud de la corriente en el alambre horizontal entre a y e .

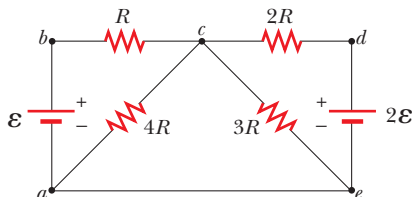


Figura P28.22

23. En el circuito de la figura P28.23, determine la corriente en cada resistor y la diferencia de potencial a través del resistor $200 \, \Omega$.

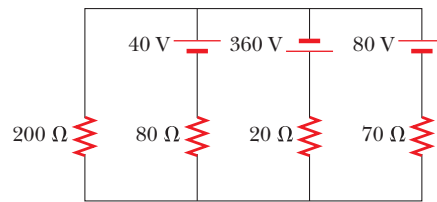


Figura P28.23

24. Una batería descargada se carga conectándola a la batería cargada de otro automóvil mediante cables pasa corriente (figura P28.24). Determine la corriente en el mecanismo de arranque y en la batería descargada.

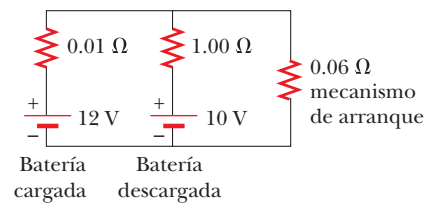


Figura P28.24

25. Para el circuito que se muestra en la figura P28.25, calcule a) la corriente en el resistor de $2.00 \, \Omega$ y b) la diferencia de potencial entre los puntos a y b .

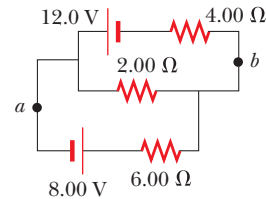


Figura P28.25

26. Para la red que se muestra en la figura P28.26, demuestre que la resistencia $R_{ab} = (27/17) \, \Omega$.

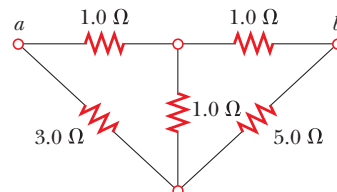


Figura P28.26

Sección 28.4 Circuitos RC

27. Considere un circuito RC en serie (figura 28.16) para el cual $R = 1.00 \, \text{M}\Omega$, $C = 5.00 \, \mu\text{F}$, y $\mathcal{E} = 30.0 \, \text{V}$. Determine a) la constante de tiempo del circuito y b) la carga máxima en el capacitor después de que el interruptor se mueve hacia a , conectando el capacitor a la batería. c) Determine la corriente en el resistor $10.0 \, \text{s}$ después de haber puesto el interruptor en a .
28. Un capacitor de $10.0 \, \mu\text{F}$ se carga mediante una batería de $10.0 \, \text{V}$ a través de una resistencia R . El capacitor alcanza una diferencia de potencial de $4.00 \, \text{V}$ en un intervalo de tiempo de $3.00 \, \text{s}$ después de comenzar la carga. Encuentre R .
29. Un capacitor de $2.00 \, \text{nF}$ con una carga inicial de $5.10 \, \mu\text{C}$ se descarga a través de un resistor de $1.30 \, \text{k}\Omega$. a) Calcule la corriente en

el resistor $9.00 \mu\text{s}$ después de que el resistor se conecta entre las terminales del capacitor. b) ¿Cuál es la carga en el capacitor después de $8.00 \mu\text{s}$? c) ¿Cuál es la corriente máxima en el resistor?

30. Demuestre que la integral $\int_0^\infty e^{-2t/RC} dt$ en el ejemplo 28.11 tiene el valor $RC/2$.
31. El circuito de la figura P28.31 se ha conectado durante mucho tiempo. a) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través del capacitor? b) Si se desconecta la batería, ¿cuánto tiempo tarda el capacitor en descargarse hasta la décima parte de su voltaje inicial?

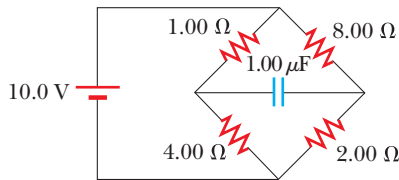


Figura P28.31

32. En el circuito de la figura P28.32 el interruptor S, que ha estado abierto durante mucho tiempo, se cierra repentinamente. Determine la constante de tiempo a) antes de que el interruptor se cierre y b) después de que el interruptor ha cerrado. c) Suponga que el interruptor se cierra en $t = 0$. Determine la corriente que pasa por el interruptor como una función del tiempo.

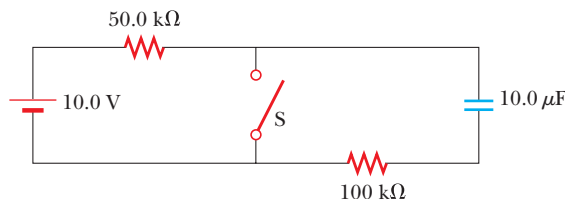


Figura P28.32

Sección 28.5 Medidores eléctricos

33. Suponga que un galvanómetro tiene una resistencia interna de 60.0Ω y requiere una corriente de 0.500 mA para producir una deflexión de tamaño natural. ¿Qué resistencia debe conectarse en paralelo con el galvanómetro si la combinación ha de servir como amperímetro con una deflexión de tamaño natural para una corriente de 0.100 A ?
34. Un galvanómetro particular funciona como un voltímetro de 2.00 V tamaño natural cuando un resistor de 2500Ω se conecta en serie con él. Funciona como un amperímetro de 0.500 A a tamaño natural cuando se le conecta en paralelo un resistor de 0.220Ω . Determine la resistencia interna del galvanómetro y la corriente requerida para producir desviación de tamaño natural.
35. Un galvanómetro particular, que requiere una corriente de 1.50 mA para una deflexión de tamaño natural y que tiene una resistencia de 75.0Ω , se puede usar para medir voltajes cableando un gran resistor en serie con el galvanómetro, como se sugiere en la figura 28.22. El efecto es limitar la corriente en el galvanómetro cuando es aplicado un gran voltaje. Calcule el valor del resistor que le permite al galvanómetro medir un voltaje aplicado de 25.0 V con una deflexión a tamaño natural.
36. ● *Efecto de carga.* Resuelva este problema con una precisión de cinco dígitos. Haga referencia a la figura P28.36. a) Cuando se conecta un resistor de 180.00Ω a las terminales de una batería con fem de 6.000 V y resistencia interna igual a 20.000Ω , ¿cuál es la corriente en el resistor? ¿Cuál es la diferencia de po-

tencial aplicada al resistor? b) Ahora suponga que al circuito se añade un amperímetro, con una resistencia de $0.500 \text{ } \Omega$, y un voltímetro de resistencia de $20 \text{ } 000 \Omega$, como se muestra en la figura P28.36b. Determine la lectura de cada uno. c) ¿Qué pasaría si? Ahora se cambia de posición el extremo de un alambre, como se muestra en la figura P28.36c. Determine las nuevas lecturas en los medidores.

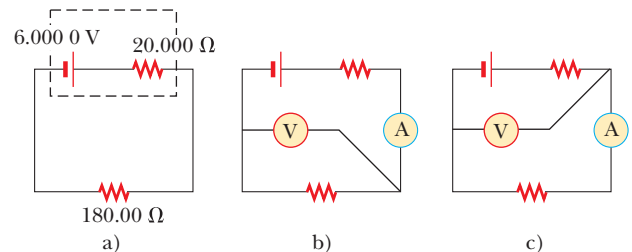


Figura P28.36

Sección 28.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

37. Un calentador eléctrico con 1500 W nominales, un tostador de 750 W y una parrilla eléctrica de 1000 W están conectados a un circuito doméstico normal de 120 V . a) ¿Cuánta corriente consume cada uno? b) ¿Para este caso es suficiente un cortacircuitos de 25.0 A ? Explique su respuesta.
38. Encienda su lámpara de escritorio. Tome el cable con la mano y sosténgalo entre el pulgar y el índice. a) Haga una estimación, con un orden de magnitud, de la corriente que pasa por su mano. Puede suponer que en un instante dado en el interior del cable de la lámpara el conductor cercano a su pulgar se encuentra a un potencial $\sim 10^3 \text{ V}$ y que el conductor cercano a su índice se encuentra al potencial de tierra (0 V). La resistencia de su mano depende de manera importante del espesor y el contenido de humedad de las capas superiores de su piel. Suponga que la resistencia de su mano entre las puntas de sus dedos índice y pulgar es de $\sim 10^4 \Omega$. Usted puede representar el cable conteniendo un aislamiento de hule. Enuncie otras cantidades que haya medido o estimado, así como sus valores. Explique su razonamiento. b) Suponga que su cuerpo se encuentra aislado de cualesquiera otras cargas o corrientes. Describa en términos de un orden de magnitud el potencial de su pulgar donde toca el cable, y el potencial de su índice donde toca el cable.

Problemas adicionales

39. El circuito de la figura P28.39 se conectó durante varios segundos. Encuentre la corriente a) en la batería de 4.00 V ,

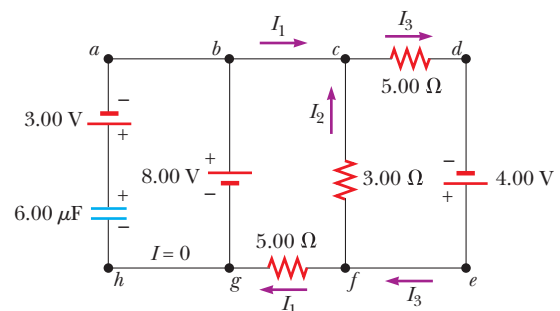


Figura P28.39

b) en el resistor de $3.00\ \Omega$, c) en la batería de $8.00\ \text{V}$ y d) en la batería de $3.00\ \text{V}$. Encuentre e) la carga en el capacitor.

40. ● El circuito de la figura P28.40a consiste en tres resistores y una batería sin resistencia interna. a) Encuentre la corriente en el resistor de $5.00\ \Omega$. b) Encuentre la potencia entregada al resistor de $5.00\ \Omega$. c) En cada uno de los circuitos de las figuras P28.40b, P28.40c y P28.40d, se insertó en el circuito una batería adicional de $15.0\ \text{V}$. ¿Cuál diagrama o diagramas representa un circuito que requiera el uso de las reglas de Kirchhoff para encontrar las corrientes? Explique por qué. ¿En cuál de estos tres circuitos se entrega la menor cantidad de potencia al resistor de $10.0\ \Omega$? No necesita calcular la potencia en cada circuito si explica su respuesta.

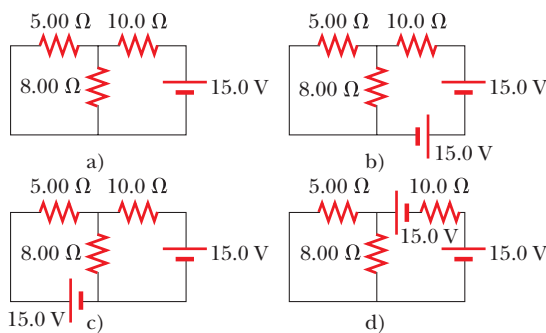


Figura P28.40

41. Cuatro baterías AA de $1.50\ \text{V}$ en serie se utilizan para energizar un radio de transistores. Si las baterías pueden mover una carga de $240\ \text{C}$, ¿cuánto tiempo durarán si el radio tiene una resistencia de $200\ \Omega$?
42. ● Una batería tiene una fem de $9.20\ \text{V}$ y una resistencia interna de $1.20\ \Omega$. a) ¿Qué resistencia aplicada a las terminales de la batería extraerá de esta última una potencia de $12.8\ \text{W}$? b) ¿Y una potencia de $21.2\ \text{W}$?
43. Calcule la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* en la figura P28.43 e identifique cuál de los puntos se encuentra a un potencial más elevado.

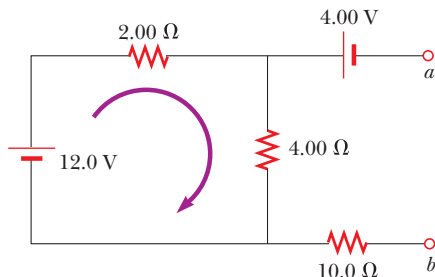


Figura P28.43

44. Suponga que tiene una batería de fem $\mathcal{E}$ y tres focos idénticos, cada uno con una resistencia constante R . ¿Cuál es la potencia total entregada por la batería si los focos se conectan a) en serie,

o b) en paralelo? c) ¿En cuál de las conexiones brillarán más los focos?

45. Una batería recargable tiene una fem constante de $13.2\ \text{V}$ y una resistencia interna de $0.850\ \Omega$. Se recarga por una fuente de energía por un intervalo de tiempo de $1.80\ \text{h}$. Después de cargarse, la batería regresa a su estado original, entregando corriente a un resistor de carga durante $7:30\ \text{h}$. Hallar la eficiencia como un dispositivo de almacenamiento de energía. (En este caso, la eficiencia se define como la energía entregada a la carga durante la descarga dividida entre la energía entregada por la fuente de energía de $14.7\ \text{V}$ durante el proceso de carga).
46. Una fuente de energía que tiene un voltaje de circuito abierto de $40.0\ \text{V}$ y una resistencia interna de $2.00\ \Omega$ es utilizada para cargar dos baterías conectadas en serie, cada una con una fem de $6.00\ \text{V}$ y una resistencia interna de $0.300\ \Omega$. Si la corriente de carga debe ser de $4.00\ \text{A}$, a) ¿cuál es la resistencia adicional que debe añadirse en serie?, b) ¿a qué rapidez se incrementa la energía interna en la fuente, en las baterías, y en la resistencia en serie añadida?, c) ¿a qué rapidez se incrementa la energía química en las baterías?
47. Cuando dos resistores desconocidos están conectados en serie con una batería, la batería entrega $225\ \text{W}$ y transporta una corriente total de $5.00\ \text{A}$. Para la misma corriente total, se entregan $50.0\ \text{W}$ cuando los resistores se conectan en paralelo. Determine los valores de los dos resistores.
48. Cuando dos resistores desconocidos están conectados en serie con una batería, ésta entrega una potencia total $\mathcal{P}_s$ y lleva una corriente total de I . Para la misma corriente total, se entrega una potencia total $\mathcal{P}_p$ cuando los resistores están conectados en paralelo. Determine los valores de los dos resistores.
49. Dos resistores R_1 y R_2 están en paralelo. Juntos llevan una corriente total I . a) Determine la corriente en cada resistor. b) Demuestre que esta división de la corriente total I entre ambos resistores da como resultado menos potencia entregada a la combinación que cualquier otra división. Es un principio general que la corriente en un circuito de corriente directa se autodistribuye para que la potencia total entregada al circuito sea mínima.
50. ● a) Determine la carga de equilibrio en el capacitor del circuito de la figura P28.50 como función de R . b) Evalúe la carga cuando $R = 10.0\ \Omega$. c) ¿La carga en el capacitor puede ser cero? Si es así, ¿para qué valor de R ? d) ¿Cuál es la máxima magnitud posible de la carga en el capacitor? ¿Para qué valor de R se logra? e) ¿Experimentalmente es significativo tomar $R = \infty$? Explique su respuesta. Si es así, ¿qué magnitud de carga implica? Sugerencia: Puede hacer el inciso b) antes de la parte a), como práctica.

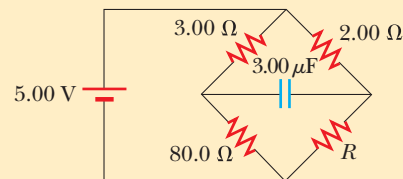


Figura P28.50

51. El valor de un resistor R debe determinarse utilizando el arreglo amperímetro-voltímetro que se muestra en la figura P28.51. El amperímetro tiene una resistencia de $0.500\ \Omega$, y el voltímetro

una resistencia de $20.0 \text{ k}\Omega$. ¿En qué rango de los valores reales de R serán correctos los valores medidos a un aproximado de 5.00% si la medida se hace utilizando el circuito que se muestra en a) la figura P28.51a y b) la figura 28.51b?

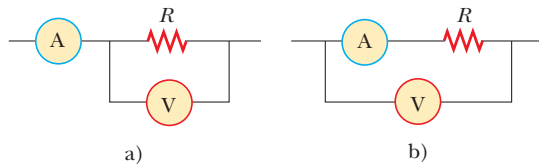


Figura P28.51

52. Una batería es utilizada para cargar un capacitor a través de un resistor, como se muestra en la figura 28.16b. Demuestre que la mitad de la energía suministrada por la batería aparece como energía interna en el resistor y que la otra mitad es almacenada en el capacitor.
53. Los valores de los componentes en un circuito RC en serie sencillo que contiene un interruptor (figura 28.16b) son $C = 1.00 \mu\text{F}$, $R = 2.00 \times 10^6 \Omega$, y $\mathcal{E} = 10.0 \text{ V}$. Después de 10.0 s de que es puesto el interruptor en a , calcule a) la carga del capacitor, b) la corriente en el resistor, c) la rapidez a la cual se está almacenando la energía en el capacitor y d) la rapidez a la cual se entrega la energía de la batería.
54. Un joven tiene una aspiradora marcada con 535 W a 120 V y un Volkswagen Beetle, que quiere limpiar. Estaciona el automóvil en el estacionamiento de su departamento y usa una extensión barata de 15.0 m de largo para conectar la aspiradora. Usted puede suponer que la aspiradora tiene resistencia constante. a) Si la resistencia de cada uno de los dos conductores en la extensión es de 0.900Ω , ¿cuál es la potencia real entregada a la aspiradora? b) Si en vez de ello la potencia es de al menos 525 W , ¿cuál debe ser el diámetro de cada uno de los dos conductores de cobre idénticos en el cordón que compre? c) Repita el inciso b) si supone que la potencia es de al menos 532 W . *Sugerencia:* Una solución simbólica puede simplificar los cálculos.
55. Tres focos de 60.0 a 120 V están conectados a una fuente de potencia de 120 V , como se muestra en la figura P28.55. Determine a) la potencia total entregada a los tres focos y b) la diferencia de potencial a través de cada uno. Suponga que la resistencia de cada foco es constante (aun cuando en realidad la resistencia puede aumentar considerablemente en función de la corriente).

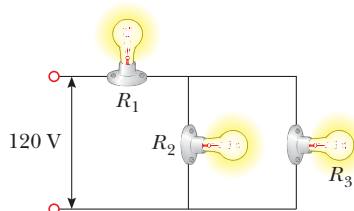


Figura P28.55

56. El interruptor S ha estado cerrado durante mucho tiempo, y el circuito eléctrico que muestra la figura P28.68 lleva una corriente constante. Tome $C_1 = 3.00 \mu\text{F}$, $C_2 = 6.00 \mu\text{F}$, $R_1 = 4.00 \text{ k}\Omega$, y $R_2 = 7.00 \text{ k}\Omega$. La potencia entregada a R_2 es de 2.40 W . a) Determine la carga en C_1 . b) Suponga que se abre el interruptor. Después de varios milisegundos, ¿cuánto ha cambiado la carga en C_2 ?

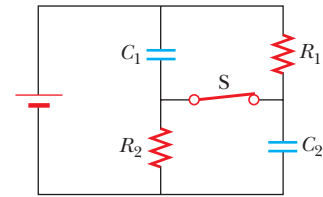


Figura P28.56

57. ● Un voltímetro ideal, conectado a través de cierta batería fresca, lee 9.30 V , y un amperímetro ideal conectado brevemente a través de la misma batería lee 3.70 A . Se dice que la batería tiene un voltaje de circuito abierto de 9.30 V y una corriente de cortocircuito de 3.70 A . a) Modele la batería como una fuente de fem $\mathcal{E}$ en serie con una resistencia interna r . Determine tanto $\mathcal{E}$ como r . b) Un experimentador irresponsable conecta 20 de estas baterías idénticas como se sugiere en la figura P28.57. ¿Usted no intente este experimento! Encuentre el voltaje de circuito abierto y la corriente de cortocircuito del conjunto de baterías conectadas. c) Suponga que la resistencia entre las palmas de las dos manos del experimentador es de 120Ω . Encuentre la corriente en su cuerpo que resultaría si sus palmas tocaran las dos terminales expuestas del conjunto de baterías conectadas. d) Encuentre la potencia que se entregaría a su cuerpo en esta situación. e) Pensando que es seguro hacerlo, el experimentador amarra un alambre de cobre dentro de su camisa, que tiene entre sus manos, como una cuerda mitón. Para reducir la corriente en su cuerpo a 5.00 mA cuando presione los extremos del alambre contra los polos de la batería, ¿cuál debería ser la resistencia del alambre de cobre? f) Encuentre la potencia entregada a su cuerpo en esta situación. g) Encuentre la potencia entregada al alambre de cobre. h) Explique por qué la suma de las dos potencias en los incisos f) y g) es mucho menor que la potencia calculada en el inciso d). ¿Es significativo preguntar a dónde va el resto de la potencia?



Figura P28.57

58. Cuatro resistores están conectados en paralelo con una batería de 9.20 V . Transportan corrientes de 150 mA , 45.0 mA , 14.00 mA y 4.00 mA . a) Si el resistor de mayor resistencia es reemplazado con uno que soporte el doble, ¿cuál es la relación entre la nueva corriente de la batería y la original? b) ¿Qué pasaría si? Si se reemplaza el resistor con menor resistencia por uno con el doble de ésta, ¿cuál es la relación entre la nueva corriente total y la original? c) En una noche de febrero, una casa pierde energía debido a varias fugas de calor, incluyendo las siguientes: 1500 W

por conducción a través del techo, 450 W por filtración (flujo de aire) alrededor de las ventanas, 140 W por conducción a través de la pared del sótano por arriba de los cimientos de la casa y 40.0 W por conducción a través de la puerta de triplay del desván. Para tener un máximo de ahorro en gastos por calefacción, ¿cuál de estas pérdidas de energía debe reducirse primero? Explique cómo decide. Clifford Swartz sugirió la idea para este problema.

59. La figura P28.59 muestra el modelo de un circuito para la transmisión de una señal eléctrica, como por ejemplo televisión por cable, a un gran número de suscriptores. Cada suscriptor conecta una resistencia de carga R_L entre la línea de transmisión y la tierra. Supuestamente la tierra se encuentra a potencial cero y es capaz de conducir corriente de cualquier tamaño entre cualquier conexión a tierra con una resistencia despreciable. La resistencia de la línea de transmisión entre los puntos de conexión de diferentes suscriptores se puede modelar como una resistencia R_T constante. Demuestre que la resistencia equivalente entre las terminales de la fuente de la señal es

$$R_{eq} = \frac{1}{2}[(4R_T R_L + R_T^2)^{1/2} + R_T]$$

Sugerencia: Ya que hay una gran cantidad de suscriptores, la resistencia equivalente no debería cambiar mucho si el primer suscriptor cancela su servicio. En consecuencia, la resistencia equivalente de la sección de circuito a la derecha del primer resistor de carga es casi igual a R_{eq} .

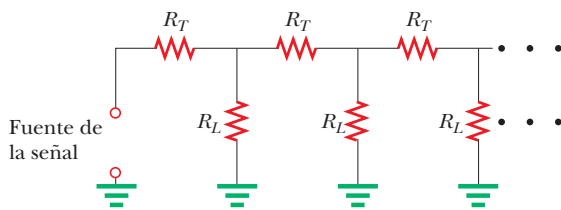


Figura P28.59

60. Un tetraedro regular es una pirámide con una base triangular. En sus seis aristas están colocados seis resistores de $10.0 \, \Omega$, con uniones en sus cuatro vértices. Una batería de 12.0 V está conectada a dos de sus vértices. Determine a) la resistencia equivalente entre los vértices del tetraedro y b) la corriente de la batería.
61. Suponga que en la figura P28.61 el interruptor ha estado cerrado durante un tiempo suficientemente largo para que el capacitor se cargue por completo. Determine a) la corriente en estado estacionario de cada resistor y b) la carga Q del capacitor. c) Ahora el interruptor se abre en $t = 0$. Escriba una ecuación para la corriente I_{R_2} a través de R_2 como una función del tiempo y d) determine el intervalo de tiempo necesario para que la carga del capacitor se reduzca a un quinto de su valor inicial.

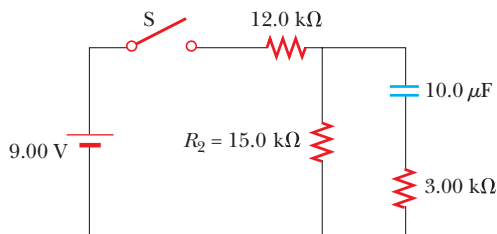


Figura P28.61

62. El circuito que se muestra en la figura P28.62 se ha establecido en un laboratorio con la finalidad de medir una capacitancia desconocida C utilizando un voltímetro de resistencia $R = 10.0 \, \text{M}\Omega$ y una batería cuya fem es 6.19 V. Los datos que se ven en la tabla son los voltajes medidos aplicados al capacitor como una función del tiempo, siendo $t = 0$ el instante en el cual se abre el interruptor. a) Elabore una gráfica de $\ln(\mathcal{E}/\Delta V)$ en función de t y realice un ajuste lineal de mínimos cuadrados a los datos. b) Partiendo de la pendiente de su gráfica, obtenga un valor para la constante de tiempo del circuito y un valor para la capacitancia.

ΔV (V)	t (s)	$\ln(\mathcal{E}/\Delta V)$
6.19	0	
5.55	4.87	
4.93	11.1	
4.34	19.4	
3.72	30.8	
3.09	46.6	
2.47	67.3	
1.83	102.2	

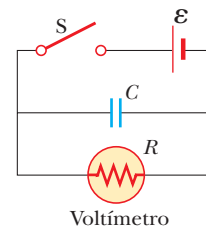


Figura P28.62

63. Un estudiante, que es el operador de una estación de radio universitaria, desea verificar la efectividad del pararrayos instalado en la antena (figura P28.63). La resistencia desconocida R_x está entre los puntos C y E . El punto E es una tierra verdadera pero no puede medirla directamente, ya que se encuentra varios metros por debajo de la superficie de la Tierra. En A y B se introducen en el suelo dos varillas idénticas que generan una resistencia desconocida R_y . El procedimiento es el siguiente: mida la resistencia R_1 entre los puntos A y B , conecte después A y B con un alambre conductor grueso y mida la resistencia R_2 entre los puntos A y C . a) Deduzca una ecuación para R_x en función de las resistencias observables, R_1 y R_2 . b) Una resistencia a tierra satisfactoria debería ser $R_x < 2.00 \, \Omega$. ¿Es la puesta a tierra de la estación de radio lo adecuado si las mediciones dan $R_1 = 13.0 \, \Omega$ y $R_2 = 6.00 \, \Omega$?

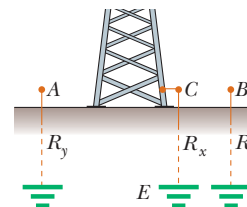


Figura P28.63

64. El interruptor en la figura P28.64a se cierra cuando $\Delta V_c > 2\Delta V/3$ y se abre cuando $\Delta V_c < \Delta V/3$. El voltímetro lee el voltaje como

aparece en la figura P28.64b. ¿Cuál es el periodo T de la forma de onda en función de R_1 , R_2 y C ?

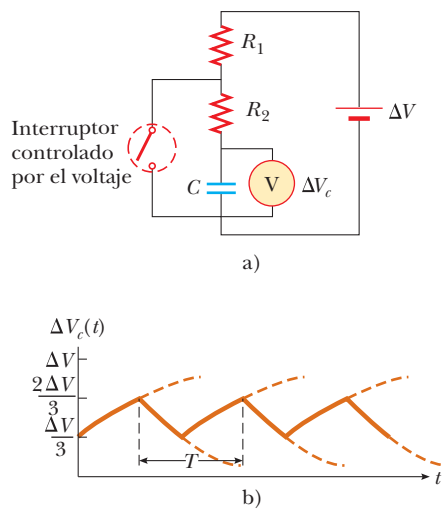


Figura P28.64

65. Una tetera eléctrica tiene un interruptor multiposición y dos bobinas calefactoras. Cuando sólo una bobina se enciende, la

tetera bien aislada lleva una porción de agua a ebullición durante el intervalo de tiempo Δt . Cuando sólo la otra bobina se enciende, tarda un intervalo de tiempo de $2\Delta t$ para hervir la misma cantidad de agua. Encuentre el intervalo de tiempo requerido para hervir la misma cantidad de agua si ambas bobinas están encendidas en a) una conexión en paralelo y b) una conexión en serie.

66. En lugares como salas de operación en hospitales o fábricas de tableros de circuitos electrónicos, se deben evitar chispas eléctricas. Una persona de pie en un piso a tierra y que no toque nada más por lo general tiene una capacitancia corporal de 150 pF, en paralelo con una capacitancia de pie de 80.0 pF producida por las suelas dieléctricas de sus zapatos. La persona adquiere carga eléctrica estática de las interacciones con muebles, ropa, equipo, materiales de empackado y esencialmente todo lo demás. La carga estática fluye al suelo a través de la resistencia equivalente de las suelas de los dos zapatos en paralelo uno con el otro. Un par de zapatos de calle con suela de goma puede presentar una resistencia equivalente de 5000 M Ω . Un par de zapatos con suelas especiales disipadoras de estática puede tener una resistencia equivalente de 1.00 M Ω . Considere el cuerpo de la persona y los zapatos como formadores de un circuito RC con el suelo. a) ¿Cuánto tardan los zapatos con suela de goma en reducir el potencial de una persona de 3000 V a 100 V? b) ¿Cuánto tardan los zapatos disipadores de estática en hacer lo mismo?

Respuestas a las preguntas rápidas

- 28.1 a) La potencia se entrega a la resistencia interna de una batería, así que si se reduce la resistencia interna, esta potencia "perdida" disminuirá incrementando el porcentaje de potencia entregado al aparato.
- 28.2 b) Cuando se abre el interruptor, los resistores R_1 y R_2 están en serie, así que la resistencia total del circuito es mayor que cuando el interruptor estaba cerrado. Como resultado, la corriente disminuye.
- 28.3 a) Cuando se cierra el interruptor, los resistores R_1 y R_2 están en paralelo, así que la resistencia total del circuito es menor que cuando el interruptor estaba abierto. Como resultado, la corriente aumenta.
- 28.4 i), b) Agregar otro resistor en serie aumenta la resistencia total del circuito y por tanto reduce la corriente en el circuito. ii), a) La diferencia de potencial a través de las terminales de la batería aumenta porque la corriente reducida resulta en una menor disminución de voltaje a través de la resistencia

interna. iii), a). Si se conectara en paralelo un tercer resistor, la resistencia total del circuito disminuiría y la corriente en la batería aumentaría. iv), b). La diferencia de potencial a través de las terminales disminuiría porque la corriente aumentada resulta en una mayor caída de voltaje a través de la resistencia interna.

- 28.5 i) c), Justo después de que se ha cerrado el interruptor, no existe carga en el capacitor. Mientras el capacitor comienza a cargarse, existe corriente en ambas ramas del circuito, por lo que la mitad derecha del circuito es equivalente a dos resistencias R en paralelo, es decir, una resistencia equivalente de $\frac{1}{2}R$. ii), d) Después de mucho tiempo, el capacitor se carga por completo y la corriente en la rama derecha disminuye hasta cero. Ahora la corriente existe sólo en una resistencia R a través de la batería.



La toma de huellas dactilares magnética permite encontrarlas en superficies que sólo de esta manera es posible detectar. El polvo que se aplica sobre la superficie está recubierto de un material orgánico que se adhiere a residuos grasos que la huella dactilar deja. Una “brocha” magnética recoge el polvo excedente, haciendo que la huella sea visible. (James King/Photo Researchers, Inc.)

- 29.1 Campos y fuerzas magnéticas
- 29.2 Movimiento de una partícula con carga en un campo magnético uniforme
- 29.3 Aplicaciones del movimiento de partículas con carga en un campo magnético
- 29.4 Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente
- 29.5 Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme
- 29.6 El efecto Hall

29 Campos magnéticos

Muchos historiadores de la ciencia creen que la brújula, que utiliza una aguja magnética, fue usada en China desde el siglo XIII a. C., y que su invención es de origen árabe o indio. Desde el año 800 a. C. los griegos ya tenían conocimientos sobre el magnetismo. Descubrieron que la magnetita (Fe_3O_4) atrae fragmentos de hierro. La leyenda adjudica el nombre magnetita al pastor Magnes, que atraía trozos de magnetita con los clavos de sus sandalias y el casquillo de su bastón mientras pastoreaba sus rebaños.

En el año 1269 un francés de nombre Pierre de Maricourt descubrió que las direcciones a las que apuntaba una aguja al acercársele un imán natural esférico formaban líneas que rodeaban a la esfera y pasaban a través de ésta en dos puntos diametralmente opuestos uno del otro, a los que llamó *polos* del imán. Experimentos consecutivos demostraron que todo imán, cualquiera que fuera su forma, tiene dos polos, uno *norte* (N) y otro *sur* (S), que ejercen fuerzas sobre otros polos magnéticos de manera similar a como las cargas eléctricas ejercen fuerzas entre sí. Esto es, polos iguales (N-N o S-S) se repelen y polos opuestos (N-S) se atraen.

Los polos son llamados así por la forma en que un imán, como el de una brújula, se comporta en presencia del campo magnético de la Tierra. Si a un imán en forma de barra se le suspende de su punto medio de manera que oscile con liber-

tad en un plano horizontal, girará de forma que su polo norte apunte al Polo Norte geográfico de la Tierra y su polo sur señale al Polo Sur geográfico de la Tierra.¹

En el año 1600 William Gilbert (1540-1603) amplió el experimento de Maricourt aplicándolo a una diversidad de materiales. Con base en que la aguja de una brújula se orienta en direcciones preferenciales, sugirió que la Tierra misma es un imán permanente gigantesco. En 1750, en otros experimentos se utilizó una balanza de torsión para demostrar que los polos magnéticos ejercen entre sí fuerzas de atracción o de repulsión y que estas fuerzas varían en función del inverso del cuadrado de la distancia entre los polos que interactúan. A pesar de que la fuerza entre polos magnéticos es de otro modo similar a la fuerza entre dos cargas eléctricas, estas últimas pueden aislarse (recuerde el electrón y el protón), considerando que **nunca ha sido posible aislar un solo polo magnético**. Es decir, **los polos magnéticos siempre se encuentran en pares**. Hasta ahora todos los intentos hechos para detectar la presencia de un polo magnético aislado han sido desafortunados. Independientemente de cuántas veces se divida un imán, cada trozo resultante tendrá siempre un polo norte y un polo sur.²

La correspondencia entre la electricidad y el magnetismo fue descubierta en 1819 cuando, en el transcurso de una demostración en una conferencia, el científico danés Hans Christian Oersted descubrió que una corriente eléctrica en un alambre desviaba la aguja de una brújula cercana.³ Durante 1820, Faraday y Joseph Henry (1797-1878) demostraron, de manera independiente, relaciones adicionales entre la electricidad y el magnetismo. Mostraron que es posible crear una corriente eléctrica en un circuito ya sea moviendo un imán cerca de él o variando la corriente de algún circuito cercano. Estas observaciones demuestran que una variación en un campo magnético crea un campo eléctrico. Años después, el trabajo teórico de Maxwell demostró que lo contrario también es cierto: un campo eléctrico que varía crea un campo magnético.

En este capítulo se examinan las fuerzas que actúan sobre las cargas en movimiento y sobre los alambres que conducen una corriente en presencia de un campo magnético. En el capítulo 8 se describe la fuente del campo magnético.

29.1 Campos y fuerzas magnéticas

Cuando se estudió la electricidad, se describieron las interacciones entre objetos con carga en función de campos eléctricos. Recuerde que cualquier carga eléctrica está rodeada por un campo eléctrico. Además de contener un campo eléctrico, el espacio que rodea a cualquier carga eléctrica *en movimiento*, también contiene un campo magnético. También cualquier sustancia magnética que forma parte de un imán permanente está rodeada de un campo magnético.

Históricamente el símbolo $\vec{B}$ ha sido utilizado para representar el campo magnético, y ésta es la notación utilizada en este libro. La dirección del campo magnético $\vec{B}$ en cualquier sitio es la dirección a la cual apunta la aguja de una brújula colocada en dicha posición. Igual que en el caso del campo eléctrico, es posible representar el campo magnético gráficamente utilizando *líneas de campo magnético*.

La figura 29.1 muestra cómo pueden trazarse las líneas del campo magnético de un imán de barra con ayuda de una brújula. Observe que las líneas de campo magnético en el exterior del imán apuntan alejándose del polo norte y hacia el polo sur. Es posible



HANS CHRISTIAN OERSTED
Físico y químico danés (1777-1851)
Oersted es más conocido por haber observado que la aguja de una brújula se desvía cuando se le coloca cerca de un alambre que lleva corriente. Este importante descubrimiento fue la primera evidencia de la relación entre fenómenos eléctricos y magnéticos. Oersted también fue el primero en obtener aluminio puro.

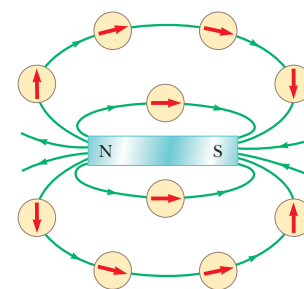


Figura 29.1

Con la aguja de la brújula pueden trazarse las líneas de campo magnético en la región externa de un imán de barra.

¹ Observe que el Polo Norte geográfico de la Tierra es magnéticamente un polo sur, en tanto que su Polo Sur geográfico es su polo norte. Dado que los polos magnéticos *opuestos* se atraen, el polo de un imán que es atraído por el Polo *Norte* de la Tierra es el polo *norte* del imán, y el polo atraído por el Polo *Sur* geográfico de la Tierra es el polo *sur* del imán.

² Existen bases teóricas para especular que en la naturaleza es posible encontrar *monopolos* magnéticos, es decir, polos norte y sur aislados. Es un campo activo de investigación el intentar detectarlos.

³ Este mismo descubrimiento fue publicado en 1802 por un jurista italiano, Gian Domenico Romagnosi, pero no fue tomado en consideración, probablemente porque se publicó en un periódico de poca difusión.

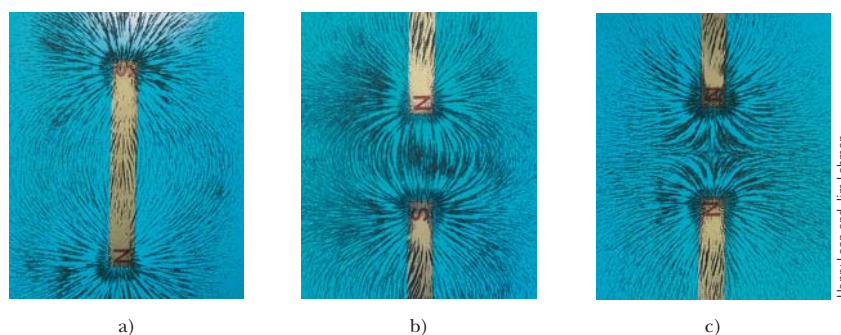


Figura 29.2 a) Patrón del campo magnético que rodea a un imán de barra utilizando limaduras de hierro. b) Patrón de campo magnético entre *polos opuestos* (N-S) de dos imanes de barra. c) Patrón de campo magnético entre *polos iguales* (N-N) de dos imanes de barra.

mostrar los patrones de campo magnético de un imán de barra utilizando pequeñas limaduras de hierro, como se muestra en la figura 29.2.

Es posible definir un campo magnético $\vec{B}$ en algún punto en el espacio en función de la fuerza magnética $\vec{F}_B$ que ejerce el campo sobre una partícula con carga que se mueve con una velocidad $\vec{v}$, misma que se identifica como el objeto de prueba. Por ahora, suponga que no existen ni campo eléctrico ni campo gravitacional en la ubicación del objeto de prueba. Los experimentos efectuados en diferentes partículas con carga que se mueven en un campo magnético, dan los siguientes resultados:

Propiedades de la fuerza magnética sobre una carga que se mueve en un campo magnético

- La magnitud F_B de la fuerza magnética ejercida sobre la partícula es proporcional a la carga q y a la rapidez v de dicha partícula.
- Cuando una partícula con carga se mueve paralela al vector de campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella es igual a cero.
- Cuando el vector de velocidad de la partícula forma un ángulo $\theta \neq 0$ con el campo magnético, la fuerza magnética actúa en dirección perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$; $\vec{F}_B$ es perpendicular al plano formado por $\vec{v}$ y $\vec{B}$ (figura 29.3a).
- La fuerza magnética ejercida sobre una carga positiva tiene dirección opuesta a la dirección de la fuerza magnética ejercida sobre una carga negativa que se mueva en la misma dirección (figura 29.3b).
- La magnitud de la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula en movimiento es proporcional a $\sin \theta$, donde θ es el ángulo que el vector de velocidad de la partícula forma con la dirección de $\vec{B}$.

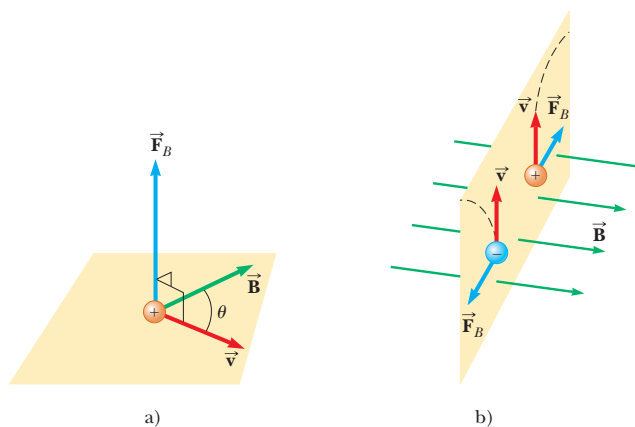


Figura 29.3 Dirección de la fuerza magnética $\vec{F}_B$ que actúa sobre una partícula con carga que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$. a) La fuerza magnética es perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$. b) Sobre dos partículas cargadas de signos opuestos que se mueven a la misma velocidad en un campo magnético se ejercen fuerzas magnéticas $\vec{F}_B$ en direcciones opuestas. Las líneas discontinuas muestran la trayectoria de las partículas, las cuales investigaremos en la sección 29.2.

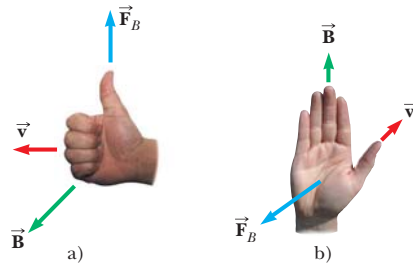


Figura 29.4 Dos reglas de la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza magnética $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ que actúa sobre una partícula de carga q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$. a) En esta regla, los dedos apuntan en la dirección de $\vec{v}$, lo que provoca que $\vec{B}$ salga de la palma de la mano, de forma que los dedos pueden cerrarse en la dirección de $\vec{B}$. La dirección de $\vec{v} \times \vec{B}$, y la fuerza ejercida sobre una carga positiva, es la dirección a la cual apunta el pulgar. b) En esta regla, el vector $\vec{v}$ está en la dirección del pulgar y $\vec{B}$ en la dirección de los dedos. La fuerza $\vec{F}_B$ sobre una carga positiva aparecerá en la dirección de la palma de la mano, como si se estuviera empujando la partícula con la mano.

Para resumir estas observaciones la fuerza magnética se describe como

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (29.1)$$

que por definición del producto vectorial (vea la sección 11.1) es perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$. Esta ecuación es una definición operacional del campo magnético en algún punto en el espacio. Esto es, el campo magnético está definido en función de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga en movimiento.

La figura 29.4 analiza dos reglas de la mano derecha para determinar la dirección del producto cruz $\vec{v} \times \vec{B}$ y la dirección de $\vec{F}_B$. La regla de la figura 29.4a depende de la regla de la mano derecha para el producto cruz de la figura 11.2. Dirija los cuatro dedos de su mano derecha a lo largo de la dirección de $\vec{v}$, manteniendo la palma de la mano de cara a $\vec{B}$, y cierre los dedos hacia $\vec{B}$. El pulgar extendido, que forma un ángulo recto con los dedos, apunta en la dirección de $\vec{v} \times \vec{B}$. Ya que $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$, $\vec{F}_B$ queda en la dirección del pulgar si q es positiva y en la dirección opuesta si q es negativa. (Si necesita más elementos para comprender el producto cruz, sería útil repasar la sección 11.1, incluyendo la figura 11.2.)

En la figura 29.4b se muestra una regla alterna. En este caso el pulgar apunta en la dirección de $\vec{v}$ y los dedos extendidos en la dirección de $\vec{B}$. Ahora la fuerza $\vec{F}_B$ que se ejerce sobre una carga positiva se extiende hacia afuera desde la palma de la mano. La ventaja de esta regla es que la fuerza sobre la carga está en la dirección en que se debería empujar con la mano, es decir, hacia afuera de la palma. La fuerza ejercida sobre una carga negativa está en la dirección opuesta. Utilice libremente cualquiera de estas dos reglas.

La magnitud de la fuerza magnética sobre una partícula cargada es

$$F_B = |q|vB \sin \theta \quad (29.2)$$

donde θ es el ángulo menor entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Por esta expresión puede que F_B sea igual a cero cuando $\vec{v}$ es paralela o antiparalela a $\vec{B}$ ($\theta = 0$ o 180°) y es máxima cuando $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$ ($\theta = 90^\circ$).

Existen varias diferencias de importancia entre las fuerzas eléctrica y magnética:

- El vector fuerza eléctrica actúa a lo largo de la dirección del campo eléctrico, en tanto que el vector fuerza magnética actúa perpendicularmente al campo magnético.
- La fuerza eléctrica actúa sobre una partícula con carga sin importar si ésta se encuentra en movimiento, en tanto que la fuerza magnética actúa sobre una partícula con carga sólo cuando está en movimiento.
- La fuerza eléctrica efectúa trabajo al desplazar una partícula con carga, en tanto que la fuerza magnética asociada con un campo magnético estable no efectúa trabajo cuando se desplaza una partícula, debido a que la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

Con base en este último enunciado y también con el teorema trabajo-energía cinética, se concluye que la energía cinética de una partícula con carga que se mueve a través de un campo magnético no puede ser modificada por el campo magnético solo.

◀ Expresión vectorial de la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula con carga en movimiento en un campo magnético

◀ Magnitud de la fuerza magnética ejercida sobre una partícula con carga que se mueve en un campo magnético

TABLA 29.1

Algunas magnitudes aproximadas del campo magnético	
Fuente del campo	Magnitud del campo (T)
Poderoso imán de laboratorio superconductor	30
Poderoso imán de laboratorio convencional	2
Unidad médica MRI (resonancia magnética)	1.5
Imán de barra	10^{-2}
Superficie del Sol	10^{-2}
Superficie de la Tierra	0.5×10^{-4}
Interior del cerebro humano (debido a impulsos nerviosos)	10^{-13}

El campo magnético, puede modificar la dirección del vector velocidad pero no puede cambiar la rapidez ni la energía cinética de la partícula.

En la ecuación 29.2 se ve que la unidad del SI del campo magnético es newton por cada coulomb-metro por cada segundo, o **tesla** (T):

La tesla

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}}$$

Dado que un ampere se define como un coulomb por cada segundo,

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Una unidad que no es del SI y que se usa comúnmente para el campo magnético, el *gauss* (G), se relaciona con la tesla mediante la conversión $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$. La tabla 29.1 proporciona algunos valores representativos de los campos magnéticos.

Pregunta rápida 29.1 Un electrón se mueve en el plano del papel de este libro hacia la parte superior de la página. Además en el plano de la página existe un campo magnético que está dirigido hacia la derecha. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética sobre el electrón?

a) hacia la parte superior, b) hacia la parte inferior, c) hacia el borde izquierdo, d) hacia el borde derecho, e) encima alejándose de la página, f) hacia adentro de la página.

EJEMPLO 29.1
Electrón que se mueve en un campo magnético

Un electrón en un cinescopio de una televisión se mueve hacia el frente del cinescopio con una rapidez de $8.0 \times 10^6 \text{ m/s}$ a lo largo del eje x (figura 29.5). Rodeando el cuello del tubo hay bobinas de alambre que crean un campo magnético de 0.025 T de magnitud, dirigidos en un ángulo de 60° con el eje xy y se encuentran en el plano xy . Calcule la fuerza magnética sobre el electrón.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Recuerde que la fuerza magnética sobre una partícula con carga es perpendicular al plano formado por los vectores velocidad y campo magnético. Use la regla de la mano derecha en la figura 29.4 para convencerse de que la dirección de la fuerza sobre el electrón es hacia abajo en la figura 29.5.

Categorizar La fuerza magnética se evalúa mediante una ecuación desarrollada en esta sección, así que este ejemplo se clasificó como un problema de sustitución.

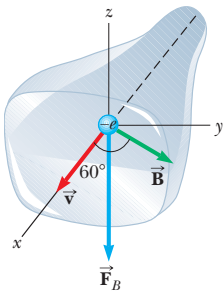


Figura 29.5 (Ejemplo 29.1) La fuerza magnética $\vec{F}_B$ que actúa sobre el electrón está en la dirección z negativa cuando $\vec{v}$ y $\vec{B}$ se encuentran en el plano xy .

Use la ecuación 29.2 para encontrar la magnitud de la fuerza magnética:

$$\begin{aligned} F_B &= |q|vB \sin \theta \\ &= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(8.0 \times 10^6 \text{ m/s})(0.025 \text{ T})(\sin 60^\circ) \\ &= 2.8 \times 10^{-14} \text{ N} \end{aligned}$$

Para practicar el uso del producto vectorial, evalúe esta fuerza en notación vectorial con la ecuación 29.1.

29.2 Movimiento de una partícula con carga en un campo magnético uniforme

Antes de continuar con la explicación, se requiere cierta aclaración de la notación usada en este libro. Para indicar la dirección de $\vec{B}$ en las ilustraciones, a veces se presentan vistas en perspectiva, como en la figura 29.5. Si $\vec{B}$ se encuentra en el plano de la página o está presente en un dibujo en perspectiva, se usan vectores verdes o líneas de campo verdes con puntas de flechas. En las ilustraciones que no están en perspectiva, se bosqueja un campo magnético perpendicular a y dirigido alejándose de la página con una serie de puntos verdes, que representan las puntas de flechas que vienen hacia usted (vea la figura 29.6a). En este caso, el campo se etiqueta $\vec{B}_{\text{afuera}}$. Si $\vec{B}$ se dirige perpendicularmente hacia adentro de la página, se usan cruces verdes, que representan la colas emplumadas de las flechas disparadas alejándose de usted, como en la figura 29.6b. En este caso, el campo se etiqueta $\vec{B}_{\text{adentro}}$, donde el subíndice “adentro” indica “hacia la página”. La misma notación con cruces y puntos también se usa para otras cantidades que pueden ser perpendiculares a la página, como direcciones de fuerzas y corrientes.

En la sección 29.1 aprendió que la fuerza magnética que actúa sobre una partícula con carga que se mueve en un campo magnético es perpendicular a la velocidad de la partícula y, en consecuencia, el trabajo realizado por la fuerza magnética sobre la partícula es igual a cero. Ahora considere el caso especial de una partícula con carga positiva que se mueve en un campo magnético uniforme, estando el vector de velocidad inicial de la partícula en posición perpendicular al campo. Suponga que la dirección del campo magnético es hacia la página, igual que en la figura 29.7. Conforme la partícula cambia la dirección de su velocidad como respuesta a la fuerza magnética, ésta se mantiene en posición perpendicular a la velocidad. Como se apuntó en la sección 6.1, si la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad, la trayectoria de la partícula ¡es un círculo! La figura 29.7 muestra a la partícula en movimiento circular en un plano perpendicular al campo magnético.

La partícula se mueve en círculo porque la fuerza magnética $\vec{F}_B$ es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$ y tiene una magnitud constante igual a qvB . Como se observa en la figura 29.7, la rotación para una carga positiva es en dirección contraria a las manecillas del reloj hacia el interior de la página. Si q fuera negativa, la rotación sería en dirección de las manecillas del reloj. Use el modelo de una partícula bajo una fuerza neta para escribir la segunda ley de Newton para la partícula:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B = m\vec{a}$$

Ya que la partícula se mueve en un círculo, también se representa como una partícula en movimiento circular uniforme y se sustituye la aceleración con la aceleración centrípeta.

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

Esta expresión conduce a la ecuación que sigue para el radio de una trayectoria circular

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (29.3)$$

Es decir, el radio de la trayectoria es proporcional a la cantidad de movimiento lineal mv de la partícula e inversamente proporcional a la magnitud de la carga sobre la partícula y a la magnitud del campo magnético. La rapidez angular de la partícula (según la ecuación 10.10) es

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (29.4)$$

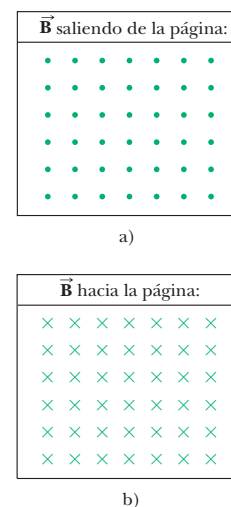


Figura 29.6

a) Las líneas de campo magnético que van hacia afuera del papel se indican mediante puntos, que representan las puntas de las flechas que van hacia afuera.
b) Las líneas de campo magnético que van hacia el papel se indican mediante cruces, que representan las plumas de las flechas que van hacia adentro.

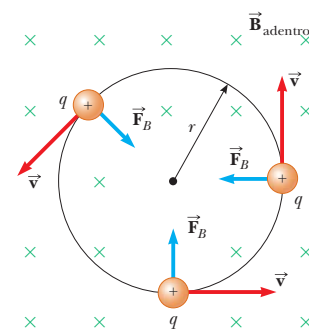
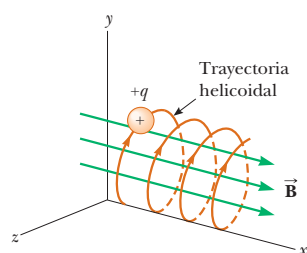


Figura 29.7

Cuando la velocidad de una partícula con carga es perpendicular a un campo magnético uniforme, ésta se mueve siguiendo una trayectoria circular en un plano perpendicular a $\vec{B}$. La fuerza magnética $\vec{F}_B$ que actúa sobre la carga lo hará siempre dirigida hacia el centro del círculo.

**Figura 29.8**

Una partícula con carga, con un vector de velocidad que tenga una componente paralela a un campo magnético uniforme, se mueve en una trayectoria helicoidal.

El periodo del movimiento (el intervalo de tiempo que necesita la partícula para completar una revolución) es igual a la circunferencia del círculo dividido entre la rapidez de la partícula:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (29.5)$$

Estos resultados demuestran que la rapidez angular de la partícula y el periodo del movimiento circular no dependen de la rapidez de la partícula ni del radio de la órbita. La rapidez angular ω se denomina **frecuencia de ciclotrón**, porque las partículas con carga circular con esta frecuencia angular en un tipo de acelerador conocido como *ciclotrón*, el cual se explica en la sección 29.3.

Si una partícula con carga se mueve en un campo magnético uniforme con su velocidad orientada en algún ángulo arbitrario respecto a $\vec{B}$, su trayectoria será una espiral. Por ejemplo, si el campo está dirigido en la dirección x , como se observa en la figura 29.8, no existe componente de la fuerza en la dirección x . Como resultado, $a_x = 0$, y la componente en x de la velocidad se mantiene constante. Sin embargo, la fuerza magnética $q\vec{v} \times \vec{B}$ hace que cambien las componentes v_y y v_z en relación con el tiempo, y el movimiento resultante es una espiral cuyo eje es paralelo al campo magnético. La proyección de la trayectoria sobre el plano yz (visto a lo largo del eje de las x) es un círculo. (¡Las proyecciones de la trayectoria en los planos xy y xz son senoidales!) Siguen siendo aplicables las ecuaciones 29.3 y 29.5, siempre y cuando se reemplace v por $v_{\perp} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$.

Pregunta rápida 29.2 Una partícula con carga se mueve en dirección perpendicular a un campo magnético con una trayectoria circular de radio r . i) Una partícula idéntica entra en el campo, con $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$, pero con una rapidez más elevada que la primera partícula. En comparación con el radio del círculo que recorre la primera partícula, el radio de la trayectoria circular que traza la segunda partícula es: a) menor, b) mayor o c) igual. ii) La magnitud del campo magnético se incrementa. De las mismas opciones, compare el radio de la nueva trayectoria circular de la primera partícula con el radio de su trayectoria inicial.

EJEMPLO 29.2**Protón con movimiento perpendicular a un campo magnético uniforme**

Un protón se mueve en una órbita circular de 14 cm de radio en un campo magnético uniforme de 0.35 T, perpendicular a la velocidad del protón. Encuentre la rapidez del protón.

SOLUCIÓN

Conceptualizar A partir de la explicación en esta sección, se sabe que el protón sigue una trayectoria circular cuando se mueve en un campo magnético uniforme.

Categorizar La rapidez del protón se evalúa usando una ecuación desarrollada en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Resuelva la ecuación 29.3 para la rapidez de la partícula:

$$v = \frac{qBr}{m_p}$$

Sustituya valores numéricos:

$$\begin{aligned} v &= \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(0.35 \text{ T})(0.14 \text{ m})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 4.7 \times 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si un electrón, en lugar de un protón, se mueve en una dirección perpendicular al mismo campo magnético con esta misma rapidez? ¿El radio de su órbita será diferente?

Respuesta Un electrón tiene una masa mucho menor que la del protón, así que la fuerza magnética debe ser capaz de cambiar su velocidad mucho más fácilmente que la del protón. Por lo tanto, se espera que el radio sea más pequeño. La ecuación 29.3 muestra que r es proporcional a m con q , B y v iguales para el electrón y para el protón. En consecuencia, el radio será más pequeño por el mismo factor que la razón de masas m_e/m_p .

EJEMPLO 29.3 Flexión de un haz de electrones

En un experimento diseñado para medir la magnitud de un campo magnético uniforme, los electrones se aceleran desde el reposo a causa de una diferencia de potencial de 350 V y después entran a un campo magnético uniforme que es perpendicular al vector velocidad de los electrones. Los electrones viajan a lo largo de una trayectoria curva debido a la fuerza magnética que se ejerce sobre ellos, y se observa que el radio de la trayectoria es de 7.5 cm. (En la figura 29.9 se muestra el haz de electrones curvo.)

(A) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con la ayuda de las figuras 29.7 y 29.9, visualice el movimiento circular de los electrones.

Categorizar Este ejemplo involucra electrones que se aceleran desde el reposo debido a una fuerza eléctrica y después se mueven en una trayectoria circular debido a una fuerza magnética. La ecuación 29.3 muestra que se necesita la rapidez v del electrón para encontrar la magnitud del campo magnético y no se conoce v . En consecuencia, se debe encontrar la rapidez del electrón según la diferencia de potencial a través de la que se acelera. Para hacerlo, la primera parte del problema se clasifica al modelar un electrón y el campo eléctrico como un sistema aislado. Una vez que el electrón entra al campo magnético, la segunda parte del problema se clasifica como uno similar al estudiado en esta sección.

Analizar Escriba la reducción adecuada de la ecuación de conservación de energía, ecuación 8.2, para el sistema electrón-campo eléctrico:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Sustituya las energías inicial y final adecuadas:

$$\left(\frac{1}{2}m_e v^2 - 0\right) + (q\Delta V) = 0$$

Resuelva para la rapidez del electrón:

$$v = \sqrt{\frac{-2q\Delta V}{m_e}}$$

Sustituya valores numéricos:

$$v = \sqrt{\frac{-2(-1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(350 \text{ V})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.11 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Ahora imagine que el electrón entra al campo magnético con esta rapidez. Resuelva la ecuación 29.3 para la magnitud del campo magnético:

$$B = \frac{m_e v}{er}$$

Sustituya valores numéricos:

$$B = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.11 \times 10^7 \text{ m/s})}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(0.075 \text{ m})} = 8.4 \times 10^{-4} \text{ T}$$

(B) ¿Cuál es la rapidez angular de los electrones?

SOLUCIÓN

Use la ecuación 10.10:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.11 \times 10^7 \text{ m/s}}{0.075 \text{ m}} = 1.5 \times 10^8 \text{ rad/s}$$

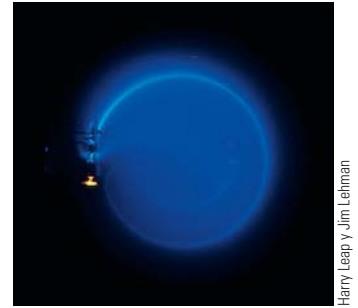


Figura 29.9 (Ejemplo 29.3) Flexión de un haz de electrones en un campo magnético.

Harry Leap y Jim Lehman

Finalizar La rapidez angular se puede representar como $\omega = (1.5 \times 10^8 \text{ rad/s})(1 \text{ rev}/2\pi \text{ rad}) = 2.4 \times 10^7 \text{ rev/s}$. ¡Los electrones viajan alrededor del círculo 24 millones de veces por segundo! Esta respuesta es consistente con la muy alta rapidez que se encontró en el inciso (A).

¿Qué pasaría si? ¿Y si un súbito exceso de corriente origina que el voltaje acelerador aumente a 400 V? ¿Cómo afecta a la rapidez angular de los electrones, si supone que el campo magnético permanece constante?

Respuesta El aumento en el voltaje de aceleración ΔV origina que los electrones entren al campo magnético con una mayor rapidez v . Esta mayor rapidez los hace viajar en un círculo con un radio más grande r . La rapidez angular es la relación de v a r . Tanto v como r aumentan en el mismo factor, de modo que los efectos se cancelan y la rapidez angular permanece igual. La ecuación 29.4 es una expresión para la frecuencia de ciclotrón, que es la misma que la rapidez angular de los electrones. La frecuencia de ciclotrón depende sólo de la carga q , el campo magnético B y la masa m_e , ninguna de las cuales cambió. Por lo tanto, el exceso de corriente no tiene efecto sobre la rapidez angular. (Sin embargo, en realidad, el sobrevoltaje también puede aumentar el campo magnético si el campo magnético es activado por la misma fuente que el voltaje acelerador. En este caso, la rapidez angular aumenta de acuerdo con la ecuación 29.4.)

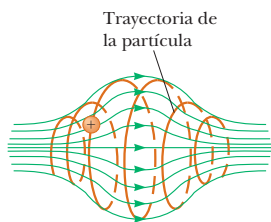


Figura 29.10 Una partícula con carga que se mueve en un campo magnético no uniforme (una botella magnética) en espiral respecto al campo oscilando entre los extremos. La fuerza magnética ejercida sobre la partícula cerca de cualquiera de los dos extremos tiene una componente que la hace girar en espiral de regreso hacia el centro.

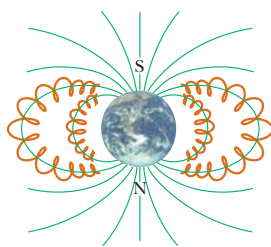


Figura 29.11 Los cinturones de Van Allen están constituidos por partículas con carga atrapadas por el campo magnético no uniforme de la Tierra. Las líneas de campo magnético están representadas en color verde y las trayectorias de las partículas en color café.

Cuando las partículas con carga se mueven en un campo magnético no uniforme, su movimiento es complejo. Por ejemplo, en un campo magnético intenso en sus extremos y débil en su parte media, como el que se muestra en la figura 29.10, las partículas pueden oscilar entre dos posiciones. Una partícula con carga sale de un extremo de la espiral a lo largo de las líneas de campo hasta llegar al otro extremo, donde invierte su trayectoria y de regreso en la espiral. Este esquema se conoce como *botella magnética*, ya que las partículas con carga pueden quedar atrapadas en su interior. Se ha utilizado esta botella magnética para confinar *plasma*, un gas formado por iones y electrones. Este esquema de confinamiento de plasma podría jugar un papel crucial en el control de la fusión nuclear, proceso que podría suministrar en el futuro una fuente de energía casi infinita. Por desgracia, la botella magnética tiene sus problemas. Si un gran número de partículas está atrapado, las colisiones que se presentan entre ellas hacen que finalmente se fuguen del sistema.

Los cinturones de radiación de Van Allen están formados de partículas con carga (en su mayor parte electrones y protones) que rodean la Tierra en regiones toroidales (figura 29.11). Las partículas atrapadas por el campo magnético no uniforme de la Tierra giran en espiral alrededor de las líneas de campo de un polo al otro, cubriendo la distancia en apenas unos cuantos segundos. Estas partículas se originan principalmente en el Sol, aunque algunas provienen de las estrellas y otros objetos celestes. Por esta razón las partículas se conocen como *rayos cósmicos*. La mayor parte de los rayos cósmicos son desviados por el campo magnético de la Tierra y nunca llegan a la atmósfera. Sin embargo, algunas de las partículas quedan atrapadas; son estas partículas las que forman los cinturones de Van Allen. Cuando las partículas se encuentran sobre los polos, a veces colisionan con los átomos de la atmósfera, haciendo que éstos emitan una luz visible. Estas colisiones son el origen de la bella aurora boreal, es decir las luces del norte, cuando se trata del hemisferio norte, y las auroras australes si se trata del hemisferio sur. Las auroras normalmente se presentan sólo en las regiones polares, ya que los cinturones de Van Allen en estas regiones están a menor distancia de la Tierra. En ocasiones, sin embargo, la actividad solar hace que más partículas cargadas entren en los cinturones y distorsionen de manera significativa las líneas de campo magnético normal asociadas con la Tierra. En esta situación, es posible observar a veces auroras en latitudes más bajas.

29.3 Aplicaciones del movimiento de partículas con carga en un campo magnético

Una carga móvil con una velocidad $\vec{v}$ en presencia tanto de un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$ experimenta a la vez una fuerza eléctrica $q\vec{E}$ y una fuerza magnética $q\vec{v} \times \vec{B}$. La fuerza total (conocida como fuerza de Lorentz) que actúa sobre la carga es

Selector de velocidad

En muchos experimentos que incluyen partículas con carga en movimiento, es importante que todas las partículas se muevan a la misma velocidad, esto se puede lograr aplicando la combinación de un campo eléctrico con uno magnético orientados como se ilustra en la figura 29.12. Un campo eléctrico uniforme se dirige a la derecha (en el plano de la página en la figura 29.12) y se aplica un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al campo eléctrico (hacia adentro de la página en la figura 29.12). Si q es positiva y la velocidad $\vec{v}$ está dirigida hacia arriba, la fuerza magnética $q\vec{v} \times \vec{B}$ se dirige hacia la izquierda y la fuerza eléctrica $q\vec{E}$ hacia la derecha. Cuando se escogen las magnitudes de los dos campos, de forma que $qE = qvB$, la partícula con carga se modela como una partícula en equilibrio y se mueve en línea recta vertical a través de la región de los campos. Por la expresión $qE = qvB$, se encuentra que

$$v = \frac{E}{B} \quad (29.7)$$

Sólo aquellas partículas que tengan esta rapidez pasarán sin desviarse a través de los campos eléctrico y magnético mutuamente perpendiculares. La fuerza magnética que se ejerce sobre partículas que se mueven con magnitudes de velocidad más elevadas es mayor a la fuerza eléctrica, lo que desvía las partículas hacia la izquierda. Las que se muevan con magnitudes de velocidad menores se desviarán hacia la derecha.

Espectrómetro de masas

Un **espectrómetro de masas** separa iones según su relación masa a carga. Una versión de este dispositivo, conocido como *espectrómetro de masas Bainbridge*, el haz de iones pasa primero a través de un selector de velocidad y después entra a un segundo campo magnético uniforme $\vec{B}_0$ que tiene la misma dirección que el campo magnético en el selector (figura 29.13). Al entrar en el segundo campo magnético, los iones se mueven en un semicírculo de radio r antes de que se impacte en la película fotográfica en P . Si los iones están con carga positiva, el haz se desviará hacia la izquierda, como se observa en la figura 29.13. Si los iones están con carga negativa, el haz se desviará hacia la derecha. Por la ecuación 29.3, la relación m/q se expresa de la forma

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v}$$

La ecuación 29.7, da

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0B}{E} \quad (29.8)$$

Debido a eso, es posible determinar m/q midiendo el radio de curvatura y conociendo cuáles son los valores del campo B , B_0 y E . En la práctica, por lo general se miden las masas de diferentes isótopos de un ion conocido, con todos los iones de la misma carga q . De esta manera se pueden determinar las relaciones de masa, incluso si q es desconocido.

Una variante de esta técnica fue utilizada en 1897 por J. J. Thomson (1856-1940) para medir la relación e/m_e para los electrones. La figura 29.14a muestra el aparato básico que utilizó. Los electrones se aceleran desde el cátodo y pasan a través de dos ranuras. A continuación pasan a una región de campos eléctrico y magnético perpendiculares entre sí. Las magnitudes de los dos campos se ajustan inicialmente a fin de producir un haz sin desviación. Cuando se desactiva el campo magnético, el campo eléctrico produce una deflexión medible en el haz que queda registrada sobre la pantalla fluorescente. A partir de la magnitud de la deflexión y de los valores medidos para E y B , es posible determinar la relación carga a masa. El resultado de este experimento crucial representa el descubrimiento del electrón como una partícula fundamental de la naturaleza.

El ciclotrón

Un **ciclotrón** es un dispositivo que puede acelerar partículas con carga a considerables magnitudes de velocidad. Las partículas energéticas producidas son utilizadas para bom-

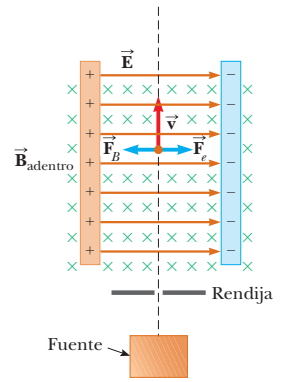


Figura 29.12

Un selector de velocidad. Cuando una partícula con carga positiva se mueve con velocidad $\vec{v}$ ante la presencia de un campo magnético dirigido hacia la página y un campo eléctrico dirigido hacia la derecha, experimenta una fuerza eléctrica $q\vec{E}$ hacia la derecha y una fuerza magnética $q\vec{v} \times \vec{B}$ hacia la izquierda.

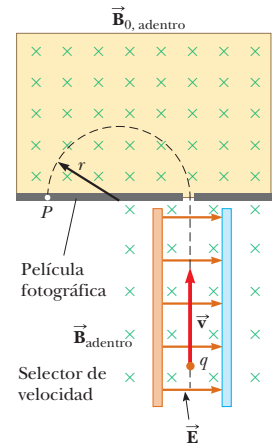


Figura 29.13

Espectrómetro de masas. Las partículas con carga positiva se lanzan primero a través de un selector de velocidad y después en una región donde el campo magnético $\vec{B}_0$ hace que recorran una trayectoria semicircular y se impacten en la película fotográfica en P .

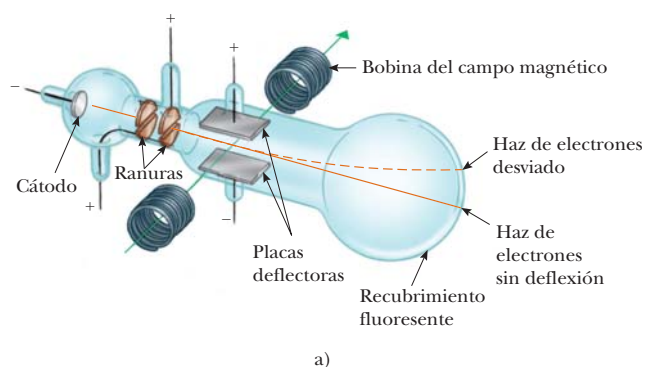


Figura 29.14 a) Aparato de Thomson para la medición de e/m_e . Desde el cátodo se aceleran los electrones, que pasan a través de dos ranuras, y son desviados tanto por un campo eléctrico como por un campo magnético (dirigido perpendicularmente al campo eléctrico). El haz de electrones golpea después una pantalla fluorescente. b) J. J. Thomson (izquierda) en el Cavendish Laboratory, University of Cambridge. La persona a la derecha, Frank Baldwin Jewett, es un pariente lejano de John W. Jewett, Jr., coautor de este libro.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 29.1

El ciclotrón no es tecnología de punta

El ciclotrón es importante históricamente, ya que fue el primer acelerador de partículas que alcanzó magnitudes de velocidad elevadas. Los ciclotrones siguen siendo utilizados en aplicaciones médicas, y la mayor parte de los aceleradores actualmente en uso en la investigación no son ciclotrones. Los aceleradores para la investigación funcionan con base en un principio diferente, y en general se conocen como *sincrotrones*.

bardear los núcleos atómicos, produciendo así reacciones nucleares de interés para los investigadores. Varios hospitales utilizan este dispositivo para la producción de sustancias radioactivas para el diagnóstico y el tratamiento.

Tanto las fuerzas eléctricas como magnéticas desempeñan un papel fundamental en la operación de un ciclotrón, en la figura 29.15a se muestra el dibujo esquemático. Las cargas se mueven en el interior de dos recipientes semicirculares, D_1 y D_2 , que se conocen como *des* debido a que su forma es parecida a la letra D. A las “des” se les aplica una diferencia de potencial alternante de alta frecuencia y se dirige un campo magnético uniforme en dirección perpendicular. Un ion positivo liberado en P cerca del centro del imán en una “de” sigue una trayectoria semicircular (lo cual se indica con la línea discontinua de color café del dibujo) y vuelve al espacio entre las “des” en un intervalo de tiempo $T/2$, donde T es el intervalo de tiempo necesario para hacer un recorrido completo alrededor de dos “des”, y que se da en la ecuación 29.5. La frecuencia de la diferencia de potencial aplicada se ajusta de manera que la polaridad de las “des” se invierta en el mismo intervalo de tiempo que utiliza el ion para recorrer una “de”. Si la diferencia de potencial aplicado se ajusta de manera que D_2 esté a un potencial eléctrico inferior que D_1 en una magnitud ΔV , el ion se acelerará a través del espacio hasta D_2 y su energía cinética se incrementará en la cantidad $q\Delta V$. Pasa después alrededor de D_2 en una trayectoria semicircular de un radio más grande (porque su rapidez se ha incrementado). Después de un intervalo de tiempo $T/2$, otra vez llega al espacio entre las “des”. En este instante, la polaridad entre las “des” se ha invertido, y se le da al ion otro “impulso” a través del espacio. El

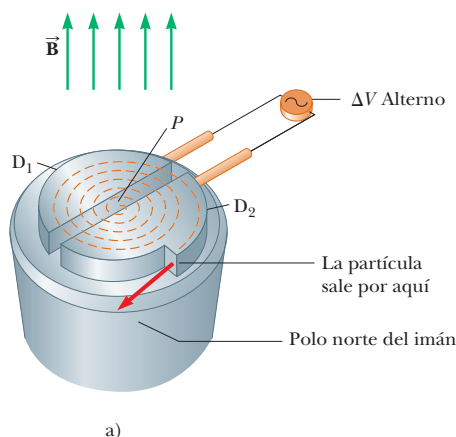


Figura 29.15 a) Un ciclotrón está constituido por una fuente de iones en P , dos “des” D_1 y D_2 , a las cuales se les aplica una diferencia de potencial alternante y un campo magnético uniforme. (El polo sur del imán no se muestra.) Las líneas curvas discontinuas de color café representan la trayectoria de las partículas. b) Primer ciclotrón, inventado por E. O. Lawrence y M. S. Livingston en 1934.

movimiento continúa, así que para cada mitad de recorrido de una “de”, el ion adquiere energía cinética adicional igual a $q\Delta V$. Cuando el radio de su trayectoria es prácticamente el de las “des”, el ion sale del sistema a través de la ranura de salida. Observe que la operación del ciclotrón se basa en que T es independiente de la rapidez del ion y del radio de la trayectoria circular (ecuación 29.5).

Se puede obtener una expresión de la energía cinética del ion cuando sale del ciclotrón, en función del radio R de las “des”. Por la ecuación 29.3 se sabe que $v = qBR/m$. Por tanto, la energía cinética es

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \quad (29.9)$$

Cuando la energía de los iones en un ciclotrón excede aproximadamente 20 MeV, entran en juego efectos relativistas. (Estos efectos se explican en el capítulo 39.) Estudios muestran que T aumenta y que los iones en movimiento no se quedan en fase con la diferencia de potencial aplicada. Algunos aceleradores superan este problema modificando el periodo de la diferencia de potencial aplicada, de manera que se conserve en fase con los iones en movimiento.

29.4 Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente

Si se ejerce una fuerza magnética sobre una partícula con carga cuando ésta se mueve a través de un campo magnético, no debería sorprendernos que un alambre que transporta una corriente también experimente una fuerza cuando se le coloca en un campo magnético. La corriente es un conjunto de muchas partículas con carga en movimiento; de ahí que la fuerza resultante ejercida por el campo sobre el alambre sea la suma vectorial de las fuerzas individuales ejercidas sobre todas las partículas con carga que conforman la corriente. La fuerza ejercida sobre las partículas se transmite al alambre cuando colisionan con los átomos que constituyen el alambre.

Es posible demostrar la acción de una fuerza magnética sobre un conductor de corriente colgando un alambre entre los polos de un imán, como se observa en la figura 29.16a. Para facilitar la visualización, en el inciso a) se ha eliminado una parte del imán en forma de herradura, a fin de mostrar en los incisos b), c) y d) de la figura 29.16. El campo magnético está dirigido hacia la página y abarca la región entre las líneas sombreadas. Cuando la corriente en el alambre es igual a cero, el alambre se mantiene vertical, como se puede ver en la figura 29.16b. Sin embargo, cuando el alambre conduce una corriente hacia arriba, como se ve en la figura 29.16c, el alambre se flexiona hacia la izquierda. Si se invierte la dirección de la corriente, como muestra la figura 29.16d, el alambre se flexiona hacia la derecha.

Conviene cuantificar esta explicación considerando un segmento recto de alambre de longitud L y de área de sección transversal A , que conduce una corriente I en un campo

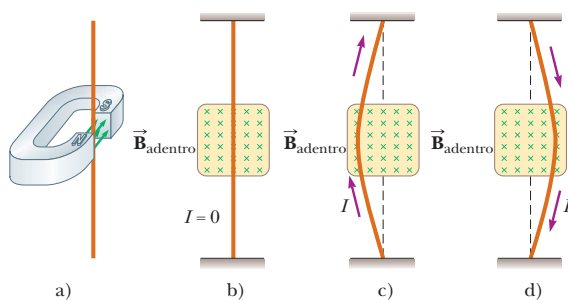


Figura 29.16 a) Alambre suspendido verticalmente entre los polos de un imán. b) El arreglo que se muestra en el inciso a) mira hacia el polo sur del imán, de manera que el campo magnético (cruces verdes) se dirige hacia adentro de la página. Cuando no existe corriente en el alambre, éste sigue vertical. c) Cuando la corriente se dirige hacia arriba, el alambre se flexiona hacia la izquierda. d) Cuando la corriente se dirige hacia abajo, el alambre se flexiona hacia la derecha.

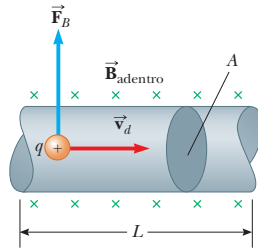


Figura 29.17 Segmento de un alambre conduciendo corriente en un campo magnético $\vec{B}$. La fuerza magnética ejercida sobre cada una de las cargas que constituyen la corriente es igual a $q\vec{v}_d \times \vec{B}$, y la fuerza neta sobre el segmento de longitud L es $I\vec{L} \times \vec{B}$.

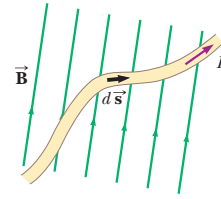


Figura 29.18 Un segmento de alambre de forma arbitraria que lleva una corriente I en un campo magnético $\vec{B}$ experimenta una fuerza magnética. La fuerza magnética sobre cualquier segmento $d\vec{s}$ es igual a $I d\vec{s} \times \vec{B}$ y se dirige hacia afuera de la página. Para confirmar la dirección de esta fuerza deberá utilizar la regla de la mano derecha.

magnético uniforme $\vec{B}$, según se ve en la figura 29.17. La fuerza magnética que se ejerce sobre una carga q en movimiento, con una velocidad de arrastre $\vec{v}_d$ es igual a $q\vec{v}_d \times \vec{B}$. Para encontrar la fuerza total que actúa sobre el alambre, multiplique la fuerza $q\vec{v}_d \times \vec{B}$ ejercida sobre una carga por el número de cargas en el segmento. Ya que el volumen del segmento es AL , el número de cargas en el segmento es igual a nAL , siendo n el número de cargas por unidad de volumen. Por esto, la fuerza magnética total sobre el alambre de longitud L es

$$\vec{F}_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Es posible escribir esta expresión de una forma más conveniente al observar que, de la ecuación 27.4, la corriente en el alambre es igual a $I = nqv_dA$. Debido a eso,

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B} \quad (29.10)$$

Fuerza ejercida sobre un segmento de alambre conductor que transporta corriente en un campo magnético uniforme

donde $\vec{L}$ es un vector que apunta en la dirección de la corriente I y que tiene una magnitud igual a la longitud L del segmento. Observe que esta expresión se aplica sólo a un segmento de alambre recto en un campo magnético uniforme.

Ahora considere un segmento de alambre de forma arbitraria de sección transversal uniforme en un campo magnético, según se observa en la figura 29.18. De la ecuación 29.10 se concluye que la fuerza magnética que se ejerce sobre una longitud ds de un pequeño segmento de vector en presencia de un campo $\vec{B}$ es igual a

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B} \quad (29.11)$$

donde $d\vec{F}_B$ está dirigido hacia afuera de la página debido a las direcciones de $\vec{B}$ y de $d\vec{s}$ en la figura 29.18. Es posible considerar la ecuación 29.11 como una definición alterna de $\vec{B}$. Es decir, el campo magnético $\vec{B}$ se define en función de una fuerza medible ejercida sobre un elemento de corriente, donde la fuerza es máxima cuando $\vec{B}$ es perpendicular al elemento, y cero cuando $\vec{B}$ es paralelo al elemento.

Para calcular la fuerza total $\vec{F}_B$ que actúa sobre el alambre que se muestra en la figura 29.18, se integra la ecuación 29.11 por toda la longitud del alambre:

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} \quad (29.12)$$

donde a y b representan los puntos extremos del alambre. Cuando se efectúa esta integración, pueden distinguirse en diferentes puntos la magnitud del campo magnético y la dirección que tiene el campo en relación con el vector $d\vec{s}$.

Pregunta rápida 29.3 Un alambre transporta corriente en el plano del papel en dirección a la parte superior de la página. El alambre experimenta una fuerza magnética hacia el borde derecho de la página. La dirección del campo magnético que crea esta fuerza se localiza a) en el plano de la página y con dirección hacia el borde izquierdo, b) en el plano de la página y con dirección hacia el borde inferior, c) hacia arriba y alejándose de la página, d) hacia abajo y adentro de la página.

EJEMPLO 29.4 Fuerza sobre un conductor semicircular

Un alambre doblado en un semicírculo de radio R forma un circuito cerrado y transporta una corriente I . El alambre yace en el plano xy y un campo magnético uniforme se dirige a lo largo del eje y positivo, como en la figura 29.19. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza magnética que actúa sobre la porción recta del alambre y sobre la porción curva.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con la regla de la mano derecha para producto cruz, se ve que la fuerza $\vec{F}_1$ sobre la porción recta del alambre es alejándose de la página y la fuerza $\vec{F}_2$ sobre la porción curva es hacia adentro de la página. ¿ $\vec{F}_2$ es mayor en magnitud que $\vec{F}_1$ porque la longitud de la porción curva es mayor que la de la porción recta?

Categorizar Ya que se trata con un alambre portador de corriente en un campo magnético en lugar de una sola partícula con carga, debe usar la ecuación 29.12 para encontrar la fuerza total sobre cada porción del alambre.

Analizar Note que $d\vec{s}$ es perpendicular a $\vec{B}$ en todas partes en la porción recta del alambre. Use la ecuación 29.12 para encontrar la fuerza sobre esta porción:

$$\vec{F}_1 = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} = I \int_0^{2R} B ds \hat{k} = 2IRB\hat{k}$$

Para hallar la fuerza magnética sobre la parte curva, primero escriba una expresión para la fuerza magnética $d\vec{F}_2$ sobre el elemento $d\vec{s}$ en la figura 29.19:

$$1) \quad d\vec{F}_2 = Id\vec{s} \times \vec{B} = -IB \sin \theta ds \hat{k}$$

A partir de la geometría en la figura 29.19, escriba una expresión para ds :

$$2) \quad ds = R d\theta$$

Sustituya la ecuación (2) en la ecuación (1) e integre $\vec{F}_2 = - \int_0^\pi IRB \sin \theta d\theta \hat{k} = -IRB \int_0^\pi \sin \theta d\theta \hat{k} = -IRB[-\cos \theta]_0^\pi \hat{k}$

$$= IRB(\cos \pi - \cos 0)\hat{k} = IRB(-1 - 1)\hat{k} = -2IRB\hat{k}$$

Finalizar A partir de este ejemplo surgen dos enunciados generales muy importantes. Primero, la fuerza sobre la porción curva es la misma en magnitud que la fuerza sobre un alambre recto entre los mismos dos puntos. En general, **la fuerza magnética sobre un alambre portador de corriente curvo en un campo magnético uniforme es igual a la de un alambre recto que conecta los puntos finales y porta la misma corriente**. Además, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ también es un resultado general: **la fuerza magnética neta que actúa sobre cualquier espira de corriente cerrado en un campo magnético uniforme es cero**.

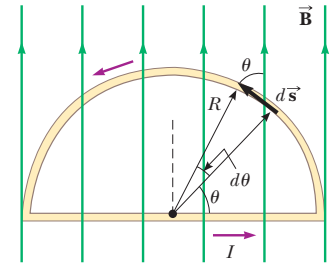


Figura 29.19 (Ejemplo 29.4) La fuerza magnética sobre la porción recta de la espira se dirige alejándose de la página, y la fuerza magnética sobre la porción curva se dirige hacia la página.

29.5 Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme

En la sección anterior se mostró que en un conductor que transporta una corriente colocado en un campo magnético, se ejerce una fuerza magnética. A partir de este punto, ahora se analiza cómo en una espira de corriente colocado en un campo magnético se ejerce un momento de torsión.

Considere una espira rectangular que tiene una corriente I en presencia de un campo magnético uniforme dirigido paralelamente al plano de la espira, como se observa en la figura 29.20a (página 822). Sobre los lados ① y ③ no actúa ninguna fuerza magnética, ya que estos alambres son paralelos al campo; por lo que para estos lados, $\vec{L} \times \vec{B} = 0$. Sin embargo, sobre los lados ② y ④, sí actúan fuerzas magnéticas, porque están orientados perpendicularmente al campo. La magnitud de estas fuerzas es, por la ecuación 29.10,

$$F_2 = F_4 = IaB$$

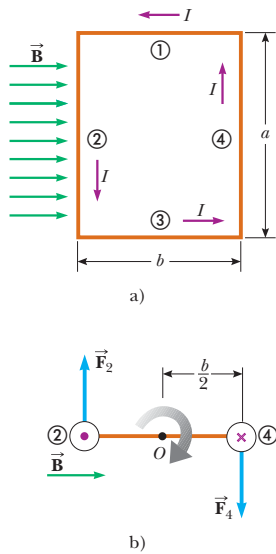


Figura 29.20 a) Vista superior de una espira de corriente rectangular en un campo magnético uniforme. No existen fuerzas magnéticas que actúen sobre lados ① y ③ porque son paralelos a $\vec{B}$. Existen, sin embargo, fuerzas magnéticas actuando sobre los lados ② y ④ b) Vista lateral de la espira en dirección de los lados ② y ④ que muestra que las fuerzas magnéticas $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_4$ sobre estos lados crean un momento de torsión que tiende a torcer la espira en dirección de las manecillas del reloj. El punto color violeta en el círculo izquierdo representa la corriente en el alambre ② dirigida hacia el lector; la cruz color violeta en el círculo derecho representa la corriente en el alambre ④ alejándose del lector.

La dirección de $\vec{F}_2$, que es la fuerza magnética ejercida sobre el alambre ②, es alejándose de la página, de acuerdo con la vista que se muestra en la figura 29.20a; y la de $\vec{F}_4$, la fuerza magnética que se ejerce sobre el alambre ④, es hacia el interior de la página en la misma vista. Y si observa la espira desde el lado ③ apuntando a lo largo de los lados ② y ④, verá lo que se muestra en la figura 29.20b, y las dos fuerzas magnéticas $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_4$ están dirigidas según se muestra. Observe que las dos fuerzas apuntan en direcciones opuestas pero *no* actúan a lo largo de la misma línea de acción. Si se logra que la espira gire alrededor del punto O , estas dos fuerzas producen, en relación con este punto, un momento de torsión que hace que la espira gire en el sentido de las manecillas del reloj. La magnitud de este momento de torsión $\tau_{\text{máx}}$ es

$$\tau_{\text{máx}} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

donde $b/2$ es el momento de palanca en relación con O para cada una de las fuerzas. Ya que el área contenida por la espira es $A = ab$, el momento de torsión máximo es

$$\tau_{\text{máx}} = IAB \quad (29.13)$$

Este resultado de máximo momento de torsión sólo es válido cuando el campo magnético es paralelo al plano de la espira. El sentido de rotación es el de las manecillas del reloj cuando se le observa desde el lado ③, como se observa en la figura 29.20b. Si se invirtiera la dirección de la corriente, las direcciones de las fuerzas también se invertirían, y la tendencia a la rotación sería en la dirección contraria a las manecillas del reloj.

Ahora se supone que el campo magnético uniforme forma un ángulo $\theta < 90^\circ$ con una línea perpendicular al plano de la espira, como en la figura 29.21. Por conveniencia, $\vec{B}$ es perpendicular a los lados ② y ④. En este caso las fuerzas magnéticas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$ ejercidas sobre los lados ① y ③ se cancelan entre sí y no producen momento de torsión, ya que pasan por un origen común. Sin embargo, las fuerzas magnéticas $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_4$ que actúan sobre los lados ② y ④ producen un momento de torsión en relación con *cualquier* punto. En la vista lateral que se muestra en la figura 29.21, se nota que el momento de palanca de $\vec{F}_2$ en relación con el punto O es igual a $(b/2) \sin \theta$. De manera similar, el momento de palanca de $\vec{F}_4$ en relación con O , es también $(b/2) \sin \theta$. Ya que $F_2 = F_4 = IaB$, la magnitud del momento de torsión neto en relación con O es

$$\begin{aligned} \tau &= F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta \\ &= IaB \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) + IaB \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) = IabB \sin \theta \\ &= IAB \sin \theta \end{aligned}$$

donde $A = ab$ es el área de la espira. Este resultado muestra que el momento de torsión tiene su valor máximo IAB cuando el campo es perpendicular a la normal en el plano de la espira ($\theta = 90^\circ$), como se vio al analizar la figura 29.20, y es igual a cero cuando el campo es paralelo a la normal en el plano de la espira ($\theta = 0$).

Una expresión conveniente para el momento de torsión ejercido sobre una espira colocado en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B} \quad (29.14)$$

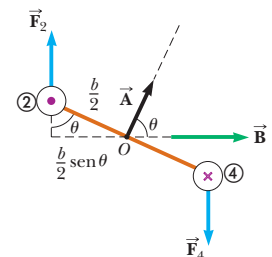


Figura 29.21

Vista desde un extremo de la espira en la figura 29.20b, girado un ángulo respecto al campo magnético. Si $\vec{B}$ forma un ángulo θ respecto al vector $\vec{A}$, que es perpendicular al plano de la espira, el momento de torsión será igual a $IAB \sin \theta$, donde la magnitud de $\vec{A}$ es el valor A , es decir, el área de la espira.

Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético ►

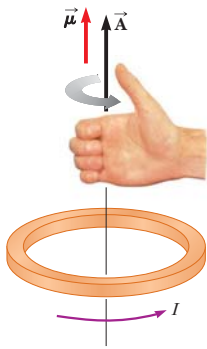


Figura 29.22 Regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector $\vec{A}$. La dirección del momento magnético $\vec{\mu}$ es la misma que la dirección de $\vec{A}$.

donde $\vec{A}$, que es el vector que se muestra en la figura 29.21, es perpendicular al plano de la espira y tiene una magnitud igual al área de la misma. La dirección de $\vec{A}$ se determina con la regla de la mano derecha que se describe en la figura 29.22. Cuando enrolla los dedos de la mano derecha en la dirección de la corriente en la espira, su pulgar apunta en la dirección de $\vec{A}$. Como muestra la figura 29.21, la espira tiende a girar en la dirección de valores decrecientes de θ (es decir, de forma que el vector de área $\vec{A}$ gire hacia la dirección del campo magnético).

El producto $I\vec{A}$ representa el **momento dipolar magnético** $\vec{\mu}$ (conocido a menudo como “momento magnético”) de la espira:

$$\vec{\mu} \equiv I\vec{A} \quad (29.15)$$

La unidad del SI del momento dipolar magnético es el ampere-metro² ($A \cdot m^2$). Si una bobina de alambre contiene N espiras de la misma área, el momento magnético de la bobina es

$$\vec{\mu}_{\text{bobina}} = NI\vec{A} \quad (29.16)$$

Con esta definición exprese el momento de torsión ejercido en una espira de corriente en un campo magnético $\vec{B}$ de la forma

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (29.17)$$

Observe que este resultado es similar al de la ecuación 26.18, $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$, correspondiente al momento de torsión ejercido en un dipolo eléctrico en presencia de un campo eléctrico $\vec{E}$, donde $\vec{p}$ es el momento dipolar eléctrico.

Aunque se obtiene el momento de torsión para una orientación específica de $\vec{B}$ en relación con la espira, la ecuación $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ es válida para cualquier orientación. Es más, aunque deduzca la expresión del momento de torsión para el caso de una espira rectangular, el resultado es válido para cualquier forma de espira. El momento de torsión está dado por la ecuación 29.17 y por la ecuación 29.16 para el momento magnético de una bobina con N vueltas.

En la sección 26.6 se afirmó que la energía potencial de un sistema de un dipolo eléctrico dentro de un campo eléctrico se conoce por $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. Esta energía depende de la orientación del dipolo en el campo eléctrico. De la misma forma, la energía potencial de un sistema constituido por un dipolo magnético en un campo magnético depende de la orientación del dipolo en dicho campo, y está dada por

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (29.18)$$

Por esta expresión, aparece que el sistema tiene la mínima energía $U_{\text{mín}} = -\mu B$ cuando $\vec{\mu}$ apunta en la misma dirección que $\vec{B}$. El sistema tiene su máxima energía $U_{\text{máx}} = +\mu B$ cuando $\vec{\mu}$ apunta en la dirección opuesta a $\vec{B}$.

El momento de torsión en una espira de corriente hace girar la espira; este efecto se explota de manera práctica en un **motor**. La energía entra al motor mediante transmisión eléctrica, y la bobina giratoria trabaja sobre algún dispositivo externo al motor. Por ejemplo, el motor en el sistema de la ventana eléctrica de un automóvil realiza trabajo sobre las ventanas, al aplicar una fuerza sobre ellas y moverlas arriba o abajo a través de cierto desplazamiento. En la sección 31.5 se explicarán los motores con más detalle.

◀ Momento dipolar magnético de una espira de corriente

◀ Momento de torsión sobre un momento magnético en un campo magnético

◀ Energía potencial de un sistema formado por un momento magnético en un campo magnético

Pregunta rápida 29.4 Ordene de mayor a menor las magnitudes de los momentos de torsión que actúan en las espiras rectangulares a), b) y c) muestran el borde superior en la figura 29.23. Todas las espiras son idénticas y conducen la misma corriente. Clasifique de mayor a menor las magnitudes de las fuerzas netas que actúan sobre las espiras rectangulares mostradas en la figura 29.23.

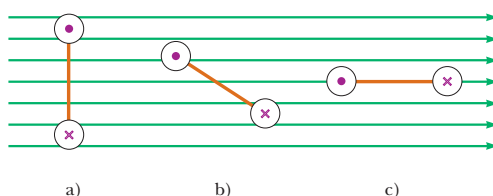


Figura 29.23 (Pregunta rápida 29.4) ¿Cuál de las espiras de corriente (vistas los bordes superiores) experimenta el mayor momento de torsión?, a), b) o c). ¿Cuál de las espiras de corriente experimenta la fuerza neta máxima?

EJEMPLO 29.5 Momento dipolar magnético de una bobina

Una bobina rectangular con dimensiones de $5.40 \text{ cm} \times 8.50 \text{ cm}$ consiste en 25 vueltas de alambre y conduce una corriente de 15.0 mA . Se aplica un campo magnético de 0.350 T paralelo al plano de la bobina.

(A) Calcule la magnitud del momento dipolar magnético de la bobina.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El momento magnético de la bobina es independiente de cualquier campo magnético en el que la espira reside, así que sólo depende de la geometría de la espira y la corriente.

Categorizar Las cantidades se evalúan en función de las ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 29.16 para calcular el momento magnético:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{bobina}} &= NIA = (25)(15.0 \times 10^{-3} \text{ A})(0.0540 \text{ m})(0.0850 \text{ m}) \\ &= 1.72 \times 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^2\end{aligned}$$

(B) ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión que actúa sobre la espira?

SOLUCIÓN

Use la ecuación 29.17 y observe que $\vec{B}$ es perpendicular a $\vec{\mu}_{\text{bobina}}$:

$$\begin{aligned}\tau &= \mu_{\text{bobina}} B = (1.72 \times 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^2)(0.350 \text{ T}) \\ &= 6.02 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

EJEMPLO 29.6 Rotación de una bobina

Considere la espira de alambre de la figura 29.24a. Imagine que gira sobre un eje a lo largo del lado ④, que es paralelo al eje z y se amarra de modo que el lado ④ permanece fijo y el resto de la espira cuelga verticalmente pero puede dar vueltas alrededor del lado ④ (figura 29.24b). La masa de la espira es 50.0 g , y los lados tienen longitudes $a = 0.200 \text{ m}$ y $b = 0.100 \text{ m}$. La espira conduce una corriente de 3.50 A y se sumerge en un campo magnético uniforme vertical de 0.0100 T de magnitud en la dirección $+y$ (figura 29.24c). ¿Qué ángulo forma el plano de la espira con la vertical?

SOLUCIÓN

Conceptualizar En la vista lateral de la figura 29.24b, observe que el momento magnético de la espira es hacia la izquierda. Por lo tanto, cuando la espira está en el campo magnético, el momento de torsión magnético sobre la espira hace que dé vuelta en una dirección en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del lado ④, que se eligió como el eje de rotación. Imagine que la espira hace esta rotación en sentido de las manecillas del reloj de modo que el plano de la espira es a cierto ángulo θ con la vertical, como en la figura 29.24c. La fuerza gravitacional sobre la espira ejerce un momento de torsión que causaría una rotación en la dirección contraria a las manecillas del reloj si el campo magnético se interrumpe.

Categorizar A cierto ángulo de la espira, los dos momentos de torsión descritos en la etapa *Conceptualizar* son iguales en magnitud y la espira está en reposo. Por lo tanto, la espira se modela como un objeto rígido en equilibrio.

Analizar Evalúe el momento de torsión magnético $\vec{\tau}_B = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\mu B \sin(90^\circ - \theta) \hat{k} = -IAB \cos \theta \hat{k} = -IabB \cos \theta \hat{k}$ sobre la espira a partir de la ecuación 29.17:

Evalúe el momento de torsión gravitacional sobre la espira, y observe que la fuerza gravitacional se puede modelar como actuante en el centro de la espira:

A partir del modelo de cuerpo rígido en equilibrio, sume los momentos de torsión e iguale a cero el momento de torsión neto:

Resuelva para $\tan \theta$:

Sustituya valores numéricos:

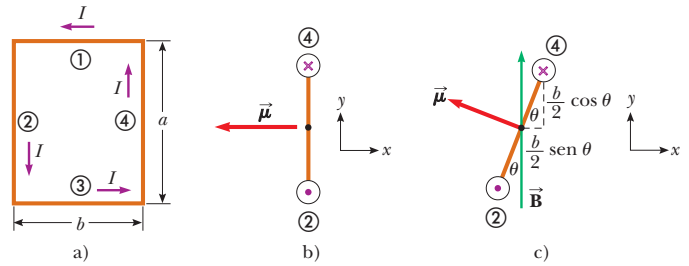


Figura 29.24 (Ejemplo 29.6) a) Vista superior de una espira de corriente rectangular en un campo magnético uniforme. Esta figura es similar a las situaciones en las figuras 29.20 y 29.21. b) Vista del borde de la espira en el que se aprecian desde abajo los lados ② y ④. La espira cuelga verticalmente y está articulada de modo que puede dar vuelta alrededor del lado ④. c) Vista final de la espira en b) girada a través de un ángulo respecto a la horizontal cuando se coloca en un campo magnético. El momento de torsión magnético hace que la espira dé vuelta en una dirección en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del lado ④, mientras que el momento de torsión gravitacional causa una rotación contra las manecillas del reloj.

$$\vec{\tau}_g = \vec{r} \times m\vec{g} = mg \frac{b}{2} \sin \theta \hat{k}$$

$$\sum \vec{\tau} = -IabB \cos \theta \hat{k} + mg \frac{b}{2} \sin \theta \hat{k} = 0$$

$$IabB \cos \theta = mg \frac{b}{2} \sin \theta \rightarrow \tan \theta = \frac{2IaB}{mg}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{2IaB}{mg} \right) \\ &= \tan^{-1} \left[\frac{2(3.50 \text{ A})(0.200 \text{ m})(0.010 \text{ T})}{(0.050 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)} \right] = 1.64^\circ \end{aligned}$$

Finalizar El ángulo es relativamente pequeño, de modo que la espira todavía cuelga casi verticalmente. Sin embargo, si la corriente I o el campo magnético B aumentan, el ángulo aumenta conforme el momento de torsión magnético se hace más intenso.

29.6 El efecto Hall

Cuando se coloca un conductor de corriente en un campo magnético, se genera una diferencia de potencial en una dirección perpendicular tanto a la corriente como al campo magnético. Este fenómeno, que fue observado por primera vez por Edwin Hall (1855-1938) en 1879, se conoce como *efecto Hall*. El arreglo utilizado para observar el efecto Hall está constituido por un conductor plano que transporta una corriente I en la dirección x , como se ve en la figura 29.25 (página 826). En la dirección y se aplica un campo magnético

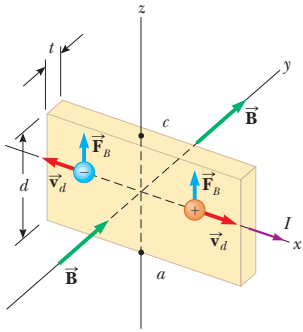


Figura 29.25 Para observar el efecto Hall, se aplica un campo magnético a un conductor que transporta corriente. Cuando I tiene la dirección x y $\vec{B}$ la dirección y , los portadores de cargas tanto positivas como negativas se desvían hacia arriba en el campo magnético. El voltaje Hall se mide entre los puntos a y c .

uniforme $\vec{B}$. Si los portadores de carga son electrones que se mueven en la dirección negativa de x con una velocidad de arrastre $\vec{v}_d$, experimentan una fuerza magnética hacia arriba $\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$, y son desviados en la misma dirección, se acumulan en el borde superior del conductor plano, y dejan en el borde inferior un exceso de carga positiva en el borde inferior (figura 29.26a). Esta acumulación de carga en los bordes establece un campo eléctrico en el conductor y se incrementa hasta que la fuerza eléctrica en los portadores que quedan en el resto del conductor equilibran la fuerza magnética que actúa sobre los portadores. Cuando se alcanza el equilibrio, los electrones ya no son desviados hacia arriba. Como se ve en la figura 29.26, se puede medir la diferencia de potencial, conocida como el **voltaje Hall** ΔV_H , generado en el conductor, mediante un voltímetro suficientemente sensible conectado a través de la muestra.

Si los portadores de carga son positivos y por tanto se desplazan en la dirección positiva de x (para una corriente hacia la derecha), como se muestra en las figuras 29.25 y 29.26b, también experimentan una fuerza magnética $q\vec{v}_d \times \vec{B}$ hacia arriba. Ello produce una acumulación de cargas positivas en el borde superior y deja un exceso de carga negativa en el borde inferior. De ahí que el signo del voltaje Hall generado en la muestra sea de signo opuesto al correspondiente a la desviación de electrones. Por lo tanto, el signo de los portadores de carga puede determinarse a partir de una medición de la polaridad que tiene el voltaje Hall.

En la deducción de una expresión que defina el voltaje Hall, primero observe que la fuerza magnética ejercida sobre los portadores tiene una magnitud igual a qv_dB . En reposo, esta fuerza está equilibrada por la fuerza eléctrica qE_H , donde E_H es la magnitud del campo eléctrico debido a la separación de las cargas (conocido a veces como *campo Hall*). Debido a eso,

$$qv_dB = qE_H$$

$$E_H = v_dB$$

Si d es el ancho del conductor, el voltaje Hall es igual a

$$\Delta V_H = E_H d = v_d B d \quad (29.19)$$

En consecuencia, el voltaje Hall observado da un valor de la rapidez de arrastre de los portadores de carga una vez conocidos los valores de d y B .

Es posible obtener la densidad n de los portadores de carga midiendo la corriente en la muestra. Por la ecuación 27.4, puede expresar la rapidez de arrastre como

$$v_d = \frac{I}{nqA} \quad (29.20)$$

donde A es el área de la sección transversal del conductor. Reemplazando la ecuación 29.20 en la ecuación 29.19, se obtiene

$$\Delta V_H = \frac{IBd}{nqA} \quad (29.21)$$

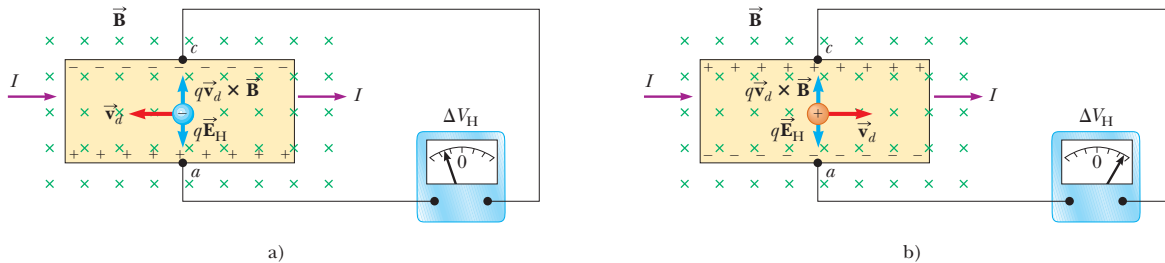


Figura 29.26 a) Cuando los portadores de carga en un dispositivo de efecto Hall son negativos, el borde superior del conductor se carga negativamente, y c queda a un potencial eléctrico inferior que a . b) Cuando los portadores de carga son positivos, el borde superior se carga positivamente, y c está a un potencial más elevado que a . En cualquier caso, los portadores de carga no se desvían cuando los bordes llegan a cargarse lo suficiente, de forma que se alcanza un equilibrio en los portadores de carga entre la fuerza electrostática qE_H y la fuerza de deflexión magnética qvB .

Porque $A = td$, siendo t el espesor del conductor, es también posible expresar la ecuación 29.21 de la forma

$$\Delta V_H = \frac{IB}{nqt} \quad (29.22) \quad \blacktriangleleft \text{ El voltaje Hall}$$

donde $R_H = 1/nq$ es el **coeficiente de Hall**. Esta correspondencia muestra que un conductor correctamente calibrado puede ser utilizado para medir la magnitud de un campo magnético desconocido.

Gracias a que todos los valores de la ecuación 29.23 diferentes a nq pueden ser medidos, es posible obtener con facilidad un valor para el coeficiente de Hall. El signo y la magnitud de R_H dan el signo de los portadores de carga y su densidad numérica. En la mayor parte de los metales los portadores de carga son electrones, y la densidad de los portadores de carga se determina a partir de mediciones del efecto Hall si está en concordancia con los valores calculados para metales como el litio (Li), el sodio (Na), el cobre (Cu) y la plata (Ag), cuyos átomos ceden cada uno un electrón para actuar como portadores de corriente. En este caso, n es aproximadamente igual al número de electrones conductores por unidad de volumen. Sin embargo, este modelo clásico no resulta válido para metales como el hierro (Fe), el bismuto (Bi) y el cadmio (Cd), o para los semiconductores. Estas discrepancias sólo se explican con un modelo de acuerdo con la naturaleza cuántica de los sólidos.

EJEMPLO 29.7 Efecto Hall para cobre

Una tira de cobre rectangular de 1.5 cm de ancho y 0.10 cm de grosor porta una corriente de 5.0 A. Encuentre el voltaje Hall para un campo magnético de 1.2 T aplicado en una dirección perpendicular a la tira.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie cuidadosamente las figuras 29.25 y 29.26 y asegúrese de entender que un voltaje Hall se desarrolla entre los bordes superior e inferior de la tira.

Categorizar El voltaje Hall se evalúa con una ecuación desarrollada en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Si supone que un electrón por átomo está disponible para conducción, tome la densidad de portador de carga como 8.46×10^{28} electrones/ m^3 (véase ejemplo 27.1). Sustituya este valor y los datos conocidos en la ecuación 29.22:

$$\begin{aligned} \Delta V_H &= \frac{IB}{nqt} \\ &= \frac{(5.0 \text{ A})(1.2 \text{ T})}{(8.46 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.0010 \text{ m})} \\ \Delta V_H &= 0.44 \mu\text{V} \end{aligned}$$

Tal voltaje Hall extremadamente pequeño se espera en los buenos conductores. (Observe que el ancho del conductor no es necesario en este cálculo.)

¿Qué pasaría si? ¿Y si la tira tiene las dimensiones pero está hecho de un semiconductor? ¿El voltaje Hall será menor o mayor?

Respuesta En los semiconductores, n es mucho menor de lo que es en metales que aportan un electrón por átomo a la corriente; en consecuencia, el voltaje Hall usualmente es mayor porque varía con el inverso de n . Por lo general las corrientes del orden de 0.1 mA se usan para tales materiales. Considere un trozo de silicón que tenga las mismas dimensiones que la tira de cobre en este ejemplo y cuyo valor para n es 1.0×10^{20} electrones/ m^3 . Si considera $B = 1.2 \text{ T}$ e $I = 0.10 \text{ mA}$, se encuentra que $\Delta V_H = 7.5 \text{ mV}$. Una diferencia de potencial de esta magnitud es fácilmente mensurable.

Resumen

DEFINICIONES

El **momento de dipolo magnético** $\vec{\mu}$ de una espira portadora de corriente I es

$$\vec{\mu} \equiv I\vec{A} \quad (29.5)$$

donde el vector de área $\vec{A}$ es perpendicular al plano de la espira y $|\vec{A}|$ es igual al área de la espira. La unidad SI de $\vec{\mu}$ es $\text{A}\cdot\text{m}^2$.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La fuerza magnética que actúa sobre una carga q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ es

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (29.1)$$

La dirección de esta fuerza magnética es perpendicular tanto a la velocidad de la partícula como al campo magnético. La magnitud de esta fuerza es

$$F_B = |q|vB \sin \theta \quad (29.2)$$

donde θ es el ángulo más pequeño entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$. La unidad SI de $\vec{B}$ es el **tesla** (T), donde $1 \text{ T} = 1 \text{ N/A} \cdot \text{m}$.

Si una partícula con carga se mueve en un campo magnético uniforme, de modo que su velocidad inicial es perpendicular al campo, la partícula se mueve en un círculo, cuyo plano es perpendicular al campo magnético. El radio de la trayectoria circular es

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (29.3)$$

donde m es la masa de la partícula y q su carga. La rapidez angular de la partícula con carga es

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (29.4)$$

Si un conductor recto de longitud L porta una corriente I , la fuerza ejercida sobre dicho conductor cuando se coloca en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B} \quad (29.10)$$

donde la dirección de $\vec{L}$ es en la dirección de la corriente y $|\vec{L}| = L$.

Si un alambre con forma arbitraria que porta una corriente I se coloca en un campo magnético, la fuerza magnética ejercida sobre un segmento muy pequeño $d\vec{s}$ es

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B} \quad (29.11)$$

Para determinar la fuerza magnética total sobre el alambre, debe integrar la ecuación 29.11 en todo el alambre, teniendo en mente que tanto $\vec{B}$ como $d\vec{s}$ pueden variar en cada punto.

El momento de torsión $\vec{\tau}$ sobre una espira de corriente colocado en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (29.17)$$

La energía potencial del sistema de un dipolo magnético en un campo magnético es

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (29.18)$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

Las preguntas 2, 3 y 4 del capítulo 11 se pueden asignar con este capítulo.

1. **O** Responda sí o no a cada pregunta. Suponga que los movimientos y corrientes mencionados son a lo largo del eje xy y los campos están en la dirección y . a) ¿Un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre un objeto con carga inmóvil? b) ¿Un campo magnético lo hace? c) ¿Un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre un objeto con carga móvil? d) ¿Un campo magnético lo hace? e) ¿Un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre un alambre recto portador de corriente? f) ¿Un campo magnético lo hace? g) ¿Un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre un haz de electrones? h) ¿Un campo magnético lo hace?
2. **O** El electrón A se dispara horizontalmente con rapidez de 1 Mm/s en una región donde existe un campo magnético vertical. El electrón B se dispara a lo largo de la misma trayectoria con rapidez 2 Mm/s. **i)** ¿Sobre cuál electrón se ejerce una mayor fuerza magnética? a) A. b) B. c) Las fuerzas tienen la misma magnitud distinta de cero. d) Las fuerzas son ambas cero. **ii)** ¿Cuál electrón tiene una trayectoria que se curva de manera más pronunciada? a) A. b) B. c) Las partículas siguen la misma trayectoria curva. d) Las partículas continúan en línea recta.
3. **O** Clasifique cada una de las siguientes como una cualidad de a) sólo fuerzas eléctricas, b) sólo de fuerzas magnéticas, c) de fuerzas eléctricas y magnéticas o d) ni de fuerza eléctrica ni de magnética. **i)** La fuerza es proporcional a la magnitud del campo que la ejerce. **ii)** La fuerza es proporcional a la magnitud de la carga del objeto sobre el que se ejerce la fuerza. **iii)** La fuerza que se ejerce sobre un objeto con carga negativa es opuesta en dirección a la fuerza sobre una carga positiva. **iv)** la fuerza que se ejerce sobre un objeto con carga inmóvil es cero. **v)** La fuerza que se ejerce sobre un objeto con carga en movimiento es cero. **vi)** La fuerza que se ejerce sobre un objeto cargado es proporcional a su rapidez. **vii)** La fuerza que se ejerce sobre un objeto con carga no puede alterar la rapidez del objeto. **viii)** La magnitud de la fuerza depende de la dirección de movimiento del objeto con carga.
4. **O** Clasifique las magnitudes de las fuerzas ejercidas sobre las siguientes partículas de mayor a menor. En su clasificación muestre cualquier caso de igualdad. a) Un electrón se mueve a 1 Mm/s perpendicular a un campo magnético de 1 mT. b) Un electrón se mueve a 1 Mm/s paralelo a un campo magnético de 1 mT. c) Un electrón se mueve a 2 Mm/s perpendicular a un campo magnético de 1 mT. d) Un electrón se mueve a 1 Mm/s perpendicular a un campo magnético de 2 mT. e) Un protón se mueve a 1 Mm/s perpendicular a un campo magnético de 1 mT. f) Un protón se mueve a 1 Mm/s en un ángulo de 45° en un campo magnético de 1 mT.
5. **O** En cierto instante, un protón se mueve en la dirección x positiva a través de un campo magnético en la dirección z negativa. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética ejercida en el protón? a) x b) $-x$ c) y d) $-y$ e) z f) $-z$ g) a la mitad del camino entre los ejes xy $-z$, a 45° a ambos h) la fuerza es cero.
6. **O** Una partícula con carga eléctrica se dispara en una región del espacio donde el campo eléctrico es cero y se mueve en línea recta. ¿Puede concluir que el campo magnético en dicha región es cero? a) Sí. b) No, el campo puede ser perpendicular a la velocidad de la partícula. c) No, el campo puede ser paralelo a la velocidad de la partícula. d) No, la partícula puede requerir tener carga del signo opuesto para que sobre ella se ejerza una fuerza. e) No, una observación de un objeto con carga eléctrica no da información acerca de un campo magnético.
7. Dos partículas con carga son proyectadas en la misma dirección en un campo magnético perpendicular a sus velocidades. ¿Si las partículas se desvían en direcciones opuestas, qué puede decir sobre ello?
8. ¿De qué manera se puede utilizar el movimiento de una partícula con carga para distinguir entre un campo magnético y un campo eléctrico? Dé un ejemplo específico para justificar su argumento.
9. **O** En el selector de velocidad que se muestra en la figura 29.12, los electrones con rapidez $v = E/B$ siguen una trayectoria recta. Los electrones que se mueven significativamente más rápido que esta rapidez a través del mismo selector se moverán a lo largo de, ¿qué tipo de trayectoria? a) un círculo b) una parábola c) una línea recta d) una trayectoria más complicada
10. ¿Es posible orientar una espira de corriente en un campo magnético uniforme de tal forma que la espira no tienda a girar? Explique.
11. Explique por qué no es posible determinar la carga y la masa de una partícula con carga por separado midiendo las aceleraciones producidas por fuerzas eléctricas y magnéticas que actúan sobre la partícula.
12. ¿De qué manera puede utilizarse una espira de corriente para determinar la presencia de un campo magnético en una región conocida del espacio?
13. Los rayos cósmicos, que son partículas con carga del espacio exterior, se impactan contra la Tierra con mayor frecuencia cerca de los polos que del ecuador. ¿Por qué?
14. ¿Un campo magnético constante puede poner en movimiento un electrón inicialmente en reposo? Explique su respuesta.

Problemas

Sección 29.1 Campos y fuerzas magnéticas

Los problemas 1, 2, 3, 4, 6, 7, y 10 del capítulo 11 se pueden resolver con este capítulo.

- Determine la dirección inicial de la deflexión de las partículas con carga cuando entran en los campos magnéticos como los que se muestran en la figura P29.1.

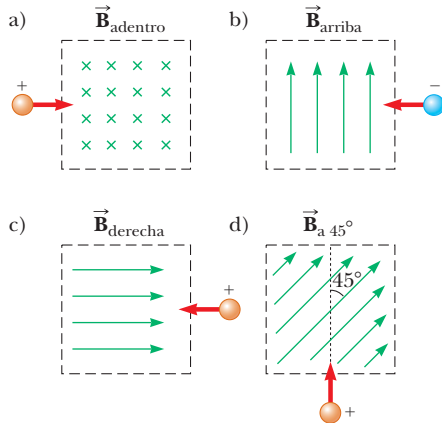


Figura P29.1

- Considere un electrón cerca del ecuador de la Tierra. ¿En qué dirección tiende a desviarse si su velocidad está dirigida hacia a) abajo, b) el norte, c) el oeste o d) el sureste?
- Un protón se mueve perpendicularmente a un campo magnético uniforme $\vec{B}$ a una rapidez de 1.00×10^7 m/s y experimenta una aceleración de 2.00×10^{13} m/s² en la dirección positiva de x cuando su velocidad está en la dirección positiva de z . Determine la magnitud y la dirección del campo.
- Un protón viaja con una rapidez de 3.00×10^6 m/s a un ángulo de 37.0° en la dirección de un campo magnético con un valor de 0.300 T en la dirección de las y positivas. ¿Cuáles son a) la magnitud de la fuerza magnética ejercida sobre el protón y b) su aceleración?
- Un protón que se mueve a 4.00×10^6 m/s a través de un campo magnético de 1.70 T experimenta una fuerza magnética de magnitud 8.20×10^{-13} N. ¿Cuál es el ángulo que forma la velocidad del protón y el campo?
- Un electrón es acelerado por medio de 2400 V partiendo del reposo y después entra en un campo magnético uniforme de 1.70 T. ¿Cuáles son los valores a) máximo y b) mínimo, de fuerza magnética que puede experimentar esta carga?
- Un protón se mueve con una velocidad $\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k})$ m/s en una región donde el campo magnético tiene un valor $\vec{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ T. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética que experimenta esta carga?
- Un electrón tiene una velocidad de 1.20×10^4 m/s (en la dirección positiva de x), y una aceleración de 2.00×10^{12} m/s² (en la dirección positiva de z) en un campo uniforme eléctrico y magnético. Si el campo eléctrico tiene una magnitud de 20.0 N/C (en la dirección positiva de z), ¿qué puede determinar y qué no en relación con el campo magnético de la región?

Sección 29.2 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme

- El campo magnético de la Tierra en cierta ubicación está dirigido verticalmente hacia abajo y tiene una magnitud de $50.0 \mu\text{T}$. Un protón se encuentra trasladándose horizontalmente hacia el oeste en el campo con una rapidez de 6.20×10^6 m/s. a) ¿Cuáles son la dirección y la magnitud de la fuerza magnética que el campo ejerce sobre esta partícula? b) ¿Cuál es el radio del arco circular que ha recorrido el protón?
- Se aplica un voltaje acelerador de 2500 V a un cañón de electrones, lo que produce un haz de electrones que originalmente viajan horizontalmente al norte en el vacío hacia el centro de una pantalla a 35.0 cm de distancia. a) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la desviación en la pantalla causada por el campo gravitacional de la Tierra? b) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la desviación en la pantalla causada por la componente vertical del campo magnético de la Tierra, considerado como $20.0 \mu\text{T}$ hacia abajo? ¿Un electrón en este campo magnético vertical se mueve como un proyectil, con vector aceleración constante perpendicular a una componente de velocidad constante hacia el norte? ¿Es una buena aproximación suponer que tiene este movimiento de proyectil? Explique.
- Un protón (con carga $= +e$ y masa $= m_p$), un deuterón (con carga $= +e$ y masa $= 2m_p$) y una partícula alfa (con carga $= +2e$ y masa $= 4m_p$) son acelerados mediante una diferencia de potencial común ΔV . Cada una de las partículas entra en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con una velocidad en dirección perpendicular a $\vec{B}$. El protón se mueve en una trayectoria circular de radio r_p . Determine los radios de las órbitas circulares del deuterón, r_d , y de la partícula alfa, r_α , todos ellos en función de r_p .
- Problema de repaso.** Un electrón choca en forma elástica con un segundo electrón que está inicialmente en reposo. Después de la colisión, los radios de sus trayectorias son 1.00 cm y 2.40 cm. Las trayectorias son perpendiculares a un campo magnético uniforme de magnitud 0.0440 T. Determine la energía (en keV) del electrón incidente.
- Problema de repaso.** Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.00 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es 4.00×10^{-25} kg · m²/s. Determine a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez del electrón.
- Un ion con una sola carga de masa m es acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial ΔV . Después es desviado por un campo magnético uniforme (perpendicular a la velocidad del ion) en una trayectoria semicircular de radio R . Ahora un ion con doble carga de masa m' es acelerado por medio de la misma diferencia de potencial y desviado por el mismo campo magnético en un semicírculo de radio $R' = 2R$. ¿Cuál es la relación de las masas de estos iones?
- Un protón de rayo cósmico en el espacio interestelar tiene una energía de 10.0 MeV y ejecuta una órbita circular de radio igual a la de la órbita de Mercurio alrededor del Sol (5.80×10^{10} m). ¿Cuál es el campo magnético existente en esa región del espacio?

16. Suponga que la región a la derecha de cierto plano vertical contiene un campo magnético vertical de 1.00 mT de magnitud y el campo es cero en la región a la izquierda del plano. Un electrón, que originalmente viaja perpendicular al plano frontera, pasa a la región del campo. a) Determine el intervalo de tiempo requerido para que el electrón salga de la región “llena de campo”, y note que su trayectoria es un semicírculo. b) Encuentre la energía cinética del electrón, si supone que la máxima profundidad de penetración en el campo es 2.00 cm.

Sección 29.3 Aplicaciones que involucran partículas con carga móviles en un campo magnético

17. Un selector de velocidad está constituido por los campos eléctrico y magnético que se describen mediante las expresiones $\vec{E} = E\hat{k}$ y $\vec{B} = B\hat{j}$, siendo $B = 15.0$ mT. Determine el valor de E tal que un electrón de 750 eV trasladándose a lo largo del eje positivo x no se desvíe.
18. ● Iones de uranio 238 con un sola carga se aceleran mediante una diferencia de potencial de 2.00 kV y entran en un campo magnético uniforme de 1.20 T dirigido perpendicularmente a sus velocidades. a) Determine el radio de su trayectoria circular. b) Repita lo anterior para iones de uranio 235. **¿Qué pasaría si?** ¿De qué manera la relación de los radios de estas trayectorias depende del voltaje acelerador y de la magnitud del campo magnético?
19. Considere el espectrómetro de masas que se muestra esquemáticamente en la figura 29.13. La magnitud del campo eléctrico entre las placas del selector de velocidad es 2 500 V/m, y el campo magnético tanto en el selector de velocidad como en la cámara de deflexión tiene una magnitud de 0.035 0 T. Calcule el radio de la trayectoria para un ion de una sola carga con una masa $m = 2.18 \times 10^{-26}$ kg.
20. Un ciclotrón, concebido para acelerar protones, tiene un radio exterior de 0.350 m. Los protones son emitidos, prácticamente desde el reposo, por una fuente ubicada en el centro y son acelerados por una diferencia de potencial de 600 V cada vez que atraviesan el espacio existente entre las “des”. Éstas están instaladas entre los polos de un electroimán de campo 0.800 T. a) Determine la frecuencia del ciclotrón para los protones en este ciclotrón. b) Determine la rapidez a la cual los protones salen del ciclotrón y c) su energía cinética máxima. d) ¿Cuántas revoluciones efectúa un protón en el ciclotrón? e) ¿Durante qué intervalo de tiempo se acelera un protón?
21. Un ciclotrón, concebido para acelerar protones, tiene un campo magnético de 0.450 T de magnitud en una región de radio 1.20 m. ¿Qué valores tienen a) la frecuencia y b) la rapidez máxima adquirida por los protones?
22. ● Una partícula, en el ciclotrón que se muestra en la figura 29.15a, adquiere energía $q\Delta V$ de una fuente de energía alternante cada vez que pasa de una de a la otra. El intervalo de tiempo para cada órbita completa es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

de modo que la rapidez promedio de aumento de energía de la partícula es

$$\frac{2q\Delta V}{T} = \frac{q^2 B \Delta V}{\pi m}$$

Note que esta entrada de potencia es constante en el tiempo. a) Demuestre que la proporción de aumento en el radio r de su trayectoria no es constante, sino que se conoce por

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\Delta V}{\pi B}$$

- b) Describa cómo se podría dibujar de manera realista la trayectoria de las partículas en la figura 29.15a. c) ¿A qué relación aumenta la posición radial de los protones en el problema 20, inmediatamente antes de que los protones salgan del ciclotrón? d) ¿Por cuánto aumenta el radio de la trayectoria de los protones durante su última revolución completa?
23. El cinescopio de una televisión utiliza bobinas magnéticas deflectoras en lugar de placas de deflexión. Suponga que un haz de electrones es acelerado mediante una diferencia de potencial de 50.0 kV y después pasa a través de una región con un campo magnético uniforme de 1.00 cm de ancho. La pantalla está instalada a 10.0 cm del centro de las bobinas y tiene una anchura de 50.0 cm. Cuando el campo no está activado, el haz de electrones se impacta en el centro de la pantalla. ¿Qué magnitud de campo es requerida para desviar el haz hasta un costado de la pantalla? No tome en cuenta correcciones relativistas.
24. ● En su “descubrimiento del electrón”, J.J. Thomson demostró que las mismas desviaciones de haz resultaban con tubos que tenían cátodos hechos de *diferentes* materiales y contenían *varios* gases antes de la evacuación. a) ¿Estas observaciones son importantes? Explique su respuesta. b) Cuando aplicó varias diferencias de potencial a las placas de desviación y encendió las bobinas magnéticas, solas o en combinación con las placas de desviación, Thomson observó que la pantalla fluorescente continuaba mostrando una *única y pequeña* mancha radiante. Argumente si su observación es importante. c) Haga los cálculos para demostrar que la relación carga-masa que obtuvo Thomson era enorme comparada con la de cualquier objeto macroscópico o cualquier átomo o molécula ionizado. ¿Cómo puede darle sentido a este hecho? d) ¿Podría Thomson observar alguna desviación del haz debido a gravitación? Haga los cálculos para argumentar para su respuesta. (Para obtener una mancha radiante visible en la pantalla fluorescente, la diferencia de potencial entre rendijas y el cátodo debe ser de 100 V o más.)

Sección 29.4 Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente

25. Un alambre de masa por unidad de longitud igual a 0.500 g/cm conduce una corriente de 2.00 A horizontalmente hacia el sur. ¿Cuáles son la dirección y la magnitud del campo magnético mínimo necesario para levantar este alambre verticalmente hacia arriba?
26. Un alambre transporta una corriente estable de 2.40 A. Un tramo recto del alambre tiene 0.750 m de largo y yace a lo largo del eje x dentro de un campo magnético uniforme, $\vec{B} = 1.60\hat{k}$ T. Si la corriente está orientada en la dirección positiva de x , ¿cuál es la fuerza magnética que se ejerce sobre la sección del alambre?

27. Un alambre de 2.80 m de longitud conduce una corriente de 5.00 A en una región donde un campo magnético uniforme tiene una magnitud de 0.390 T. Calcule la magnitud de la fuerza magnética que se ejerce sobre el alambre, si el ángulo formado por el campo magnético y la corriente es igual a a) 60.0° , b) 90.0° y c) 120° .

28. Imagine que un alambre, con densidad de masa lineal de 2.40 g/m, rodea a la Tierra en su ecuador magnético, donde el campo se modela con el valor uniforme de $28.0 \mu\text{T}$ horizontalmente al norte. ¿Qué magnitud y dirección de la corriente en el alambre mantendrá al alambre elevado y flotando sobre el suelo?

29. **Problema de repaso.** Una varilla con 0.720 kg de masa y un radio de 6.00 cm descansa sobre dos rieles paralelos (figura P29.29) que están separados por un valor $d = 12.0 \text{ cm}$ y tiene una longitud $L = 45.0 \text{ cm}$ de largo. La varilla conduce una corriente $I = 48.0 \text{ A}$ en la dirección que se muestra y rueda por los rieles sin resbalar. Perpendicularmente a la varilla y a los rieles existe un campo magnético uniforme de magnitud 0.240 T. Si parte del reposo, ¿cuál será la rapidez de la varilla cuando se salga de los rieles?

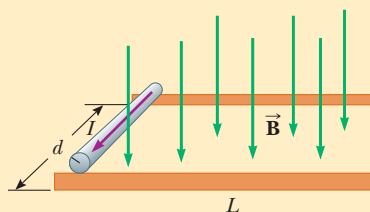


Figura P29.29 Problemas 29 y 30

30. **Problema de repaso.** Una varilla de masa m y de radio R descansa sobre dos rieles paralelos (figura P29.29) que están separados por una distancia d y que tienen una longitud L . La varilla conduce una corriente I en la dirección que se muestra y rueda a lo largo de los rieles sin resbalar. Un campo magnético uniforme B está dirigido perpendicularmente a la varilla y a los rieles. Si parte del reposo, ¿cuál será la rapidez de la varilla cuando se salga de los rieles?

31. Un campo magnético no uniforme ejerce una fuerza neta sobre un dipolo magnético. Por debajo de un anillo conductor horizontal de radio r que conduce una corriente I se coloca un poderoso imán, como se muestra en la figura P29.31. Si el campo magnético $\vec{B}$ forma un ángulo θ con la vertical en la ubicación del anillo, ¿cuál es la magnitud y dirección de la fuerza resultante sobre el anillo?

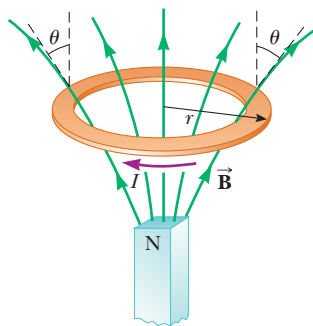


Figura P29.31

32. ● En la figura P29.32, el cubo tiene aristas de 40.0 cm. Cuatro segmentos rectos de alambre, ab , bc , cd y da forman una espira cerrada que conduce una corriente $I = 5.00 \text{ A}$ en la dirección que se muestra. En la dirección positiva de y existe un campo magnético uniforme de magnitud $B = 0.020 \text{ T}$. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza magnética que se ejerce sobre cada segmento. b) Explique cómo puede hallar la fuerza ejercida en el cuarto de estos segmentos partir de las fuerzas de los otros tres, sin cálculo adicional que involucre el campo magnético.

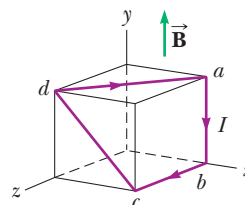


Figura P29.32

33. Suponga que en Atlanta, Georgia, el campo magnético de la Tierra tiene un valor de $52.0 \mu\text{T}$ hacia el norte a 60.0° por debajo de la horizontal. En un anuncio de neón un tubo conduce una corriente de 35.0 mA entre dos esquinas diagonalmente opuestas de un aparador, que está en un plano vertical norte sur. La corriente entra en el tubo en la esquina sur inferior de la ventana y sale en la esquina opuesta, que está a 1.40 m más al norte y 0.850 m más alta. Entre estos dos puntos, el tubo neón traza la palabra DONUTS. Determine la fuerza magnética vectorial total ejercida sobre el tubo. Puede usar el primer "enunciado importante" que se presenta en la sección Finalizar del ejemplo 29.4.

Sección 29.5 Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme

34. Se mantiene una corriente de 17.0 mA en solo una espira circular de 2.00 m de circunferencia. Un campo magnético de 0.800 T se dirige en paralelo al plano de la espira. a) Calcule el momento magnético de la espira. b) ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión ejercida por el campo magnético sobre la espira?
35. Una bobina rectangular está constituida por $N = 100$ vueltas muy apretadas y tiene como dimensiones $a = 0.400 \text{ m}$ y $b = 0.300 \text{ m}$. La bobina se articula a lo largo del eje y , y su plano forma un ángulo $\theta = 30.0^\circ$ con el eje x (figura P29.35). ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión ejercida sobre la bobina por un campo magnético uniforme $B = 0.800 \text{ T}$ dirigido a lo largo del eje x , cuando la corriente es $I = 1.20 \text{ A}$ en la dirección que se muestra en la figura? ¿Cuál es la dirección de rotación esperada de la bobina?

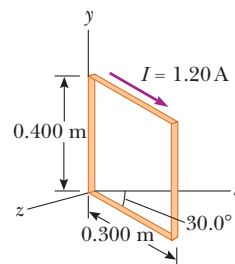


Figura P29.35

36. Una espira de corriente con un momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ se coloca en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, formando su momento un ángulo θ con el campo. Escogiendo arbitrariamente $U = 0$ para $\theta = 90^\circ$, demuestre que la energía potencial del sistema dipolo-campo es $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$. Puede seguir el análisis efectuado en el capítulo 26 referente a la energía potencial de un dipolo eléctrico en un campo eléctrico.
37. ● La aguja de una brújula magnética tiene un momento magnético igual a $9.70 \text{ mA} \cdot \text{m}^2$. En su ubicación, el campo magnético de la Tierra tiene un valor de $55.0 \mu\text{T}$ hacia el norte a 48.0° por debajo de la horizontal. a) Identifique las orientaciones de la aguja de la brújula que representan la energía potencial mínima, así como la máxima del sistema aguja-campo. b) ¿Cuánto trabajo debe realizarse sobre la aguja para moverla de la primera a la última orientación?
38. Un alambre se dobla formando un círculo de diámetro de 10.0 cm y se coloca en un campo magnético de 3.00 mT . El alambre conduce una corriente de 5.00 A . Determine a) el momento de torsión máximo sobre el alambre y b) el intervalo de las energías potenciales del sistema alambre-campo para distintas orientaciones del círculo.
39. ● Un alambre de 1.50 cm de largo conduce una corriente de 30.0 mA cuando se conecta a una batería. Todo el alambre se puede arreglar como un solo espira con la forma de un círculo, un cuadrado o un triángulo equilátero. Todo el alambre se puede convertir en una bobina circular compacta plana con N vueltas. Explique cómo se compara su momento magnético en todos estos casos. En particular, ¿su momento magnético puede tender a infinito? ¿A cero? ¿Su momento magnético tiene un valor máximo bien definido? Si es así, identifíquelo. ¿Tiene un valor mínimo? Si es así, identifíquelo.
40. El rotor en un determinado motor eléctrico es una bobina rectangular plana de 80 vueltas de alambre y de dimensiones $2.50 \text{ cm} \times 4.00 \text{ cm}$. El rotor gira en un campo magnético de 0.800 T . Cuando el plano del rotor es perpendicular a la dirección del campo magnético, lleva una corriente de 10.0 mA . En esta orientación, el momento magnético del rotor está en dirección opuesta al campo magnético. Después el rotor gira media revolución. Este proceso se repite haciendo que el rotor gire de manera estable a $3\,600$ revoluciones/min. a) Determine el momento de torsión máximo que actúa sobre el rotor. b) Determine el pico de potencia del motor. c) Encuentre el trabajo realizado por el campo magnético sobre el rotor en una revolución completa. d) ¿Cuál es la potencia media del motor?

Sección 29.6 El efecto Hall

41. En un experimento concebido para medir el campo magnético de la Tierra utilizando el efecto Hall, se coloca una barra de cobre de 0.500 cm de espesor en dirección este-oeste. Si una corriente de 8.00 A en el conductor da como resultado un voltaje Hall de $5.10 \times 10^{-12} \text{ V}$, ¿cuál es la magnitud del campo magnético de la Tierra? (Suponga que $n = 8.46 \times 10^{28}$ electrones/ m^3 y que el plano de la barra se gira para que quede perpendicular a la dirección de $\vec{B}$.)
42. Una sonda para el efecto Hall funciona con una corriente de 120 mA . Cuando la sonda se coloca en un campo magnético uniforme de magnitud 0.080 T , produce un voltaje Hall con un valor de $0.700 \mu\text{V}$. a) Cuando se mide un campo magnético desconocido, el voltaje Hall es igual a $0.330 \mu\text{V}$. ¿Cuál es la magnitud del campo desconocido? b) El espesor de la sonda en la dirección de $\vec{B}$ es de 2.00 mm . Determine la densi-

dad de los portadores de carga, cada uno con una carga de magnitud e .

Problemas adicionales

43. ● Los sistemas de circulación extracorpórea y las máquinas de diálisis emplean bombas sanguíneas. Un bomba mecánica puede destruir células sanguíneas. La figura P29.43 representa una bomba electromagnética. La sangre se confina en un tubo eléctricamente aislador, cilíndrico pero en la práctica representado como un rectángulo de ancho w y altura h . La simplicidad de diseño hace confiable a la bomba. La sangre se mantiene fácilmente sin contaminar; el tubo es simple de limpiar o barato para sustituir. Dos electrodos ajustan en lo alto y bajo del tubo. La diferencia de potencial entre ellos establece una corriente eléctrica a través de la sangre, con densidad de corriente J en una sección de longitud L . En la misma región existe un campo magnético perpendicular. a) Explique por qué este arreglo produce en el líquido una fuerza que se dirige a lo largo de la longitud de la tubería. b) Demuestre que la sección de líquido en el campo magnético experimenta un aumento de presión JLB . c) Después de que la sangre sale de la bomba, ¿esta se carga? ¿Porta corriente? ¿Está imantada? La misma bomba magnética se puede usar para cualquier fluido que conduce electricidad, como el sodio líquido en un reactor nuclear.

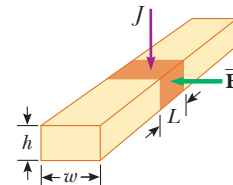


Figura P29.43

44. ● La figura 29.10 muestra una partícula con carga que viaja en un campo magnético no uniforme que forma una botella magnética. a) Explique por qué la partícula con carga positiva en la figura se debe mover en sentido de las manecillas del reloj. La partícula viaja a lo largo de una hélice cuyo radio disminuye y cuyo paso disminuye conforme la partícula se mueve en un campo magnético más intenso. Si la partícula se mueve hacia la derecha, a lo largo del eje x , su velocidad en esta dirección se reducirá a cero y será reflejado desde el lado derecho de la botella, que actúa como un “espejo magnético”. La partícula termina rebotando de atrás para adelante entre los extremos de la botella. b) Explique cualitativamente por qué la velocidad axial se reduce a cero conforme la partícula se mueve en la región de campo magnético intenso al final de la botella. c) Explique por qué la velocidad tangencial aumenta conforme la partícula se aproxima al extremo de la botella. d) Explique por qué la partícula en órbita tiene un momento dipolar magnético. e) Bosqueje el momento magnético y use el resultado del problema 31 para explicar de nuevo cómo el campo magnético no uniforme ejerce una fuerza sobre la partícula en órbita a lo largo del eje x .
45. ● Suponga que en el plano del ecuador magnético de la Tierra, el campo del planeta es uniforme con el valor $25.0 \mu\text{T}$ al norte, perpendicular a este plano, en todas partes dentro de un radio de 100 Mm . También suponga que el campo de la Tierra es cero afuera de este círculo. Un protón de rayos cósmicos, que viaja a un décimo de la rapidez de la luz se dirige directamente hacia el centro de la Tierra en el plano

del ecuador magnético. Encuentre el radio de curvatura de la trayectoria que sigue cuando entra a la región del supuesto campo del planeta. Explique si el protón golpeará la Tierra.

46. Una varilla de metal de 0.200 kg que conduce una corriente de 10.0 A se desliza sobre dos rieles horizontales que están separados 0.500 m. ¿Qué campo magnético vertical se requiere para mantener en movimiento la varilla con una velocidad constante si el coeficiente de fricción cinético entre la varilla y los rieles es de 0.100?
47. Protones con una energía cinética de 5.0 MeV se mueven en la dirección positiva de x y entran en un campo magnético $\vec{B} = 0.0500\hat{k}$ T dirigido hacia fuera del plano de la página que se extiende desde $x = 0$ hasta $x = 1.00$ m, como se observa en la figura P29.47. a) Calcule la componente y del momentum de los protones cuando salen del campo magnético. b) Determine el ángulo α entre el vector inicial de velocidad del haz de protones y el vector de velocidad después de que el haz salga del campo. Ignore los efectos relativistas y observe que $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

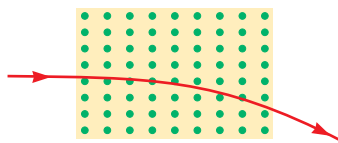


Figura P29.47

48. ● a) Un protón en movimiento en la dirección positiva de x con una velocidad $\mathbf{v} = v_i\hat{i}$ experimenta una fuerza magnética $\mathbf{F} = F_j\hat{j}$ en la dirección positiva de y . Explique lo que se puede o no inferir en relación con $\vec{B}$ a partir de esta información. b) ¿Qué pasaría si? En términos de F_j , ¿cuál sería la fuerza ejercida sobre un protón que se mueva con una velocidad de $\mathbf{v} = -v_i\hat{i}$ en este mismo campo? c) ¿Cuál sería la fuerza ejercida sobre un electrón que se mueva con una velocidad de $\mathbf{v} = v_i\hat{i}$ en este mismo campo?
49. Una carga positiva $q = 3.20 \times 10^{-19} \text{ C}$ se mueve con una velocidad $\mathbf{v} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \text{ m/s}$ a través de una región donde existen a la vez un campo magnético uniforme y un campo eléctrico uniforme. a) Calcule la fuerza total sobre la carga en movimiento (en notación del vector unitario), tomando $\vec{B} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}) \text{ T}$ y $\vec{E} = (4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \text{ V/m}$. b) ¿Cuál es el ángulo que el vector de la fuerza formará con el eje positivo de las x ?
50. Un protón, que tiene un velocidad inicial de $20.01\hat{i} \text{ Mm/s}$ entra a un campo magnético uniforme de 0.300 T de magnitud, con una dirección perpendicular a la velocidad del protón. Deja la región llena de campo con velocidad $-20.01\hat{j} \text{ Mm/s}$. Determine a) la dirección del campo magnético, b) el radio de curvatura de la trayectoria del protón mientras está en el campo, c) la distancia que recorre el protón en el campo y d) el intervalo de tiempo que el protón está en el campo.
51. **Problema de repaso.** Un alambre de densidad lineal de masa igual a 1.00 g/cm se coloca sobre una superficie horizontal que tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.200. El alambre conduce una corriente de 1.50 A hacia el este y se desliza horizontalmente hacia el norte. ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo magnético más pequeño que provocará que el alambre se mueva de esta manera?
52. **Problema de repaso.** Un protón está en reposo en el plano vertical frontera de una región que contiene un campo magnético uniforme y vertical B . Una partícula alfa moviéndose horizontalmente choca de frente de forma elástica con el protón. Inmediatamente después de la colisión, ambas partículas entran en el campo magnético, moviéndose perpendicularmente a la dirección del campo. El radio de la trayectoria del protón es R . De-

termine el radio de la trayectoria de la partícula alfa. La masa de la partícula alfa es cuatro veces la correspondiente del protón y su carga el doble de la carga del protón.

53. El circuito de la figura P29.53 está formado de alambres en su parte superior e inferior y de resortes metálicos idénticos en los lados derecho e izquierdo. La porción superior del circuito está fija. El alambre inferior tiene una masa de 10.0 g y una longitud de 5.00 cm. Los resortes se estiran 0.500 cm bajo el peso del alambre y el circuito presenta una resistencia total de 12.0Ω . Cuando el campo magnético se encuentra operando, hacia el exterior de la página, los resortes se estiran 0.300 cm adicionales. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético?

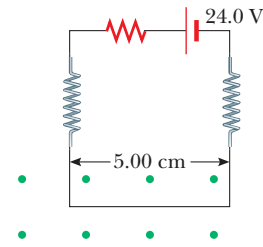


Figura P29.53

54. Una mezcladora eléctrica manual contiene un motor eléctrico. Represente el motor como una bobina circular, compacta y plana que lleva corriente eléctrica en una región donde existe un campo magnético producido por un imán permanente externo. Sólo necesita considerar un instante en la operación del motor. (Estudiará de nuevo los motores en el capítulo 31.) La bobina se mueve porque el campo magnético ejerce un momento de torsión sobre ella, como se describió en la sección 29.5. Estime el orden de magnitud del campo magnético, el momento de torsión en la bobina, su corriente, su área y el número de vueltas en la bobina, de manera que se relacionen entre sí de acuerdo con la ecuación 29.17. Observe que la potencia de entrada al motor es eléctrica, y está dada por $\mathcal{P} = I\Delta V$, y la potencia de salida útil es mecánica, $\mathcal{P} = \tau\omega$.
55. Una esfera no conductora tiene una masa de 80.0 g y un radio de 20.0 cm. A su alrededor se enrolla apretadamente una bobina plana y compacta de alambre con 5 vueltas, donde cada vuelta es concéntrica con la esfera. Como se puede ver en la figura P29.55, la esfera es colocada sobre un plano inclinado hacia la izquierda y abajo, formando un ángulo θ con la horizontal, de manera que la bobina resulta paralela al plano inclinado. En la región de la esfera existe un campo magnético uniforme de 0.350 T dirigido verticalmente hacia arriba. ¿Qué corriente debe pasar por la bobina para que la esfera quede en equilibrio sobre el plano inclinado? Demuestre que el resultado no depende del valor de θ .

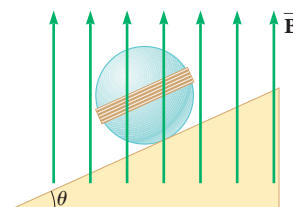


Figura P29.55

56. Una varilla metálica con una masa por unidad de longitud λ transporta una corriente I . La varilla cuelga de dos alambres verticales en un campo magnético vertical uniforme, como se muestra en la figura P29.56. Los alambres forman un ángulo θ

con la vertical cuando están en equilibrio. Determine la magnitud del campo magnético.

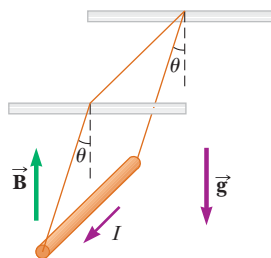


Figura P29.56

57. Un ciclotrón es utilizado ocasionalmente para determinar fechas por el método de carbono, como se describe en el capítulo 44. Del material cuya antigüedad se desea conocer, se obtienen iones de carbono-14 y de carbono-12, mismos que son acelerados en el ciclotrón. Si el ciclotrón tiene un campo magnético de magnitud 2.40 T, ¿cuál es la diferencia en las frecuencias del ciclotrón para los dos iones?
58. Un campo magnético uniforme de magnitud 0.150 T está dirigido a lo largo del eje positivo de x . Un positrón, que se mueve a 5.00×10^6 m/s, entra en el campo siguiendo una dirección que forma un ángulo de 85.0° con el eje de x (figura P29.58). Se espera que el movimiento de la partícula sea helicoidal, como fue descrito en la sección 29.2. Calcule a) el paso p y b) el radio r de la trayectoria.

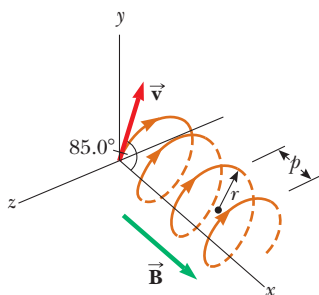


Figura P29.58

59. Considere un electrón que se encuentra en la órbita de un protón y que se conserva en una trayectoria circular fija de radio $R = 5.29 \times 10^{-11}$ m, debido a la fuerza de Coulomb. Si la carga en órbita se trata como si fuera una espira de corriente, calcule el momento de torsión resultante cuando el sistema está inmerso en un campo magnético de 0.400 T dirigido perpendicularmente al momento magnético del electrón.
60. Un protón que se mueve en el plano de la página tiene una energía cinética de 6.00 MeV. Un campo magnético de magnitud $B = 1.00$ T está orientado hacia el interior de la página. El protón entra en el campo magnético formando con su vector velocidad un ángulo $\theta = 45.0^\circ$ con la frontera lineal del campo como se muestra en la figura P29.60. a) Determine x , que es la distancia desde el

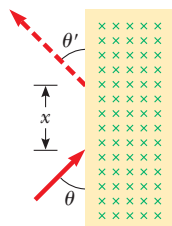


Figura P29.60

punto de entrada al lugar donde el protón saldrá del campo. b) Determine θ' , que es el ángulo entre la frontera y el vector velocidad del protón cuando éste sale del campo.

61. ● Un cirujano de corazón vigila mediante un monitor la cantidad de sangre que circula por una arteria utilizando un medidor de flujo electromagnético (figura P29.61). Los electrodos A y B están en contacto con la superficie exterior del vaso sanguíneo que tiene un diámetro interior de 3.00 mm. a) Ante un campo magnético de magnitud 0.040 T, entre los electrodos aparece una fem de $160 \mu\text{V}$. Calcule la rapidez de la sangre. b) Compruebe que el electrodo A es positivo, según se ilustra. ¿El que los iones móviles presentes en la sangre estén la mayoría cargados positiva o negativamente depende del signo de la fem? Explique.

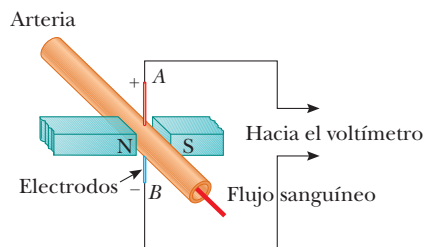


Figura P29.61

62. La tabla P29.62 muestra mediciones del voltaje Hall y del campo magnético correspondiente de una sonda que se utiliza para medir campos magnéticos. a) Trace estos datos y deduzca una relación entre las dos variables. b) Si las mediciones hubieran sido tomadas con una corriente de 0.200 A y la muestra está hecha con un material que tiene una densidad de portadores de carga de 1.00×10^{26} kg/m³, ¿cuál es el espesor de la muestra?

ΔV_H (μV)	B (T)
0	0.00
11	0.10
19	0.20
28	0.30
42	0.40
50	0.50
61	0.60
68	0.70
79	0.80
90	0.90
102	1.00

63. ● Como se puede observar en la figura P29.63, una partícula de masa m con una carga positiva q está en movimiento inicial a una velocidad $v\hat{j}$. Entra en el origen de las coordenadas en una región entre $y = 0$ y $y = h$ que contiene un campo

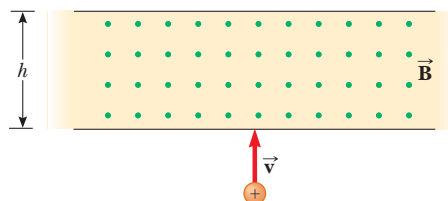


Figura P29.63

magnético uniforme $B\hat{k}$ dirigido perpendicularmente alejándose de la página. a) ¿Cuál es el valor crítico de v para que la partícula llegue justo a $y = h$? Describa la trayectoria de la partícula en estas condiciones y haga una predicción de su velocidad final. b) Especifique la trayectoria que toma la partícula, así como su velocidad final, en el caso que v sea menor que el valor crítico. c) **¿Qué pasaría si?** Especifique la trayectoria que toma la partícula, así como su velocidad final, en el caso de que v sea mayor que el valor crítico.

64. En el modelo de 1913 de Niels Bohr del átomo de hidrógeno, el único electrón está en una órbita circular de 5.29×10^{-11} m de radio y su rapidez es 2.19×10^6 m/s. a) ¿Cuál es la magnitud del momento magnético debido al movimiento del electrón? b) Si el electrón se mueve en un círculo horizontal, contra las manecillas del reloj, visto desde arriba, ¿cuál es la dirección de este vector de momento magnético?
65. **● Problema de repaso.** Revise la sección 15.5 acerca del péndulo de torsión. a) Demuestre que un dipolo magnético

en un campo magnético uniforme, desplazado de su orientación de equilibrio y liberado, puede oscilar como un péndulo de torsión en movimiento armónico simple. ¿Esta afirmación es cierta para todos los desplazamientos angulares, para todos los desplazamientos menores que 180° o sólo para pequeños desplazamientos angulares? Explique. b) Suponga que el dipolo es la aguja de una brújula, un imán de barra ligero, con un momento magnético de magnitud μ y tiene momento de inercia I en torno a su centro, donde está montada sobre un eje vertical sin fricción, y se coloca en un campo magnético horizontal de magnitud B . Evalúe su frecuencia de oscilación. c) Explique cómo se puede usar convenientemente la aguja de brújula como un indicador de la magnitud del campo magnético externo. Si su frecuencia es 0.680 Hz en el campo local de la Tierra, con una componente horizontal de $39.2 \mu\text{T}$, ¿cuál es la magnitud de un campo en donde su frecuencia de oscilación es 4.90 Hz?

Respuestas a las preguntas rápidas

- 29.1 e) La regla de la mano derecha da la dirección. Asegúrese de considerar la carga negativa del electrón.
- 29.2 i) b) La fuerza magnética sobre la partícula aumenta en proporción con v , pero aumenta la aceleración centrípeta en función del cuadrado de v . El resultado es un radio mayor, como se puede observar en la ecuación 29.13. ii), a). La fuerza magnética que se ejerce sobre la partícula se incrementa en proporción con B . El resultado es un radio menor, como podemos observar en la ecuación 29.3.
- 29.3 c) Utilice la regla de la mano derecha para determinar la dirección del campo magnético.

- 29.4 i) c), b), a). Ya que todas las espiras encierran una misma área y tienen igual corriente, la magnitud de $\vec{\mu}$ es la misma para todos. En el caso de c), $\vec{\mu}$ apunta hacia arriba y es perpendicular al campo magnético y $\tau = \mu B$, que es el momento de torsión máximo posible. Para la espira en el caso a), $\vec{\mu}$ apunta en la dirección de $\vec{B}$ y el momento de torsión es igual a cero. En el caso b), el momento de torsión tiene un valor intermedio entre cero y el máximo. ii), a) = b) = c). Ya que el campo magnético es uniforme, hay una fuerza neta cero entre las tres espiras.



Un método propuesto para lanzar futuras cargas útiles al espacio es el cañón de riel, en el que los proyectiles se aceleran por medio de fuerzas magnéticas. Esta fotografía muestra el disparo de un proyectil a una velocidad de más de 3 km/s desde un cañón de riel experimental en Sandia National Research Laboratories, Albuquerque, New Mexico. [Defense Threat Reduction Agency (DTRA).]

30.1 Ley de Biot-Savart	30.5 Ley de Gauss en el magnetismo
30.2 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos	30.6 Magnetismo en la materia
30.3 Ley de Ampère	30.7 Campo magnético de la Tierra
30.4 Campo magnético de un solenoide	

30 Fuentes del campo magnético

En el capítulo anterior se explicó la fuerza magnética ejercida en una partícula con carga que se mueve en un campo magnético. Para completar la descripción de la interacción magnética, este capítulo explora el origen del campo magnético, cargas en movimiento. Primero se explica cómo utilizar la ley de Biot y Savart para calcular el campo magnético que produce en algún punto del espacio un pequeño elemento de corriente. Mediante este formalismo y el principio de superposición se calcula el campo magnético total producido por diferentes distribuciones de corriente. A continuación se muestra cómo determinar la fuerza entre dos conductores que transportan una corriente, lo que lleva a la definición del ampère. También se presenta la ley de Ampère, la cual es útil para calcular el campo magnético de una configuración altamente simétrica que lleva una corriente estable.

Este capítulo también muestra los procesos complejos que se presentan en los materiales magnéticos. Todos los efectos magnéticos de la materia pueden explicarse con base en los momentos magnéticos del átomo, que surgen del movimiento orbital de los electrones como por una propiedad intrínseca de los electrones conocida como espín.

30.1 Ley de Biot-Savart

Poco después de que en 1819 Oersted descubriera que la aguja de una brújula se desvía por la presencia de un conductor que lleva corriente, Jean-Baptiste Biot (1774–1862) y Félix Savart (1791–1841) realizaron experimentos cuantitativos en relación con la fuerza ejercida por una corriente eléctrica sobre un imán cercano. De sus resultados experimentales, Biot y Savart llegaron a una expresión mate-

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 30.1

La ley de Biot-Savart

El campo magnético que describe la ley de Biot-Savart se *debe a* un conductor por el que pasa una corriente. No confunda este campo con cualquier campo *externo* que pudiera aplicarse al conductor proveniente de alguna otra fuente.

Ley de Biot-Savart ►

Permeabilidad del espacio libre ►

mática que da el valor del campo magnético en algún punto del espacio, en función de la corriente que dicho campo produce. Esta expresión se basa en las siguientes observaciones experimentales para el campo magnético $d\vec{B}$ en un punto P asociado con un elemento de longitud $d\vec{s}$ de un alambre por el que pasa una corriente estable I (figura 30.1):

- El vector $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $d\vec{s}$ (que apunta en la dirección de la corriente) como al vector unitario $\hat{r}$, dirigido desde $d\vec{s}$ hacia P .
- La magnitud de $d\vec{B}$ es inversamente proporcional a r^2 , donde r es la distancia de $d\vec{s}$ a P .
- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a la corriente y a la magnitud ds del elemento de longitud $d\vec{s}$.
- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a $\sin \theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores $d\vec{s}$ y $\hat{r}$.

Estas observaciones se resumen en la expresión matemática conocida hoy en día como la **ley de Biot-Savart**.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad (30.1)$$

donde μ_0 es una constante llamada **permeabilidad del espacio libre**:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \quad (30.2)$$

Observe que el campo $d\vec{B}$ en la ecuación 30.1 es creado en un punto por la corriente en sólo un pequeño elemento de longitud $d\vec{s}$ del conductor. Para determinar el campo magnético *total* $\vec{B}$ que se crea en algún punto por una corriente de tamaño finito, debe sumar las contribuciones de todos los elementos de corriente $I d\vec{s}$ que forman la corriente. Es decir, debe integrar la ecuación 30.1 para evaluar $\vec{B}$.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad (30.3)$$

donde la integral se aplica sobre la distribución completa de la corriente. Esta expresión debe manejarse con especial cuidado ya que el integrando es un producto cruz y, por lo tanto, una cantidad vectorial. En el ejemplo 30.1 verá el caso de una integración de este tipo.

A pesar de que se desarrolla la ley de Biot-Savart para un alambre que conduce una corriente, también es válida para una corriente formada por cargas que fluyen a través del espacio, tal como el haz de electrones en un cinescopio de televisión. En ese caso, $d\vec{s}$ representa la longitud de un segmento pequeño de espacio en el que fluyen las cargas.

Existen similitudes interesantes entre la ecuación 30.1 para el campo magnético debido a un elemento de corriente y la ecuación 23.9 para el campo eléctrico debido a una carga puntual. La magnitud del campo magnético varía con el cuadrado inverso de la distancia desde la fuente, como se presenta con el campo eléctrico debido a una carga puntual. Sin embargo, la dirección de los dos campos es muy diferente. El campo eléctrico creado por una carga puntual es radial, pero el campo magnético creado por un elemento de corriente es perpendicular tanto al elemento de longitud $d\vec{s}$ como al vector unitario $\hat{r}$, como se describe en el producto cruz de la ecuación 30.1. En consecuencia, si el conductor yace en el plano de la página, como se muestra en la figura 30.1, $d\vec{B}$ apunta hacia el exterior de la página en P y hacia el interior de la página en P' .

Otra diferencia entre los campos eléctricos y magnéticos parte de la fuente del campo. Una carga eléctrica aislada establece un campo eléctrico. La ley de Biot-Savart expresa el valor del campo magnético correspondiente a un elemento de corriente aislado en algún punto, pero este elemento de corriente aislado no puede existir como lo hace una carga eléctrica aislada. Un elemento de corriente *debe* ser parte de una distribución mayor de corriente, ya que para que las cargas fluyan es necesario que exista un circuito completo. Por lo tanto, la ley de Biot-Savart (ecuación 30.1) es sólo la primera etapa para el cálculo de un campo magnético; acto seguido es necesario efectuar una integración sobre la extensión de la corriente, como en la ecuación 30.3.

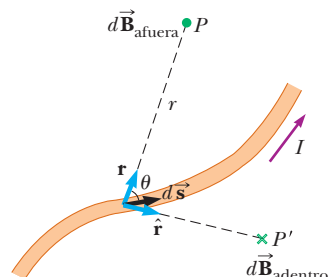


Figura 30.1 El campo magnético $d\vec{B}$ en un punto debido a la corriente I que pasa a través de un elemento de longitud $d\vec{s}$ está definido por la ley de Biot-Savart. La dirección de campo es hacia afuera de la página en P y hacia adentro de la página en P' .

Pregunta rápida 30.1 Considere el campo magnético debido a la corriente a lo largo del alambre que se muestra en la figura 30.2. Ordene de mayor a menor los puntos A, B y C, en función de la magnitud del campo magnético debido a la corriente existente a lo largo del elemento $d\vec{s}$ que se muestra.

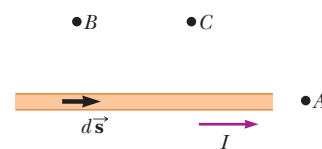


Figura 30.2 (Pregunta rápida 30.1) ¿Dónde es mayor el campo magnético?

EJEMPLO 30.1

Campo magnético alrededor de un conductor recto delgado

Considere un alambre recto delgado que porta una corriente constante I y está colocado a lo largo del eje x , como se muestra en la figura 30.3. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P debido a esta corriente.

SOLUCIÓN

Conceptualizar A partir de la ley Biot-Savart, se espera que la magnitud del campo sea proporcional a la corriente en el alambre y disminuya conforme aumente la distancia a desde el alambre al punto P .

Categorizar Se pide encontrar el campo magnético debido a una distribución de corriente simple, así que este ejemplo es un problema representativo para el que es apropiada la ley Biot-Savart.

Analizar Comience por considerar un elemento de longitud $d\vec{s}$ ubicado a una distancia r de P . La dirección del campo magnético en el punto P debida a la corriente en este elemento es hacia afuera de la página porque $d\vec{s} \times \hat{r}$ es hacia afuera de la página. De hecho, ya que *todos* los elementos de corriente $I d\vec{s}$ yacen en el plano de la página, todos producen un campo magnético dirigido afuera de la página en el punto P . Por lo tanto, la dirección del campo magnético en el punto P es hacia afuera de la página y sólo es necesario encontrar la magnitud del campo. Coloque el origen en O y el punto P a lo largo del eje positivo y , con $\hat{k}$ como un vector unitario que apunta hacia afuera de la página.

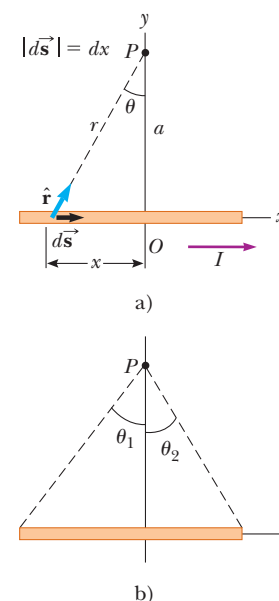


Figura 30.3 (Ejemplo 30.1) a) Un alambre recto delgado que porta una corriente I . El campo magnético en el punto P debido a la corriente en cada elemento $d\vec{s}$ del alambre es hacia afuera de la página, así que el campo neto en el punto P también es hacia afuera de la página. b) Se aplican los ángulos θ_1 y θ_2 para determinar el campo neto.

Evalúe el producto cruz en la ley Biot-Savart:

$$d\vec{s} \times \hat{r} = |d\vec{s} \times \hat{r}| \hat{k} = \left[dx \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] \hat{k} = (dx \cos \theta) \hat{k}$$

Sustituya en la ecuación 30.1:

$$1) \quad d\vec{B} = (dB) \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \cos \theta}{r^2} \hat{k}$$

A partir de la geometría en la figura 30.3a, exprese r en términos de θ :

$$2) \quad r = \frac{a}{\cos \theta}$$

Observe que $\tan \theta = -x/a$ a partir del triángulo rectángulo en la figura 30.3a (el signo negativo es necesario porque $d\vec{s}$ se ubica en un valor negativo de x) y resuelva para x :

$$x = -a \tan \theta$$

Encuentre la diferencial dx :

$$3) \quad dx = -a \sec^2 \theta d\theta = -\frac{a d\theta}{\cos^2 \theta}$$

Sustituya las ecuaciones 2) y 3) en la magnitud del campo a partir de la ecuación 1):

$$4) \quad dB = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a d\theta) \cos \theta \cos^2 \theta}{a^2 \cos^2 \theta} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cos \theta d\theta$$

Integre la ecuación 4) sobre todos los elementos de longitud en el alambre, donde los ángulos subtendidos varían de θ_1 a θ_2 , como se definió en la figura 30.3b:

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \quad (30.4)$$

Finalizar Puede usar este resultado para encontrar el campo magnético de *cualquier* alambre recto portador de corriente si conoce la geometría y por ende los ángulos θ_1 y θ_2 . Considere el caso especial de un alambre recto infinitamente largo. Si el alambre en la figura 30.3b se vuelve infinitamente largo, se ve que $\theta_1 = \pi/2$ y $\theta_2 = -\pi/2$ para elementos de longitud que varían entre las posiciones $x = -\infty$ y $x = +\infty$. Ya que $(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = (\sin \pi/2 - \sin(-\pi/2)) = 2$, la ecuación 30.4 se convierte en

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (30.5)$$

Las ecuaciones 30.4 y 30.5 muestran que la magnitud del campo magnético es proporcional a la corriente y disminuye con la distancia creciente desde el alambre, como se espera. La ecuación 30.5 tiene la misma forma matemática que la expresión para la magnitud del campo eléctrico debido a un largo alambre con carga (vea la ecuación 24.7).

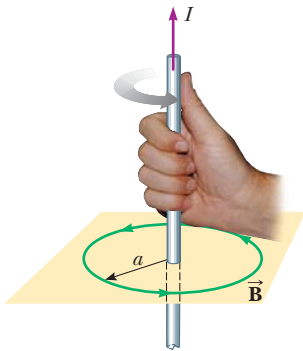


Figura 30.4 Regla de la mano derecha para determinar la dirección del campo magnético que rodea un alambre recto y largo que lleva una corriente. Observe que las líneas de campo magnético forman círculos alrededor del alambre.

El resultado del ejemplo 30.1 es importante ya que es frecuente la existencia de una corriente en la forma de un alambre recto y largo. La figura 30.4 muestra en perspectiva el campo magnético que rodea a un alambre recto y largo que conduce corriente. Debido a la simetría del alambre, las líneas de campo magnético forman círculos concéntricos con el alambre y existen en planos perpendiculares a éste. La magnitud de $\vec{B}$ es constante en cualquiera de los círculos de radio a y está dada por la ecuación 30.5. Una regla útil para determinar la dirección de $\vec{B}$ es tomar el alambre con la mano derecha, colocando el pulgar a lo largo de la dirección de la corriente y doblando los otros cuatro dedos en la dirección del campo magnético.

Otra observación que es posible hacer en la figura 30.4 es que la línea de campo magnético que se muestra no tiene ni principio ni fin. Forma una espira cerrada. Esta es una diferencia importante entre las líneas de campo magnético y las de campo eléctrico, que empiezan en cargas positivas y terminan en cargas negativas. Se explora más adelante, en la sección 30.5, esta característica de las líneas de campo magnético.

EJEMPLO 30.2

Campo magnético debido a un segmento de alambre curvo

Calcule el campo magnético en el punto O para el segmento de alambre portador de corriente que se muestra en la figura 30.5. El alambre consiste en dos porciones rectas y un arco circular de radio a , que subtiende un ángulo θ .

SOLUCIÓN

Conceptualizar El campo magnético en O debido a la corriente en los segmentos rectos AA' y CC' es cero porque $d\vec{s}$ es paralelo a $\hat{r}$ a lo largo de estas trayectorias, lo que significa que $d\vec{s} \times \hat{r} = 0$ para estas trayectorias.

Categorizar Ya que se pueden ignorar los segmentos AA' y CC' , este ejemplo se clasifica como una aplicación de la ley Biot-Savart al segmento de alambre curvo AC .

Analizar Cada elemento de longitud $d\vec{s}$ a lo largo de la trayectoria AC está a la misma distancia a desde O , y la corriente en cada uno aporta un elemento de campo $d\vec{B}$ dirigido hacia la página en O . Además, en cada punto sobre AC , $d\vec{s}$ es perpendicular a $\hat{r}$; por tanto, $|d\vec{s} \times \hat{r}| = ds$.

A partir de la ecuación 30.1, encuentre la magnitud del campo en O debido a la corriente en un elemento de longitud ds :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds}{a^2}$$

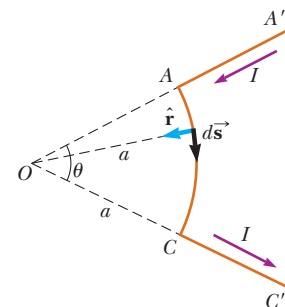


Figura 30.5 (Ejemplo 30.2) El campo magnético en O debido a la corriente en el segmento curvo AC es hacia la página. La aportación al campo en O debida a la corriente en los dos segmentos rectos es cero. La longitud del segmento curvo AC es s .

Integre esta expresión a lo largo de la trayectoria curva AC , y note que I y a son constantes:

A partir de la geometría, observe que $s = a\theta$ y sustituya:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} \int ds = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} s$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} (a\theta) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \theta \quad (30.6)$$

Finalizar La ecuación 30.6 da la magnitud del campo magnético en O . La dirección de $\vec{B}$ es hacia la página en O porque $d\vec{s} \times \hat{r}$ es hacia la página para todo elemento de longitud.

¿Qué pasaría si? ¿Y si se le pidiera encontrar el campo magnético en el centro de una espira de alambre circular de radio R que porte una corriente I ? ¿Esta pregunta se puede responder en este punto de su comprensión de la fuente de los campos magnéticos?

Respuesta Sí, se puede. Los alambres rectos en la figura 30.5 no aportan al campo magnético. La única contribución es del segmento curvo. Conforme el ángulo θ aumenta, el segmento curvo se convierte en un círculo completo cuando $\theta = 2\pi$. Debido a eso, puede encontrar el campo magnético en el centro de una espira de alambre al hacer $\theta = 2\pi$ en la ecuación 30.6:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2\pi = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

Este resultado es un caso límite de un resultado más general explicado en el ejemplo 30.3.

EJEMPLO 30.3

Campo magnético en el eje de una espira de corriente circular

Considere una espira de alambre circular de radio a ubicado en el plano yz y que porta una corriente estable I , como en la figura 30.6. Calcule el campo magnético en un punto axial P a una distancia x desde el centro de la espira.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 30.6 muestra la aportación al campo magnético $d\vec{B}$ en P debida a un solo elemento de corriente en lo alto del anillo. Este vector de campo se puede resolver en componentes dB_x paralelo al eje del anillo y $dB_\perp$ perpendicular al eje. Piense en las aportaciones al campo magnético de un elemento de corriente en la parte baja de la espira. Debido a la simetría de la situación, las componentes perpendiculares del campo debido a los elementos en las partes superior e inferior del anillo se cancelan. Esta cancelación se presenta para todos los pares de segmentos alrededor del anillo, de modo que puede ignorar la componente perpendicular del campo y enfocarse exclusivamente en las componentes paralelas, que simplemente se suman.

Categorizar Se pide encontrar el campo magnético debido a una distribución de corriente simple, así que este ejemplo es un problema representativo para el que la ley Biot-Savart es adecuada.

Analizar En esta situación cada elemento de longitud $d\vec{s}$ es perpendicular al vector $\hat{r}$ en la ubicación del elemento. Por lo tanto, para cualquier elemento, $|d\vec{s} \times \hat{r}| = (ds) (1) \sin 90^\circ = ds$. Además, todos los elementos de longitud alrededor de la espira están a la misma distancia r de P , donde $r^2 = a^2 + x^2$.

Use la ecuación 30.1 para encontrar la magnitud de $d\vec{B}$ debida a la corriente en cualquier elemento de longitud $d\vec{s}$:

Encuentre la componente x del elemento de campo:

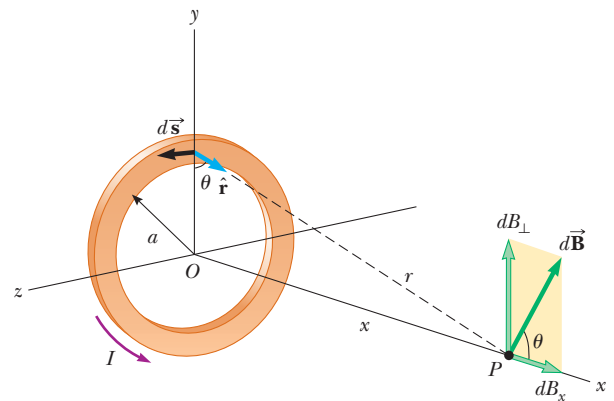


Figura 30.6 (Ejemplo 30.3) Geometría para calcular el campo magnético en un punto P que se encuentra sobre el eje de una espira de corriente. Por simetría, el campo total $\vec{B}$ es a lo largo del eje.

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\vec{s} \times \hat{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{(a^2 + x^2)}$$

$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{(a^2 + x^2)} \cos \theta$$

Integre a lo largo de toda la espira:

$$B_x = \oint dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \cos \theta}{a^2 + x^2}$$

A partir de la geometría, evalúe $\cos \theta$:

$$\cos \theta = \frac{a}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$$

Sustituya esta expresión para $\cos \theta$ en la integral y observe que x , a y θ son todas constantes:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds}{a^2 + x^2} \frac{a}{(a^2 + x^2)^{1/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \oint ds$$

Integre alrededor de la espira:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a}{(a^2 + x^2)^{3/2}} (2\pi a) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (30.7)$$

Finalizar Para encontrar el campo magnético en el centro de la espira, haga $x = 0$ en la ecuación 30.7. En este punto especial,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} \quad (\text{en } x = 0) \quad (30.8)$$

que es consistente con el resultado del **¿Qué pasaría si...?** del ejemplo 30.2.

El patrón de líneas de campo magnético para una espira de corriente circular se muestra en la figura 30.7a. Por claridad, las líneas se dibujan sólo para el plano que contiene el eje de la espira. El patrón de líneas de campo es axialmente simétrico y se parece al patrón alrededor de un imán de barra, que se muestra en la figura 30.7c.

¿Qué pasaría si? ¿Y si considera puntos sobre el eje x muy alejados de la espira? ¿Cómo se comporta el campo magnético en estos puntos distantes?

Respuesta En este caso, en el que $x \gg a$, se puede ignorar el término a^2 en el denominador de la ecuación 30.7 y obtener

$$B \approx \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3} \quad (\text{para } x \gg a) \quad (30.9)$$

La magnitud del momento magnético μ de la espira se define como el producto de corriente y el área de la espira (vea la ecuación 29.15): $\mu = I(\pi a^2)$ para la espira circular. La ecuación 30.9 se puede expresar como

$$B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3} \quad (30.10)$$

Este resultado es similar en forma a la expresión para el campo eléctrico debido a un dipolo eléctrico, $E = k_e(p/y^3)$ (vea el ejemplo 23.5), donde $p = 2qa$ es el momento del dipolo eléctrico, como se definió en la ecuación 26.16.

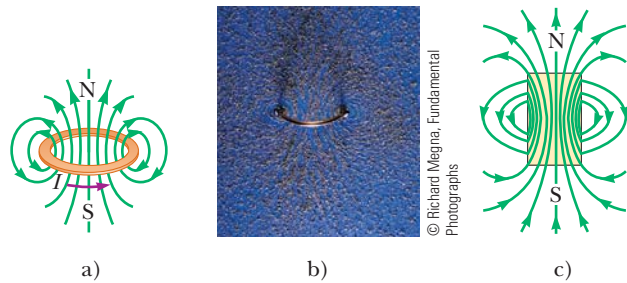
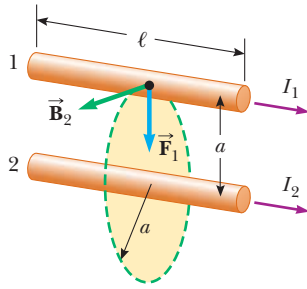


Figura 30.7 (Ejemplo 30.3) a) Líneas de campo magnético que rodean un lazo de corriente. b) Líneas de campo magnético que rodean un lazo de corriente, mostradas con limaduras de hierro. c) Líneas de campo magnético que rodean un imán de barra. Note la similitud entre este patrón de líneas y el de un lazo de corriente.

30.2 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

En el capítulo anterior se describió la fuerza magnética que actúa sobre un conductor que lleva una corriente, colocado en un campo magnético externo. Ya que la corriente en un conductor genera su propio campo magnético, es fácil entender que dos conductores que transportan una corriente ejercen fuerzas magnéticas entre sí. Estas fuerzas se utilizan como base para definir el amperio y el coulomb.

Imagine dos alambres largos, rectos, paralelos, separados por una distancia a y que llevan corrientes I_1 e I_2 en la misma dirección, como se muestra en la figura 30.8. Es posible

**Figura 30.8**

Dos alambres paralelos que transportan cada uno una corriente estable y ejercen una fuerza magnética uno sobre el otro. El campo $\mathbf{B}_2$ debido a la corriente en el alambre 2 ejerce una fuerza magnética $\mathbf{F}_1 = I_1 \ell \mathbf{B}_2$ sobre el alambre 1. La fuerza es de atracción si las corrientes son paralelas (como se muestra) y de repulsión si las corrientes son antiparalelas.

determinar la fuerza ejercida sobre un alambre debido al campo magnético desplegado por el otro alambre. El alambre 2, que lleva una corriente I_2 y se identifica arbitrariamente como alambre fuente, crea un campo magnético $\mathbf{B}_2$ en la ubicación del alambre 1, el alambre de prueba. La dirección de $\mathbf{B}_2$ es perpendicular al alambre 1, como se muestra en la figura 30.8. De acuerdo con la ecuación 29.10, la fuerza magnética en un tramo de longitud ℓ del alambre 1 es $\mathbf{F}_1 = I_1 \ell \times \mathbf{B}_2$. En vista de que en este caso ℓ es perpendicular a $\mathbf{B}_2$, la magnitud de $\mathbf{F}_1$ es $F_1 = I_1 \ell B_2$. Ya que la magnitud de $\mathbf{B}_2$ está dada por la ecuación 30.5,

$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell \quad (30.11)$$

La dirección de $\mathbf{F}_1$ es hacia el alambre 2, debido a que $\ell \times \mathbf{B}_2$ va en esa dirección. Si se calcula el campo establecido por el alambre 1 sobre el alambre 2, se encontrará que la fuerza $\mathbf{F}_2$ que actúa sobre el alambre 2 es de igual magnitud y de dirección opuesta a $\mathbf{F}_1$. Esto es lo que se esperaba, ya que la tercera ley de Newton debe cumplirse. Cuando las corrientes se encuentran en direcciones opuestas (esto es, cuando en la figura 30.8 se invierte una de las corrientes), las fuerzas se invierten y los alambres se repelen. En consecuencia, **conductores paralelos que llevan corrientes en una misma dirección se atraen, y conductores paralelos que llevan corrientes en direcciones opuestas se repelen.**

Debido a que es igual la magnitud de las fuerzas en ambos alambres, simplemente se señala la magnitud de la fuerza magnética entre alambres como F_B . Puede volver a escribir esta magnitud en función de la fuerza por unidad de longitud:

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad (30.12)$$

La fuerza entre dos alambres paralelos es utilizada para definir el **ampere** de esta manera:

Cuando 2×10^{-7} N/m es la magnitud de la fuerza por unidad de longitud presente entre dos alambres largos y paralelos que llevan corrientes idénticas y están separados 1 m, se define la corriente en cada alambre como 1 A.

◀ Definición de ampere

El valor 2×10^{-7} N/m se obtiene a partir de la ecuación 30.12 con $I_1 = I_2 = 1$ A y $a = 1$ m. Puesto que esta definición se basa en una fuerza, puede utilizarse una medición mecánica para estandarizar al ampere. Por ejemplo, el National Institute of Standards and Technology utiliza un instrumento llamado *balanza de corriente* para mediciones básicas de corriente. Los resultados son utilizados para estandarizar otros instrumentos más convencionales, como los amperímetros.

La unidad del SI de carga, el **coulomb**, se define en función del ampere: cuando un conductor lleva una corriente estable de 1 A, la cantidad de carga que fluye a través de la sección transversal del conductor durante 1 s es 1 C.

En la deducción de las ecuaciones 30.11 y 30.12, se supone que ambos alambres son largos, en comparación con la distancia que los separa. De hecho, sólo un alambre necesita ser largo. Las ecuaciones describen con precisión las fuerzas que un alambre largo y un alambre recto paralelo de longitud limitada ℓ ejercen uno sobre el otro.

Pregunta rápida 30.2 Un resorte relajado en espiral sin corriente se cuelga del techo. Cuando se cierra un interruptor para que exista una corriente en el resorte, ¿las espiras se a) acercan, b) separan o c) no se mueven en absoluto?

EJEMPLO 30.4**Suspensión de un alambre**

Dos alambres paralelos infinitamente largos se encuentran en el suelo separados 1.00 cm, como se muestra en la figura 30.9a. Un tercer alambre, de 10.0 m de largo y 400 g de masa, porta una corriente $I_1 = 100$ A y está elevado y flotando sobre los dos primeros alambres, en una posición horizontal a la mitad entre ellos. Los alambres infinitamente largos portan iguales corrientes I_2 en la misma dirección, pero en la dirección opuesta a la del alambre elevado y flotando. ¿Qué corriente deben portar los alambres infinitamente largos para que los tres alambres formen un triángulo equilátero?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Ya que la corriente en el alambre corto es opuesta a la de los alambres largos, el alambre corto es repelido de los otros dos. Imagine que aumentan las corrientes en los alambres largos. La fuerza repulsiva se vuelve más intensa, y el alambre elevado y flotando asciende al punto donde el peso del alambre está una vez más en equilibrio. La figura 30.9b muestra la situación deseada con los tres alambres formando un triángulo equilátero.

Categorizar El alambre flotando en el aire se modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Las componentes horizontales de las fuerzas magnéticas sobre el alambre elevado y flotando se cancelan. Las componentes verticales son positivas y se suman.

Encuentre la fuerza magnética total en la dirección hacia arriba sobre el alambre que flota:

Encuentre la fuerza gravitacional en el alambre que flota:

Aplice el modelo de partícula en equilibrio al sumar las fuerzas e igualar a cero la fuerza neta:

Resuelva para la corriente en los alambres sobre el suelo:

Sustituya valores numéricos:

Finalizar Las corrientes en todos los alambres son del orden de 10^2 A. Tales corrientes grandes requerirían equipo especializado. Por lo tanto, esta situación sería difícil de establecer en la práctica.

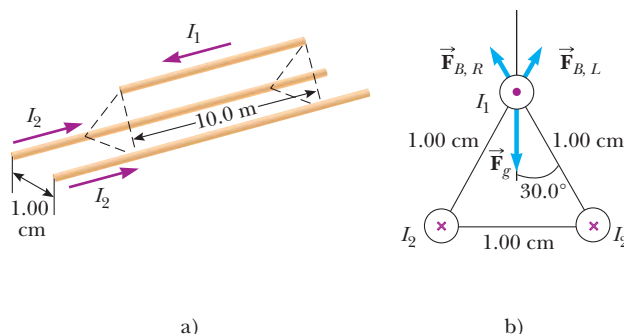


Figura 30.9 (Ejemplo 30.4) a) Dos alambres portadores de corriente que se encuentran sobre el suelo y un tercer alambre flotando en el aire mediante fuerzas magnéticas. b) Vista lateral. En la situación descrita en el ejemplo, los tres alambres forman un triángulo equilátero. Las dos fuerzas magnéticas sobre el alambre que flota en el aire son $\vec{F}_{B,L}$, la fuerza debida al alambre de la izquierda sobre el suelo, y $\vec{F}_{B,R}$, la fuerza debida al alambre de la derecha en el suelo. También se muestra la fuerza gravitacional $\vec{F}_g$ sobre el alambre flotando.

$$\vec{F}_B = 2 \left(\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell \right) \cos 30.0^\circ \hat{k} = 0.866 \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi a} \ell \hat{k}$$

$$\vec{F}_g = -mg \hat{k}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_g = 0.866 \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi a} \ell \hat{k} - mg \hat{k} = 0$$

$$I_2 = \frac{mg \pi a}{0.866 \mu_0 I_1 \ell}$$

$$I_2 = \frac{(0.400 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \pi (0.0100 \text{ m})}{0.866 (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (100 \text{ A}) (10.0 \text{ m})} = 113 \text{ A}$$

30.3 Ley de Ampère

El descubrimiento de Oersted en 1819 del desvío de la aguja de las brújulas demuestra que un conductor que lleva una corriente produce un campo magnético. La figura 30.10a muestra la forma en que este efecto puede ser demostrado en el salón de clases. Se colocan muchas agujas de brújula en un plano horizontal cercano a un alambre vertical largo. Cuando no hay corriente en el alambre, todas las agujas apuntan en una misma dirección (la

del campo magnético de la Tierra), como era de esperarse. Cuando el alambre conduce una corriente, intensa y estable, todas las agujas se desvían en una dirección tangente al círculo, como en la figura 30.10b. Estas observaciones demuestran que la dirección del campo magnético producido por la corriente en el alambre es consistente con la regla de la mano derecha descrita en la figura 30.4. Cuando se invierte la dirección de la corriente, las agujas en la figura 30.10b también invierten su orientación.

Ya que las agujas de la brújula apuntan en la dirección de $\vec{B}$, se concluye que las líneas de $\vec{B}$ forman círculos alrededor del alambre, como se explicó en la sección 30.1. Por simetría, la magnitud de $\vec{B}$ es la misma en cualquier parte de la trayectoria circular centrada en el alambre y que yace en un plano perpendicular a éste. Al variar la corriente y la distancia desde el alambre, se encuentra que B es proporcional a la corriente e inversamente proporcional a la distancia al alambre, como se describe en la ecuación 30.5.

Ahora se evalúa el producto $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ para un elemento de longitud $d\vec{s}$ pequeño de la trayectoria circular definida por las agujas de las brújulas, y suma los productos para todos los elementos en toda la trayectoria circular cerrada.¹ A lo largo de esta trayectoria, los vectores $d\vec{s}$ y $\vec{B}$ son paralelos en cada punto (véase la figura 30.10b), así que $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$. Además, la magnitud de $\vec{B}$ es constante en este círculo y se conoce por la ecuación 30.5. Por lo tanto, la suma de los productos $B ds$ a lo largo de la trayectoria cerrada, que es equivalente a la integral lineal de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$, es

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$

donde $\oint ds = 2\pi r$ es la circunferencia de la trayectoria circular. A pesar de que este resultado fue calculado para el caso especial de una trayectoria circular que rodea a un alambre, es válida para la trayectoria cerrada de *cualquier* forma (una *espira amperiana*) que rodea una corriente en un circuito cerrado. El caso general, conocido como la **ley de Ampère**, puede enunciarse como sigue:

La integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total estable que pasa a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria cerrada.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (30.13)$$

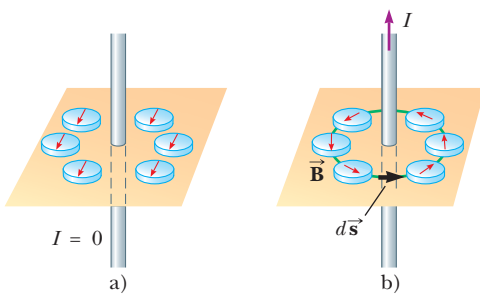


Figura 30.10

a) Cuando no existe corriente en el alambre, todas las agujas de las brújulas apuntan en la misma dirección (hacia el polo norte de la Tierra). b) Cuando el alambre lleva una corriente intensa, las agujas de las brújulas se desvían en dirección tangente al círculo, la dirección del campo magnético creado por la corriente. c) Líneas de campo magnético circulares que rodean un conductor de corriente, desplegadas mediante limaduras de hierro.

¹ Quizá se pregunte por qué se decidió hacer esto. El origen de la ley de Ampère se dio en la ciencia del siglo XIX, en la cual una “carga magnética” (la analogía supuesta para una carga eléctrica aislada) se imaginaba en movimiento alrededor de una línea de campo circular. El trabajo realizado por la carga se relacionó con $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ de la misma manera que el trabajo realizado al mover una carga eléctrica en un campo eléctrico se relacionó con $\vec{E} \cdot d\vec{s}$. Por lo tanto, la ley de Ampère, un principio válido y útil, ¡se originó a partir de un cálculo de trabajo erróneo y olvidado!



Leonard de Selva/CORBIS

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE

Físico francés (1775-1836)

A Ampère se le acredita el descubrimiento del electromagnetismo: la correspondencia entre corrientes eléctricas y campos magnéticos. El genio de Ampère, particularmente en las matemáticas, se hizo evidente cuando tenía 12 años; su vida personal, sin embargo, estuvo repleta de tragedias. Su padre, un rico concejal de la ciudad, fue guillotinado durante la Revolución Francesa, y su esposa murió joven, en 1803. Ampère murió de neumonía a los 61 años. Su opinión sobre su propia vida resulta evidente gracias al epitafio que él mismo seleccionó para su lápida: *Tandem Felix* (Feliz al fin).

◀ Ley de Ampère

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 30.2

Cómo evitar los problemas con los signos

Cuando utilice la ley de Ampère, aplique la regla de la mano derecha siguiente. Apunte su pulgar en la dirección de la corriente a través de la espira. Después sus dedos doblados apuntan en la dirección en que deberá integrar cuando recorre la espira para evitar tener que definir la corriente como negativa.

La ley de Ampère describe la creación de campos magnéticos para todas las configuraciones de corriente continua, pero a este nivel matemático, sólo es útil para calcular el campo magnético de configuraciones de corriente que tienen un alto grado de simetría. Su uso es similar al de la ley de Gauss para el cálculo de campos eléctricos con distribuciones de carga altamente simétricas.

Pregunta rápida 30.3 Clasifique de menor a mayor las magnitudes de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para las trayectorias cerradas de la figura 30.11.

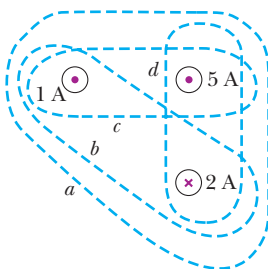


Figura 30.11 (Pregunta rápida 30.3) Cuatro trayectorias cerradas alrededor de tres alambres conductores de corriente.

Pregunta rápida 30.4 Ordene de menor a mayor las magnitudes de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para las trayectorias cerradas en la figura 30.12.

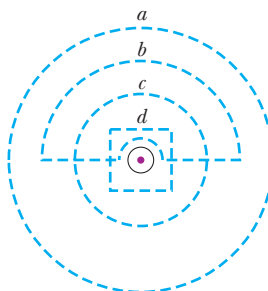


Figura 30.12 (Pregunta rápida 30.4) Varias trayectorias cerradas cerca de un solo alambre conductor de corriente.

EJEMPLO 30.5

Campo magnético creado por un alambre largo portador de corriente

Un alambre recto largo de radio R porta una corriente estable I que se distribuye uniformemente a través de la sección transversal del alambre (figura 30.13). Calcule el campo magnético a una distancia r desde el centro del alambre en las regiones $r \geq R$ y $r < R$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 30.13 para entender la estructura del alambre y la corriente en el alambre. La corriente crea campos magnéticos en todas partes, tanto adentro como afuera del alambre.

Categorizar Ya que el alambre tiene un alto grado de simetría, este ejemplo se clasifica como un problema de ley de Ampère. Para el caso $r \geq R$, debe llegar al mismo resultado obtenido en el ejemplo 30.1, donde se aplicó la ley Biot-Savart a la misma situación.

Analizar Para el campo magnético exterior al alambre, elija para la trayectoria de integración el círculo 1 en la figura 30.13. A partir de la simetría, $\vec{B}$ debe ser constante en magnitud y paralela a $d\vec{s}$ en todo punto sobre este círculo.

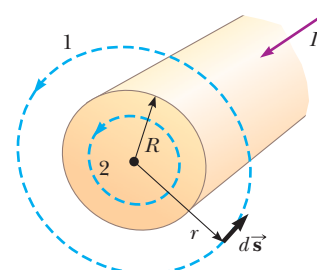


Figura 30.13 (Ejemplo 30.5) Un alambre recto largo de radio R que porta una corriente estable I distribuida uniformemente a través de la sección transversal del alambre. El campo magnético en cualquier punto se puede calcular a partir de la ley de Ampère usando una trayectoria circular de radio r , concéntrica con el alambre.

Observe que la corriente total que pasa a través del plano del círculo es I y aplique la ley de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

Resuelva para B :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{para } r \geq R) \quad (30.14)$$

Ahora considere el interior del alambre, donde $r < R$. En este caso la corriente I' que pasa a través del plano del círculo 2 es menor que la corriente total I .

Establezca la relación de la corriente I' encerrada por el círculo 2 a la corriente total I igual a la relación del área πr^2 encerrada por el círculo 2 al área de sección transversal πR^2 del alambre:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

Resuelva para I' :

$$I' = \frac{r^2}{R^2} I$$

Aplice la ley de Ampère al círculo 2:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B(2\pi r) = \mu_0 I' = \mu_0 \left(\frac{r^2}{R^2} I \right)$$

Resuelva para B :

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{para } r < R) \quad (30.15)$$

Finalizar El campo magnético exterior al alambre es idéntico en forma a la ecuación 30.5. Como frecuentemente es el caso en situaciones con gran simetría, es mucho más fácil usar la ley de Ampère que la ley Biot-Savart (ejemplo 30.1). El campo magnético interior al alambre es similar en forma a la expresión para el campo eléctrico adentro de una esfera uniformemente cargada (vea el ejemplo 24.3). En la figura 30.14 se grafica la magnitud del campo magnético en función de r para esta configuración. Dentro del alambre, $B \rightarrow 0$ conforme $r \rightarrow 0$. Además, las ecuaciones 30.14 y 30.15 dan el mismo valor del campo magnético en $r = R$, lo que demuestra que el campo magnético es continuo en la superficie del alambre.

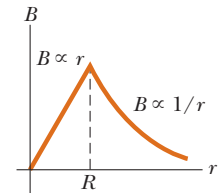


Figura 30.14 (Ejemplo 30.5) Magnitud del campo magnético en función de r para el alambre que se muestra en la figura 30.13. El campo es proporcional a r dentro del alambre y varía como $1/r$ afuera del alambre.

EJEMPLO 30.6 Campo magnético creado por un toroide

Un dispositivo llamado *toroide* (figura 30.15) se usa con frecuencia para crear un campo magnético casi uniforme en algún área cerrada. El dispositivo consiste en un alambre conductor enrollado alrededor de un anillo (un *toro*) hecho de un material no conductor. Para un toroide que tiene N vueltas de alambre muy juntas una de otra, calcule el campo magnético en la región ocupada por el toro, a una distancia r del centro.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie cuidadosamente la figura 30.15 para entender cómo el alambre se enrolla alrededor del toro. El toro podría ser un material sólido o podría ser aire, con un alambre rígido enrollado en la forma que se muestra en la figura 30.15 para formar un toroide vacío.

Categorizar Ya que el toroide tiene un alto grado de simetría, este ejemplo se clasifica como un problema de ley de Ampère.

Analizar Considere la espira amperiana circular (espira 1) de radio r en el plano de la figura 30.15. Por simetría, la magnitud del campo es constante en este círculo y tangente a él, de modo que $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$. Además, el alambre pasa a través de la espira N veces, de modo que la corriente total a través de la espira es NI .

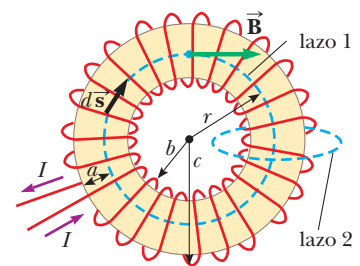


Figura 30.15 (Ejemplo 30.6) Un toroide que consiste en muchas vueltas de alambre. Si las vueltas están muy juntas una de otra, el campo magnético en el interior del toro (la región sombreada en amarillo) es tangente al círculo discontinuo (espira 1) y varía como $1/r$. La dimensión a es el radio transversal del toro. El campo afuera del toroide es muy pequeño y se puede describir usando la espira amperiana (espira 2) en el lado derecho, perpendicular a la página.

Aplique la ley de Ampère a la espira 1:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

Resuelva para B :

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (30.16)$$

Finalizar Este resultado demuestra que B varía como $1/r$ por tanto *no es uniforme* en la región ocupada por el toro. Sin embargo, si r es muy grande en comparación con el radio de sección transversal a del toro, el campo es aproximadamente uniforme adentro del toro.

Para un toroide ideal, en el que las vueltas estén muy juntas, el campo magnético externo es cercano a cero, pero no es exactamente cero. En la figura 30.15, imagine que el radio r de la espira amperiana es más pequeño que b o mayor que c . En cualquier caso, la espira encierra cero corriente neta, de modo que $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$. Puede pensar que este resultado prueba que $\vec{\mathbf{B}} = 0$, pero no es así. Considere la espira amperiana (espira 2) en el lado derecho del toroide en la figura

30.15. El plano de esta espira es perpendicular a la página, y el toroide pasa a través de la espira. Conforme las cargas entran al toroide, como indican las direcciones de corriente en la figura 30.15, logran su avance contra las manecillas del reloj alrededor del toroide. Por lo tanto, ¡una corriente pasa a través de la espira amperiana perpendicular! Esta corriente es pequeña, pero no cero. Como resultado, el toroide actúa como una espira de corriente y produce un campo externo débil de la forma que se muestra en la figura 30.7. La causa por la que $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$ para las espiras amperianas de radio $r < b$ y $r > c$ en el plano de la página, es que las líneas de campo son perpendiculares a $d\vec{\mathbf{s}}$, *no* porque $\vec{\mathbf{B}} = 0$.

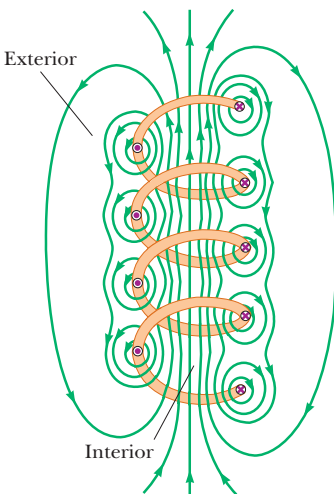


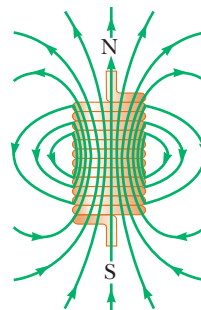
Figura 30.16 Líneas de campo magnético para un solenoide de vueltas poco apretadas.

30.4 Campo magnético de un solenoide

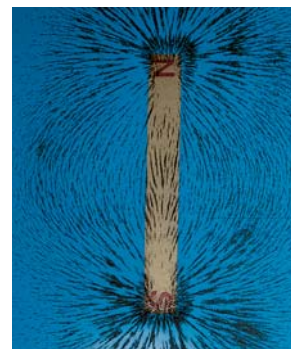
Un **solenoides** es un alambre largo enrollado en forma de hélice. Con esta configuración, puede producirse un campo magnético razonablemente uniforme en el espacio rodeado por las vueltas del alambre —llamado *interior* del solenoide— cuando éste lleva una corriente. Cuando hay muy poco espacio entre las vueltas, cada una puede tratarse como si fuera una espira circular, y el campo magnético neto es la suma vectorial de los campos que resultan de todas las vueltas.

La figura 30.16 muestra las líneas de campo magnético alrededor de un solenoide de espiras sueltas, no apretadas. Observe que las líneas de campo en el interior son casi paralelas, están uniformemente distribuidas y están juntas, lo que indica que en este espacio el campo es intenso y casi uniforme.

Si las vueltas están muy apretadas y el solenoide es de longitud finita, las líneas de campo magnético son como se muestra en la figura 30.17a. Esta distribución de líneas de campo es similar a la que rodea un imán de barra (véase la figura 30.17b). En consecuencia, un extremo del solenoide se comporta como polo norte del imán, y el extremo opuesto se comporta como polo sur. Conforme se incrementa la longitud del solenoide, el campo interior se vuelve más uniforme y el exterior más débil. Se obtiene un solenoide



a)



b)

Figura 30.17 a) Líneas de campo magnético para un solenoide con vueltas muy apretadas de longitud finita, que lleva una corriente estable. El campo en el espacio interior es intenso casi uniforme. Observe que las líneas de campo se parecen a las que existen alrededor de un imán de barra, lo que significa que efectivamente el solenoide tiene polos norte y sur. b) Patrón del campo magnético de un imán de barra, despegadas mediante limaduras de hierro sobre una hoja de papel.

ideal, cuando las vueltas están muy apretadas y la longitud es mucho mayor que los radios de las vueltas. La figura 30.18 muestra la sección transversal longitudinal de una porción de un solenoide de este tipo, que lleva una corriente I . En este caso, el campo externo es cercano a cero, y el campo interior es uniforme en un volumen muy grande.

Si en la figura 30.18 considera la espira amperiana (espira 1) perpendicular a la página que rodea a un solenoide ideal, verá que ésta encierra una pequeña corriente conforme las cargas en el alambre se mueven espira por espira a lo largo del solenoide. En consecuencia, existe un campo magnético diferente de cero en el exterior del solenoide. Es un campo débil, con líneas de campo circulares, como las que son provocadas por una línea de corriente, según en la figura 30.4. Para un solenoide ideal, éste es el único campo externo a él. En la figura 30.18 es posible eliminar este campo si se añade una segunda capa de vueltas de alambre en el exterior del primer conjunto, con corriente a lo largo del eje del solenoide en dirección opuesta en comparación de la primera capa. En tal caso la corriente neta a lo largo del eje será igual a cero.

En un solenoide ideal puede utilizar la ley de Ampère para obtener una expresión cuantitativa del campo magnético interior. Ya que el solenoide es ideal, $\vec{B}$ en el espacio interior es uniforme y paralelo al eje, y las líneas de campo magnético en el espacio exterior forman círculos alrededor del solenoide. Los planos de estos círculos son perpendiculares a la página. Considere la trayectoria rectangular (espira 2) de longitud ℓ y ancho w que se muestran en la figura 30.18. A esta trayectoria se le puede aplicar la ley de Ampère para evaluar la integral de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ en cada lado del rectángulo. La contribución a lo largo del lado 3 es igual a cero, porque en esta región las líneas de campo magnético son perpendiculares a la trayectoria. Las contribuciones de los lados 2 y 4 son iguales a cero, de nuevo porque $\vec{B}$ es perpendicular a $d\vec{s}$ a lo largo de estas trayectorias, tanto en el interior como en el exterior del solenoide. El lado 1 proporciona una contribución a la integral ya que, a lo largo de esta trayectoria, $\vec{B}$ es uniforme y paralelo a $d\vec{s}$. La integral de la trayectoria rectangular cerrada es, debido a eso,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{trayectoria 1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int_{\text{trayectoria 1}} ds = B\ell$$

El lado derecho de la ley de Ampère se refiere a la corriente total I a través del área limitada por la trayectoria de integración. En este caso, la corriente total a través de la trayectoria rectangular es igual a la corriente en cada vuelta multiplicada por el número de vueltas. Si en la longitud ℓ , N es el número de vueltas, la corriente total a través del rectángulo es NI . Por tanto, la ley de Ampère aplicada a esta trayectoria da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I \quad (30.17)$$

donde $n = N/\ell$ es el número de vueltas por unidad de longitud.

También se podría obtener este resultado si reconsidera el campo magnético de un toroide (véase el ejemplo 30.6). Si el radio r del toroide de la figura 30.15 con N vueltas es mucho mayor que el radio a de la sección transversal del toroide, una pequeña sección del toroide se aproxima a un solenoide, para el cual $n = N/2\pi r$. En este límite, la ecuación 30.16 concuerda con la ecuación 30.17.

La ecuación 30.17 es válida sólo para los puntos cercanos al centro (es decir alejados de los extremos) de un solenoide muy largo. Como podía haberse esperado, el campo cerca de cada extremo es más pequeño que el valor dado por la ecuación 30.17. En el extremo de un solenoide largo, la magnitud del campo se reduce a la mitad de la magnitud en el centro (véase el problema 36).

Pregunta rápida 30.5 Considere un solenoide que, en comparación con su radio, es muy largo. Entre las siguientes opciones, la manera más efectiva de incrementar el campo magnético en el interior del solenoide es: a) duplicar su longitud; manteniendo constante el número de vueltas por unidad de longitud; b) reducir su radio a la mitad, manteniendo constante el número de vueltas por unidad de longitud; o c) recubrir el solenoide con otra capa de vueltas de alambre conductor.

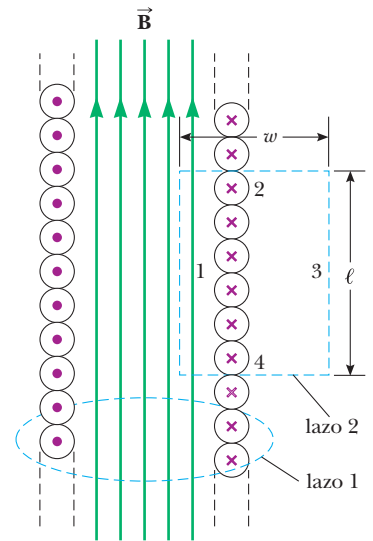


Figura 30.18 Vista de sección transversal de un solenoide ideal, donde el campo magnético interno es uniforme y el campo exterior es cercano a cero. La ley de Ampère aplicada a la trayectoria circular cerca de la parte baja cuyo plano es perpendicular a la página, se puede usar para mostrar que existe un campo débil externo al solenoide. La ley de Ampère aplicada a la trayectoria rectangular discontinua en el plano de la página puede ser usada para calcular la magnitud del campo interno.

◀ Campo magnético en el interior de un solenoide

30.5 Ley de Gauss en el magnetismo

El flujo asociado con un campo magnético se define de manera similar a la utilizada para definir el flujo eléctrico (véase la ecuación 24.3). Imagine un elemento de área dA sobre una superficie de forma arbitraria, como se muestra en la figura 30.19. Si el campo magnético en este elemento es $\vec{B}$, el flujo magnético a través del elemento es $\vec{B} \cdot d\vec{A}$, donde $d\vec{A}$ es un vector perpendicular a la superficie y que tiene una magnitud igual al área dA . Debido a eso, el flujo magnético total Φ_B a través de la superficie es

Definición de flujo magnético ▶

$$\Phi_B \equiv \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (30.18)$$

Considere el caso especial de un plano de área A en un campo uniforme $\vec{B}$ que forma un ángulo θ con $d\vec{A}$. El flujo magnético a través del plano en este caso es

$$\Phi_B = BA \cos \theta \quad (30.19)$$

Si el campo magnético es paralelo al plano, como en la figura 30.20a, en tal caso $\theta = 90^\circ$ y el flujo a través del plano es igual a cero. Si el campo es perpendicular al plano, como en la figura 30.20b, en consecuencia $\theta = 0$ y el flujo a través del plano es BA (el valor máximo).

La unidad del flujo magnético es $T \cdot m^2$, la cual se define como un *weber* (Wb); $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot m^2$.

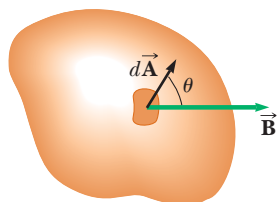


Figura 30.19 El flujo magnético a través de un elemento de área dA es $\vec{B} \cdot d\vec{A} = B dA \cos \theta$, donde $d\vec{A}$ es un vector perpendicular a la superficie.

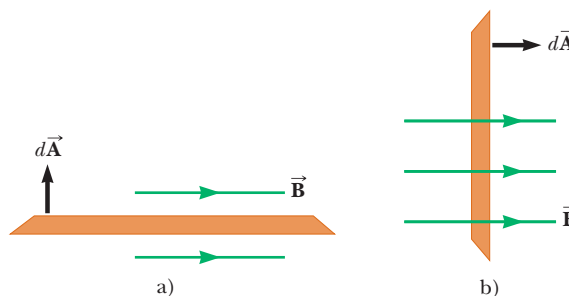


Figura 30.20 Flujo magnético a través de un plano que yace en un campo magnético. a) El flujo a través del plano es igual a cero cuando el campo magnético es paralelo a la superficie del plano. b) El flujo a través del plano es máximo cuando el campo magnético es perpendicular al plano.

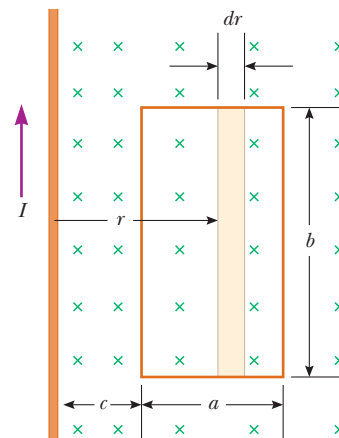
EJEMPLO 30.7 Flujo magnético a través de una espira rectangular

Una espira rectangular de ancho a y longitud b se ubica cerca de un alambre largo que conduce una corriente I (figura 30.21). La distancia entre el alambre y el lado más cercano de la espira es c . El alambre es paralelo al lado largo de la espira. Encuentre el flujo magnético total a través de la espira debido a la corriente en el alambre.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Se sabe que el campo magnético es una función de la distancia r desde un alambre largo. Por lo tanto, el campo magnético varía por toda el área de la espira rectangular.

Figura 30.21 (Ejemplo 30.7) El campo magnético debido al alambre que conduce una corriente I no es uniforme en toda la espira rectangular.



Categorizar Ya que el campo magnético varía por toda el área de la espira, debe integrar de principio a fin esta área para encontrar el flujo total.

Analizar Observe que $\vec{B}$ es paralelo a $d\vec{A}$ en cualquier punto dentro de la espira, encuentre el flujo magnético a través del área rectangular mediante la ecuación 30.18 e incorpore la ecuación 30.14 para el campo magnético:

Expresé el elemento de área (la tira de color canela en la figura 30.21) como $dA = b \, dr$ y sustituya:

Integre desde $r = c$ hasta $r = a + c$:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \, dA = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dA$$

$$\Phi_B = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} b \, dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int \frac{dr}{r}$$

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{a+c} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_c^{a+c} \\ &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(\frac{a+c}{c} \right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{c} \right) \end{aligned}$$

Finalizar Observe cómo el flujo depende del tamaño de la espira. Incrementar a o b aumenta el flujo como se esperaba. Si c se vuelve tan grande tal que la espira esté muy alejada del alambre, el flujo tiende a cero, también como se esperaba. Si c tiende a cero, el flujo se vuelve infinito. En principio, este valor infinito se presenta porque el campo se vuelve infinito en $r = 0$ (si supone un alambre infinitesimalmente delgado). Esto no ocurrirá en la realidad porque el grosor del alambre evita que el extremo izquierdo del lazo llegue a $r = 0$.

En el capítulo 24 se llegó a la conclusión de que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada que rodea una carga neta es proporcional a dicha carga (ley de Gauss). En otras palabras, el número de líneas de campo eléctrico que salen de la superficie depende únicamente de la carga neta que se encuentra en su interior. Esta propiedad se basa en el hecho de que las líneas de campo eléctrico se originan y terminan en cargas eléctricas.

La situación es muy diferente para los campos magnéticos, que son continuos y forman espiras cerradas. En otras palabras, las líneas de campo magnético de una corriente en la figura 30.4 y de un imán de barra en la figura 30.22 no empiezan ni terminan en ningún punto. Observe que para cualquier superficie cerrada, como la que dibujan las líneas discontinuas de la figura 30.22, el número de líneas que entran a la superficie es igual al número de líneas que salen de ella; por lo tanto, el flujo magnético neto es igual a cero. En contraste, para una superficie cerrada que rodea una carga en un dipolo eléctrico (figura 30.23), el flujo eléctrico neto no es igual a cero.

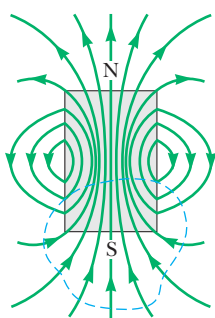


Figura 30.22 Las líneas de campo magnético de un imán de barra forman espiras cerradas. Advierta que el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada que rodea a uno de los polos (o cualquier otra superficie cerrada) es igual a cero. (La línea discontinua representa la intersección de la superficie con la página.)

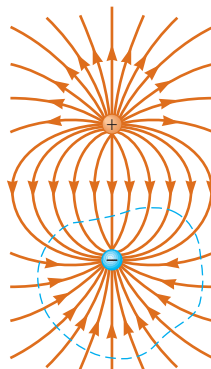


Figura 30.23 Las líneas de campo eléctrico que rodean un dipolo eléctrico parten de la carga positiva y terminan en la negativa. El flujo eléctrico a través de la superficie cerrada que rodea una de las cargas no es igual a cero.

La ley de Gauss en el magnetismo establece que

Ley de Gauss en el magnetismo ►

el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada siempre es igual a cero:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (30.20)$$

Este enunciado representa que nunca han sido detectados polos magnéticos aislados (monopolos) y que quizá no existan. A pesar de lo anterior, los científicos continúan en su búsqueda, ya que ciertas teorías, que por otra parte tienen éxito explicando comportamientos físicos fundamentales, sugieren su posible existencia.

30.6 Magnetismo en la materia

El campo magnético producido por una corriente en una bobina de alambre da una pista sobre lo que hace que ciertos materiales exhiban propiedades magnéticas intensas. Anteriormente se encontró que una bobina como la que se muestra en la figura 30.17a tiene un polo norte y un polo sur. En general, *cualquier* espira de corriente tiene un campo magnético y, debido a eso, un momento dipolar magnético, incluyendo las espiras de corriente a nivel atómico descritas en algunos modelos del átomo.

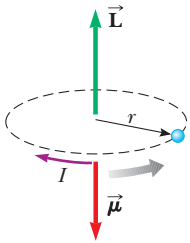


Figura 30.24 Un electrón que se mueve en la dirección de la flecha gris en una órbita circular de radio r tiene un momentum angular $\vec{L}$ en una dirección y un momento magnético $\vec{\mu}$ en la dirección opuesta. Porque el electrón tiene una carga negativa, la dirección de la corriente debida a su movimiento alrededor del núcleo es opuesta a la dirección de dicho movimiento.

Los momentos magnéticos de los átomos

Se inicia la explicación con el modelo clásico del átomo, en el que los electrones se mueven en órbitas circulares alrededor de núcleos mucho más pesados. En este modelo, un electrón en órbita forma una espira de corriente minúscula (ya que se trata de una carga en movimiento) y el momento magnético del electrón está asociado con este movimiento orbital. Aunque este modelo tiene muchas deficiencias, algunas de sus predicciones están de acuerdo con la teoría correcta, la cual se expresa en función de la física cuántica.

En el modelo clásico, se supone que un electrón se mueve con una rapidez constante v en una órbita circular de radio r alrededor del núcleo, como en la figura 30.24. La corriente I asociada con este electrón en órbita es igual a su carga e dividida entre el periodo T . Utilizando $T = 2\pi/\omega$ and $\omega = v/r$, tiene

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$$

La magnitud del momento magnético asociada con esta espira de corriente es $\mu = IA$, donde $A = \pi r^2$ es el área encerrada por la órbita. Por lo tanto,

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) \pi r^2 = \frac{1}{2} evr \quad (30.21)$$

Ya que la magnitud del momentum angular orbital del electrón es $L = m_e v r$ (ecuación 11.12 con $\phi = 90^\circ$), el momento magnético puede escribirse como

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e} \right) L \quad (30.22)$$

Momento magnético orbital ►

Este resultado demuestra que **el momento magnético del electrón es proporcional a su momentum angular orbital**. Ya que el electrón tiene carga negativa, los vectores $\vec{\mu}$ y $\vec{L}$ apuntan en direcciones *opuestas*. Ambos vectores son perpendiculares al plano de la órbita, como se indica en la figura 30.24.

Un resultado fundamental de la física cuántica es que el momentum angular orbital es cuantizado e igual a múltiplos de $\hbar = h/2\pi = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, donde h es la constante de Planck (vea capítulo 40). El valor diferente de cero más pequeño del momento magnético del electrón que resulta de su movimiento orbital es

$$\mu = \sqrt{2} \frac{e}{2m_e} \hbar \quad (30.23)$$

En el capítulo 42 se comprenderá de dónde surgen las expresiones como la ecuación 30.23.

Ya que todas las sustancias contienen electrones, es lógico preguntar por qué la mayor parte de las sustancias no son magnéticas. El argumento principal es que en la mayoría, el momento magnético de un electrón en un átomo es cancelado por el correspondiente de otro electrón en órbita en dirección opuesta. El resultado neto es que, para la mayor parte de los materiales, **el efecto magnético producido por el movimiento orbital de los electrones es cero o muy pequeño.**

En adición a este momento magnético orbital (así como los protones, neutrones y otras partículas), un electrón tiene una propiedad intrínseca llamada **espín** que también contribuye a su momento magnético. Por lo común, un electrón puede considerarse como si estuviera girando sobre su eje, como se muestra en la figura 30.25, pero deberá tener mucho cuidado con esta interpretación clásica. La magnitud del momentum angular $\vec{S}$ asociada con el espín es del mismo orden de magnitud que la magnitud del momentum angular $\vec{L}$ debida al movimiento orbital. La magnitud del momentum angular del espín de un electrón, según la teoría cuántica, es

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

El momento magnético característicamente asociado con el espín de un electrón tiene el valor

$$\mu_{\text{espín}} = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (30.24)$$

Esta combinación de constantes es conocida como el **magnetón de Bohr** μ_B :

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (30.25)$$

Por lo tanto, los momentos magnéticos atómicos pueden expresarse como múltiplos del magnetón de Bohr. (Observe que $1 \text{ J/T} = 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$.)

En átomos que contienen muchos electrones, éstos por lo general forman parejas con espines opuestos entres sí; por lo tanto, los momentos magnéticos del espín se cancelan. Sin embargo, los átomos que contienen un número impar de electrones deben tener por lo menos un electrón sin par, por lo que el espín deberá tener algún momento magnético. El momento magnético total de un átomo es la suma vectorial de los momentos magnéticos orbitales y del espín. En la tabla 30.1 se dan algunos ejemplos. Advierta que el helio y el neón tienen momentos magnéticos iguales a cero porque sus espines individuales y sus momentos orbitales se cancelan.

El núcleo de un átomo también tiene un momento magnético asociado con sus protones y neutrones constitutivos. Sin embargo, el momento magnético de un protón o un neutrón es mucho más pequeño que el de un electrón y por lo general no se considera. Se comprenderá esto si se analiza la ecuación 30.25 reemplazando la masa del electrón con la masa de un protón o un neutrón. Ya que las masas del protón y del neutrón son mucho mayores que la del electrón, sus momentos magnéticos son 10^3 veces menores que los del electrón.

Ferromagnetismo

Unas pocas sustancias cristalinas exhiben efectos magnéticos intensos, lo que se conoce como **ferromagnetismo**. Algunos ejemplos de sustancias ferromagnéticas son el hierro, el cobalto, el níquel, el gadolinio y el disprosio. Estas sustancias contienen momentos magnéticos atómicos permanentes que tienden a alinearse paralelamente uno con otro incluso en presencia de un campo magnético externo débil. Una vez alineados los momentos, la sustancia se mantiene magnetizada después de haberse retirado el campo externo. Esta alineación permanente se debe a un fuerte acoplamiento entre momentos vecinos, el cual puede entenderse sólo en términos de la mecánica cuántica.

Todos los materiales ferromagnéticos están constituidos por regiones microscópicas llamadas **dominios**, regiones dentro de las cuales todos los momentos magnéticos están

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 30.3

El electrón no gira

El electrón físicamente no gira. Tiene un momentum angular intrínseco como si estuviera girando, pero la noción de rotación para una partícula puntual no tiene significado. La rotación sólo se aplica a un objeto rígido, con una extensión en el espacio, como en el capítulo 10. Realmente el momentum angular de giro es un efecto relativista.

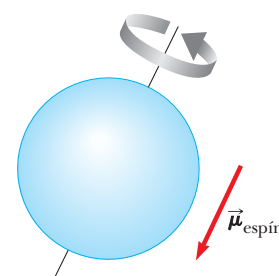


Figura 30.25 Modelo clásico de un electrón girando. Adopte este modelo para recordar que los electrones tienen un momentum angular intrínseco. Sin embargo, este modelo no debe ser llevado demasiado lejos: da una magnitud incorrecta para el momento magnético, da números cuánticos incorrectos, y demasiados grados de libertad.

TABLA 30.1

Momentos magnéticos de algunos átomos y iones

Átomo o ion	Momento magnético (10^{-24} J/T)
H	9.27
He	0
Ne	0
Ce ³⁺	19.8
Yb ³⁺	37.1

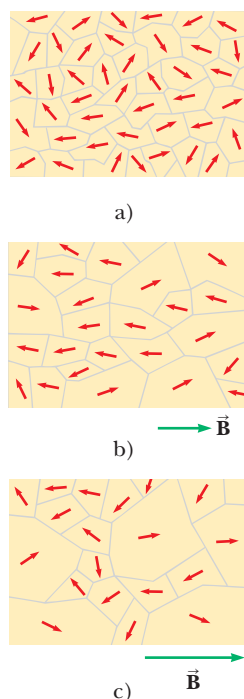


Figura 30.26 a) Orientación al azar de los dipolos magnéticos atómicos en los dominios de una sustancia no magnetizada. b) Cuando se aplica un campo externo $\vec{B}$, los dominios con componentes de momento magnético en la misma dirección que $\vec{B}$ se vuelven más grandes, dando a la muestra una magnetización neta. c) Conforme el campo se hace aún más intenso, los dominios con vectores de momentos magnéticos no alineados con el campo externo se vuelven muy pequeños.

alineados. Estos dominios tienen volúmenes de 10^{-12} a 10^{-8} m^3 y contienen 10^{17} a 10^{21} átomos. Los límites entre diversos dominios con orientaciones diferentes se llaman **paredes del dominio**. En una muestra no magnetizada, los momentos magnéticos en los dominios están orientados al azar para que el momento magnético neto sea igual a cero, como en la figura 30.26a. Cuando la muestra se coloca en un campo magnético externo $\vec{B}$, crece el tamaño de aquellos dominios que tienen momentos magnéticos alineados con el campo, lo que da como resultado una muestra magnetizada, como en la figura 30.26b. Conforme el campo magnético se vuelve más intenso, como en la figura 30.26c, los dominios en los cuales los momentos magnéticos no están alineados con el campo se vuelven muy pequeños. Cuando se retira el campo magnético externo, la muestra puede retener una magnetización neta en la dirección del campo original. A temperaturas normales, la agitación térmica no es suficiente para alterar esta orientación de los momentos magnéticos.

Los discos magnéticos para computadora almacenan información al alternar la dirección de $\vec{B}$ para porciones de una capa delgada de material ferromagnético. Los discos flexibles, o floppy disks tienen la capa colocada sobre una hoja circular de plástico. Los discos duros contienen varios platos rígidos con recubrimientos magnéticos de cada lado. Los casetes de audio y video funcionan de la misma manera que los de discos flexibles, excepto que el material ferromagnético es una cinta de plástico muy larga. En una cabeza fonocaptora hay bobinas diminutas de alambre colocadas cerca de un material magnético (que se está moviendo rápidamente frente a la cabeza). Al variar la corriente en las bobinas se crea un campo magnético que magnetiza el material de grabación. Para recuperar la información, se hace pasar el material magnetizado frente a una bobina reproductora. El magnetismo cambiante del material induce una corriente en la bobina, como se explica en el siguiente capítulo. Esta corriente es después amplificada por un equipo de audio o video, o es procesada por un circuito de computadora.

Cuando una sustancia ferromagnética alcanza o excede una temperatura crítica conocida como **temperatura Curie**, pierde su magnetización residual. Por debajo de la temperatura Curie, los momentos magnéticos están alineados y la sustancia es ferromagnética. Cuando supera la temperatura Curie, la agitación térmica es lo suficientemente grande para orientar al azar los momentos, y la sustancia se vuelve paramagnética. Las temperaturas de Curie para varias sustancias ferromagnéticas se muestran en la tabla 30.2.

Paramagnetismo

Las sustancias paramagnéticas tienen un magnetismo pequeño pero positivo, resultado de la presencia de átomos (o de iones) con momentos magnéticos permanentes. Estos momentos interactúan sólo de manera débil entre sí y se orientan al azar en ausencia de un campo magnético externo. Cuando la sustancia paramagnética se coloca en un campo magnético externo, sus momentos atómicos tienden a alinearse con el campo. Sin embargo, este proceso de alineamiento debe competir con el movimiento térmico, que tiende a orientar al azar a los momentos magnéticos.

Diamagnetismo

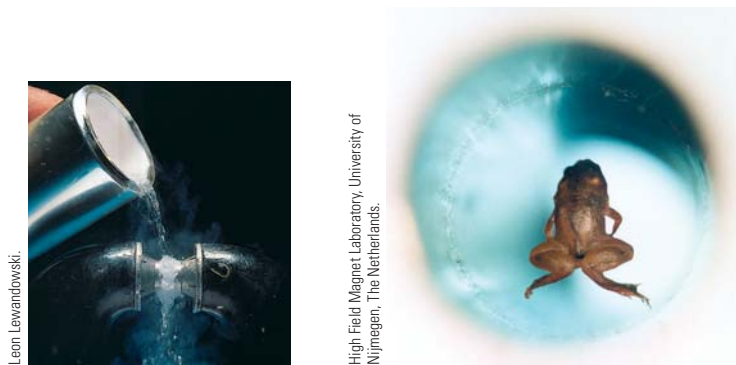
Cuando se aplica un campo magnético externo a una sustancia diamagnética, se induce un momento magnético débil en dirección opuesta al campo aplicado, esto hace que las sustancias diamagnéticas sean débilmente repelidas por un imán. Aunque el diamagnetismo está presente en toda materia, sus efectos son mucho menores que los del paramagnetismo o del ferromagnetismo, y sólo son evidentes cuando no existen esos otros efectos.

Puede llegar a tener cierta comprensión del diamagnetismo si considera un modelo clásico de dos electrones atómicos en órbita alrededor del núcleo, en direcciones opuestas pero con una misma rapidez. Los electrones se mantienen en sus órbitas circulares debido a la fuerza electrostática de atracción ejercida por el núcleo con carga positiva. Ya que los momentos magnéticos de los dos electrones son de igual magnitud pero de dirección opuesta, se cancelan entre sí, y el momento magnético del átomo es igual a cero. Cuando se le aplica un campo magnético externo, los electrones experimentan una fuerza magnética adicional $q\vec{v} \times \vec{B}$. Esta fuerza magnética añadida se combina con

TABLA 30.2

Temperaturas Curie para varias sustancias ferromagnéticas

Sustancia	$T_{\text{Curie}} \text{ (K)}$
Hierro	1 043
Cobalto	1 394
Níquel	631
Gadolinio	317
Fe_2O_3	893



(Izquierda) Paramagnetismo: un material paramagnético, oxígeno líquido, es atraído hacia los polos de un imán. (Derecha) Diamagnetismo: una rana levita en un campo magnético de 16-T en el laboratorio Nijmegen High Field Magnet, en Holanda. La fuerza de suspensión es ejercida sobre las moléculas diamagnéticas del agua existentes en el cuerpo de la rana. La rana no sufrió ningún daño por causa de esta experiencia.

la fuerza electrostática para incrementar la rapidez orbital del electrón cuyo momento magnético es antiparalelo al campo y reduce la rapidez del electrón cuyo momento magnético es paralelo al mismo. Como resultado, los dos momentos magnéticos de los electrones ya no se cancelan, y la sustancia adquiere un momento magnético neto opuesto al campo aplicado.

Como recordará del capítulo 27, un superconductor es una sustancia en la cual, por debajo de alguna temperatura crítica, su resistencia eléctrica es igual a cero. Ciertos tipos de superconductores también exhiben en el estado de superconducción un diamagnetismo perfecto. Como resultado, un campo magnético aplicado es expulsado por el superconductor de manera que en su interior el campo se vuelve igual a cero. Este fenómeno se conoce como **efecto Meissner**. Si se coloca un imán permanente cerca de un superconductor, los dos objetos se repelen. Esto se ilustra en la figura 30.27, la cual muestra un pequeño imán permanente suspendido sobre un superconductor que se mantiene a 77 K.

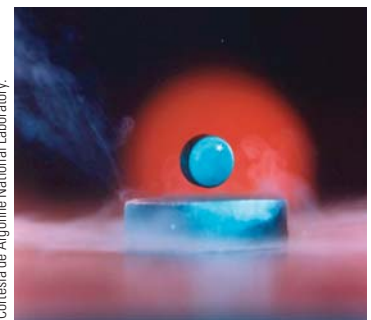


Figura 30.27 Este imán suspendido arriba de un disco superconductor cerámico enfriado que ilustra el efecto Meissner se ha convertido en la ilustración más clara de la superconductividad a altas temperaturas. La superconductividad es la pérdida de toda resistencia al paso de la corriente eléctrica, y es la clave para un uso más eficiente de la energía. En el efecto Meissner, el imán induce una corriente superconductora en el disco, el cual ha sido enfriado hasta -321°F (77 K). Las corrientes crean una fuerza magnética que repele al disco y lo pone en suspensión.

30.7 Campo magnético de la Tierra

Cuando se dice que un imán de brújula tiene un polo norte y un polo sur, es más adecuado decir que tiene un polo “que busca el norte” y un polo “que busca el sur”. Al decir esto se expresa que un polo del imán busca, o apunta hacia el polo norte geográfico de la Tierra. En vista de que el polo norte de un imán es atraído hacia el polo norte geográfico de la Tierra, se concluye que el **polo sur magnético de la Tierra está localizado cerca del polo norte geográfico, y el polo norte magnético de la Tierra está localizado cerca del polo sur geográfico**. De hecho, la configuración del campo magnético de la Tierra, que se ilustra en la figura 30.28 (página 856), se parece mucho al que se lograría enterrando profundamente en el interior de la Tierra un imán de barra gigantesco.

Si se suspende la aguja de una brújula en cojinetes que permitan que gire tanto en el plano vertical como en el horizontal, la aguja queda colocada horizontalmente respecto a la superficie de la Tierra sólo cuando está cerca del ecuador. Conforme la brújula es movida hacia el norte, la aguja gira de forma que apunta cada vez más hacia la superficie de la Tierra. Finalmente, en un punto cerca de la Bahía de Hudson en Canadá, el polo norte de la aguja apunta directamente hacia abajo. Este sitio, descubierto en 1832, se considera como la ubicación del polo sur magnético de la Tierra. Está a 1 300 millas del polo norte geográfico, y su posición exacta varía lentamente con el transcurso del tiempo. De manera similar, el polo norte magnético de la Tierra está alrededor de 1 200 millas lejos del polo sur magnético de la Tierra.

En vista de la distancia entre los polos norte geográfico y sur magnético, es sólo aproximadamente correcto decir que la aguja de una brújula apunta hacia el norte. La diferencia

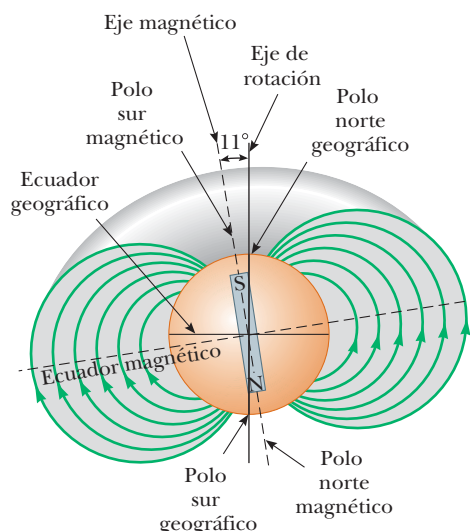


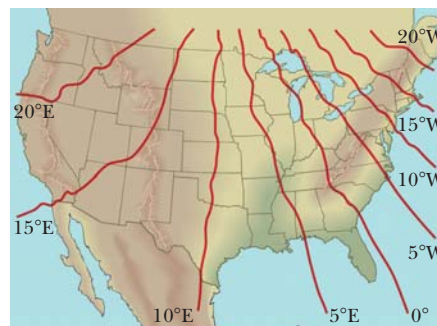
Figura 30.28 Líneas de campo magnético de la Tierra. Observe que un polo sur magnético está cerca del polo norte geográfico, y un polo norte magnético está cerca del polo sur geográfico.

entre el norte verdadero, que se define como el polo norte geográfico, y el norte indicado por una brújula, varía de un punto a otro sobre la Tierra, y a la diferencia se le conoce como *declinación magnética*. Por ejemplo, a lo largo de una línea que pasa a través de Florida y Los Grandes Lagos, una brújula indicará el norte verdadero; sin embargo, en el estado de Washington, se alineará 25° al este del norte verdadero. La figura 30.29 muestra algunos valores representativos de la declinación magnética para Estados Unidos.

A pesar de que el patrón del campo magnético de la Tierra es similar al que se establecería utilizando un imán de barra enterrado a una gran profundidad en el interior de la Tierra, es fácil entender por qué la fuente del campo magnético de la Tierra no puede estar compuesta por grandes masas de material permanentemente magnetizado. Es cierto que la Tierra tiene grandes depósitos de hierro por debajo de su superficie, pero las elevadas temperaturas en el núcleo de la Tierra impedirían que el hierro retuviera cualquier magnetización permanente. Los científicos piensan que es más probable que el verdadero origen del campo magnético de la Tierra se deba a corrientes de convección en su núcleo. Iones cargados o electrones circulando en el interior líquido podrían producir un campo magnético igual a como ocurre en una espira de corriente. También existe una fuerte evidencia de que la magnitud del campo magnético de un planeta está relacionada con su velocidad de rotación. Por ejemplo, Júpiter gira más rápido que la Tierra, y las sondas espaciales indican que el campo magnético de Júpiter es más fuerte que el terrestre. Venus, por otro lado, gira más despacio que la Tierra, y su campo magnético es más débil. Actualmente se investigan las causas del magnetismo de la Tierra.

Un aspecto interesante al respecto indica que la dirección del campo magnético de la Tierra se invirtió varias veces durante el último millón de años. La evidencia de este fenómeno se encuentra en el basalto, un tipo de roca que contiene hierro y que se forma con base en el material expulsado por actividad volcánica en el fondo del océano. Conforme la lava se enfría se solidifica y conserva una huella de la dirección del campo magnético de la Tierra. Mediante otros medios se determina la edad de estas rocas a fin de tener un calendario de estas inversiones periódicas del campo magnético.

Figura 30.29 Mapa de Estados Unidos que muestra varias líneas de declinación magnética constante.



Resumen

DEFINICIONES

El **flujo magnético** Φ_B a través de una superficie se define por la integral de superficie

$$\Phi_B \equiv \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (30.18)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **ley Biot-Savart** dice que el campo magnético $d\vec{B}$ en un punto P debido a un elemento de longitud $d\vec{s}$ que porta una corriente estable I es

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad (30.1)$$

donde μ_0 es la **permeabilidad del espacio libre**, r es la distancia desde el elemento hasta el punto P y $\hat{r}$ es un vector unitario que apunta desde $d\vec{s}$ hacia el punto P . El campo total en P se encuentra al integrar esta expresión en toda la distribución de corriente.

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos alambres paralelos separados por una distancia a y que porta corrientes I_1 e I_2 tiene una magnitud

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad (30.12)$$

La fuerza es de atracción si las corrientes están en la misma dirección y de repulsión si están en direcciones opuestas.

La **ley de Ampère** dice que la integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente estable total a través de cualquier superficie acotada por la trayectoria cerrada:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \quad (30.13)$$

La magnitud del campo magnético a una distancia r de un alambre recto largo que porta una corriente eléctrica I es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (30.14)$$

Las líneas de campo son círculos concéntricos con el alambre.

Las magnitudes de los campos adentro de un toroide y solenoide son

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (\text{toroide}) \quad (30.16)$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I \quad (\text{solenoides}) \quad (30.17)$$

donde N es el número total de vueltas.

La **ley de Gauss del magnetismo** afirma que el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada es cero.

Las sustancias se clasifican en una de tres categorías que describen su comportamiento magnético. Las sustancias **diamagnéticas** son aquellas en las que el momento magnético es débil y opuesto al campo magnético aplicado. Las sustancias **paramagnéticas** son aquellas en las que el momento magnético es débil y en la misma dirección que el campo magnético aplicado. En las sustancias **ferromagnéticas**, las interacciones entre los átomos hacen que los momentos magnéticos se alineen y ocasionan una fuerte magnetización que permanece después de que el campo externo se retira.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

- O** ¿Qué produce un campo magnético? Elija toda respuesta correcta. a) un objeto inmóvil con carga eléctrica, b) un objeto en movimiento con carga eléctrica, c) un conductor inmóvil que porta corriente eléctrica, d) una diferencia en potencial eléctrico, e) un resistor eléctrico. *Nota:* En el capítulo 34 se verá que un campo eléctrico variable también origina un campo magnético.
- O** Un alambre metálico, vertical y largo porta corriente eléctrica hacia abajo. **i)** ¿Cuál es la dirección del campo magnético que se crea en un punto a 2 cm horizontalmente al este del centro del alambre? a) norte, b) sur, c) este, d) oeste, e) arriba, f) abajo. **ii)** ¿Cuál sería la dirección del campo si la corriente consistía en cargas positivas en movimiento hacia abajo, en lugar de electrones en movimiento hacia arriba? Elija entre las mismas posibilidades.
- O** Suponga que está de frente a un espejo de estructura alta sobre una pared vertical. Los tubos fluorescentes que enmarcan el espejo portan una corriente eléctrica en sentido de las manecillas del reloj. **i)** ¿Cuál es la dirección del campo magnético creado por dicha corriente en un punto ligeramente a la derecha del centro del espejo? a) arriba, b) abajo, c) izquierda, d) derecha, e) horizontalmente hacia usted, f) alejándose de usted. **ii)** ¿Cuál es la dirección del campo que crea la corriente en un punto sobre la pared afuera del marco a la derecha? Elija entre las mismas posibilidades.
- Explique por qué se repelen dos alambres paralelos con corrientes en direcciones opuestas.
- O** En la figura 30.8, suponga $I_1 = 2 \text{ A}$ e $I_2 = 6 \text{ A}$. ¿Cuál es la correspondencia entre la magnitud F_1 de la fuerza ejercida sobre el alambre 1 y la magnitud F_2 de la fuerza ejercida sobre el alambre 2? a) $F_1 = 6F_2$, b) $F_1 = 3F_2$, c) $F_1 = F_2$, d) $F_1 = F_2/3$, e) $F_1 = F_2/6$.
- O** Responda a cada pregunta sí o no. a) ¿Es posible que cada una de tres partículas inmóviles con carga ejerza una fuerza de atracción sobre las otras dos? b) ¿Es posible que cada una de tres partículas inmóviles con carga rechace a las otras dos? c) ¿Es posible que cada uno de tres alambres metálicos portadores de corriente atraiga a los otros dos? d) ¿Es posible que cada uno de tres alambres metálicos portadores de corriente repele a los otros dos? Los experimentos de André-Marie Ampère acerca del electromagnetismo son modelos de precisión lógica e incluían observaciones de los fenómenos a los que se refiere esta pregunta.
- ¿Es válida la ley de Ampère para todas las trayectorias cerradas que rodean un conductor? ¿Por qué no resulta útil para el cálculo de $\vec{B}$ en todas las trayectorias?
- Compare la ley de Ampère con la ley de Biot-Savart. ¿Cuál es generalmente la más útil para calcular $\vec{B}$ en un conductor que transporta corriente?
- Un tubo de cobre hueco transporta corriente a todo lo largo. ¿Por qué $\vec{B}$ es igual a 0 en el interior del tubo? ¿ $\vec{B}$ es diferente de cero en el exterior del tubo?
- O i)** ¿Qué ocurre con la magnitud del campo magnético adentro de un largo solenoide si la corriente se duplica? a) Se vuelve 4 veces mayor. b) Se duplica. c) No cambia. d) Se reduce a la mitad. e) Se convierte en un cuarto. **ii)** ¿Qué ocurre con el campo si se duplica la longitud del solenoide, mientras el número de vueltas se mantiene igual? Elija entre las mismas posibilidades. **iii)** ¿Qué ocurre con el campo si el número de vueltas se duplica, y la longitud se mantiene constante? Elija entre las mismas posibilidades. **iv)** ¿Qué ocurre con el campo si el radio se duplica? Elija entre las mismas posibilidades.
- O** Un largo solenoide con espiras cercanamente espaciadas porta corriente eléctrica. ¿Cada vuelta de alambre ejerce a) una fuerza de atracción sobre la siguiente vuelta adyacente, b) una fuerza repulsiva sobre la siguiente espira adyacente, c) fuerza cero sobre la siguiente espira adyacente o d) una fuerza de atracción o una de repulsión, dependiendo de la dirección de la corriente en el solenoide?
- O** Un campo magnético uniforme se dirige a lo largo del eje x . ¿Para qué orientación de una bobina rectangular plana el flujo a través del rectángulo es un máximo? a) Es un máximo en el plano xy . b) Es un máximo en el plano xz . c) Es un máximo en el plano yz . d) El flujo tiene el mismo valor distinto de cero para todas estas orientaciones. e) El flujo es cero en todos los casos.
- La cantidad $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ en la ley de Ampère se llama *circulación magnética*. La figura 30.10 y la figura 30.13 muestran trayectorias alrededor de las que se evaluó la circulación. Cada una de estas trayectorias encierra un área. ¿Cuál es el flujo magnético a través de cada área? Explique su respuesta.
- O a)** Dos partículas inmóviles con carga ejercen fuerzas de atracción una sobre otra. Una de las partículas tiene carga negativa. ¿La otra es positiva o negativa? **b)** El campo eléctrico neto en un punto a la mitad entre las partículas es mayor, menor o igual en magnitud al campo debido a una carga por sí sola? **c)** Dos alambres rectos y verticales portadores de corriente ejercen fuerzas de atracción uno sobre otro. Uno de ellos porta corriente hacia abajo. ¿El otro alambre porta corriente hacia arriba o hacia abajo? **d)** ¿El campo magnético neto en un punto a la mitad entre los alambres es mayor, menor o igual en magnitud al campo debido a un alambre por sí solo?
- O** Clasifique las magnitudes de los siguientes campos magnéticos de mayor a menor, y señale cualquier caso de igualdad. a) El campo a 2 cm de distancia de un alambre recto largo que porta una corriente de 3 A, b) el campo en el centro de una bobina circular, compacta y plana, de 2 cm de radio, con 10 vueltas, que porta una corriente de 0.3 A, c) el campo en el centro de un solenoide de 2 cm de radio y 200 cm de largo, con 1 000 vueltas, que porta una corriente de 0.3 A, d) el campo en el centro de una barra metálica recta larga, de 2 cm de radio, que porta una corriente de 300 A, e) un campo de 1 mT.
- Un polo de un imán atrae un clavo. ¿El otro polo del imán atrae el clavo? Explique. Explique cómo un imán se pega a la puerta de un refrigerador.
- Un imán atrae un fragmento de hierro. A su vez, el hierro puede atraer otro fragmento de hierro. Con base en la alineación de dominios, explique lo que ocurre en cada pedazo de hierro.

18. ¿Por qué si se golpea un imán con un martillo se reduce su magnetismo?
19. ¿En cuál dirección apunta una brújula si usted estuviese en el polo magnético norte de la Tierra?
20. La figura P30.20 muestra cuatro imanes permanentes, cada uno con un orificio en el centro. Observe que los imanes azul y amarillo levitan sobre los rojos. a) ¿Cómo ocurre esta levitación? b) ¿Qué propósito tienen las barras? c) ¿Qué puede decir acerca de los polos de los imanes a partir de esta observación? d) Si el imán superior se invirtiera, ¿qué supone que ocurriría?

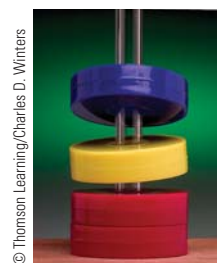


Figura P30.20

Problemas

Sección 30.1 Ley de Biot-Savart

1. En el modelo de Niels Bohr de 1913 del átomo de hidrógeno, un electrón gira alrededor del protón a una distancia de $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ con una rapidez de $2.19 \times 10^6 \text{ m/s}$. Calcule la magnitud del campo magnético que produce su movimiento en el sitio ocupado por el protón.
2. Calcule la magnitud del campo magnético en un punto que está a 100 cm de distancia de un conductor delgado y largo que lleva una corriente de 1.00 A.
3. a) Un conductor con la forma de una espira cuadrada con un lado $\ell = 0.400 \text{ m}$ lleva una corriente $I = 10.0 \text{ A}$, como en la figura P30.3. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el centro del cuadro. b) ¿Qué pasaría si este conductor toma la forma de una sola vuelta circular y lleva la misma corriente, ¿cuál es el valor del campo magnético en el centro?

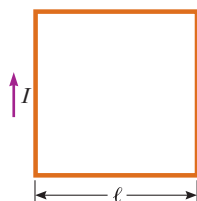


Figura P30.3

4. Un conductor está constituido por una espira circular de radio R y dos secciones largas y rectas, como se muestra en la figura P30.4. El alambre yace en el plano del papel y lleva una corriente I . Determine una expresión para el vector del campo magnético en el centro de la espira.

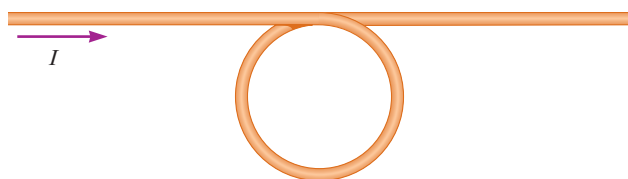


Figura P30.4

5. Determine el campo magnético en un punto P localizado a una distancia x de la esquina de un alambre infinitamente largo do-

blado de manera que forma un ángulo recto, como se muestra en la figura P30.5. El alambre lleva una corriente estable I .

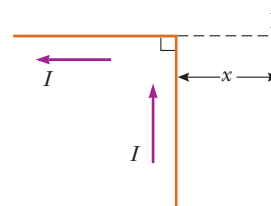


Figura P30.5

6. Considere una espira de corriente circular plana de radio R que lleva una corriente I . Haga que el eje de x quede a lo largo del eje de la espira, con el origen en el centro de ella. Trace una gráfica de la relación de la magnitud del campo magnético en la coordenada x con la del origen, para $x = 0$ hasta $x = 5R$. Puede resultar útil una calculadora programable o una computadora para resolver este problema.
7. Dos alambres paralelos, muy largos y rectos, conducen corrientes que están dirigidas perpendicularmente a la página, como se muestra en la figura P30.7. El alambre 1 lleva una corriente I_1 hacia el interior de la página (en la dirección $-z$) y pasa a través del eje x en $x = +a$. El alambre 2 pasa a través del eje x en $x = -2a$ y lleva una corriente desconocida I_2 . El campo magnético total en el origen debido a estos alambres conductores tiene una magnitud de $2\mu_0 I_1 / (2\pi a)$. La corriente I_2 puede tener dos valores posibles. a) Determine el valor de I_2 utilizando la magnitud más pequeña, expresándola en función de I_1 y dando su dirección. b) Determine el otro valor posible para I_2 .

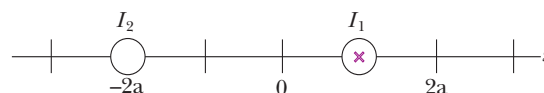


Figura P30.7

8. Un alambre recto largo conduce corriente I . Se hace un ángulo recto al doblarlo por la mitad del alambre. El doblez forma un arco de círculo de radio r como se muestra en la figura P30.8. Determina la magnitud del campo en el centro del arco.

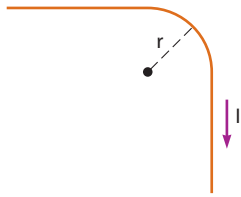


Figura P30.8

9. Un alambre muy largo lleva una corriente de 30.0 A hacia la izquierda a lo largo del eje x . Un segundo alambre muy largo lleva una corriente de 50.0 A hacia la derecha a lo largo de la línea ($y = 0.280$ m, $z = 0$). a) ¿En qué parte del plano de los dos alambres el campo magnético es igual a cero? b) Una partícula con una carga de $-2.00 \mu\text{C}$ se mueve a una velocidad de $150 \hat{i}$ Mm/s a lo largo de la línea ($y = 0.100$ m, $z = 0$). Calcule el vector de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula. c) ¿Qué pasaría si? se aplica un campo eléctrico uniforme a fin de permitir que esta partícula pase a través de esta región sin desviarse. Calcule el vector del campo eléctrico requerido.
10. Una trayectoria de corriente con la forma que se muestra en la figura P30.10 produce un campo magnético en P , el centro del arco. Si el arco subtende un ángulo de 30.0° y el radio del arco es 0.600 m, ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo producido en P si la corriente es de 3.00 A?

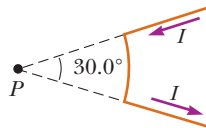


Figura P30.10

11. Tres largos conductores paralelos portan corrientes de $I = 2.00$ A. La figura P30.11 es la vista de un extremo de los conductores, donde cada corriente sale de la página. Si considera $a = 1.00$ cm, determine la magnitud y la dirección del campo magnético en los puntos A, B y C.

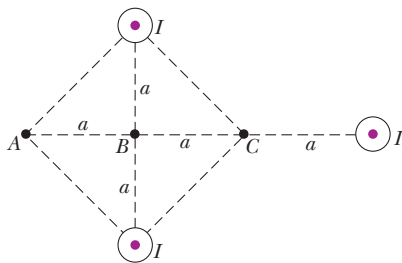


Figura 30.11

12. ● En el recorrido de un relámpago vertical, recto y largo, los electrones se mueven hacia abajo y los iones positivos se mueven hacia arriba, para constituir una corriente de 20.0 kA de magnitud. En una posición 50.0 m al este de la mitad del recorrido, un electrón libre se dirige a través del aire hacia el oeste con una rapidez de 300 m/s. a) Encuentre el vector fuerza que el relámpago ejerce sobre el electrón. Elabore un bosquejo que muestre los diferentes vectores involucrados. Ignore el efecto del campo magnético de la Tierra. b) En-

cuente el radio de la trayectoria del electrón. ¿Es una buena aproximación modelar el electrón como moviéndose en un campo uniforme? Explique su respuesta. c) Si no choca con algún obstáculo, ¿cuántas revoluciones completará el electrón durante los 60.0 μs de duración del relámpago?

13. ● Un alambre que lleva una corriente I es doblado de manera que forma un triángulo equilátero de lados L . a) Determine la magnitud del campo magnético en el centro del triángulo. b) En un punto a igual distancia entre el centro y cualquier vértice, ¿el campo es más intenso o más débil que en el centro? Dé un argumento cualitativo a su respuesta.
14. Determine el campo magnético (en función de I , a y d) en el origen causado por la espira de corriente en la figura P30.14.

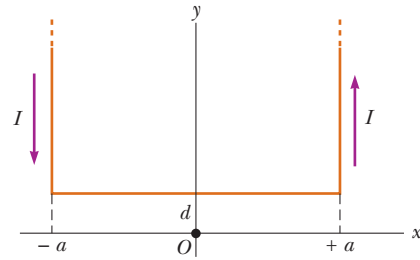


Figura P30.14

15. Dos conductores largos y paralelos llevan corrientes $I_1 = 3.00$ A e $I_2 = 3.00$ A, ambas dirigidas en dirección a la página en la figura P30.15. Determine la magnitud y la dirección del campo magnético resultante en P .

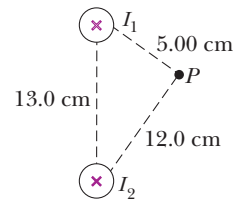


Figura P30.15

16. La idea de que un campo magnético puede tener valor terapéutico ha permanecido durante siglos. Un imán de tierra rara vendido para aliviar el dolor de la articulación es un disco de 1.20 mm de grosor y 3.50 mm de diámetro. Sus caras circulares planas son sus polos norte y sur. Suponga que se modela con precisión como un dipolo magnético, también que la ecuación 30.10 describe el campo magnético que produce en todos los puntos a lo largo de su eje. El campo es más intenso, con el valor de 40.0 mT, en el centro de cada cara plana. ¿A qué distancia de la superficie la magnitud del campo magnético es la de la Tierra, con un valor de 50.0 μT ?

Sección 30.2 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

17. En la figura P30.17, la corriente en el alambre largo y recto es igual a $I_1 = 5.00$ A y el alambre yace en el plano de la espira rectangular, la cual lleva una corriente $I_2 = 10.0$ A. Las dimensiones son $c = 0.100$ m, $a = 0.150$ m y $\ell = 0.450$ m. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza neta ejercida sobre la espira por el campo magnético producido por el alambre.

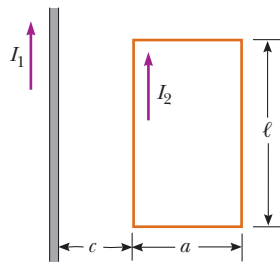


Figura P30.17

18. Dos conductores largos y paralelos separados 10 cm, transportan corrientes en una misma dirección. El primer alambre lleva una corriente $I_1 = 5.00$ A y el segundo lleva una $I_2 = 8.00$ A. a) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético producido por I_1 en la ubicación de I_2 ? b) ¿Cuál es la fuerza por cada unidad de longitud ejercida por I_1 sobre I_2 ? c) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético producido por I_2 en la ubicación de I_1 ? d) ¿Cuál es la fuerza por cada unidad de longitud ejercida por I_2 sobre I_1 ?
19. Dos alambres largos y paralelos se atraen entre sí con una fuerza por unidad de longitud igual a $320 \mu\text{N/m}$ cuando están separados una distancia vertical de 0.500 m. La corriente en el alambre superior es de 20.0 A hacia la derecha. Determine la ubicación de la línea en el plano de los dos alambres a lo largo de la cual el campo magnético total es igual a cero.
20. ● Tres alambres largos (alambre 1, alambre 2 y alambre 3) cuelgan en forma vertical. La distancia entre el alambre 1 y el 2 es de 20.0 cm. A la izquierda, el alambre 1 lleva una corriente hacia arriba de 1.50 A. A la derecha, el alambre 2 lleva una corriente hacia abajo de 4.00 A. El alambre 3 está localizado de forma que cuando lleva cierta corriente, ninguno de los alambres experimenta una fuerza neta. a) ¿Son posibles otras maneras? Describa b) la posición del alambre 3 y c) la magnitud y dirección de la corriente en el alambre 3.
21. ● La unidad de flujo magnético recibe su nombre en honor de Wilhelm Weber. Una unidad de tamaño práctico de campo magnético recibe su nombre en honor de Johann Karl Friedrich Gauss. Ambos fueron científicos en Göttingen, Alemania. Además de sus logros individuales, juntos construyeron un telégrafo en 1833. Consistía en una batería e interruptor, en un extremo de una línea de transmisión de 3 km de largo, que operaba un electroimán en el otro extremo. (André Ampère sugirió la señalización eléctrica en 1821; Samuel Morse construyó una línea telegráfica entre Baltimore y Washington, D.C., en 1844.) Suponga que la línea de transmisión de Weber y Gauss era como se diagrama en la figura P30.21. Dos alambres paralelos largos, cada uno con una masa por cada unidad de longitud de 40.0 g/m, están sostenidos en un plano horizontal mediante cuerdas de 6.00 cm de largo. Cuando ambos alambres portan la misma corriente I , los alambres se repelen mutuamente de modo que el ángulo θ entre

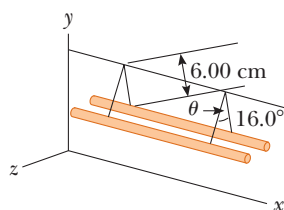


Figura P30.21

las cuerdas de sostén es de 16.0° . a) ¿Las corrientes están en la misma dirección o en direcciones opuestas? b) Encuentre la magnitud de la corriente. c) Si este aparato se llevase a Marte, ¿la corriente requerida para separar los alambres 16° sería mayor o menor que la de la Tierra? ¿Por qué?

22. ● Dos conductores de cobre paralelos tienen cada uno 0.500 m de largo. Portan corrientes de 10.0 A en direcciones opuestas. a) ¿Qué separación entre sus centros deben tener los conductores si se deben repeler mutuamente con una fuerza de 1.00 N? b) ¿Esta situación es físicamente posible? Explique.

Sección 30.3 Ley de Ampère

23. Cuatro conductores largos y paralelos transportan corrientes iguales de $I = 5.00$ A. La figura P30.23 muestra un extremo de los conductores. La dirección de la corriente es hacia la página en los puntos A y B (indicado por las cruces) y hacia afuera de la página en C y D (indicado por los puntos). Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P, localizado en el centro del cuadrado de 0.200 m de lado.

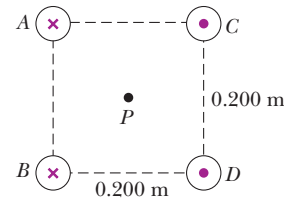


Figura P30.23

24. Un alambre largo y recto yace sobre una mesa horizontal y lleva una corriente de $1.20 \mu\text{A}$. En el vacío, un protón se mueve paralelamente al alambre (en dirección opuesta a la corriente) con una rapidez constante de 2.30×10^4 m/s y a una distancia d por encima del alambre. Determine el valor de d . Puede ignorar el campo magnético causado por la Tierra.
25. La figura P30.25 es la vista de la sección transversal de un cable coaxial. El conductor central está rodeado por una capa de hule, la cual está rodeada por un conductor exterior, que a su vez está rodeado por otra capa de hule. En una aplicación particular, la corriente en el conductor interno es de 1.00 A hacia afuera de la página y la corriente en el conductor externo es de 3.00 A hacia adentro de la página. Determine la magnitud y la dirección del campo magnético en los puntos a y b.

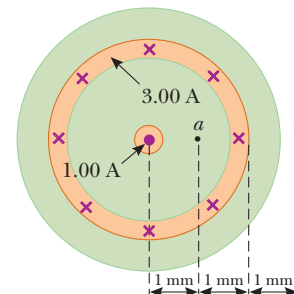


Figura P30.25

26. El campo magnético que está a 40.0 cm de un alambre largo y recto que lleva una corriente de 2.00 A es igual a $1.00 \mu\text{T}$. a) ¿A qué distancia existe un valor de campo de $0.100 \mu\text{T}$? b) ¿Qué pasaría si? en un instante dado, los dos conductores de un cable largo de una extensión doméstica llevan corrientes iguales de 2.00 A en direcciones opuestas. Los dos alambres se en-

cuentran a 3.00 mm de distancia. Determine el campo magnético a 40.0 cm del centro del cable recto, en el plano de los dos alambres. c) ¿A qué distancia se reduce el campo a la décima parte? d) El alambre central en un cable coaxial lleva una corriente de 2.00 A en una dirección y la funda que la rodea lleva una corriente de 2.00 A en dirección opuesta. ¿Qué campo magnético produce el cable en los puntos exteriores?

27. ● Un paquete de 100 alambres rectos, largos y aislados, forma un cilindro de radio $R = 0.500$ cm. a) Si cada alambre conduce 2.00 A, ¿cuál es la magnitud y dirección de la fuerza magnética por unidad de longitud que actúa sobre un alambre localizado a 0.200 cm del centro del paquete? b) ¿Qué pasaría si? Un alambre en el borde exterior del paquete ¿experimentaría una fuerza mayor o menor que el valor calculado en el inciso a)? Dé un argumento cualitativo a su respuesta.

28. Las bobinas magnéticas de un reactor de fusión tokamak tienen forma toroidal con un radio interno de 0.700 m y un radio externo de 1.30 m. El toroide tiene 900 vueltas de alambre de gran diámetro, cada una de las cuales lleva una corriente de 14.0 kA. Determine la magnitud del campo magnético en el interior del toroide a lo largo de a) el radio interno y b) el radio externo.

29. Considere una columna de corriente eléctrica que pasa a través de un plasma (gas ionizado). Los filamentos de corriente en el interior se atraen magnéticamente y se pueden apretar para crear una densidad de corriente muy grande en una región pequeña, así como un intenso campo magnético. A veces la corriente puede ser interrumpida momentáneamente gracias a este *efecto de constricción*. (En un alambre metálico el efecto de constricción no es importante, debido a que los electrones que conducen corriente se repelen mediante fuerzas eléctricas.) El efecto de constricción se puede demostrar haciendo que un recipiente de aluminio vacío conduzca una corriente grande paralela a su eje. Suponga que R representa el radio del recipiente e I la corriente hacia arriba, uniformemente distribuida en toda su pared curva. Determine el campo magnético a) justo en el interior de la pared y b) justo en el exterior. c) Determine la presión sobre la pared.

30. El niobio se convierte en un superconductor cuando es enfriado por debajo de 9 K. Su superconductividad se destruye cuando el campo magnético superficial excede de 0.100 T. Determine la corriente máxima que pueda llevar un alambre de niobio de 2.00 mm de diámetro y mantenerse como superconductor, en ausencia de cualquier campo magnético externo.

31. Un conductor cilíndrico largo de radio R lleva una corriente I , como se muestra en la figura P30.31. Sin embargo, la densidad de corriente J no es uniforme en toda la sección transversal del conductor, sino que es una función del radio según $J = br$, donde b es una constante. Determine la expresión para el campo magnético B a) a una distancia $r_1 < R$ y b) a una distancia $r_2 > R$, medida desde su eje.

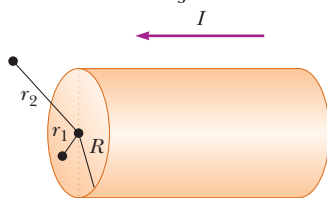


Figura P30.31

32. En la figura P30.32, ambas corrientes en los alambres infinitamente largos son de 8.00 A en la dirección x negativa. Los alambres están separados por la distancia $2a = 6.00$ cm. a) Bos-

queje el patrón de campo magnético en el plano yz . b) ¿Cuál es el valor del campo magnético en el origen? ¿En ($y = 0$, $z \rightarrow \infty$)? c) Encuentre el campo magnético en los puntos a lo largo del eje z como función de z . d) ¿A qué distancia d a lo largo del eje z positivo el campo magnético es un máximo? e) ¿Cuál es este valor máximo?

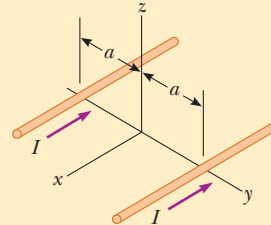


Figura P30.32

33. Una hoja infinita de corriente que yace en el plano yz porta una corriente superficial con densidad lineal J_s . La corriente es en la dirección y y J_s representa la corriente por unidad de longitud medida a lo largo del eje z . La figura P30.33 es una vista del borde de la hoja. Pruebe que el campo magnético cerca de la hoja es paralelo a la hoja y perpendicular a la dirección de la corriente, con magnitud $\mu_0 J_s / 2$. *Sugerencia:* Use la ley de Ampère y evalúe la integral de línea para una trayectoria rectangular alrededor de la hoja, representada por la línea discontinua en la figura P30.33.

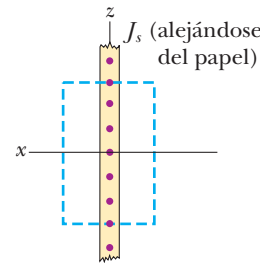


Figura P30.33

Sección 30.4 Campo magnético creado por un solenoide

34. ● Se le proporciona cierto volumen de cobre a partir del cual elabora alambre de cobre. Para aislar el alambre puede tener tanto esmalte como quiera. Usted usará el alambre para fabricar un solenoide firmemente devanado de 20 cm de largo que tenga el mayor campo magnético posible en el centro y usar una fuente de energía que pueda entregar una corriente de 5 A. El solenoide se puede enrollar con alambre en una o más capas. a) ¿Debe hacer el alambre largo y delgado, o más corto y grueso? Explique. b) ¿Debe hacer el radio del solenoide pequeño o grande? Explique.

35. ¿Qué corriente se requiere en los embobinados de un solenoide que tiene 1 000 vueltas distribuidas uniformemente en toda una longitud de 0.400 m, para producir en el centro del solenoide un campo magnético de magnitud 1.00×10^{-4} T?

36. Considere un solenoide de longitud ℓ y de radio R , que contiene N vueltas apretadas y que transporta una corriente estable I . a) En función de estos parámetros, determine el campo magnético en un punto a lo largo del eje como función de la distancia a desde el extremo del solenoide. b) Demuestre que conforme ℓ aumenta, B se acerca a $\mu_0 NI / 2\ell$ en cada uno de los extremos del solenoide.

37. Una espira cuadrada de una sola vuelta, con 2.00 cm por lado, transporta una corriente en dirección de las manecillas del reloj de 0.200 A. La espira está en el interior de un solenoide, con el plano de la misma perpendicular al campo magnético del solenoide. El solenoide tiene 30 vueltas/cm y lleva una corriente en la dirección de las manecillas del reloj de 15.0 A. Determine la fuerza que se ejerce en cada lado de la espira y el momento de torsión que actúa sobre la misma.
38. Un solenoide de 10.0 cm de diámetro y 75.0 cm de largo está hecho de alambre de cobre de 0.100 cm de diámetro, con aislamiento muy delgado. El alambre se enrolla en un tubo de cartón en una sola capa, con vueltas adyacentes que se tocan mutuamente. ¿Qué potencia debe entregar al solenoide si debe producir un campo de 8.00 mT en su centro?

Sección 30.5 Ley de Gauss en el magnetismo

39. Un cubo con aristas de longitud $\ell = 2.50$ cm se coloca como se muestra en la figura P30.39. En la región existe un campo magnético uniforme conocido por la expresión $\vec{B} = (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k})\text{T}$. a) Calcule el flujo a través de la cara sombreada. b) ¿Cuál es el flujo total a través de las seis caras?

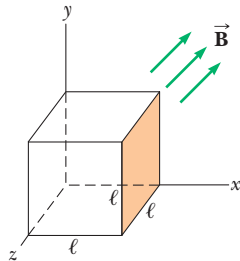


Figura P30.39

40. Considere la superficie hemisférica cerrada de la figura P30.40. El hemisferio está en un campo magnético uniforme que forma un ángulo θ con la vertical. Calcule el flujo magnético a través de a) la superficie plana S_1 y b) la superficie hemisférica S_2 .

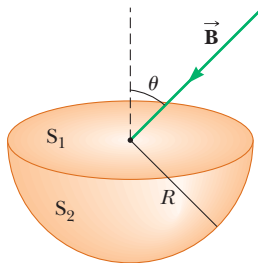


Figura P30.40

41. Un solenoide de 2.50 cm de diámetro y 30.0 cm de largo tiene 300 vueltas y transporta 12.0 A. a) Calcule el flujo a través de la superficie de un disco de radio de 5.00 cm colocado perpendicularmente a, y centrado en el eje del solenoide, como se muestra en la figura P30.41a. b) La figura P30.41b muestra una vista ampliada por el extremo del mismo solenoide. Calcule el flujo a través del área color azul, que está definida por un anillo de radio interno de 0.400 cm y de radio externo de 0.800 cm.

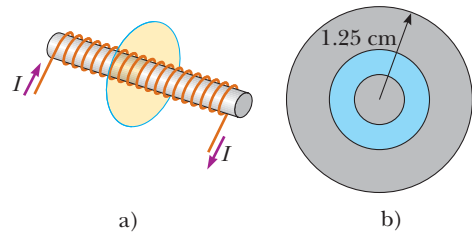


Figura P30.41

42. Compare este problema con el problema 65 del capítulo 24. Considere un campo magnético que sea uniforme en dirección en todas partes de cierto volumen. ¿Puede ser uniforme en magnitud? ¿Debe ser uniforme en magnitud? Proporcione evidencia para sus respuestas.

Sección 30.6 Magnetismo en la materia

43. En la saturación, cuando prácticamente todos los átomos tienen sus momentos magnéticos alineados, el campo magnético en una muestra de hierro puede ser de 2.00 T. Si cada electrón contribuye con un momento magnético de $9.27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ (un magnetón de Bohr), ¿cuántos electrones por cada átomo contribuyen al campo saturado del hierro? El hierro contiene aproximadamente 8.50×10^{28} átomos/ m^3 .

Sección 30.7 Campo magnético de la Tierra

44. Una bobina circular de 5 vueltas y con un diámetro de 30.0 cm está orientada en un plano vertical con su eje perpendicular a la componente horizontal del campo magnético de la Tierra. Se coloca una brújula horizontal en el centro de la bobina y se desvía 45.0° del norte magnético cuando pasa una corriente de 0.600 A en la bobina. a) ¿Cuál es la componente horizontal del campo magnético de la Tierra? b) La corriente en la bobina se corta. Una “aguja de depresión” es una brújula magnética montada de manera que pueda girar en un plano vertical norte-sur. En esta ubicación, una aguja de depresión forma un ángulo de 13.0° con la vertical. ¿Cuál es la magnitud total del campo magnético de la Tierra en esta ubicación?
45. El momento magnético de la Tierra es de aproximadamente $8.00 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. a) Imagine que el campo magnético planetario tuviera como causa la magnetización completa de un enorme depósito de hierro. ¿Cuántos electrones no apareados participarían? b) Con dos electrones no apareados por átomo de hierro, ¿cuántos kilogramos de hierro tendrían el depósito? El hierro tiene una densidad de $7900 \text{ kg}/\text{m}^3$ y aproximadamente 8.50×10^{28} átomos de hierro/ m^3 .
46. ● Una posición particular en la superficie de la Tierra se caracteriza por un valor de campo gravitacional, un valor de campo magnético y un valor de presión atmosférica. a) ¿Cuáles de estas cantidades son vectoriales y cuáles son escalares? b) Determine un valor para cada cantidad en su ubicación actual. Incluya la dirección de cada cantidad vectorial. Establezca sus fuentes. c) ¿Cuáles de estas cantidades tienen causas distintas de las otras?

Problemas adicionales

47. Una tira de metal delgada y muy larga con un ancho w lleva a todo lo largo una corriente I , como se muestra en la figura P30.47. Determine el campo magnético en el punto P del diagrama. El punto P está en el plano de la tira a una distancia b de ella.

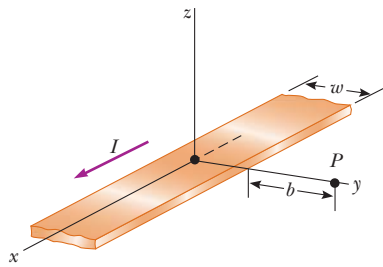


Figura P30.47

48. La magnitud del campo magnético de la Tierra en cualquiera de sus polos es aproximadamente de 7.00×10^{-5} T. Suponga que el campo se va desvaneciendo, antes de su próxima inversión. Exploradores, marineros y políticos conservacionistas alrededor del mundo se unen en un programa para reemplazar el campo. Un plan consiste en utilizar una espira de corriente alrededor del ecuador, sin apoyarse en la magnetización de cualquiera de los materiales en el interior de la Tierra. Determine la corriente que podría generar un campo con dichas características si el plan se llevara a cabo. Considere el radio de la Tierra como $R_E = 6.37 \times 10^6$ m.
49. Una barra delgada de cobre de longitud $\ell = 10.0$ cm es soportada horizontalmente por dos contactos (no magnéticos). La barra lleva una corriente $I_1 = 100$ A en la dirección $-x$, como se muestra en la figura P30.49. A una distancia $h = 0.500$ cm por debajo de un extremo de la barra, un alambre largo y recto conduce una corriente $I_2 = 200$ A en dirección z . Determine la fuerza magnética ejercida sobre la barra.

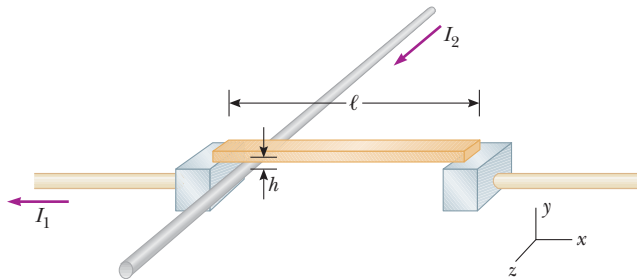


Figura P30.49

50. Suponga que instala una brújula en el centro del tablero de un automóvil. Estime el orden de magnitud de aproximación del campo magnético en esta posición, generado por la corriente presente cuando enciende los faros. ¿Cómo se compara esto con el campo magnético de la Tierra? Puede suponer que el tablero está hecho principalmente de plástico.
51. Un anillo no conductor con un radio de 10.0 cm está uniformemente cargado con una carga total positiva de $10.0 \mu\text{C}$. El anillo gira a una rapidez angular constante de 20.0 rad/s alrededor de un eje que pasa por su centro, perpendicular al plano del anillo. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético sobre el eje del anillo, a 5.00 cm de su centro?
52. Un anillo no conductor de radio R está uniformemente cargado con una carga total positiva q . El anillo gira con una rapidez angular constante ω alrededor de un eje que pasa por su centro, perpendicular al plano del anillo. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético sobre el eje del anillo, a una distancia $R/2$ de su centro?
53. Dos bobinas circulares de radio R , cada una con N vueltas, son perpendiculares a un eje común. Los centros de las bo-

binas están separados una distancia R . Cada bobina lleva una corriente estable I en la misma dirección, como se muestra en la figura P30.53. a) Demuestre que el campo magnético sobre el eje a una distancia x del centro de la bobina es

$$B = \frac{N\mu_0 IR^2}{2} \left[\frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(2R^2 + x^2 - 2Rx)^{3/2}} \right]$$

b) Demuestre que dB/dx y d^2B/dx^2 son ambos iguales a cero en el punto medio entre las bobinas. Esto significa que el campo magnético a la mitad del camino entre las bobinas es uniforme. En esta configuración las bobinas se llaman *bobinas de Helmholtz*.

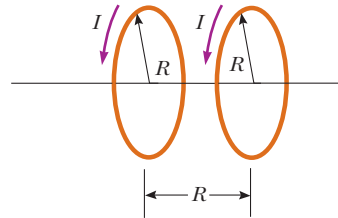


Figura P30.53 Problemas 53 y 54.

54. Dos bobinas de alambre idénticas, circulares y planas, tienen cada una 100 vueltas y un radio de 0.500 m. Las bobinas están organizadas como un juego de bobinas de Helmholtz (véase la figura P30.53), paralelas y separadas 0.500 m. Cada bobina conduce una corriente de 10.0 A. Determine la magnitud del campo magnético en un punto sobre el eje común de las bobinas y a la mitad del camino entre éstas.
55. Se ha visto que un solenoide largo produce un campo magnético uniforme dirigido a lo largo del eje de una región cilíndrica. Sin embargo, para producir un campo magnético uniforme dirigido paralelamente a un *diámetro* de una región cilíndrica, se pueden utilizar las *bobinas de desviación* que se ilustran en la figura P30.55. Las espiras están enrolladas sobre un tubo ligeramente aplanado. Suponga que los tramos rectos del alambre son muy largos. La vista desde un extremo del tubo muestra cómo están aplicados los embobinados. La distribución global de la corriente es la superposición de dos cilindros circulares traslapados de una corriente uniformemente distribuida, una hacia el lector y la otra alejándose. La densidad de corriente J es la misma en cada cilindro. La posición del eje de un cilindro está representada por un vector de posición $\vec{a}$ en relación con el otro cilindro. Pruebe que el campo magnético en el interior del tubo hueco es $\mu_0 Ja/2$ hacia abajo. *Sugerencia:* Utilice métodos vectoriales para simplificar el cálculo.

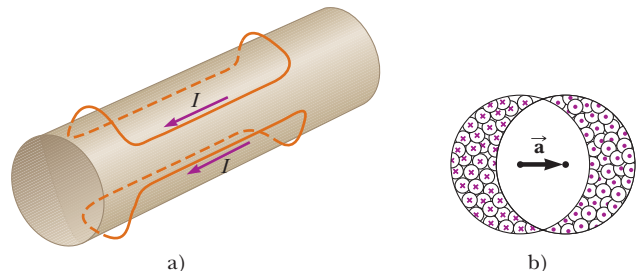


Figura P30.55

56. Puede usar el resultado del problema 33 para resolver este problema. Un capacitor de placas paralelas muy grandes lleva

una carga en la placa superior con una carga uniforme por unidad de área $+\sigma$ y $-\sigma$ en la placa inferior. Las placas están en posición horizontal y ambas se mueven horizontalmente con una rapidez v hacia la derecha. a) ¿Cuál es el campo magnético entre las placas? b) ¿Cuál es el campo magnético cerca de las placas pero fuera del capacitor? c) ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza magnética por unidad de área en la placa superior? d) ¿A qué rapidez extrapolada v se equilibrará la fuerza magnética de una placa con la fuerza eléctrica en la misma? Calcule esta rapidez numéricamente.

57. ● Dos espiras circulares son paralelas, coaxiales, y están casi en contacto, con una separación de 1.00 mm (figura P30.57). Cada espira tiene 10.0 cm de radio. La espira superior conduce una corriente de 140 A en sentido de las manecillas del reloj. La inferior conduce una corriente también de 140 A, pero en el sentido opuesto. a) Calcule la fuerza magnética ejercida por la espira inferior sobre la superior. b) Considere que un estudiante piensa la primera etapa de solución del inciso a) al aplicar la ecuación 30.7 para hallar el campo magnético producido por una de las espiras. ¿Cómo debatiría en favor o en contra de esta idea? *Sugerencia:* Piense acerca de cómo se ve desde una espira a un insecto balanceado en la otra espira. c) La espira superior tiene una masa de 0.021 0 kg. Calcule su aceleración, suponiendo que las únicas fuerzas que actúan en ella son la fuerza en el inciso a) y la fuerza de gravedad.

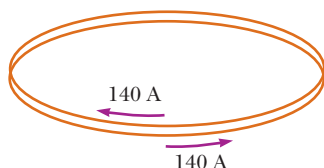


Figura P30.57

58. ¿Qué objetos experimentan una fuerza dentro de un campo eléctrico? En el capítulo 23 encuentra la respuesta: cualquier objeto con carga eléctrica, inmóvil o en movimiento, distinta de la que generó el campo. ¿Qué produce un campo eléctrico? Cualquier objeto con carga eléctrica, inmóvil o en movimiento, como se vio en el capítulo 23. ¿Qué objetos experimentan una fuerza en un campo magnético? Una corriente eléctrica o una carga eléctrica en movimiento, distinta de la corriente o a la carga que haya creado el campo, como se vio en el capítulo 29. ¿Qué produce un campo magnético? Una corriente eléctrica, como se vio en la sección 30.1, o una carga eléctrica en movimiento, como se muestra en este problema. a) Para comprender cómo una carga en movimiento crea un campo magnético, considere una carga q moviéndose a la velocidad $\vec{v}$. Defina el vector de posición $\vec{r} = r\hat{r}$ conducido desde la carga hacia alguna ubicación. Demuestre que el campo magnético en dicha ubicación es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

- b) Determine la magnitud del campo magnético a 1.00 mm al lado de un protón que se mueve a 2.00×10^7 m/s. c) Determine la fuerza magnética sobre un segundo protón en el mismo punto, y que se mueve con la misma rapidez pero en dirección opuesta. d) Determine la fuerza eléctrica sobre el segundo protón.

59. El capítulo muestra al inicio una fotografía de un cañón de riel. Se han sugerido *los cañones de rieles* para el lanzamiento de proyectiles hacia el espacio sin necesidad de cohetes químicos y para lanzar antimisiles tierra-aire. Un modelo a escala del cañón de rieles (figura P30.59) está constituido por dos rieles largos paralelos separados 3.50 cm, atravesados por una barra BD con una masa de 3.00 g. La barra está originalmente en reposo en el punto medio de los rieles y se desliza libremente sin fricción. Cuando se cierra el interruptor, se establece rápidamente una corriente eléctrica en el circuito $ABCDEA$. Los rieles y la barra presentan una resistencia eléctrica baja, y la corriente queda limitada por la fuente de energía a 24.0 A constante. a) Determine la magnitud del campo magnético a 1.75 cm de un solo alambre recto muy largo que lleva una corriente de 24.0 A. b) Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto C en el diagrama, el punto medio de la barra, inmediatamente después de que se cierre el interruptor. *Sugerencia:* Considere las conclusiones que puede deducir de la ley de Biot-Savart. c) En otros puntos a lo largo de la barra BD , el campo está en la misma dirección que el punto C , pero es mayor en magnitud, suponga que el campo magnético efectivo promedio a lo largo de BD es cinco veces más grande que el campo en C . Con esta suposición, determine la magnitud y dirección de la fuerza sobre la barra. d) Determine la aceleración de la barra cuando está en movimiento. e) ¿La barra se mueve con aceleración constante? f) Determine la velocidad de la barra después de que recorra 130 cm hacia el extremo de los rieles.

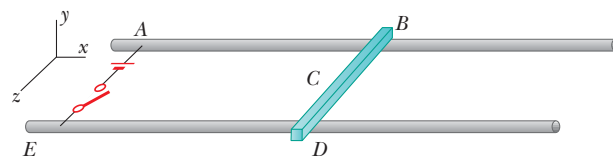


Figura P30.59

60. Se enrollan apretadamente 50 vueltas de alambre aislado de 0.100 cm de diámetro formando una espiral plana. La espiral llena un disco que está alrededor de un círculo con un radio de 5.00 cm y que se extiende a un radio de 10.00 cm en el borde externo. Suponga que el alambre lleva una corriente I en el centro de su sección transversal y que cada vuelta de alambre forma aproximadamente un círculo. En tal caso existe una espira de corriente de 5.05 cm de radio, otra con 5.15 cm, y así sucesivamente. Calcule numéricamente el campo magnético en el centro de la bobina.
61. Un alambre recto, infinitamente largo, que lleva una corriente I_1 se encuentra rodeado en forma parcial por una espira, como se muestra en la figura P30.61. La espira tiene una longitud L , un radio R y lleva una corriente I_2 . El eje de la espira coincide con el del alambre. Calcule la fuerza ejercida sobre la espira.

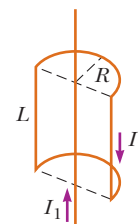


Figura P30.61

62. La fuerza sobre un dipolo magnético $\vec{\mu}$ alineado con un campo magnético no uniforme en la dirección x está dada por $F_x = |\vec{\mu}| dB/dx$. Suponga que dos espiras planas de alambre tienen cada una un radio R y llevan una corriente I . a) Las espiras están organizadas coaxialmente y separadas por una distancia variable x , grande en comparación con R . Demuestre que la fuerza magnética entre ellas varía en función de $1/x^4$. b) Evalúe la magnitud de esta fuerza cuando $I = 10.0$ A, $R = 0.500$ cm y $x = 5.00$ cm.

63. Un alambre se dobla en forma de un cuadrado con un costado de longitud L (figura P30.63). Demuestre que cuando la corriente en la espira es igual a I , el campo magnético en el punto P , a una distancia x del centro del cuadrado a lo largo de su eje, es

$$B = \frac{\mu_0 I L^2}{2\pi(x^2 + L^2/4)\sqrt{x^2 + L^2/2}}$$

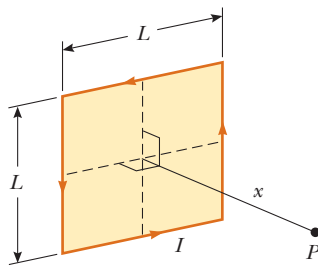


Figura P30.63

64. Un alambre que lleva una corriente I es doblado para formar una espira exponencial, $r = e^\theta$, desde $\theta = 0$ hasta $\theta = 2\pi$, como se sugiere en la figura P30.64. Para cerrar la espira, los extremos se conectan mediante un alambre recto a lo largo del eje x . Determine la magnitud y dirección de $\vec{B}$ en el origen. Sugere-

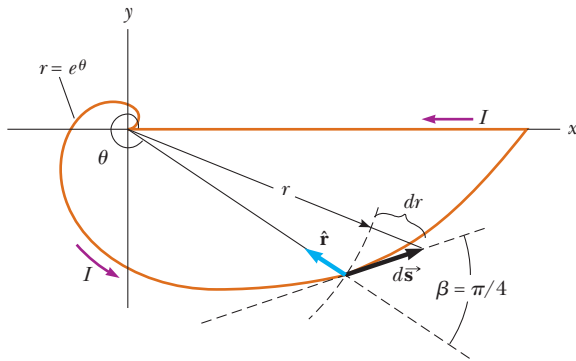


Figura P30.64

encia: utilice la ley de Biot-Savart. El ángulo β entre una línea radial y su tangente en cualquier punto de la curva $r = f(\theta)$ está relacionado con la función de la siguiente manera:

$$\tan \beta = \frac{r}{dr/d\theta}$$

Por lo tanto, en este caso $r = e^\theta$, $\tan \beta = 1$ y $\beta = \pi/4$. Así, el ángulo entre $d\vec{s}$ y $\hat{r}$ es $\pi - \beta = 3\pi/4$. Además,

$$ds = \frac{dr}{\sin(\pi/4)} = \sqrt{2} dr$$

65. Una esfera de radio R tiene una densidad de carga volumétrica uniforme ρ . Determine el campo magnético en el centro de la esfera cuando gira como objeto rígido con rapidez angular ω alrededor de un eje que pasa por su centro (figura P30.65).

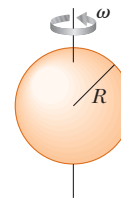


Figura P30.65 Problemas 65 y 66.

66. Una esfera de radio R tiene una densidad de carga volumétrica uniforme ρ . Determine el momento dipolar magnético de la esfera cuando gira como cuerpo rígido con una rapidez angular ω alrededor de un eje que pasa por su centro (figura P30.65).
67. Un conductor cilíndrico largo de radio a tiene dos cavidades cilíndricas de diámetro a en toda su longitud, como se muestra en la figura P30.67. Se dirige una corriente I hacia afuera de la página y tiene un valor uniforme en toda la sección transversal del conductor. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en función de μ_0 , I , r y a en a) el punto P_1 y b) en el punto P_2 .

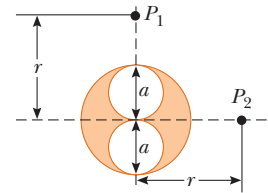


Figura P30.67

Respuestas a las preguntas rápidas

- 30.1 B, C, A. El punto B es el más cercano al elemento de corriente. El punto C es el más alejado y el campo queda reducido aún más por el factor $\sin \theta$ en el producto cruz $d\vec{s} \times \hat{r}$. El campo en A es igual a cero porque $\theta = 0$.
- 30.2 a) Las bobinas actúan como alambres que llevan corrientes paralelas en la misma dirección y, por consecuencia, se atraen.
- 30.3 b, d, a, c. La ecuación 30.13 indica que el valor de la integral de línea depende sólo de la corriente neta que pasa a través de cada trayectoria cerrada. La trayectoria b encierra 1 A, la trayectoria d encierra 3 A, la trayectoria a encierra 4 A y la trayectoria c encierra 6 A.

- 30.4 b, por lo tanto $a = c = d$. Las trayectorias a, c y d dan todas el mismo valor distinto de cero $\mu_0 I$, porque el tamaño y la forma de las trayectorias carecen de importancia. La trayectoria b no encierra corriente, y en consecuencia su integral de línea es igual a cero.
- 30.5 c). El campo magnético en un solenoide muy largo es independiente de su longitud o radio. Cubierta de más con una capa adicional de alambre incrementa el número de espiras por cada unidad de longitud.



En una planta generadora de energía, gigantescos generadores producen energía que es transferida al exterior de la planta por transmisión eléctrica. Estos generadores utilizan la inducción magnética para producir una diferencia de potencial al girar las bobinas de alambre del generador en el interior de un campo magnético. La fuente de energía necesaria para que las bobinas giren puede provenir de una caída de agua, de la combustión de productos fósiles o de una reacción nuclear. (Michael Melford/Getty Images.)

- 31.1 Leyes de inducción de Faraday
- 31.2 Fem de movimiento
- 31.3 Ley de Lenz
- 31.4 Fem inducida y campos eléctricos
- 31.5 Generadores y motores
- 31.6 Corrientes de eddy

31 Ley de Faraday

Hasta ahora el estudio sobre la electricidad y el magnetismo se ha concentrado a los campos eléctricos producidos por cargas fijas y a los campos magnéticos producidos por cargas en movimiento. Este capítulo explora los efectos causados por campos magnéticos que varían con el tiempo.

Los experimentos de Michael Faraday en Inglaterra en 1831 y los efectuados de forma independiente por Joseph Henry en Estados Unidos, ese mismo año, mostraron que es posible inducir una fem en un circuito utilizando un campo magnético variable. Los resultados de estos experimentos sirvieron como base para enunciar una ley básica y muy importante del electromagnetismo que se conoce como la *ley de la inducción de Faraday*. Una fem (y, por lo tanto, también una corriente) puede ser inducida en diferentes procesos que involucren un cambio en el flujo magnético.

31.1 Leyes de inducción de Faraday

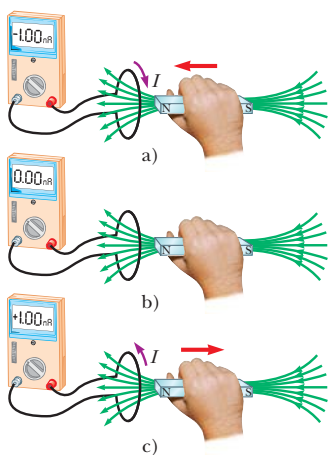
A fin de poder observar cómo es posible inducir una fem debido a un campo magnético cambiante, considere una espira de alambre conectada a un amperímetro sensible, como se ilustra en la figura 31.1 (página 868). Cuando el imán se acerca a la espira, la lectura del amperímetro cambia desde cero en una dirección, que en la figura 31.1a se ha ilustrado de forma arbitraria con una desviación negativa. En cuanto se deja el imán en reposo y se le mantiene fijo en relación con la espira (figura 31.1b), se observa una lectura de



Permiso cortesía del Presidente y del Consejo de la Royal Society.

MICHAEL FARADAY

Físico y químico inglés (1791-1867) Faraday ha sido considerado a menudo el científico experimental más grande del siglo XIX. Sus innumerables contribuciones al estudio de la electricidad incluyen la invención del motor eléctrico, del generador eléctrico y del transformador, así como el descubrimiento de la inducción electromagnética y de las leyes de la electrólisis. Influido poderosamente por la religión, se negó a trabajar para las fuerzas armadas británicas en el desarrollo de gases venenosos.

**Figura 31.1**

a) Cuando se mueve un imán hacia una espira de alambre conectada a un amperímetro sensible, su lectura cambia desde cero, lo que indica que se ha inducido una corriente en la espira. b) Cuando el imán se mantiene fijo, no existe corriente inducida en la espira, aun cuando el imán esté físicamente en el interior de la espira. c) Cuando el imán se mueve alejándose de la espira, la lectura del amperímetro se desvía en la dirección opuesta, lo que indica que la corriente inducida tiene dirección contraria a la que se muestra en el inciso a). Cuando se cambia la dirección del movimiento del imán, se cambia también la dirección de la corriente inducida por dicho movimiento.

cero. Cuando el imán es alejado de la espira, la lectura en el amperímetro cambia en la dirección opuesta, como se ve en la figura 31.1c. Por último, si el imán se mantiene fijo y la espira se mueve ya sea hacia el imán o en la dirección opuesta, la lectura cambia desde cero. A partir de estas observaciones, se concluye que la espira detecta que el imán se está moviendo respecto a la espira, y esta detección se correlaciona con un cambio en el campo magnético. Debido a eso, parece existir una correspondencia entre la corriente y un campo magnético cambiante.

Estos resultados son realmente notables porque **se establece una corriente a pesar de que no existe una batería presente en el circuito!** A esta corriente se le conoce como *corriente inducida*, y se dice que es producida por una *fem inducida*.

Ahora se describe un experimento conducido por Faraday, que se ilustra en la figura 31.2. Una bobina primaria se enrolla alrededor de un anillo de hierro, y se conecta a un interruptor y a una batería. Una corriente en la bobina produce un campo magnético al cerrarse el interruptor. Una bobina secundaria también está enrollada alrededor del anillo y se encuentra conectada a un amperímetro sensible. En el circuito secundario no hay batería alguna, y la bobina secundaria no está conectada eléctricamente con la bobina primaria. Cualquier corriente que se detecte en el circuito secundario deberá haber sido inducida por algún agente externo.

Inicialmente, se podría pensar que nunca podrá detectarse una corriente en el circuito secundario. Sin embargo, cuando se abre o se cierra el interruptor existente en el circuito primario, se presenta algo bastante asombroso. En el momento en que se cierra el interruptor, la lectura del amperímetro cambia de cero en una dirección y después regresa a cero. En el instante en que el interruptor se abre, el amperímetro cambia en la dirección opuesta y de nuevo vuelve a cero. Por último, el amperímetro marca cero cuando existe una corriente estable o no existe corriente en el circuito primario. La clave para comprender lo que está ocurriendo en este experimento es considerar que cuando el interruptor está cerrado, la corriente en el circuito primario genera un campo magnético que penetra en el circuito secundario. Además, cuando el interruptor está cerrado, el campo magnético producido por la corriente en el circuito primario cambia de cero hacia algún valor durante un tiempo finito, y este campo cambiante induce una corriente en el circuito secundario.

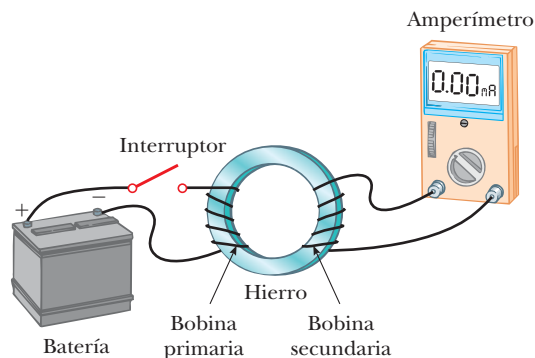
Como resultado de estas observaciones, Faraday concluyó que **es posible inducir una corriente eléctrica en una espira mediante un campo magnético cambiante**. La corriente inducida existe sólo mientras el campo magnético que pasa a través de la espira cambia. En cuanto el campo magnético alcanza un valor estable, la corriente en la espira secundaria desaparece. En efecto, la espira se comporta como si se hubiera conectado una fuente de fem durante un lapso breve. Es habitual decir que **una fem inducida se produce en la espira debido al campo magnético cambiante**.

Los experimentos mostrados en las figuras 31.1 y 31.2 tienen algo en común: en ambos casos se induce una fem en una espira cuando el flujo magnético a través de la espira cambia con el tiempo. En general, la fem es directamente proporcional a la rapidez de

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 31.1

Una fem inducida requiere de un cambio

La *existencia* de un flujo magnético a través de un área no es suficiente para producir una fem inducida. Es necesario que exista un *cambio* en el flujo magnético para inducir una fem.

**Figura 31.2**

Experimento de Faraday. Cuando se cierra el interruptor en el circuito primario, la lectura del amperímetro conectado en el circuito secundario cambia momentáneamente. La fem inducida en el circuito secundario es causada por el campo magnético cambiante a través de la bobina secundaria.

cambio con el tiempo del flujo magnético a través de la espira. Este enunciado, puede ser escrito matemáticamente como **ley de inducción de Faraday**

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (31.1)$$

◀ Ley de Faraday

donde $\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$ es el flujo magnético a través de la espira. (Véase la sección 30.5.)

Si una bobina construida de N espiras, con la misma área, y Φ_B es el flujo magnético a través de una espira, se induce una fem en todas las espiras. Las espiras están en serie, por lo que sus fem se suman; debido a eso, la fem total inducida en la bobina se conoce por la expresión

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (31.2)$$

El signo negativo que aparece en las ecuaciones 31.1 y 31.2 es de un significado físico de importancia, como se explica en la sección 31.3.

Suponga que una espira que encierra una superficie A se encuentra en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, como se ve en la figura 31.3. El flujo magnético a través de la espira es igual a $BA \cos \theta$; por esto, la fem inducida puede expresarse como

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} (BA \cos \theta) \quad (31.3)$$

A partir de esta expresión observe que una fem puede ser inducida en el circuito de varias formas:

- La magnitud de $\vec{B}$ cambia con el tiempo.
- El área encerrada por la espira cambia con el tiempo.
- El ángulo θ existente entre $\vec{B}$ y la normal a la espira puede cambiar con el tiempo.
- Cualquier combinación puede presentarse de lo anterior.

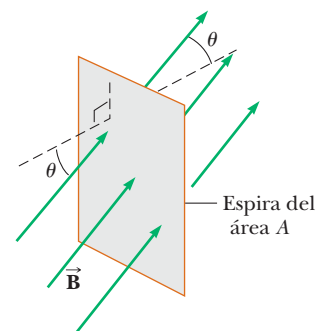


Figura 31.3 Espira conductora que encierra un área A en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}$. El ángulo formado entre $\vec{B}$ y la normal a la espira es θ .

Pregunta rápida 31.1 Una espira de alambre circular está en un campo magnético uniforme con el plano de la espira perpendicular a las líneas de campo. ¿Cuál de los siguientes casos *no* causará la inducción de una corriente en la espira? a) Si se aplasta la espira; b) si se gira la espira respecto a un eje perpendicular a las líneas de campo; c) conservando fija la orientación de la espira y moviéndola a lo largo de dichas líneas; d) retirando la espira fuera del campo.

Algunas aplicaciones de la ley de Faraday

El interruptor por fallas a tierra (GFI, por sus siglas en inglés) es un dispositivo de seguridad interesante que protege a los usuarios de aparatos electrodomésticos contra descargas eléctricas. Su operación utiliza la ley de Faraday. En el GFI que se muestra en la figura 31.4, el alambre 1 se dirige de la toma de energía en la pared al aparato electrodoméstico que se va a proteger y el alambre 2 se dirige del aparato electrodoméstico de regreso a la toma de corriente en la pared. En una sección del anillo de hierro que rodea ambos alambres se ha enrollado una bobina de detección. Ya que las corrientes en los alambres están en direcciones opuestas y de igual magnitud, no hay campo magnético alrededor de los alambres y el flujo magnético neto a través de la bobina detectora es igual a cero. Sin embargo, si la corriente de vuelta en el alambre 2 cambia, es decir, si las dos corrientes no son iguales, las líneas del campo magnético existen alrededor del par de alambres. (Esto puede ocurrir, por ejemplo, si el aparato electrodoméstico se moja, permitiendo que se fugue una corriente a tierra.) En consecuencia, el flujo magnético neto a través de la bobina sensible no es más de cero. Puesto que la corriente doméstica es corriente alterna (significa, que su dirección se está invirtiendo de manera continua), el flujo magnético a través de la bobina detectora cambia con el tiempo, induciendo en ésta una fem. Esta fem inducida se utiliza para disparar un cortacircuitos que corta la corriente antes de que alcance un nivel peligroso.

Otra aplicación interesante de la ley de Faraday es el sonido que produce una guitarra eléctrica. La bobina en este caso, que se llama *bobina captadora*, se coloca cerca de la cuerda

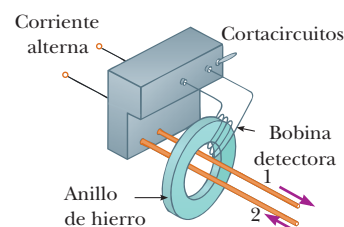


Figura 31.4 Componentes esenciales de un interruptor por fallas a tierra.

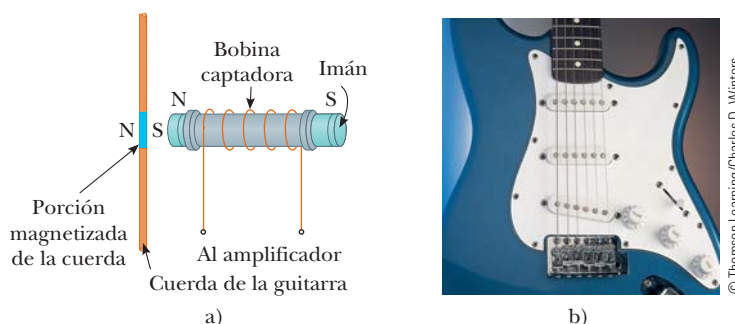


Figura 31.5 a) En una guitarra eléctrica una cuerda magnetizada en vibración induce una fem en una bobina captadora. b) Las bobinas captadoras (los círculos que aparecen por debajo de las cuerdas metálicas) de esta guitarra eléctrica, detectan las vibraciones de las cuerdas y envían esta información a través de un amplificador a los altavoces. (Un interruptor en la guitarra permite al ejecutante seleccionar el conjunto de las seis bobinas captadoras que se van a utilizar.)

de la guitarra vibrante, que está fabricada con un metal magnetizable. Un imán permanente en el interior de la bobina magnetiza la porción de la cuerda más cercana a ella (figura 31.5a). Cuando la cuerda vibra con cierta frecuencia, su segmento magnetizado produce un flujo magnético cambiante a través de la bobina. Este flujo cambiante induce una fem en la bobina que alimenta a un amplificador. La salida del amplificador se envía a los altavoces, que producen las ondas sonoras que escucha.

EJEMPLO 31.1

Inducción de una fem en una bobina

Una bobina constituida de 200 vueltas de alambre. Cada vuelta es un cuadrado de lado $d = 18$ cm y se establece un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al plano de la bobina. Si el campo cambia linealmente de 0 a 0.50 T en 0.80 s, ¿cuál es la magnitud de la fem inducida en la bobina mientras el campo varía?

SOLUCIÓN

Conceptualizar A partir de la descripción en el problema, imagine que líneas de campo magnético pasan a través de la bobina. Ya que el campo magnético cambia en magnitud, en la bobina se induce una fem.

Categorizar Se evaluará la fem usando la ley de Faraday de esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la ecuación 31.2 para la situación descrita en este caso, y observe que el campo magnético cambia linealmente con el tiempo:

$$|\mathcal{E}| = N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = NA \frac{\Delta B}{\Delta t} = Nd^2 \frac{B_f - B_i}{\Delta t}$$

Sustituya valores numéricos:

$$|\mathcal{E}| = (200)(0.18 \text{ m})^2 \frac{(0.50 \text{ T} - 0)}{0.80 \text{ s}} = 4.0 \text{ V}$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si se le pidiera encontrar la magnitud de la corriente inducida en la bobina mientras el campo varía? ¿Puede responder a esta pregunta?

Respuesta Si los extremos de la bobina no están conectados a un circuito, la respuesta a esta pregunta es sencilla: ¡la corriente es cero! (Las cargas se mueven dentro del alambre de la bobina, pero no se pueden mover adentro o afuera de los extremos de la bobina.) Para que exista una corriente estable, los extremos de la bobina se deben conectar a un circuito externo. Suponga que la bobina se conecta a un circuito y que la resistencia total de la bobina y el circuito es de 2.0Ω . Entonces la corriente en la bobina es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{4.0 \text{ V}}{2.0 \Omega} = 2.0 \text{ A}$$

EJEMPLO 31.2 Campo B que decae exponencialmente

Una espira de alambre que encierra un área A se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira. La magnitud de $\vec{B}$ varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $B = B_{\text{máx}}e^{-at}$, donde a es alguna constante. Es decir: en $t = 0$, el campo es $B_{\text{máx}}$, y para $t > 0$, el campo disminuye exponencialmente (figura 31.6). Encuentre la fem inducida en la espira como función del tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La situación física es similar a la del ejemplo 31.1, excepto por dos cosas: existe únicamente una espira y el campo varía exponencialmente con el tiempo en lugar de linealmente.

Categorizar Se evaluará la fem mediante la ley de Faraday de esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la ecuación 31.1 para la situación descrita en este caso:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(AB_{\text{máx}}e^{-at}) = -AB_{\text{máx}}\frac{d}{dt}e^{-at} = aAB_{\text{máx}}e^{-at}$$

Esta expresión indica que la fem inducida decae exponencialmente en el tiempo. La fem máxima se presenta en $t = 0$, donde $\mathcal{E}_{\text{máx}} = aAB_{\text{máx}}$. La gráfica de $\mathcal{E}$ en función de t es similar a la curva B en comparación con t que se muestra en la figura 31.6.

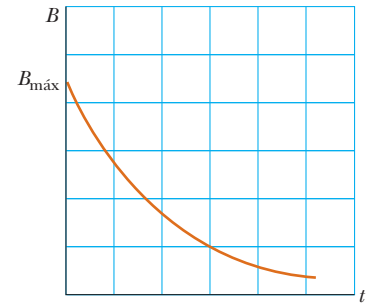


Figura 31.6 (Ejemplo 31.2) Disminución exponencial en la magnitud del campo magnético con el tiempo. La fem inducida y la corriente inducida varían con el tiempo en la misma forma.

31.2 Fem de movimiento

En los ejemplos 31.1 y 31.2 se consideran casos en los que se induce una fem en un circuito estacional colocado en un campo magnético, el cual cambia con el tiempo. En esta sección, se describe la **fem de movimiento**, que es la fem inducida en un conductor en movimiento a través de un campo magnético constante.

El conductor recto de longitud ℓ que se muestra en la figura 31.7 se mueve a través de un campo magnético uniforme dirigido hacia el interior de la página. Por simplicidad, suponga que el conductor es móvil en una dirección perpendicular al campo con una velocidad constante bajo la influencia de algún agente externo. Los electrones en el conductor experimentan una fuerza $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ que está dirigida a lo largo de la longitud ℓ , perpendicularmente tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$ (ecuación 29.1). Bajo la influencia de esta fuerza, los electrones se mueven hacia el extremo inferior del conductor, en donde se acumulan, dejando una carga positiva neta en el extremo superior. Como resultado de esta separación de cargas, se produce un campo eléctrico $\vec{E}$ dentro del conductor. Las cargas se acumulan en ambos extremos hasta que la fuerza magnética qvB dirigida hacia abajo sobre las cargas que quedan en el conductor se equilibran por la fuerza eléctrica qE hacia arriba. Esta condición de equilibrio requiere que las fuerzas sobre los electrones se equilibren

$$qE = qvB \quad \text{o} \quad E = vB$$

El campo eléctrico que se produce en el conductor está relacionado con la diferencia de potencial a través de los extremos del conductor, de acuerdo con la correspondencia $\Delta V = E\ell$ (véase ecuación 25.6). Entonces, para la condición de equilibrio,

$$\Delta V = E\ell = B\ell v \quad (31.4)$$

donde el extremo superior del conductor en la figura 31.7 está con un potencial eléctrico más elevado que el extremo inferior. En consecuencia, **se mantiene una diferencia de potencial entre los extremos del conductor siempre que éste se siga moviendo a través del campo magnético uniforme**. Si se invierte la dirección del movimiento, también se invierte la polaridad de la diferencia de potencial.

Una situación más interesante se presenta cuando el conductor en movimiento forma parte de una trayectoria de conducción cerrada. Esta situación es de utilidad particular para ilustrar cómo el flujo magnético cambiante origina una corriente inducida en un

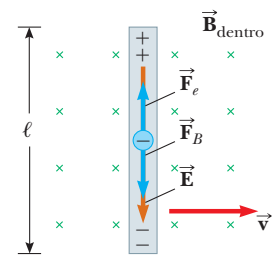
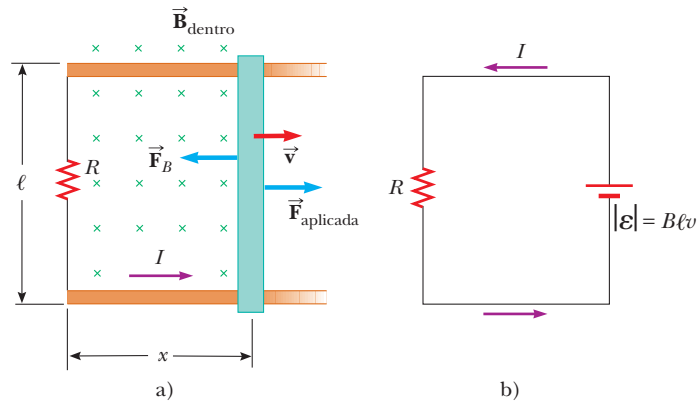


Figura 31.7 Conductor eléctrico recto de longitud ℓ que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ a través de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con dirección perpendicular a $\vec{v}$. Debido a la fuerza magnética ejercida sobre los electrones, los extremos del conductor se cargan con cargas opuestas y establecen un campo eléctrico en el conductor. En estado estable, las fuerzas eléctricas y magnéticas sobre un electrón presente en el alambre están en equilibrio.

**Figura 31.8**

a) Barra conductora que se desliza con una velocidad $\vec{v}$ a lo largo de dos rieles conductores bajo la acción de la fuerza aplicada $\vec{F}_{\text{aplicada}}$. La fuerza magnética $\vec{F}_B$ se opone al movimiento y se induce una corriente en dirección contraria a las manecillas del reloj I en la espira. b) El diagrama de circuito equivalente para el arreglo se muestra en el inciso a).

circuito cerrado. Considere un circuito constituido por una barra conductora de longitud ℓ que se desliza a lo largo de dos rieles conductores paralelos fijos, como se muestra en la figura 31.8a. Por simplicidad, suponga que la barra tiene una resistencia igual a cero y que la parte fija del circuito tiene una resistencia R . Se aplica un campo magnético uniforme y constante $\vec{B}$ perpendicular al plano del circuito. Conforme se mueve la barra hacia la derecha con una velocidad $\vec{v}$ bajo la influencia de una fuerza aplicada $\vec{F}_{\text{aplicada}}$, las cargas libres en la barra experimentan una fuerza magnética dirigida a lo largo de su longitud. Esta fuerza establece una corriente inducida, ya que las cargas tienen la libertad para moverse en la trayectoria conductora cerrada. En este caso, la rapidez de cambio del flujo magnético a través del circuito y la fem de movimiento correspondiente inducida en la barra en movimiento son proporcionales al cambio de área del circuito.

Dado que en cualquier instante el área encerrada por el circuito es igual a ℓx , donde x es la posición de la barra, el flujo magnético a través de dicha área es

$$\Phi_B = B\ell x$$

Al utilizar la ley de Faraday y observar que x cambia con el tiempo con una rapidez de $dx/dt = v$, encuentre que la fem de movimiento inducida es igual a

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \frac{dx}{dt}$$

Fem de movimiento ►

$$\mathcal{E} = -B\ell v \quad (31.5)$$

En vista de que la resistencia en el circuito es R , la magnitud de la corriente inducida es

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B\ell v}{R} \quad (31.6)$$

En la figura 31.8b aparece el diagrama de circuito equivalente correspondiente a este ejemplo.

Ahora examine el sistema bajo consideraciones energéticas. Ya que el circuito no tiene batería, podría preguntar cuál es el origen de la corriente inducida y de la energía entregada al resistor. Es posible comprender el origen de esta corriente y energía al advertir que la fuerza aplicada realiza trabajo sobre la barra conductora. Por lo tanto, modele el circuito como un sistema no aislado. El movimiento de la barra a través del campo hace que las cargas se muevan a lo largo de la barra con cierta velocidad de arrastre promedio, por eso, se establece una corriente. El cambio en energía en el sistema durante cierto intervalo de tiempo debe ser igual a la transferencia de energía hacia el sistema mediante el trabajo, lo que es consistente con el principio general de conservación de energía descrito por la ecuación 8.2.

Verifique lo anterior en términos matemáticos. Conforme la barra se mueve a través de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, experimenta una fuerza magnética $\vec{F}_B$ de magnitud $I\ell B$ (véase la sección 29.4). Ya que la barra se mueve con una velocidad constante se modela como una partícula en equilibrio y la fuerza magnética debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza aplicada, o a la izquierda en la figura 31.8a. (Si $\vec{F}_B$ actuara en la dirección del movimiento, haría que la barra se acelere, lo que es una violación del principio de conservación de energía). A partir la ecuación 31.6 y de que $F_{\text{aplicada}} = F_B = I\ell B$, encontramos que la potencia entregada por la fuerza aplicada es igual a

$$\mathcal{P} = F_{\text{aplicada}} v = (I\ell B)v = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \quad (31.7)$$

Por la ecuación 27.21, esta potencia de entrada es igual a la rapidez a la cual se entrega energía al resistor.

Pregunta rápida 31.2 En la figura 31.8a, una cierta fuerza aplicada de magnitud F_{aplicada} resulta en una rapidez constante v y una potencia de entrada $\mathcal{P}$. Imagine que se incrementa la fuerza de forma que la rapidez constante de la barra se duplica hasta $2v$. Bajo estas condiciones, cuáles son la fuerza y la potencia de entrada nuevas: a) $2F$ y $2\mathcal{P}$, b) $4F$ y $2\mathcal{P}$, c) $2F$ y $4\mathcal{P}$ y d) $4F$ y $4\mathcal{P}$.

EJEMPLO 31.3

Fuerza magnética que actúa sobre una barra deslizante

La barra conductora ilustrada en la figura 31.9 se mueve sobre dos rieles paralelos sin fricción en presencia de un campo magnético uniforme dirigido hacia la página. La barra tiene masa m y su longitud es ℓ . A la barra se le da una velocidad inicial $\vec{v}_i$ hacia la derecha y se libera en $t = 0$.

A) Con las leyes de Newton encuentre la velocidad de la barra como función del tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Conforme la barra se desliza hacia la derecha (en la figura 31.9) en el circuito, que consiste en la barra, los rieles y el resistor, se establece una corriente en sentido contrario al de las manecillas del reloj. La corriente hacia arriba en la barra resulta en una fuerza magnética hacia la izquierda sobre la barra, como se muestra en la figura. Por lo tanto, la barra debe frenar, de modo que la solución matemática debe demostrar esto.

Categorizar El texto clasifica este problema como uno apropiado para el uso de las leyes de Newton. Modele la barra como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar A partir de la ecuación 29.10, la fuerza magnética es $F_B = -I\ell B$, donde el signo negativo indica que la fuerza es hacia la izquierda. La fuerza magnética es la *única* fuerza horizontal que actúa sobre la barra.

Aplice la segunda ley de Newton a la barra en la dirección horizontal:

Sustituya $I = B\ell v/R$ de la ecuación 31.6:

Reordene la ecuación de modo que todos los casos de la variable v estén a la izquierda y los de t estén a la derecha:

Integre esta ecuación usando la condición inicial $v = v_i$ en $t = 0$ y observe que $(B^2 \ell^2 / mR)$ es una constante:

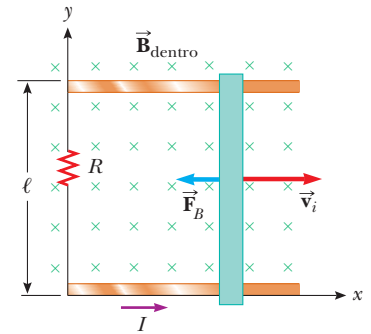


Figura 31.9 (Ejemplo 31.3) A una barra conductora de longitud ℓ sobre dos rieles conductores fijos se le da una velocidad inicial $\vec{v}_i$ hacia la derecha.

$$F_x = ma = m \frac{dv}{dt} = -I\ell B$$

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 \ell^2}{R} v$$

$$\frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2 \ell^2}{mR}\right) dt$$

$$\int_{v_i}^v \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 \ell^2}{mR} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_i}\right) = -\left(\frac{B^2 \ell^2}{mR}\right) t$$

Defina la constante $\tau = mR/B^2\ell^2$ y resuelva para la velocidad:

$$1) \quad v = v_i e^{-t/\tau}$$

Finalizar Esta expresión para v indica que la velocidad de la barra disminuye con el tiempo bajo la acción de la fuerza magnética, como se esperaba a partir de la conceptualización del problema.

B) Demuestre que se encuentra el mismo resultado al usar un planteamiento energético.

SOLUCIÓN

Categorizar El texto de esta parte del problema pide usar un planteamiento energético para la misma situación. Todo el circuito de la figura 31.9 se modela como un sistema aislado.

Finalizar Considere la barra deslizante como un componente del sistema que posee energía cinética, que disminuye porque se transfiere energía *afuera* de la barra mediante transmisión eléctrica a través de los rieles. El resistor es otro componente del sistema que posee energía interna, que se eleva porque se transfiere energía *al* resistor. Ya que la energía no sale del sistema, la rapidez de transferencia de energía afuera de la barra es igual a la rapidez de transferencia de energía al resistor.

Iguale la potencia que entra al resistor con la que sale de la barra:

$$\mathcal{P}_{\text{resistor}} = -\mathcal{P}_{\text{bar}}$$

Sustituya para la potencia eléctrica entregada al resistor y la relación de cambio en el tiempo de energía cinética para la barra:

$$I^2 R = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

Use la ecuación 31.6 para la corriente y realice la derivada:

$$\frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} = -m v \frac{dv}{dt}$$

Reordene términos:

$$\frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2 \ell^2}{mR} \right) dt$$

Finalizar Este resultado es la misma expresión que se encontró en el inciso A).

¿Qué pasaría si? Suponga que quiere aumentar la distancia a través de la cual la barra se mueve entre el tiempo que inicialmente se proyecta y el tiempo cuando en esencia llega al reposo. Puede hacer esto al cambiar una de tres variables: v_i , R o B por un factor de 2 o $\frac{1}{2}$. ¿Cuál variable debe cambiar para maximizar la distancia, y la duplicaría o la reduciría a la mitad?

Respuesta Aumentar v_i haría que la barra se moviera más lejos. Incrementar R reduciría la corriente y por tanto la fuerza magnética, lo que haría que la barra se moviera más lejos. Reducir B reduciría la fuerza magnética y haría que la barra se moviera más lejos. Sin embargo, ¿cuál método es el más efectivo?

Use la ecuación 1) para encontrar por integración la distancia que la barra se mueve:

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = v_i e^{-t/\tau} \\ x &= \int_0^\infty v_i e^{-t/\tau} dt = -v_i \tau e^{-t/\tau} \Big|_0^\infty \\ &= -v_i \tau (0 - 1) = v_i \tau = v_i \left(\frac{mR}{B^2 \ell^2} \right) \end{aligned}$$

Esta expresión demuestra que duplicar v_i o R duplicará la distancia. No obstante, cambiar B en un factor de $\frac{1}{2}$, ¡hace que la distancia sea cuatro veces mayor!

EJEMPLO 31.4**Fem de movimiento inducida en una barra giratoria**

Una barra conductora de longitud ℓ da vueltas con una rapidez angular constante ω en torno a un pivote en un extremo. Un campo magnético uniforme $\vec{B}$ se dirige perpendicular al plano de rotación, como se muestra en la figura 31.10. Encuentre la fem de movimiento inducida entre los extremos de la barra.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La barra giratoria es diferente en naturaleza a la barra deslizante en la figura 31.8. Sin embargo, considere un pequeño segmento de la barra. Se trata de una longitud corta de conductor en movimiento en un campo magnético que tiene una fem generada en ella. Al pensar en cada pequeño segmento como una fuente de fem, se ve que todos los segmentos están en serie y las fem se suman.

Categorizar En términos de la conceptualización del problema, este ejemplo se plantea como en el ejemplo 31.3, con la característica añadida de que los segmentos cortos de la barra viajan en trayectorias circulares.

Analizar Evalúe la magnitud de la fem inducida en un segmento de la barra de longitud dr que tenga una velocidad $\vec{v}$ a partir de la ecuación 31.5:

$$d\mathcal{E} = Bv \, dr$$

Encuentre la fem total entre los extremos de la barra al sumar las fem inducidas a través de todos los segmentos:

$$\mathcal{E} = \int Bv \, dr$$

La rapidez tangencial v de un elemento se relaciona con la rapidez angular ω mediante la correspondencia $v = r\omega$ (ecuación 10.10); use ese hecho e integre:

$$\mathcal{E} = B \int v \, dr = B\omega \int_0^\ell r \, dr = \frac{1}{2}B\omega\ell^2$$

Finalizar En la ecuación 31.5 para una barra deslizante se puede aumentar $\mathcal{E}$ al aumentar B , ℓ o v . Incrementar cualquiera de estas variables por un factor determinado aumenta $\mathcal{E}$ por el mismo factor. Por lo tanto, usted elegiría cualquiera de estas tres variables que sea la más conveniente de aumentar. Sin embargo, para la barra giratoria, hay una ventaja al aumentar la longitud de la barra para elevar la fem, porque ℓ es al cuadrado. Duplicar la longitud le da cuatro veces la fem, mientras que duplicar la rapidez angular sólo duplica la fem.

¿Qué pasaría si? Suponga, después de leer este ejemplo, que da con una brillante idea. Una rueda de la fortuna tiene rayos metálicos entre el centro y el borde circular. Estos rayos se mueven en el campo magnético de la Tierra, de modo que cada rayo actúa como la barra en la figura 31.10. Planea usar la fem generada por la rotación de la rueda de la fortuna para activar los focos de la rueda. ¿Funcionará esta idea?

Respuesta Estime la fem que se genera en esta situación. A partir de la tabla 29.1 se conoce la magnitud del campo magnético de la Tierra: $B = 0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$. Un rayo representativo de una rueda de la fortuna puede tener una longitud del orden de 10 m. Suponga que el periodo de rotación es del orden de 10 s.

Determine la rapidez angular del rayo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10 \text{ s}} = 0.63 \text{ s}^{-1} \sim 1 \text{ s}^{-1}$$

Suponga que las líneas del campo magnético de la Tierra son horizontales en la ubicación de la rueda de la fortuna y perpendiculares a los rayos. Encuentre la fem generada:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{1}{2}B\omega\ell^2 = \frac{1}{2}(0.5 \times 10^{-4} \text{ T})(1 \text{ s}^{-1})(10 \text{ m})^2 \\ &= 2.5 \times 10^{-3} \text{ V} \sim 1 \text{ mV} \end{aligned}$$

Este valor es una fem diminuta, mucho más pequeña que la requerida para operar las lámparas.

Una dificultad adicional se relaciona con la energía. Incluso si supone que puede encontrar lámparas que operen usando una diferencia de potencial del orden de milivolts, un rayo debe ser parte de un circuito para proporcionar un voltaje a las lámparas. En consecuencia, el rayo debe portar una corriente. Ya que este rayo portador de corriente está en un campo magnético, sobre el rayo se ejerce una fuerza magnética en la dirección opuesta a su dirección de movimiento.

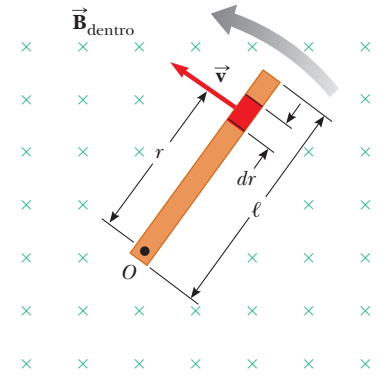


Figura 31.10 (Ejemplo 31.4) Una barra conductora gira en torno a un pivote en un extremo en un campo magnético uniforme que es perpendicular al plano de rotación. Una fem de movimiento se induce a través de los extremos de la barra.

Como resultado, el motor de la rueda de la fortuna debe suministrar más energía para realizar trabajo contra esta fuerza de arrastre magnético. A final de cuentas, el motor debe proporcionar la energía que opere las lámparas, ¡y usted no ha ganado nada de manera gratuita!

31.3 Ley de Lenz

La ley de Faraday (ecuación 31.1) indica que la fem inducida y el cambio en el flujo tienen signos algebraicos opuestos. Lo anterior tiene una interpretación física muy real que ha llegado a ser conocida como la **ley de Lenz**:¹

La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético en el área encerrada por la espira.

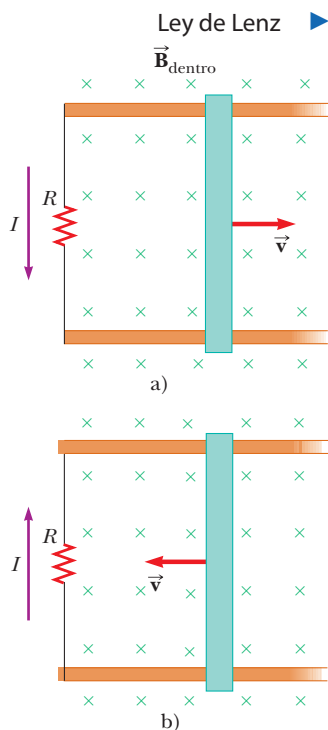


Figura 31.11 a) Mientras la barra conductora se desliza sobre los dos rieles conductores fijos, el flujo magnético debido al campo magnético externo dirigido hacia la página a través del área encerrada por la espira aumenta con el transcurso del tiempo. Según la ley de Lenz, la corriente inducida debe estar en dirección contraria a las manecillas del reloj para producir un campo magnético contrarrestante dirigido hacia afuera de la página. b) Cuando la barra se mueve hacia la izquierda, la corriente inducida debe moverse en el sentido de las manecillas del reloj. ¿Por qué?

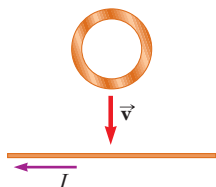


Figura 31.12 (Pregunta rápida 31.3)

Es decir, la corriente inducida tiende a mantener el flujo magnético original a través de la espira por alteración. Ahora se demostrará que esta ley es una consecuencia de la ley de conservación de energía.

Para comprender la ley de Lenz, considere el ejemplo de la barra que se mueve hacia la derecha sobre dos rieles paralelos en presencia de un campo magnético uniforme (el campo magnético *externo*, figura 31.11a). Conforme se mueve la barra hacia la derecha el flujo magnético a través del área encerrada por el circuito se incrementa con el tiempo ya que el área aumenta. La ley de Lenz establece que la corriente inducida debe estar dirigida de forma que el campo magnético que produzca se oponga al cambio en el flujo magnético externo. Ya que el flujo magnético debido a un campo externo dirigido hacia adentro de la página está en aumento, la corriente inducida, si ha de oponerse a este cambio, debe producir un campo dirigido hacia el exterior de la página. En consecuencia, la corriente inducida debe dirigirse en dirección opuesta a las manecillas del reloj cuando la barra se mueve hacia la derecha. (Utilice la regla de la mano derecha para verificar esta dirección.) Si la barra se mueve hacia la izquierda, como en la figura 31.11b, el flujo magnético externo a través del área encerrada por la espira se reduce con el transcurso del tiempo. Ya que el campo está dirigido hacia la página, la dirección de la corriente inducida deberá estar en sentido de las manecillas del reloj si ha de producir un campo que también quede dirigido hacia la página. En cualquiera de los casos, la corriente inducida tiende a mantener el flujo original a través del área encerrada por la espira de corriente.

Ahora examine esta situación a partir de consideraciones de energía. Suponga que a la barra se le da un ligero impulso hacia la derecha. En la explicación anterior, se encontró que este movimiento establece una corriente en la espira en dirección contraria a las manecillas del reloj. ¿Qué pasaría si supone que la corriente está en la dirección de las manecillas del reloj, de forma que la dirección de la fuerza magnética que se ejerce sobre la barra esté dirigida hacia la derecha? Esta fuerza aceleraría la barra e incrementaría su velocidad, lo que a su vez haría que el área encerrada por la espira se incrementara con mayor rapidez, lo cual daría como resultado un incremento en la corriente inducida, provocando un incremento en la fuerza, lo que a su vez produciría un incremento en la corriente, y así sucesivamente. De hecho, el sistema estaría adquiriendo energía sin ninguna entrada de la misma. Sin duda este comportamiento es inconsistente con todas las experiencias y viola la ley de la conservación de la energía. Por lo tanto, la corriente debe ir en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Pregunta rápida 31.3 La figura 31.12 muestra una espira redonda de alambre que cae hacia un alambre que conduce corriente hacia la izquierda. La dirección de la corriente inducida en la espira es a) en sentido de las manecillas del reloj, b) opuesta a las manecillas del reloj, c) cero, d) imposible de determinar.

¹ Desarrollada por el físico alemán Heinrich Lenz (1804-1865).

EJEMPLO CONCEPTUAL 31.5 Aplicación de la ley de Lenz

Se coloca un imán cerca de una espira metálica, como se muestra en la figura 31.13a.

A) Encuentre la dirección de la corriente inducida en la espira cuando el imán se empuja hacia la espira.

SOLUCIÓN

Conforme el imán se mueve a la derecha, hacia la espira, el flujo magnético externo a través de la espira aumenta con el tiempo. Para contrarrestar este aumento en flujo debido a un campo hacia la derecha, la corriente inducida produce su propio campo magnético hacia la izquierda, como se ilustra en la figura 31.13b; por eso, la corriente inducida está en la dirección que se muestra. Al saber que polos magnéticos similares se repelen, se concluye que la cara izquierda de la espira de corriente actúa como un polo norte y la cara derecha actúa como un polo sur.

B) Encuentre la dirección de la corriente inducida en la espira cuando el imán se aleja de la espira.

SOLUCIÓN

Si el imán se mueve hacia la izquierda, como en la figura 31.13c, su flujo a través del área encerrada por la espira disminuye en el tiempo. Ahora la corriente inducida en la espira está en la dirección que se muestra en la figura 31.13d porque esta dirección de corriente produce un campo magnético en la misma dirección que el campo externo. En este caso, la cara izquierda de la espira es un polo sur y la cara derecha es un polo norte.

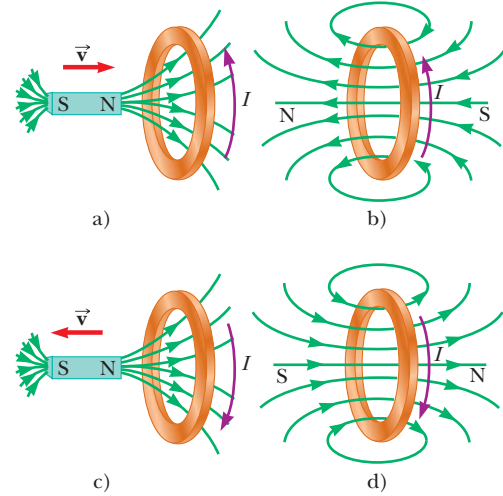


Figura 31.13 (Ejemplo conceptual 31.5) a) Cuando el imán se mueve hacia la espira conductora estacionaria, se induce una corriente en la dirección que se muestra. Las líneas de campo magnético mostradas se deben al imán de barra. b) Esta corriente inducida produce su propio campo magnético dirigido hacia la izquierda, que contrarresta el creciente flujo externo. Las líneas de campo magnético que se muestran se deben a la corriente inducida en el anillo. c) Cuando el imán se mueve alejándose de la espira conductora estacionaria, se induce una corriente en la dirección que se muestra. Las líneas de campo magnético que se muestran son debidas al imán de barra. d) Esta corriente inducida produce un campo magnético que se dirige hacia la derecha y por lo tanto contrarresta el flujo externo decreciente. Las líneas de campo magnético que se muestran son debidas a la corriente inducida en el anillo.

EJEMPLO CONCEPTUAL 31.6 Una espira móvil a través de un campo magnético

Una espira metálica rectangular, con dimensiones ℓ y w y resistencia R , se mueve con rapidez constante v hacia la derecha, como en la figura 31.14a. La espira pasa a través de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ dirigido hacia la página y que se extiende una distancia $3w$ a lo largo del eje x . Defina x como la posición del lado derecho de la espira a lo largo del eje x .

A) Grafique, como función de x , el flujo magnético a través del área encerrada por la espira.

SOLUCIÓN

La figura 31.14b muestra el flujo a través del área encerrada por la espira como función de x . Antes de que la espira entre al campo, el flujo a través de la espira es cero. Conforme la espira entra al campo, el flujo aumenta linealmente con la posición hasta que el borde izquierdo de la espira está justo adentro del campo. Por último, el flujo a través de la espira disminuye linealmente a cero conforme la espira sale del campo.

B) Grafique, como función de x , la fem de movimiento inducida en la espira.

SOLUCIÓN

Antes de que la espira entre al campo, no se induce fem de movimiento en él porque no hay campo presente (figura 31.14c). Conforme el lado derecho de la espira entra al campo, el flujo magnético dirigido hacia la página aumenta. Por lo tanto, de acuerdo

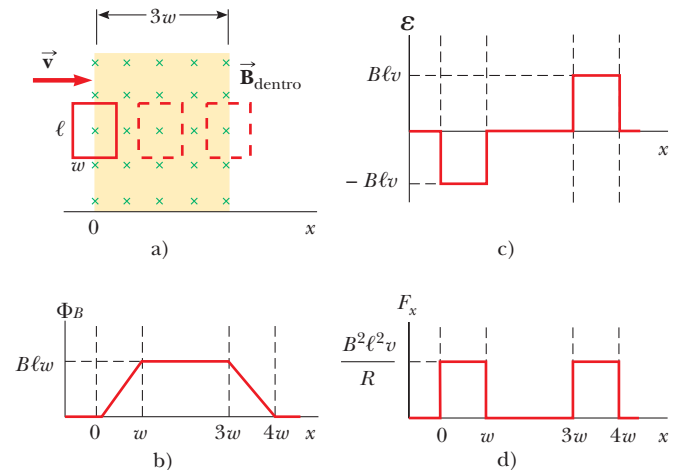


Figura 31.14 (Ejemplo conceptual 31.6) a) Una espira conductora rectangular de ancho w y longitud ℓ que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ a través de un campo magnético uniforme que se extiende una distancia $3w$. b) Flujo magnético a través del área encerrada por la espira como función de la posición de la espira. c) Fem inducida como función de la posición de la espira. d) Fuerza aplicada requerida para velocidad constante como función de la posición de la espira.

con la ley de Lenz, la corriente inducida es contra las manecillas del reloj porque debe producir su propio campo magnético dirigido hacia afuera de la página. La fem de movimiento $-B\ell v$ (de la ecuación 31.5) surge de la fuerza magnética experimentada por las cargas en el lado derecho de la espira. Cuando la espira está completamente en el campo, el cambio en flujo magnético a través de la espira es cero; en consecuencia, la fem de movimiento desaparece. Esto ocurre porque, una vez que el lado izquierdo de la espira entra al campo, la fem de movimiento inducida en él cancela la fem de movimiento presente en el lado derecho de la espira. Conforme el lado derecho de la espira sale del campo, el flujo a través de la espira comienza a disminuir; se induce una corriente en sentido de las manecillas del reloj y la fem inducida es $B\ell v$. Tan pronto como el lado izquierdo sale del campo, la fem disminuye a cero.

C) Grafique, como función de x , la fuerza aplicada externa necesaria para contrarrestar la fuerza magnética y mantener v constante.

SOLUCIÓN

La fuerza externa que se debe aplicar a la espira para mantener este movimiento se grafica en la figura 31.14d. Antes de que la espira entre al campo, ninguna fuerza magnética actúa sobre ella; por eso, la fuerza aplicada debe ser cero si v es constante. Cuando el lado derecho de la espira entra al campo, la fuerza aplicada necesaria para mantener constante la rapidez debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza magnética ejercida sobre dicho lado. Cuando la espira está completamente en el campo, el flujo a través de la espira no cambia con el tiempo. Por eso, la fem inducida neta en la espira es cero y la corriente también es cero. Por lo tanto, no se necesita fuerza externa para mantener el movimiento. Por último, conforme el lado derecho sale del campo, la fuerza aplicada debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza magnética que actúa sobre el lado izquierdo de la espira.

A partir de esta explicación, se concluye que la potencia se suministra sólo cuando la espira está entrando o saliendo del campo. Además, ¡este ejemplo demuestra que la fem de movimiento inducida en la espira puede ser cero aun cuando haya movimiento a través del campo! Una fem de movimiento *sólo* se induce cuando el flujo magnético a través de la espira *cambia en el tiempo*.

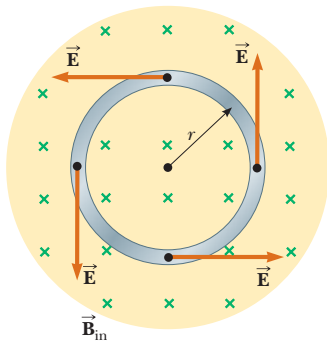


Figura 31.15 Espira conductora de radio r en un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la espira. Si $\vec{B}$ cambia con el transcurso del tiempo, se induce un campo eléctrico en una dirección que es tangente a la circunferencia de la espira.

31.4 Fem inducida y campos eléctricos

Se ha visto que un flujo magnético cambiante induce una fem y una corriente en una espira conductora. Cuando estudió la electricidad, se relacionó una corriente con un campo eléctrico que aplica fuerzas eléctricas sobre partículas con carga. De igual manera, es posible relacionar una corriente inducida en una espira conductora con un campo eléctrico al afirmar que **se produce un campo eléctrico en un conductor como resultado de un flujo magnético cambiante**.

También se observó que la existencia de un campo eléctrico es independiente de la presencia de cualquier carga de prueba. Lo anterior sugiere que incluso en ausencia de una espira conductora, un campo magnético cambiante genera un campo eléctrico en el vacío.

Este campo eléctrico es *no conservativo*, a diferencia del campo electrostático producido por cargas fijas. Para ilustrar lo anterior considere una espira conductora de radio r situada en un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la espira, como en la figura 31.15. Si el campo magnético cambia con el tiempo, según la ley de Faraday (ecuación 31.1), se induce en la espira una fem $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$. La inducción de una corriente en la espira implica la presencia de un campo eléctrico inducido $\vec{E}$, que debe ser tangente a la espira, ya que ésta es la dirección en la cual se mueven las cargas en el alambre en respuesta a la fuerza eléctrica. El trabajo invertido por el campo eléctrico al mover una carga de prueba q una vez alrededor de la espira es igual a $q\mathcal{E}$. Puesto que la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga es $q\vec{E}$, el trabajo invertido por el campo eléctrico para mover la carga una vez alrededor de la espira es $qE(2\pi r)$, siendo $2\pi r$ la circunferencia de la espira. Estas dos expresiones para el trabajo realizado deben ser iguales; por lo tanto,

$$q\mathcal{E} = qE(2\pi r)$$

$$E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r}$$

Con este resultado, además de la ecuación 31.1 y del hecho de que para una espira circular $\Phi_B = BA = B\pi r^2$, el campo eléctrico inducido se puede expresar de la forma

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \quad (31.8)$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 31.2

Campos eléctricos inducidos

No es que exista un campo magnético cambiante en la ubicación del campo eléctrico inducido. En la figura 31.15, incluso una espira externa a la región del campo magnético experimentará un campo eléctrico inducido.

Si se conoce la variación en el tiempo del campo magnético, será fácil calcular el campo eléctrico inducido a partir de la ecuación 31.8.

La fem correspondiente a cualquier trayectoria cerrada puede expresarse como la integral de línea de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ a lo largo de la trayectoria: $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$. En casos más generales, es posible que E no sea constante, y la trayectoria puede no ser circular. Por eso, la ley de la inducción de Faraday, $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$, se puede escribir de la forma general

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (31.9) \quad \leftarrow \text{Ley de Faraday en su forma general}$$

El campo eléctrico inducido $\vec{E}$ de la ecuación 31.9 es un campo no conservativo generado por un campo magnético cambiante. El campo $\vec{E}$ que satisface la ecuación 31.9 no puede ser un campo electrostático, ya que, de serlo, sería conservativo y la integral de línea de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ en una espira cerrada sería igual a cero (véase la sección 25.1) que estaría en contradicción a la ecuación 31.9.

EJEMPLO 31.7

Campo eléctrico inducido por un campo magnético variable en un solenoide

Un largo solenoide de radio R tiene n vueltas de alambre por cada unidad de longitud y porta una corriente variable en el tiempo que varía sinusoidalmente como $I = I_{\text{máx}} \cos \omega t$, donde $I_{\text{máx}}$ es la máxima corriente y ω es la frecuencia angular de la fuente de corriente alternante (figura 31.16).

A) Determine la magnitud del campo eléctrico inducido en el exterior del solenoide a una distancia $r > R$ desde su eje central largo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 31.16 muestra la situación física. Conforme cambia la corriente en las bobinas, imagine un campo magnético cambiante en todos los puntos del espacio, así como un campo eléctrico inducido.

Categorizar Ya que la corriente varía en el tiempo, el campo magnético cambia, lo que conduce a un campo eléctrico inducido que se opone a los campos eléctricos electrostáticos debidos a cargas eléctricas inmóviles.

Analizar Primero considere un punto externo y tome la trayectoria para la integral de línea como un círculo de radio r con centro en el solenoide, como se ilustra en la figura 31.16.

Evalúe el lado derecho de la ecuación 31.9 y note que $\vec{B}$ es perpendicular al círculo acotado por la trayectoria de integración y que su campo magnético sólo existe adentro del solenoide:

Evalúe el campo magnético en el solenoide a partir de la ecuación 30.17:

Sustituya la ecuación 2) en la ecuación 1):

Evalúe el lado izquierdo de la ecuación 31.9 y note que la magnitud de $\vec{E}$ es constante en la trayectoria de integración y $\vec{E}$ es tangente a ella:

Sustituya las ecuaciones 3) y 4) en la ecuación 31.9:

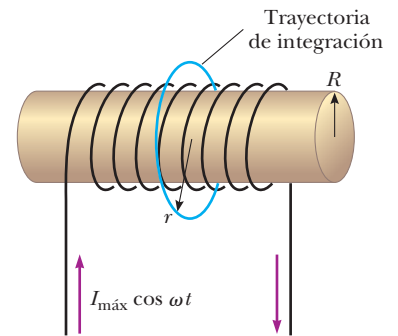


Figura 31.16 (Ejemplo 31.7) Un largo solenoide que porta una corriente variable en el tiempo conocida por $I = I_{\text{máx}} \cos \omega t$. Un campo eléctrico se induce tanto adentro como afuera del solenoide.

$$1) \quad -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} (B\pi R^2) = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$2) \quad B = \mu_0 n I = \mu_0 n I_{\text{máx}} \cos \omega t$$

$$3) \quad -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi R^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \frac{d}{dt} (\cos \omega t) = \pi R^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \omega \sin \omega t$$

$$4) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = E(2\pi r)$$

$$E(2\pi r) = \pi R^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \omega \sin \omega t$$

Resuelva para la magnitud del campo eléctrico:

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\text{máx}} \omega R^2}{2r} \sin \omega t \quad (\text{para } r > R)$$

Finalizar Este resultado muestra que la amplitud del campo eléctrico afuera del solenoide cae como $1/r$ y varía sinusoidalmente con el tiempo. Como aprenderá en el capítulo 34, el campo eléctrico variable en el tiempo produce una aportación adicional al campo magnético. El campo magnético puede ser un poco más intenso de lo que se estableció al principio, tanto adentro como afuera del solenoide. La corrección al campo magnético es pequeña si la frecuencia angular ω es pequeña. No obstante, a altas frecuencias, puede dominar un nuevo fenómeno: los campos eléctrico y magnético, cada uno reconstruyendo al otro, constituyen una onda electromagnética radiada por el solenoide, como se estudiará en el capítulo 34.

B) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido dentro del solenoide, a una distancia r desde su eje?

SOLUCIÓN

Analizar Para un punto interior ($r < R$), el flujo magnético a través de una espira de integración se conoce por $\Phi_B = B\pi r^2$.

$$5) \quad -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

Evalúe el lado derecho de la ecuación 31.9:

$$6) \quad -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi r^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \frac{d}{dt}(\cos \omega t) = \pi r^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \omega \sin \omega t$$

Sustituya la ecuación 2) en la ecuación 5):

$$E(2\pi r) = \pi r^2 \mu_0 n I_{\text{máx}} \omega \sin \omega t$$

Sustituya las ecuaciones 4) y 6) en la ecuación 31.9:

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\text{máx}} \omega}{2} r \sin \omega t \quad (\text{para } r < R)$$

Resuelva para la magnitud del campo eléctrico:

Finalizar Este resultado muestra que la amplitud del campo eléctrico inducido dentro del solenoide por el flujo magnético cambiante a través del solenoide aumenta linealmente con r y varía sinusoidalmente con el tiempo.

31.5 Generadores y motores

Los generadores eléctricos reciben energía mediante trabajo y la transfieren al exterior por medio de una transmisión eléctrica. Para comprender cómo funciona, piense en el **generador de corriente alterna (CA)**. En su forma más simple, está constituido por una espira de alambre que gira en un campo magnético por algún medio externo (figura 31.17a).

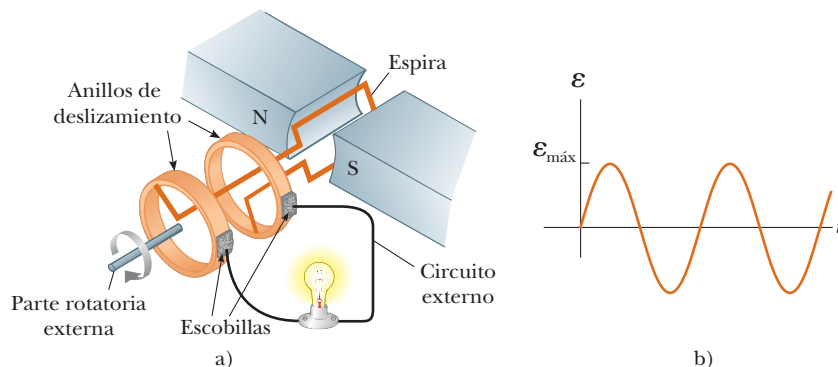


Figura 31.17

- a) Diagrama de un generador de CA. Se induce una fem en una espira que gira en un campo magnético.
b) Fem alternante inducida en la espira graficada en función del tiempo.

En las plantas eléctricas, la energía requerida para hacer girar la espira se puede obtener de una diversidad de fuentes. Por ejemplo, en una planta hidroeléctrica, el movimiento rotatorio se produce por una caída de agua dirigida hacia las aspas de una turbina; en una planta termoeléctrica a base de coque de carbón, la energía liberada al quemar el carbón se utiliza para convertir el agua en vapor y éste es dirigido hacia las aspas de la turbina.

Conforme gira una espira en un campo magnético, el flujo magnético a través del área encerrada por la espira cambia en función del tiempo; esto, de acuerdo con la ley de Faraday, induce una fem así como una corriente en la espira. Los extremos de la espira se conectan a anillos de deslizamiento que giran con ella. Las conexiones de estos anillos, que actúan como terminales de salida del generador al circuito externo, se realizan mediante escobillas inmóviles que están en contacto con ellos.

Suponga que, en lugar de una sola vuelta, la espira tiene N vueltas (una solución más práctica), todas con la misma área A , y giran en un campo magnético con una rapidez angular constante ω . Si θ es el ángulo formado entre el campo magnético y la normal al plano de la espira, como ocurre en la figura 31.18, el flujo magnético a través de la espira para cualquier instante es igual a

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

donde utiliza la correspondencia $\theta = \omega t$ existente entre la posición angular y la rapidez angular (véase la ecuación 10.3 del volumen I). (El reloj se ajusta de manera que $t = 0$ cuando $\theta = 0$.) Por eso, la fem inducida en la bobina es

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NAB \frac{d}{dt} (\cos \omega t) = NAB\omega \sin \omega t \quad (31.10)$$

Este resultado indica que la fem varía de manera senoidal en función del tiempo, tal y como está graficado en la figura 31.17b. Por la ecuación 31.10, la fem máxima tiene como valor

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = NAB\omega \quad (31.11)$$

que se presenta cuando $\omega t = 90^\circ$, o bien, igual a 270° . En otras palabras, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}}$ cuando el campo magnético está en el plano de la bobina y la relación de cambio en el tiempo del flujo es máxima. Además, la fem es igual a cero cuando $\omega t = 0$, o bien igual a 180° , esto es, cuando $\vec{B}$ es perpendicular al plano de la bobina y la relación de cambio con el tiempo del flujo es cero.

La frecuencia de los generadores comerciales existentes en Estados Unidos y Canadá es de 60 Hz, en tanto que en algunas naciones europeas la frecuencia es de 50 Hz. (Recuerde que $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia en hertz.)

Pregunta rápida 31.4 En un generador de CA, una bobina de N vueltas de alambre gira en un campo magnético. Entre las opciones que siguen, ¿cuál es la que *no* causa un incremento en la fem producida en la bobina? a) Reemplazando el alambre de la bobina por uno de menor resistencia, b) haciendo que la bobina gire con mayor rapidez, c) incrementando el campo magnético, o d) incrementando el número de vueltas de alambre en la bobina.

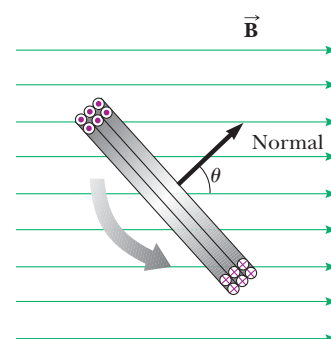


Figura 31.18 Espira que encierra un área A y que tiene N vueltas, girando con una velocidad angular constante ω en un campo magnético. La fem inducida en la espira varía senoidalmente con el tiempo.

EJEMPLO 31.8

Fem inducida en un generador

La bobina en un generador CA consiste en ocho vueltas de alambre, cada una de área $A = 0.0900 \text{ m}^2$, y la resistencia total del alambre es de 12.0Ω . La bobina da vueltas en un campo magnético de 0.500 T con una frecuencia constante de 60.0 Hz .

A) Encuentre la máxima fem inducida en la bobina.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 31.17 para asegurarse de que entiende la operación de un generador CA.

Categorizar Se evalúan los parámetros usando ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 31.11 para encontrar la máxima fem inducida:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = NAB\omega = NAB(2\pi f)$$

Sustituya valores numéricos:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = 8(0.090 \text{ m}^2)(0.500 \text{ T})(2\pi)(60.0 \text{ Hz}) = 136 \text{ V}$$

B) ¿Cuál es la máxima corriente inducida en la bobina cuando las terminales de salida se conectan a un conductor de baja resistencia?

SOLUCIÓN

Use la ecuación 27.7 y el resultado de la parte A):

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} = \frac{136 \text{ V}}{12.0 \Omega} = 11.3 \text{ A}$$

El **generador de corriente directa (CD)** se explica en la figura 31.19a. Por ejemplo, estos generadores se utilizan en automóviles antiguos para cargar la batería. Los componentes son esencialmente los mismos que los de un generador de CA, excepto que los contactos con la bobina giratoria se fabrican utilizando un anillo dividido que se conoce como *conmutador*.

En esta configuración, el voltaje de salida tiene siempre la misma polaridad y pulsos con el tiempo, como se observa en la figura 31.19b. Comprenderá lo anterior al advertir que los contactos que se hacen con el anillo dividido invierten sus roles cada medio ciclo. Al mismo tiempo, la polaridad de la fem inducida se invierte; por esto la polaridad del anillo dividido (que es la misma que la polaridad del voltaje de salida) se conserva igual.

Una CD pulsante no es adecuada para la mayor parte de las aplicaciones. Para obtener una corriente que sea CD, los generadores de CD utilizan muchas bobinas y conmutadores distribuidos de forma que los pulsos senoidales de las diversas bobinas queden fuera de fase. Cuando estos pulsos se superponen, la salida de CD está prácticamente libre de fluctuaciones.

Los **motores** son dispositivos en los que se transfiere energía mediante transmisión eléctrica y de los cuales se transfiere energía hacia afuera en forma de trabajo. En esencia, un motor es un generador que funciona a la inversa. En vez de generar una corriente mediante el giro de una espira, una batería suministra corriente a la bobina, y el momento de torsión que actúa en la bobina conductora de corriente hace que ésta gire (sección 29.5).

Se puede consumir trabajo mecánico útil si se une la espira rotatoria con algún dispositivo externo. Sin embargo, cuando la bobina gira en un campo magnético, el flujo magnético cambiante induce una fem en la bobina; la fem inducida siempre actuará para reducir la corriente en la bobina. De no ser así, se hubiera violado la ley de Lenz. La fuerza contraelectromotriz aumenta en magnitud conforme se incrementa la rapidez de rotación de la bobina. (El término *fuerza contraelectromotriz* se utiliza para indicar que una fem tiene tendencia a reducir la corriente suministrada.) Ya que el voltaje disponible para el suministro de la corriente es igual a la diferencia entre el voltaje de alimentación y la fuerza contraelectromotriz, la corriente que pasa por la espira rotatoria queda limitada por esta última.

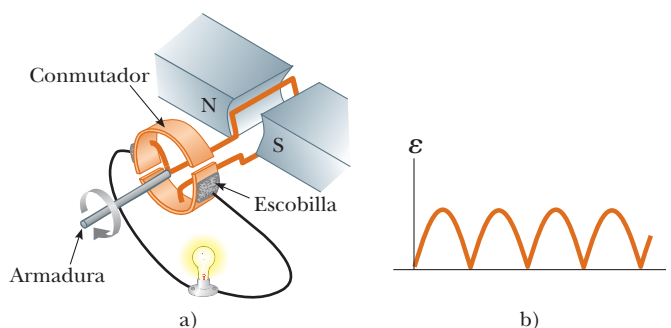


Figura 31.19

a) Diagrama esquemático de un generador de CD. b) La magnitud de la fem varía con el transcurso del tiempo, pero sin que nunca cambie la polaridad.

Cuando se activa un motor, inicialmente no existe fuerza contraelectromotriz y la corriente resulta muy grande porque está limitada únicamente por la resistencia de la bobina. Conforme la bobina empieza a girar, la fuerza contraelectromotriz inducida se opone al voltaje aplicado, reduciendo así la corriente en la bobina. Si la carga mecánica se incrementa, el motor reduce su velocidad, lo que provoca una reducción de la fuerza contraelectromotriz. Esta reducción de la fuerza contraelectromotriz incrementa la corriente en la bobina y en consecuencia también aumenta la potencia necesaria suministrada de la fuente externa de voltaje. Por esta causa, las necesidades de energía para administrar un motor son mayores con cargas pesadas que con cargas ligeras. Si se le permite al motor participar sin carga mecánica, la fuerza contraelectromotriz reduce la corriente a un valor sólo lo suficientemente grande para cubrir las pérdidas de energía debidas a la energía interna y a la fricción. Si una carga pesada detiene el motor de forma que ya no pueda girar, la falta de una fuerza contraelectromotriz puede llevar a un nivel peligrosamente alto de corriente en el alambre del motor. Esta situación es peligrosa, y se explora en la sección **¿Qué pasaría si?** del ejemplo 31.9.

El desarrollo de los *sistemas de impulsión híbridos* se ve en la aplicación actual de los motores en los automóviles. En éstos se combinan una máquina a gasolina y un motor eléctrico para incrementar la economía de combustible del vehículo y reducir sus emisiones. La figura 31.20 muestra el cofre del Toyota Prius, uno entre el reducido número de automóviles híbridos disponibles en Estados Unidos. En este automóvil la potencia enviada a las ruedas puede venir ya sea del motor a gasolina o del motor eléctrico. En conducción normal, el motor eléctrico acelera al vehículo a partir del reposo hasta que se mueve a una rapidez aproximada de 15 millas/h (24 km/h). Durante este periodo de aceleración, no funciona la máquina, por lo que no se utiliza combustible y no hay emisiones. Con magnitudes de velocidad altas, el motor y la máquina funcionan juntos de tal manera que la máquina funciona siempre con o cerca de su rapidez más eficiente. El resultado es un rendimiento significativamente más alto con gasolina diferente del obtenido por un automóvil tradicional impulsado con gasolina. Cuando frena un vehículo híbrido, el motor actúa como generador y regresa parte de la energía cinética del vehículo hacia la batería como energía almacenada. En un vehículo normal, esta energía cinética simplemente se pierde al transformarse en energía interna en los frenos y en la superficie del pavimento.



Figura 31.20 Compartimiento de motor del Toyota Prius, un vehículo híbrido.

EJEMPLO 31.9

Corriente inducida en un motor

Un motor contiene una bobina con una resistencia total de $10\ \Omega$ producida por un voltaje de 120 V. Cuando el motor funciona a su máxima rapidez, la fuerza contraelectromotriz es de 70 V.

A) Encuentre la corriente en la bobina en el instante en que el motor se enciende.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en el motor justo después de que se enciende. Todavía no se mueve, de modo que no hay fuerza contraelectromotriz generada. Como resultado, la corriente en el motor es alta. Después de que el motor comienza a girar, se genera una fuerza contraelectromotriz y la corriente disminuye.

Categorizar Necesita combinar la nueva comprensión de los motores con la correspondencia entre corriente, voltaje y resistencia.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{120\ \text{V}}{10\ \Omega} = 12\ \text{A}$$

Analizar Evalúe la corriente en la bobina a partir de la ecuación 27.7 sin fuerza contraelectromotriz generada:

B) Encuentre la corriente en la bobina cuando el motor alcanza máxima rapidez.

SOLUCIÓN

$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{contra}}}{R} = \frac{120\ \text{V} - 70\ \text{V}}{10\ \Omega} = \frac{50\ \text{V}}{10\ \Omega} = 5.0\ \text{A}$$

Evalúe la corriente en la bobina con la máxima fuerza contraelectromotriz generada:

Finalizar La corriente extraída por el motor cuando funciona a su máxima rapidez es significativamente menor que la extraída antes de que comience a girar.

¿Que pasaría si? Suponga que este motor está en una sierra circular. Cuando funciona la sierra, el aspa se atasca en un trozo de madera y el motor no puede girar. ¿En qué porcentaje aumenta la potencia de entrada del motor cuando está atascado?

Respuesta Es posible que haya tenido experiencias cotidianas con motores que se calientan cuando algo evita que giren. Esto se debe al aumento de potencia de entrada al motor. La mayor rapidez de transferencia de energía resulta en un aumento en la energía interna de la bobina, un efecto indeseable.

Establezca la proporción de la potencia de entrada al motor cuando se atasca, que es la calculada en el inciso A), a la que se presenta cuando no está atascado, inciso B):

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{atascado}}}{\mathcal{P}_{\text{no atascado}}} = \frac{I_A^2 R}{I_B^2 R} = \frac{I_A^2}{I_B^2}$$

Al sustituir valores numéricos se obtiene

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{atascado}}}{\mathcal{P}_{\text{no atascado}}} = \frac{(12 \text{ A})^2}{(5.0 \text{ A})^2} = 5.76$$

¡que representa un aumento de 476% en la potencia de entrada! Tan alta potencia de entrada hace que la bobina se caliente y se dañe.

31.6 Corrientes de Eddy

Como se ha comprendido, en un circuito se induce una fem y una corriente debido a la presencia de un flujo magnético cambiante. De la misma manera, se inducen corrientes circulantes, conocidas como **corrientes de Eddy** en piezas voluminosas de metal que se mueven a través de un campo magnético. Este fenómeno se demuestra si se deja una placa plana de cobre o de aluminio unida al extremo de una barra rígida en oscilación a través de un campo magnético (figura 31.21). Conforme la placa entra en el campo, el flujo magnético cambiante induce una fem en ella, la cual, a su vez, hace que los electrones libres presentes en la placa se muevan, produciendo corrientes de Eddy en remolino. De acuerdo con la ley de Lenz, la dirección de las corrientes de Eddy es tal que genera campos magnéticos que se oponen al cambio que causan dichas corrientes. Por esta causa, las corrientes de eddy deben producir polos magnéticos efectivos sobre la placa, que son repelidos por los polos del imán; esto da lugar a una fuerza de repulsión que se opone al movimiento de la placa. (Si lo contrario fuera verdadero, la placa se aceleraría y su energía se incrementaría después de cada oscilación, lo que violaría la ley de conservación de energía.)

Como se indica en la figura 31.22a, con $\vec{B}$ dirigido hacia el interior de la página, la corriente de eddy inducida va en dirección opuesta a las manecillas del reloj conforme la placa oscilante entra en el campo en la posición 1, debido a que se está incrementando el flujo causado por el campo magnético externo hacia el interior de la página a través de la placa. Por esto, según la ley de Lenz, la corriente inducida debe proveer su propio campo magnético hacia el exterior de la página. Lo opuesto ocurre conforme la placa sale del campo en la posición 2, donde la corriente está en el sentido de las manecillas del reloj. Ya que las corrientes de Eddy inducidas siempre producen una fuerza magnética de retardo $\vec{F}_B$ cuando la placa entra o sale del campo, la placa oscilante finalmente regresa a una posición de reposo.

Si, como se muestra en la figura 31.22b, se abren ranuras en la placa, se reducen las corrientes de Eddy y la fuerza de retardo correspondiente de manera importante. Comprenderá lo anterior al darse cuenta de que los cortes en la placa impiden la formación de largas espiras de corriente.

Los sistemas de frenado en muchos trenes subterráneos y trolebuses aprovechan la inducción electromagnética y las corrientes de Eddy. Un electroimán unido al tren está colocado cerca de los rieles de acero. (En esencia, un electroimán es un solenoide con núcleo de hierro.) El efecto de freno se presenta cuando se hace pasar una corriente muy grande por el electroimán. El movimiento relativo existente entre el imán y los rieles induce en éstos corrientes de Eddy, y la dirección de estas corrientes produce una fuerza de arrastre sobre el tren en movimiento. Ya que estas corrientes disminuyen uniformemente en magnitud al disminuir la velocidad del tren, el efecto de frenado es muy suave. Como

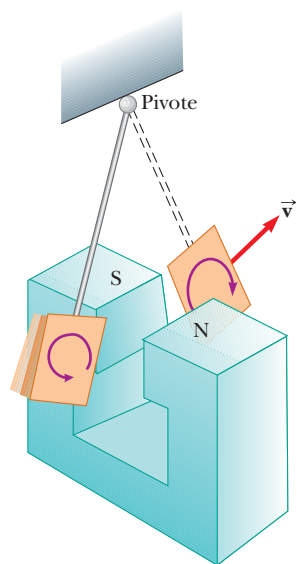
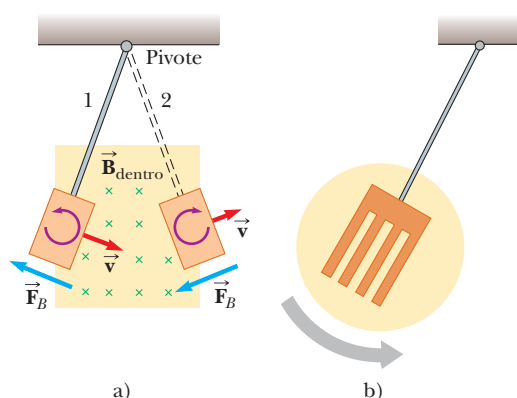


Figura 31.21 Formación de corrientes parásitas o de eddy en una placa conductora que se mueve a través de un campo magnético. Como la placa entra o sale del campo, el flujo magnético cambiante induce una fem, que es la que genera corrientes de eddy en la placa.

**Figura 31.22**

a) Conforme la placa conductora entra en el campo (posición 1), las corrientes de Eddy giran en sentido contrario a las manecillas del reloj. Conforme la placa sale del campo (posición 2), las corrientes giran en sentido de las manecillas del reloj. En cualquiera de los casos, la fuerza sobre la placa es opuesta a la velocidad y finalmente la placa alcanza el reposo. b) Cuando se ranura la placa conductora, las corrientes de eddy se reducen y la placa oscila con mayor libertad a través del campo magnético.

medida de seguridad, algunas herramientas eléctricas las utilizan para detener rápidamente las aspas en rotación una vez apagado el dispositivo.

Con frecuencia, este tipo de corrientes son indeseables, ya que representan una transformación de energía mecánica en energía interna. A fin de reducir esta pérdida de energía, a menudo las piezas conductoras se fabrican laminadas, es decir, con capas delgadas de material separadas por otro material no conductor, como por ejemplo las lacas o algún óxido metálico. Esta estructura en capas evita espiras de corriente grandes y limita de manera efectiva las corrientes a espiras pequeñas en cada capa individual. Estas estructuras laminadas se usan en los núcleos de los transformadores (véase la sección 33.8) y en los motores para minimizar las corrientes de eddy y, por consiguiente, incrementar la eficiencia de dichos dispositivos.

Pregunta rápida 31.5 En balanzas de brazos iguales de principios del siglo xx (figura 31.23), se puede observar que de uno de los brazos cuelga una hoja de aluminio que pasa entre los polos de un imán, lo que causa el rápido decaimiento de las oscilaciones de la balanza. De no tener este frenado magnético, las oscilaciones podrían continuar durante un tiempo considerable, por lo que el investigador tendría que esperar para conseguir una lectura. Las oscilaciones se amortiguan porque a) la hoja de aluminio es atraída hacia el imán, b) las corrientes en la hoja de aluminio establecen un campo magnético que se opone a las oscilaciones, o c) el aluminio es un material paramagnético.

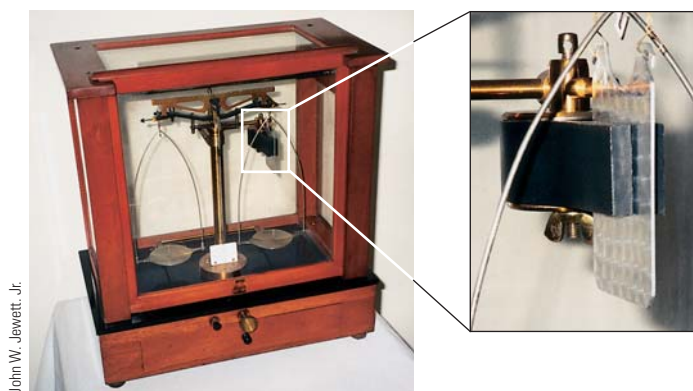


Figura 31.23 (Pregunta rápida 31.5) En una antigua balanza de brazos iguales, una hoja de aluminio cuelga entre los polos de un imán.

Resumen

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Ley de inducción de Faraday afirma que la fem inducida en una espiral es directamente proporcional a la relación de cambio en el tiempo del flujo magnético a través de la espira, o bien

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (31.1)$$

donde $\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$ es el flujo magnético a través de la espira.

La **ley de Lenz** afirma que la corriente inducida y la fem inducida en un conductor están en una dirección tal que establecen un campo magnético que se opone al cambio que los produce.

Una forma general de la **ley de inducción de Faraday** es

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (31.9)$$

donde $\vec{E}$ es el campo eléctrico no conservativo que se produce mediante el flujo magnético cambiante.

Cuando una barra conductora de longitud ℓ se mueve con una velocidad $\vec{v}$ a través de un campo magnético $\vec{B}$, donde $\vec{B}$ es perpendicular a la barra y a $\vec{v}$, la **fem de movimiento** inducida en la barra es

$$\mathcal{E} = -B\ell v \quad (31.5)$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

- ¿Cuál es la diferencia entre flujo magnético y campo magnético?
- O La figura P31.2 es una gráfica del flujo magnético a través de cierta bobina de alambre como función del tiempo, durante un intervalo mientras el radio de la bobina aumenta, la bobina da vueltas a través de 1.5 revoluciones y la fuente externa del campo magnético se apaga, en ese orden. Clasifique la fuerza electromotriz inducida en la bobina en los instantes marcados del A al F, del mayor valor positivo al valor negativo de mayor magnitud. En su clasificación anote cualquier caso de igualdad y también cualquier instante cuando la fem sea cero.

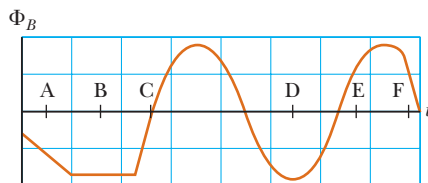


Figura P31.2

- O Una bobina plana de alambre se coloca en un campo magnético uniforme que está en la dirección y. i) El flujo magnético a través de la bobina es un máximo si la bobina está a) en el plano xy, b) en el plano xy o en el yz, c) en el plano xz, d) en cualquier orientación, porque es una constante. ii) ¿Para qué orientación el flujo es cero? Elija la mejor respuesta entre las mismas posibilidades.
- O Una bobina cuadrada y plana de alambre se jala con velocidad constante a través de una región de campo magnético uniforme dirigido perpendicular al plano de la bobina, como se muestra en la figura P31.4. i) ¿Se induce corriente en la

bobina? a) Sí, en el sentido de las manecillas del reloj, b) sí, en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, c) no. ii) ¿En la bobina se presenta separación de carga? a) Sí, con la parte superior positiva, b) sí, con la parte superior negativa, c) no.

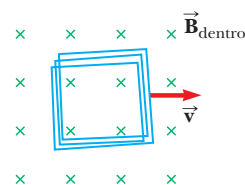


Figura P31.4 Preguntas 4 y 6.

- La barra de la figura P31.5 se mueve sobre rieles hacia la derecha con una velocidad $\vec{v}$, y el campo magnético constante y uniforme está dirigido hacia el exterior de la página. ¿Por qué la corriente inducida está en el sentido de las manecillas del reloj? Si la barra se estuviera moviendo hacia la izquierda, ¿cuál sería la dirección de la corriente inducida?

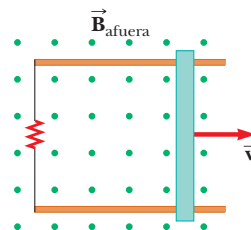


Figura P31.5 Preguntas 5 y 6.

- O i) Conforme la bobina cuadrada de alambre en la figura P31.4 se mueve perpendicular al campo, ¿se requiere una fuerza externa para mantenerla en movimiento con rapidez constante? ii) Responda la misma pregunta para la barra en la

figura P31.5. **iii)** Responda la misma pregunta para la barra en la figura P31.6.

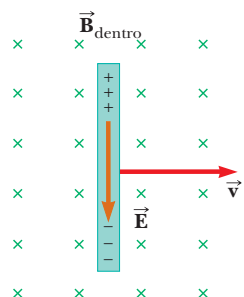


Figura P31.6

7. En una presa hidroeléctrica, ¿cómo se produce energía que después se transfiere mediante transmisión eléctrica? Es decir: ¿cómo la energía de movimiento del agua se convierte en energía que se transmite mediante electricidad CA?
8. Una pieza de aluminio se deja caer verticalmente hacia abajo entre los polos de un electroimán. ¿El campo magnético afecta la velocidad del aluminio?
9. **O** ¿Qué sucede con la amplitud de la fem inducida cuando se duplica la rapidez de rotación de una bobina de un generador? a) Es cuatro veces mayor. b) Es dos veces mayor. c) No cambia. d) Se vuelve la mitad. e) Se vuelve $\frac{1}{4}$.
10. Cuando se cierra el interruptor de la figura P31.10a, se establece una corriente en la bobina y el anillo metálico salta hacia arriba (figura P31.10b). Explique este comportamiento.

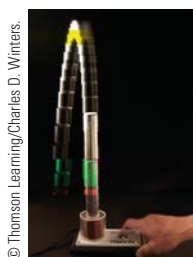
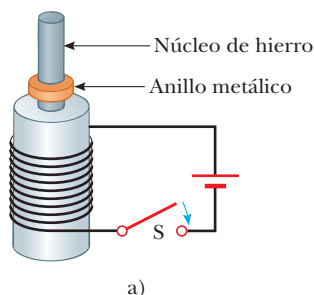


Figura P31.10 Preguntas 10 y 11.

11. Suponga que la batería de la figura P31.10a es reemplazada por una fuente de CA y que el interruptor sigue cerrado. Si se mantiene así, el anillo metálico que está encima del solenoide se calienta. ¿Por qué?

12. **O** Un imán de barra mantiene una orientación vertical sobre una espira de alambre que yace en un plano horizontal, como se muestra en la figura P31.12. El polo sur del imán está en el extremo inferior, más cerca de la espira de alambre. El imán se deja caer hacia la espira. **i)** Mientras el imán cae hacia la espira, ¿cuál es la dirección de corriente en el resistor? a) A la izquierda, b) a la derecha, c) no hay corriente, d) hacia izquierda y derecha, e) hacia abajo. **ii)** Después de que el imán pasa a través del lazo y se aleja de él, ¿cuál es la dirección de la corriente en el resistor? Elija entre las mismas posibilidades. **iii)** Ahora suponga que el imán, que produce un campo simétrico, se mantiene en una orientación horizontal y luego se deja caer. Mientras se aproxima a la espira, ¿cuál es la dirección de la corriente en el resistor? Elija entre las mismas posibilidades.

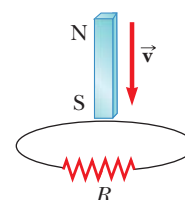


Figura P31.12

13. **O** ¿Cuál es la dirección de la corriente en el resistor de la figura P31.13 **i)** en un instante inmediatamente después de que el interruptor se cierra, **ii)** después de que el interruptor se cierra durante varios segundos y **iii)** en un instante después de que el interruptor se abre? Elija cada respuesta entre estas posibilidades: a) izquierda, b) derecha, c) a izquierda y derecha, d) la corriente es cero.

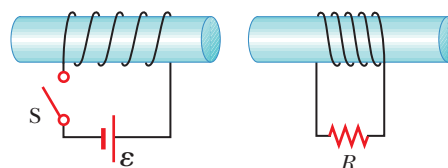


Figura P31.13

14. En la sección 7.7 se definen las fuerzas conservativas y no conservativas. En el capítulo 23 se afirmó que una carga eléctrica produce un campo eléctrico que produce una fuerza conservativa. Ahora argumente que la inducción genera un campo eléctrico que produce una fuerza no conservativa.

Problemas

Sección 31.1 Ley de inducción de Faraday

Sección 31.3 Ley de Lenz

1. La *estimulación magnética transcraneal* es una técnica no agresiva que se usa para estimular regiones del cerebro humano. Una

pequeña bobina se coloca en el cuero cabelludo, y una breve explosión de corriente en la bobina produce un campo magnético que cambia rápidamente dentro del cerebro. La fem inducida puede estimular actividad neuronal. a) Uno de tales dispositivos genera un campo magnético hacia arriba dentro

del cerebro que se eleva de cero a 1.50 T en 120 ms. Determine la fem inducida en torno a un círculo horizontal de tejido de 1.60 mm de radio. b) **¿Qué pasaría si?** A continuación el campo cambia a 0.500 T hacia abajo en 80.0 ms. ¿Cómo se compara la fem inducida en este proceso con el inciso a)?

- Una espira plana de alambre formada por una sola vuelta de 8.00 cm^2 de área de sección transversal es perpendicular a un campo magnético que aumenta uniformemente de magnitud de 0.500 T a 2.50 T en 1.00 s. ¿Cuál es la corriente inducida resultante si la espira tiene una resistencia de 2.00Ω ?
- Una bobina circular de 25 vueltas tiene un diámetro de 1.00 m. Está colocada con su eje orientado en la dirección del campo magnético de la Tierra de valor $50.0 \mu\text{T}$, y después de 0.200 s se le hace girar 180° . ¿De qué magnitud es la fem promedio generada en la bobina?
- Su profesor de física le pide ayuda para montar una demostración de la ley de Faraday para la clase. Como se muestra en la figura P31.4, el aparato consiste en un fuerte imán permanente que produce un campo de 110 mT entre sus polos, una bobina de 12 vueltas de 2.10 cm de radio unido en un marco de madera con una manija, algunos alambres conectores flexibles y un amperímetro. La idea es jalar la bobina desde el centro del campo magnético tan rápidamente como pueda y leer la corriente promedio registrada en el medidor. La resistencia equivalente de la bobina, terminales y medidor es de 2.30Ω . Usted puede sacar la bobina del campo en aproximadamente 180 ms. El amperímetro tiene una sensibilidad de tamaño natural de $1000 \mu\text{A}$. a) ¿Este medidor es lo suficientemente sensible para mostrar claramente la corriente inducida? Explique su razonamiento. b) ¿El medidor en el diagrama registra una corriente positiva o negativa? Explique su razonamiento.

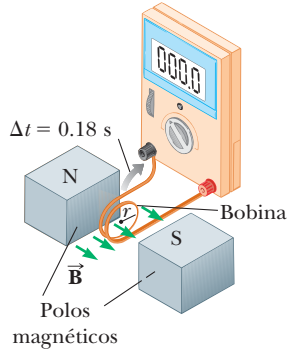


Figura P31.4

- Una espira rectangular de área A se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira. Se le permite al campo variar su magnitud en el tiempo, según la expresión $B = B_{\text{máx}} e^{-t/\tau}$ donde tanto $B_{\text{máx}}$ como τ son constantes. El campo tiene para $t < 0$ un valor constante $B_{\text{máx}}$. a) Utilice la ley de Faraday para demostrar que la fem inducida en la espira se conoce por

$$\mathcal{E} = \frac{AB_{\text{máx}}}{\tau} e^{-t/\tau}$$

- Obtenga un valor numérico para $\mathcal{E}$ en $t = 4.00 \text{ s}$ cuando $A = 0.160 \text{ m}^2$, $B_{\text{máx}} = 0.350 \text{ T}$ y $\tau = 2.00 \text{ s}$. c) Para los valores de A , $B_{\text{máx}}$ y τ del inciso b), ¿cuál es el valor máximo de $\mathcal{E}$?
- Para monitorear la respiración de un paciente de hospital, un cinturón delgado se ciñe alrededor del pecho del paciente. El cinturón es una bobina de 200 vueltas. Cuando el paciente inhala, el área encerrada por la bobina aumenta en 39.0 cm^2 .

La magnitud del campo magnético de la Tierra es de $50.0 \mu\text{T}$ y forma un ángulo de 28.0° con el plano de la bobina. Si supone que un paciente tarda 1.80 s en inhalar, encuentre la fem inducida promedio en la bobina durante este intervalo de tiempo.

- Un fuerte electroimán produce un campo magnético uniforme de 1.60 T sobre una área de sección transversal de 0.200 m^2 . Una bobina que tiene 200 vueltas y una resistencia total de 20.0Ω se coloca alrededor del electroimán. Después se reduce de manera uniforme la corriente en el electroimán, hasta que alcanza cero en 20.0 ms. ¿Cuál es la corriente inducida en la bobina?
- Una espira de alambre en forma de rectángulo de ancho w y de longitud L y un alambre largo y recto que conduce una corriente I yacen sobre una mesa como se muestra en la figura P31.8. a) Determine el flujo magnético a través de la espira debido a la corriente I . b) Suponga que la corriente cambia con el tiempo según la ecuación $I = a + bt$, donde a y b son constantes. Determine la fem inducida en la espira si $b = 10.0 \text{ A/s}$, $h = 1.00 \text{ cm}$, $w = 10.0 \text{ cm}$ y $L = 100 \text{ cm}$. ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en el rectángulo?

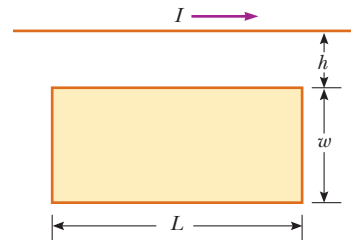


Figura P31.8 Problemas 8 y 67.

- Un anillo de aluminio de 5.00 cm de radio y $3.00 \times 10^{-4} \Omega$ de resistencia se coloca en el extremo de un solenoide largo de núcleo de aire, con 1000 vueltas por cada metro y 3.00 cm de radio como se muestra en la figura P31.9. Suponga que el componente axial del campo producido por dicho solenoide es sólo la mitad de intenso en toda el área del extremo del solenoide que el correspondiente en el centro del mismo. Además suponga que el solenoide produce un campo despreciable fuera de su área de sección transversal. La corriente en el solenoide se incrementa con una proporción de 270 A/s. a) ¿Cuál es la corriente inducida en el anillo? En el centro de éste, ¿cuáles son b) la magnitud y c) la dirección del campo magnético producido por la corriente inducida?

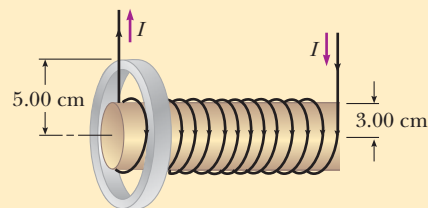


Figura P31.9 Problemas 9 y 10.

- Un anillo de aluminio de radio r_1 y de resistencia R se coloca alrededor del extremo de un solenoide largo con núcleo de aire con n vueltas por cada metro y con un radio menor r_2 , como el que se muestra en la figura P31.9. Suponga que el componente axial del campo producido por el solenoide en el área correspondiente al extremo de éste es la mitad de intenso que en el centro del mismo. También suponga que el solenoide pro-

duce un campo despreciable por fuera de su área de sección transversal. La corriente en el solenoide se incrementa en una proporción de $\Delta I/\Delta t$. a) ¿Cuál es la corriente inducida en el anillo? b) En el centro del anillo, ¿cuál es el campo magnético producido por la corriente inducida en él? c) ¿Cuál es la dirección de este campo?

11. Un solenoide largo con un radio de 2.00 cm y de 1.0×10^3 vueltas/metro (figura P31.11) está rodeado por una bobina con un radio de 10 cm y de 15 vueltas. La corriente en el solenoide cambia según la expresión $I = (5.00 \text{ A}) \sin(120t)$. Encuentre la fem inducida en la bobina de 15 vueltas en función del tiempo.

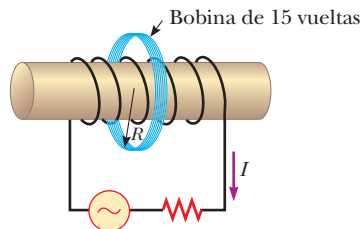


Figura P31.11

12. Dos bobinas circulares se encuentran en el mismo plano. La siguiente ecuación describe la fem inducida en la bobina más pequeña por una corriente cambiante en la bobina más grande. a) Calcule esta fem. b) Escriba el enunciado de un problema, que incluya datos para los que la ecuación dé la solución.

$$\mathcal{E} = -20 \frac{d}{dt} \left[\frac{130 \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right) \left(3 \text{ A} - \frac{(6 \text{ A})t}{13 \times 10^{-6} \text{ s}} \right)}{2(0.40 \text{ m})} \pi (0.03 \text{ m})^2 \cos 0^\circ \right]$$

13. Encuentre la corriente a través de la sección PQ de longitud $a = 65.00 \text{ cm}$ de la figura P31.13. El circuito está inmerso en un campo magnético cuya magnitud varía con el tiempo según la expresión $B = (1.00 \times 10^{-3} \text{ T/s})t$. Suponga que la resistencia por cada longitud del alambre es de $0.100 \Omega/\text{m}$.

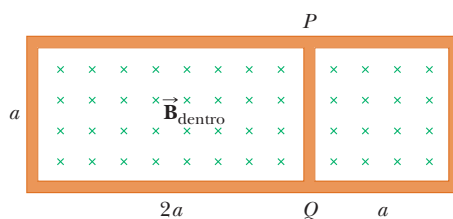


Figura P31.13

14. Una bobina circular de 30 vueltas con un radio de 4.00 cm y una resistencia de 1.00Ω se coloca en un campo magnético con dirección perpendicular al plano de la bobina. La magnitud del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $B = 0.010 0t + 0.040 0t^2$, donde t se mide en segundos y B en teslas. Calcule la fem inducida en la bobina en $t = 5.00 \text{ s}$.
15. Un solenoide largo tiene $n = 400$ vueltas por cada metro y lleva una corriente conocida por $I = (30.0 \text{ A}) (1 - e^{-1.60t})$. En el interior del solenoide, colocada en forma coaxial con el mismo se encuentra una bobina que tiene un radio de 6.00 cm y está formada por $N = 250$ vueltas de alambre delgado (figura P31.15). ¿Cuál es la fem inducida en la bobina por la corriente cambiante?

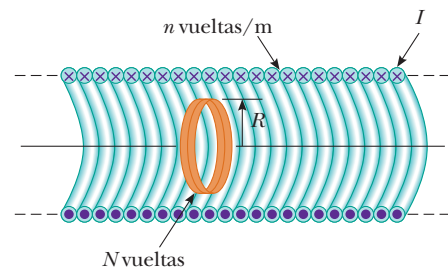


Figura P31.15

16. ● Cuando un alambre conduce una corriente CA de frecuencia conocida, es posible utilizar una bobina Rogowski para determinar la amplitud $I_{\text{máx}}$ de la corriente sin desconectar el alambre para desviar la corriente por un medidor. La bobina Rogowski que se muestra en la figura P31.16, simplemente se sujeta alrededor del alambre. Está constituida de un conductor toroidal enroscado alrededor de una cuerda circular de regreso. El toroide tiene n vueltas por cada unidad de longitud a lo largo de ella y un área de sección transversal A . La corriente que se va a medir está dada por $I(t) = I_{\text{máx}} \sin \omega t$. a) Demuestre que la amplitud de la fem inducida en la bobina Rogowski es $\mathcal{E}_{\text{máx}} = \mu_0 n A \omega I_{\text{máx}}$. b) Explique la causa por la cual el alambre que conduce la corriente desconocida no necesita estar en el centro de la bobina Rogowski, así como por qué la bobina no responderá a corrientes cercanas que no estén dentro de ella.

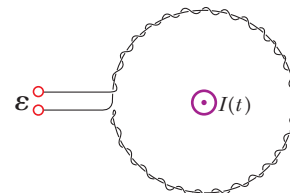


Figura P31.16

17. Una bobina formada por 50 vueltas de alambre en forma de cuadrado, se coloca en un campo magnético de forma que la normal al plano de la bobina forme un ángulo de 30.0° con la dirección del campo. Cuando el campo magnético aumenta de manera uniforme de $200 \mu\text{T}$ a $600 \mu\text{T}$ en 0.400 s , se induce en la bobina una fem de 80.0 mV . ¿Cuál es la longitud total del alambre?
18. Un toroide de sección transversal rectangular ($a = 2.00 \text{ cm}$ por $b = 3.00 \text{ cm}$) y de radio interno $R = 4.00 \text{ cm}$ está formado por 500 vueltas de alambre que conducen una corriente senoidal $I = I_{\text{máx}} \sin \omega t$, con $I_{\text{máx}} = 50.0 \text{ A}$ y una frecuencia $f = \omega/2\pi = 60 \text{ Hz}$. Una bobina con 20 vueltas de alambre está acoplada con el toroide, como se observa en la figura P31.18. Determine la fem inducida en la bobina en función del tiempo.

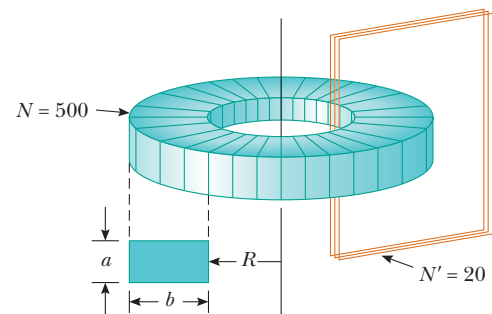


Figura P31.18

19. Un tramo de alambre aislado se dobla para formar un ocho, como se muestra en la figura P31.19. El radio del círculo superior es de 5.00 cm y el inferior de 9.00 cm. El alambre tiene una resistencia uniforme por unidad de longitud de $3.00 \, \Omega/\text{m}$. Un campo magnético uniforme es aplicado en forma perpendicular al plano de los dos círculos en la dirección que se muestra. El campo magnético aumenta con una rapidez constante de $2.00 \, \text{T/s}$. Determine la magnitud y dirección de la corriente inducida en el alambre.

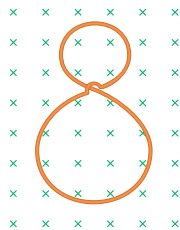


Figura P31.19

Sección 31.2 Fem de movimiento

Sección 31.3 Ley de Lenz

El problema 61 del capítulo 29 puede ser asignado a esta sección.

20. Un automóvil tiene una antena de radio vertical de 1.20 m de alto. El automóvil viaja a $65.0 \, \text{km/h}$ en una carretera horizontal donde el campo magnético de la Tierra es de $50.0 \, \mu\text{T}$ dirigido hacia el norte hacia abajo y forma un ángulo de 65.0° por debajo de la horizontal. a) Especifique la dirección en que debe moverse el automóvil a fin de generar en la antena una fem de movimiento máxima, que para la punta de la antena sea positiva en relación con la base. b) Calcule la magnitud de esta fem inducida.
21. ● Un avión pequeño, con una envergadura de 14.0 m, vuela hacia el norte con una rapidez de $70.0 \, \text{m/s}$ sobre una región donde la componente vertical del campo magnético de la Tierra es $1.20 \, \mu\text{T}$ hacia abajo. a) ¿Qué diferencia de potencial se desarrolla entre las puntas de las alas? ¿Cuál punta de ala está a mayor potencial? b) ¿Qué pasaría si? ¿Cómo cambiaría la respuesta si el avión vira para volar hacia el este? c) ¿Se puede usar esta fem para activar una luz en el compartimiento de pasajeros? Explique su respuesta.
22. Considere el arreglo que se muestra en la figura P31.22. Suponga que $R = 6.00 \, \Omega$, $\ell = 1.20 \, \text{m}$ y un campo magnético uniforme de $2.50 \, \text{T}$ dirigido hacia el interior de la página. ¿Con qué rapidez deberá moverse la barra para producir una corriente de $0.500 \, \text{A}$ en el resistor?

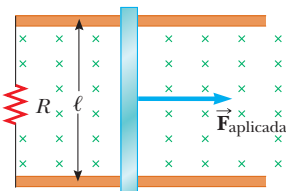


Figura P31.22 Problemas 22, 23 y 24.

23. La figura P31.22 muestra una vista superior de una barra que puede deslizarse sin fricción. El resistor es de $6.00 \, \Omega$ y un campo magnético de $2.50 \, \text{T}$ está dirigido perpendicularmente hacia abajo hacia el interior del papel. Sea $\ell = 1.20 \, \text{m}$. a) Calcule la fuerza aplicada requerida para mover

la barra hacia la derecha con una rapidez constante de $2.00 \, \text{m/s}$. b) ¿Con qué rapidez se entrega energía al resistor?

24. ● Una varilla conductora de longitud ℓ se mueve sobre dos rieles horizontales libres de fricción, como se observa en la figura P31.22. Si una fuerza constante de $1.00 \, \text{N}$ mueve la barra a $2.00 \, \text{m/s}$ a través de un campo magnético $\vec{B}$ dirigido hacia el interior de la página, a) ¿cuál es la corriente que pasa a través del resistor R de $8.00 \, \Omega$? b) ¿Con qué rapidez se suministra energía al resistor? c) ¿Cuál es la potencia mecánica entregada por la fuerza $\vec{F}_{\text{aplicada}}$? d) ¿Explique la correspondencia entre las cantidades calculadas en los incisos b) y c).

25. El *generador homopolar*, también conocido como *disco de Faraday*, es un generador eléctrico de bajo voltaje y de corriente elevada. Está formado por un disco conductor giratorio con una escobilla inmóvil (un contacto eléctrico deslizante) sobre su eje y otra escobilla en algún punto de su circunferencia, como se muestra en la figura P31.25. Si aplica un campo magnético perpendicular al plano del disco, suponga que el campo tiene un valor de $0.900 \, \text{T}$, que la rapidez angular es de $3200 \, \text{rev/min}$ y que el radio del disco es de $0.400 \, \text{m}$. Determine la fem generada entre las escobillas. Cuando se utilizan bobinas superconductoras para producir un gran campo magnético, un generador homopolar puede llegar a tener una potencia de salida de varios megawatts. Este tipo de generador es útil, por ejemplo, para la purificación de metales mediante electrólisis. Si se aplica un voltaje a las terminales de salida del generador, éste funcionará a la inversa, como un *motor homopolar* capaz de entregar un momento de torsión elevado, lo que es útil en la propulsión de los barcos.

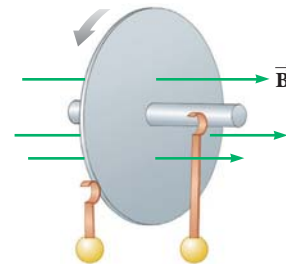


Figura P31.25

26. **Problema de repaso.** Para reencordar su guitarra acústica un estudiante une una simple cuerda metálica flexible con una densidad lineal de $3.00 \times 10^{-3} \, \text{kg/m}$ entre dos puntos fijos a $64.0 \, \text{cm}$ de distancia aplicando una tensión de $267 \, \text{N}$ y es distraído por un videojuego. Su compañero de cuarto conecta un voltímetro entre los extremos de la cuerda metálica y coloca un imán a través de la cuerda, como se muestra en la

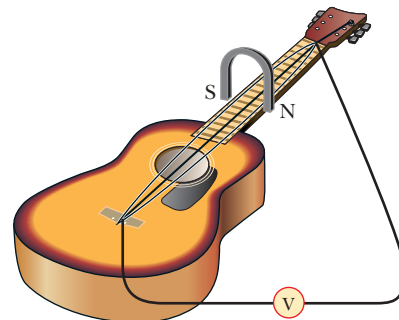


Figura P31.26

figura P31.26. El imán no toca la cuerda. Suponga que este imán produce un campo magnético de 4.50 mT a lo largo de un tramo de 2.00 cm de largo en el centro de la cuerda, y un campo despreciable en otras partes. Se establece una vibración en la cuerda a su frecuencia fundamental (la más baja). La sección de la cuerda en el campo magnético se mueve perpendicular al campo con una amplitud uniforme de 1.50 cm . Determine a) la frecuencia y b) la amplitud de la fuerza electromotriz inducida entre los extremos de la cuerda.

27. Un helicóptero tiene aspas de 3.00 m de longitud que se extienden desde un eje central y giran a 2.00 rev/s . Si el componente vertical del campo magnético de la Tierra es de $50.0 \mu\text{T}$, ¿cuál es la fem inducida entre la punta del aspa y el eje central?
28. Utilice la ley de Lenz para responder las siguientes preguntas relativas a la dirección de las corrientes inducidas. a) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en el resistor R de la figura P31.28a cuando el imán de barra se mueve hacia la izquierda? b) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en el resistor R inmediatamente después de haber cerrado el interruptor S de la figura P31.28b? c) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en R cuando la corriente I de la figura P31.28c disminuye rápidamente hasta cero? d) Una barra de cobre se mueve hacia la derecha manteniendo su eje perpendicular al campo magnético, como se muestra en la figura P31.28d. Si la parte superior de la barra se hace positiva en relación con la parte inferior, ¿cuál es la dirección del campo magnético?

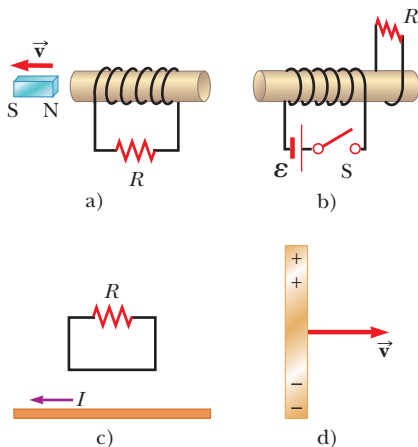


Figura P31.28

29. Una bobina rectangular con una resistencia R tiene N vueltas, longitud ℓ y ancho w , como se observa en la figura P31.29. La bobina se mueve hacia un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con una velocidad constante $\vec{v}$. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza magnética total sobre la bobina a) conforme entra en el campo magnético, b) conforme se mueve en el interior de éste, y c) conforme sale de él?

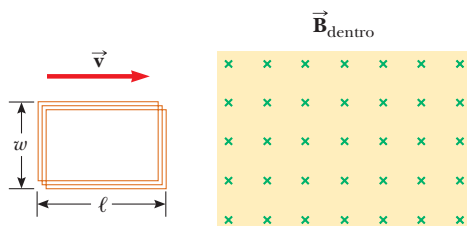


Figura P31.29

30. ● En la figura P31.30, el imán de barra se mueve hacia la espira. ¿El valor $V_a - V_b$ es positivo, negativo o cero? Explique su razonamiento.

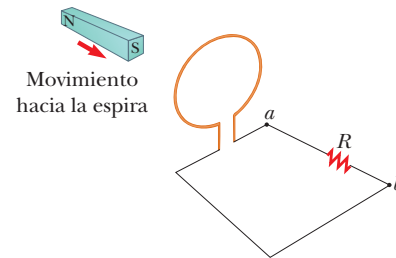


Figura P31.30

31. Dos rieles paralelos de resistencia despreciable tienen una separación de 10.0 cm y están interconectados mediante un resistor de 5.00Ω . El circuito también contiene dos varillas metálicas con resistencias de 10.0Ω y de 15.0Ω que se deslizan sobre los rieles (figura P31.31). Las varillas se desplazan hacia afuera del resistor a rapidez constante de 4.00 m/s y 2.00 m/s , respectivamente. Se aplica un campo magnético de magnitud 0.0100 T perpendicular al plano de los rieles. Determine la corriente en el resistor de 5.00Ω .

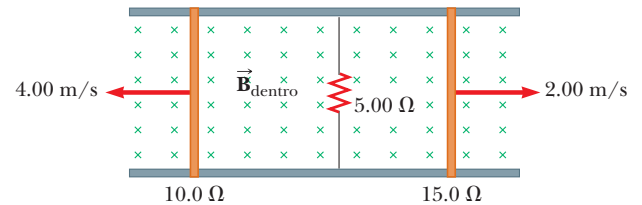


Figura P31.31

Sección 31.4 Fem inducida y campos eléctricos

32. Para la situación que se muestra en la figura P31.32, el campo magnético cambia con el tiempo según la expresión $B = (2.00t^3 - 4.00t^2 + 0.800)\text{T}$, y $r_2 = 2R = 5.00 \text{ cm}$. a) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza ejercida sobre un electrón localizado en el punto P_2 cuando $t = 2.00 \text{ s}$. b) ¿En qué instante esta fuerza es igual a cero?

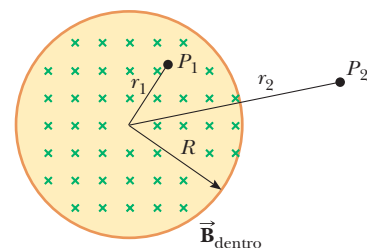


Figura P31.32 Problemas 32 y 33.

33. Un campo magnético dirigido hacia el interior de la página cambia con el transcurso del tiempo según la expresión $B = (0.0300t^2 + 1.40)\text{T}$, donde t está en segundos. El campo tiene una sección transversal circular con un radio $R = 2.50 \text{ cm}$ (figura P31.32). ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P_1 cuando $t = 3.00 \text{ s}$ y $r_1 = 0.0200 \text{ m}$?

34. Un solenoide largo con 1000 vueltas por cada metro y un radio de 2.00 cm lleva una corriente oscilatoria determinada por $I = (5.00 \text{ A}) \sin(100 \pi t)$. ¿Cuál es el campo eléctrico inducido en el radio $r = 1.00 \text{ cm}$ desde eje del solenoide? ¿Cuál es la dirección de este campo eléctrico cuando la corriente en la bobina crece en dirección contraria a las manecillas del reloj?

Sección 31.5 Generadores y motores

Los problemas 40 y 54 del capítulo 29 pueden asignarse a esta sección.

35. Una bobina con un área de 0.100 m^2 gira a 60.0 rev/s con su eje de rotación perpendicular a un campo magnético de 0.200 T . a) Si la bobina tiene 1000 vueltas, ¿cuál es la fem máxima generada en la misma? b) ¿Cuál es la orientación de la bobina en relación con el campo magnético cuando se presenta la fem máxima inducida?
36. En un alternador de automóvil de 250 vueltas, el flujo magnético de cada vuelta es de $\Phi_B = (2.50 \times 10^{-4} \text{ Wb}) \cos \omega t$, donde ω es la rapidez angular del alternador. Este último está acoplado para girar 3 veces el número de revoluciones del motor. Cuando éste funciona con una rapidez angular de 1000 rev/min , determine a) la fem inducida en el alternador como una función del tiempo y b) la fem máxima en el alternador.
37. Un solenoide largo, con su eje a lo largo del eje x , está formado por 200 vueltas por cada metro de alambre y tiene una corriente estable de 15.0 A . Se forma una espira al enrollar 30 vueltas de alambre delgado alrededor de un marco circular con un radio de 8.00 cm . La bobina se coloca en el interior del solenoide y se monta sobre un eje que es un diámetro de la bobina y coincide con el eje y . A continuación se hace que la bobina gire con una rapidez angular de $4.00\pi \text{ rad/s}$. El plano de la bobina yace en el plano yz en $t = 0$. Determine la fem que se genera en la bobina como una función del tiempo.
38. A un imán de barra se le hace girar con una rapidez angular constante ω alrededor de un eje, como se muestra en la figura P31.38. El imán está rodeado por una espira conductora rectangular plana e inmovil, y en $t = 0$ el imán está orientado según se aprecia. Dibuje una gráfica cualitativa de la corriente inducida en la espira como una función del tiempo, con las corrientes en dirección contraria a las manecillas del reloj como positivas y las corrientes en el sentido opuesto como negativas.

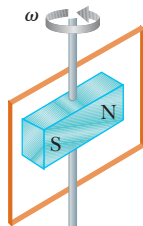


Figura P31.38

39. Un motor con un funcionamiento normal lleva una corriente directa de 0.850 A cuando está conectado a una alimentación de energía de 120 V . La resistencia de los embobinados del motor es de 11.8Ω . Mientras funciona normalmente, a) ¿cuál es la contrafuerza electromotriz que genera? b) ¿Con qué rapidez se produce energía interna en los embobinados? c) ¿Qué pasaría si? Suponga que algún desperfecto detiene el giro de la flecha del motor. ¿Con qué rapidez se producirá energía interna en los embobinados en esta situación? (La mayoría de los motores

tienen un interruptor térmico que desconecta el motor cuando esto se presenta, lo que evita el sobrecalentamiento.)

40. La espira giratoria cuadrada de un generador de CA tiene 10.0 cm por lado. Se hace girar a 60.0 Hz en un campo uniforme de 0.800 T . Calcule a) el flujo a través de ella como una función del tiempo, b) la fem inducida, c) la corriente inducida si ésta tiene una resistencia de 1.00Ω , d) la potencia entregada y e) el momento de torsión que se debe ejercer para que gire.

Sección 31.6 Corrientes de eddy

41. ● La figura P31.41 representa un freno electromagnético que utiliza corrientes de eddy. El electroimán cuelga de un carro de ferrocarril cerca de uno de los rieles. Para frenar el carro, se envía una corriente considerable a través de las bobinas del electroimán. El electroimán móvil induce corrientes de eddy en los rieles, cuyos campos se oponen al cambio en el campo del electroimán. Los campos magnéticos de las corrientes de eddy ejercen fuerza sobre la corriente del electroimán, reduciendo así la velocidad del carro. Las direcciones de este último y de la corriente en el electroimán están ilustradas correctamente en la imagen. Determine cuál de las corrientes de eddy que se muestran sobre los rieles es la correcta. Explique su respuesta.

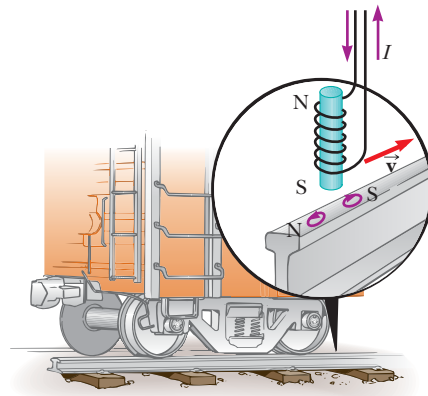


Figura P31.41

42. Un horno de inducción aplica inducción electromagnética para producir corrientes de eddy en un conductor, lo que eleva la temperatura del conductor. Las unidades comerciales funcionan con frecuencias que varían de 60 Hz a aproximadamente 1 MHz y entregan potencias desde algunos watts hasta varios megawatts. El calentamiento por inducción se puede usar para calentar una sartén metálica en una estufa de cocina y para evitar oxidación y contaminación del metal cuando se suelda en una caja al vacío. Con altas frecuencias, las corrientes inducidas se presentan sólo cerca de la superficie del conductor, en un fenómeno llamado "efecto piel". Al crear una corriente inducida durante un breve intervalo de tiempo con una frecuencia adecuadamente alta, uno puede calentar una muestra abajo a una profundidad controlada. Por ejemplo, la superficie de un arado se puede templar para hacerla dura y quebradiza para un corte efectivo mientras mantiene el metal interior suave y dúctil para resistir el rompimiento.

Para explorar el calentamiento por inducción, considere un disco conductor plano de radio R , grosor b y resistividad ρ . Un campo magnético sinusoidal $B_{\text{máx}} \cos \omega t$ se aplica perpendicular al disco. Suponga que el campo es uniforme en el espacio y la frecuencia es tan baja que el efecto piel no es importante; también que las corrientes de eddy se presentan en círculos concéntricos con el disco. a) Calcule la potencia pro-

medio entregada al disco. b) **¿Qué pasaría si?** ¿En qué factor cambia la potencia cuando la amplitud del campo se duplica? c) ¿Cuando la frecuencia se duplica? d) ¿Cuando el radio del disco se duplica?

43. ● Una espira rectangular conductora de masa M , resistencia R y dimensiones w por ℓ cae desde el reposo en un campo magnético $\vec{B}$, como se ilustra en la figura P31.43. Durante el intervalo de tiempo que transcurre antes de que el borde superior de la espira llegue al campo, ésta se acerca con una rapidez terminal v_T . a) Demuestre que

$$v_T = \frac{MgR}{B^2 w^2}$$

b) ¿Por qué v_T es proporcional a R ? c) ¿Por qué es inversamente proporcional a B^2 ?

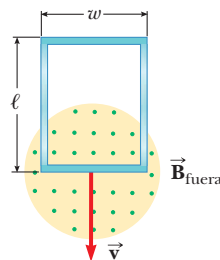


Figura P31.43

Problemas adicionales

44. ● Considere el aparato que se muestra en la figura P31.44, en el que una barra conductora se puede mover a lo largo de dos rieles conectados a una lámpara. Todo el sistema está sumergido en un campo magnético de 0.400 T perpendicular hacia dentro de la página. La distancia vertical entre los rieles horizontales es 0.800 m. La resistencia de la lámpara es 48.0 Ω , supuesta como constante. La barra y los rieles tienen resistencia despreciable. La barra se mueve hacia la derecha por una fuerza constante de 0.600 N de magnitud. a) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en el circuito? b) Si la rapidez de la barra es 15.0 m/s en un instante particular, ¿cuál es el valor de la corriente inducida? c) Argumente que la fuerza constante hace que la rapidez de la barra aumente y tienda a cierta rapidez terminal. Encuentre el valor de esta rapidez máxima. d) ¿Qué potencia se entrega a la lámpara cuando la barra se mueve a su rapidez terminal? e) Se supuso que la resistencia de la lámpara es constante. En realidad, conforme aumenta la potencia entregada a la lámpara, la temperatura del filamento aumenta y la resistencia aumenta. Explique conceptualmente (no algebraicamente) si la rapidez terminal encontrada en el inciso c) cambia si la resistencia aumenta. Si la rapidez terminal cambia, ¿aumenta o disminuye? f) Con la suposición de que la resistencia de la lámpara aumenta conforme la corriente aumenta, explique matemáticamente si la potencia encontrada en el inciso d) cambia debido al aumento

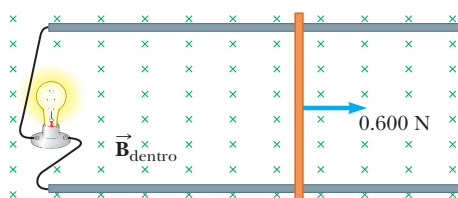


Figura P31.44

en la resistencia. Si cambia, ¿la potencia real es mayor o menor que el valor encontrado anteriormente?

45. Ante una cuerda de guitarra de acero que vibra (figura 31.5a), la componente del campo magnético perpendicular al área de una bobina captora cercana se conoce por

$$B = 50.0 \text{ mT} + (3.20 \text{ mT}) \sin(1046\pi t)$$

La bobina captora circular tiene 30 vueltas y un radio de 2.70 mm. Determine la fem inducida en la bobina como una función del tiempo.

46. En los procesos médicos como la visualización mediante resonancia magnética, o IRM, se usan campos magnéticos intensos. Un técnico que usa un brazalete de latón que encierra un área de 0.005 00 m² coloca su mano en un solenoide cuyo campo magnético es 5.00 T con dirección perpendicular al plano del brazalete. La resistencia eléctrica alrededor del círculo del brazalete es 0.020 0 Ω . Una falla súbita de potencia hace que el campo caiga a 1.50 T en un intervalo de tiempo de 20.0 ms. Encuentre a) la corriente inducida en el brazalete y b) la potencia entregada al brazalete. *Nota:* Como implica este problema, no debe usar objetos metálicos cuando trabaje en regiones de campos magnéticos intensos.
47. La figura P31.47 es una gráfica de la fem inducida en función del tiempo para una bobina de N vueltas que gira con una rapidez angular ω en un campo magnético uniforme con dirección perpendicular al eje de rotación de la bobina. **¿Qué pasaría si?** Copie este dibujo (a una escala mayor), y en el mismo conjunto de ejes muestre la gráfica de la fem en función de t a) si duplica el número de vueltas de la bobina; b) si en vez de lo anterior duplica la rapidez angular, y c) si se duplica la rapidez angular y al mismo tiempo se reduce a la mitad el número de vueltas.

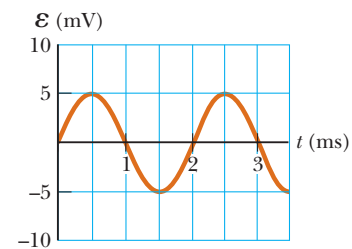


Figura P31.47

48. Dos solenoides infinitamente largos (ilustrados de manera transversal) pasan a través de un circuito, como se muestra en la figura P31.48. La magnitud de $\vec{B}$ en el interior de cada uno de los solenoides es la misma y se incrementa a una proporción de 100 T/s. ¿Cuál es la corriente que pasa por cada resistor?

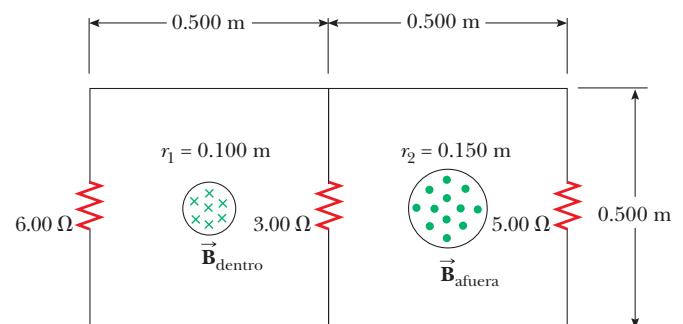


Figura P31.48

49. Una varilla conductora de longitud $\ell = 35.0$ cm está libre para deslizarse sobre dos barras paralelas conductoras, como se muestra en la figura P31.49. Dos resistores, $R_1 = 2.00 \Omega$ y $R_2 = 5.00 \Omega$, están conectados en los extremos de las barras formando una espira. Un campo magnético constante $B = 2.50$ T está dirigido perpendicularmente hacia el interior de la página. Un agente externo jala la varilla hacia la izquierda con una rapidez constante $v = 8.00$ m/s. Determine a) las corrientes que pasan por ambos resistores, b) la potencia total entregada a la resistencia del circuito y c) la magnitud de la fuerza aplicada necesaria para mover la varilla a esta velocidad constante.

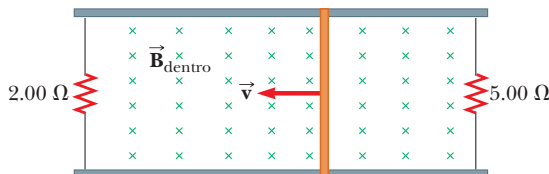


Figura P31.49

50. Una barra de masa m , longitud d y resistencia R se desliza sin fricción en un plano horizontal sobre rieles paralelos, como los que se muestran en la figura P31.50. Entre los rieles está conectada una batería que mantiene una fem $\mathcal{E}$ constante, y existe un campo magnético constante $\vec{B}$ con dirección perpendicular al plano de la página. Si la barra parte del reposo, demuestre que en el tiempo t se mueve con una rapidez

$$v = \frac{\mathcal{E}}{Bd} (1 - e^{-B^2 d^2 t / mR})$$

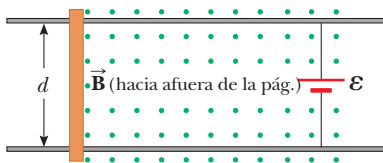


Figura P31.50

51. Suponga que, con el fin de fabricar una bobina, enrolla alambre en el cartón de soporte de un rollo de cinta de celofán. Describa cómo podrá utilizar un imán de barra para producir un voltaje inducido en la bobina. ¿Cuál es el orden de magnitud de la fem generada? Diga qué cantidades se han tomado como datos, así como sus valores.
52. Con frecuencia los valores de campo magnético se determinan con el uso de un dispositivo conocido como *bobina exploradora*. Esta técnica depende de la medición de la carga total que pasa a través de una bobina en un intervalo de tiempo en que el flujo magnético que liga los devanados cambia o debido al movimiento de la bobina o a un cambio en el valor de B . a) Demuestre que, conforme el flujo a través de la bobina cambia de Φ_1 a Φ_2 , la carga transferida a través de la bobina se conoce por $Q = N(\Phi_2 - \Phi_1)/R$, donde R es la resistencia de la bobina y un amperímetro sensible conectado a través de ella y N es el número de vueltas. b) Como ejemplo específico, calcule B cuando una bobina de 100 vueltas, de 200Ω de resistencia y área de sección transversal de 40.0 cm^2 , produce los siguientes resultados. Una carga total de 5.00×10^{-4} C pasa a través de la bobina cuando da vueltas en un campo uniforme desde una posición donde el plano de la bobina es perpendicular al campo a una posición donde el plano de la bobina es paralelo al campo.

53. El plano de una espira cuadrada de alambre con $a = 0.200$ m de lado es perpendicular al campo magnético de la Tierra en un punto donde $B = 15.0 \mu\text{T}$, como se observa en la figura P31.53. La resistencia total de la espira y de los alambres de conexión a un amperímetro de alta sensibilidad es de 0.500Ω . Si aparecen súbitamente fuerzas horizontales y hacen que la espira se colapse como se muestra, ¿cuál es la carga total que pasa por el amperímetro?

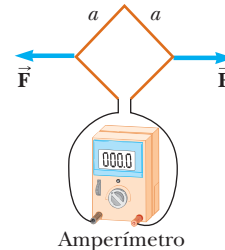


Figura P31.53

54. **Problema de repaso.** Una partícula de masa 2.00×10^{-16} kg y con una carga de 30.0 nC es acelerada a partir del reposo por un campo eléctrico muy intenso, y es disparada desde una fuente pequeña en el interior de una región de un campo magnético uniforme constante de 0.600 T. La velocidad de la partícula es perpendicular al campo. La órbita circular de la partícula encierra un flujo magnético de $15.0 \mu\text{Wb}$. a) Calcule la rapidez de la partícula. b) Estime, asimismo, la diferencia de potencial a través de la cual se aceleró la partícula en el interior de la fuente.
55. ● En la figura P31.55, el eje de rodamiento de 1.50 m de largo es empujado a lo largo de los rieles con una rapidez constante $v = 3.00$ m/s. En los puntos a y b de los rieles, directamente uno frente al otro, se conecta un resistor $R = 0.400 \Omega$. Las ruedas hacen un buen contacto eléctrico con los rieles y, por tanto, el eje, los rieles y R forman un circuito cerrado. La única resistencia significativa en el circuito es R . En sentido vertical hacia abajo existe un campo magnético uniforme $B = 0.0800$ T. a) Determine la corriente I inducida en el resistor. b) ¿Cuál es la fuerza horizontal F necesaria para mantener rodando el eje con rapidez constante? c) ¿Cuál de los extremos del resistor, a o b , está a un potencial eléctrico más elevado? d) ¿Qué pasaría si? Cuando el eje circule más allá del resistor, ¿la corriente en R lo hará en dirección inversa? Explique su respuesta.

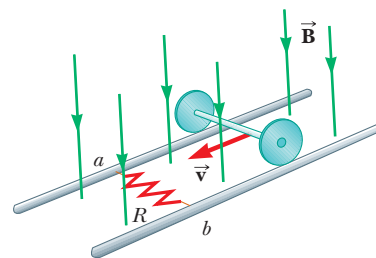


Figura P31.55

56. Una varilla conductora se mueve con una velocidad constante $\vec{v}$ en una dirección perpendicular a un alambre largo y recto que lleva una corriente I , como se observa en la figura P31.56. Demuestre que la magnitud de la fem generada entre los extremos de la varilla es igual a

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 v I \ell}{2\pi r}$$

En este caso, observe que la fem disminuye cuando se incrementa r , lo que era de esperarse.

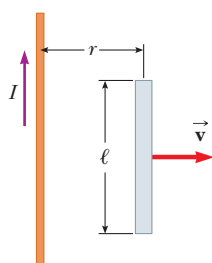


Figura P31.56

57. ● En la figura P31.57, un campo magnético uniforme disminuye con una rapidez constante $dB/dt = -K$, donde K es una constante positiva. En él se coloca una espira circular de alambre de radio a con una resistencia R y una capacitancia C con su plano normal al campo. a) Determine la carga Q en el capacitor cuando esté totalmente cargado. b) ¿Cuál de las placas estará con un potencial más elevado? c) Explique la fuerza que causa la separación de las cargas.

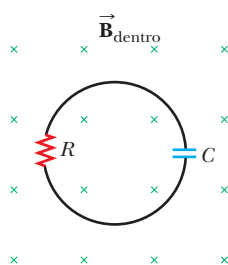


Figura P31.57

58. ● La figura P31.58 muestra una bobina circular compacta con 220 vueltas y 12.0 cm de radio sumergido en un campo magnético uniforme paralelo al eje de la bobina. La rapidez de cambio del campo tiene la magnitud constante de 20.0 mT/s. a) La siguiente pregunta no se puede responder con la información dada. ¿La bobina porta corriente en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario? ¿Qué información adicional es necesaria para responder esta pregunta? b) La bobina se sobrecalienta si se le entregan más de 160 W de potencia. ¿Qué resistencia tendría la bobina en este punto crucial? Para presentarse más fría, ¿debe tener menor o mayor resistencia?

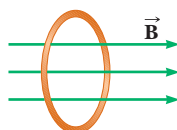


Figura P31.58

59. Una bobina rectangular de 60 vueltas, de dimensiones 0.100 m por 0.200 m y con una resistencia total de 10.0 Ω, gira con una rapidez angular de 30.0 rad/s sobre su eje y en una zona donde un campo magnético de 1.00 T está dirigido a lo largo del eje x . La rotación se inicia de forma que el plano de la bobina es perpendicular a la dirección de $\vec{B}$ cuando $t = 0$. Calcule a) la fem inducida máxima en la bobina, b) la rapidez de cambio máxima del flujo magnético a través de la bobina, c) la fem inducida en el momento $t = 0.050$ s y d) el momento de torsión ejercido por el campo magnético sobre la bobina en el instante en que la fem registra un valor máximo.

60. Una rondana circular pequeña con un radio de 0.500 cm está sujeta directamente por debajo de un alambre largo recto que lleva una corriente de 10.0 A. La rondana está localizada 0.500 m por encima de una mesa (figura P31.60). a) Si se deja caer la rondana a partir del reposo, ¿cuál es la magnitud de la fem promedio inducida en la rondana desde que se deja libre hasta el momento en que se impacta sobre la mesa? Suponga que el campo magnético es prácticamente constante sobre el área de la rondana y es igual al campo magnético en el centro de la rondana. b) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en la rondana?

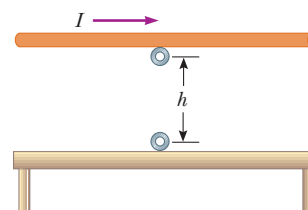


Figura P31.60

61. Una varilla conductora de longitud ℓ se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en paralelo con un alambre largo que lleva una corriente estable I . El eje de la varilla se mantiene perpendicular al alambre, con el extremo cercano a una distancia r del alambre, como se muestra en la figura P31.61. Demuestre que la magnitud de la fem inducida en la varilla es igual a

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{\ell}{r} \right)$$

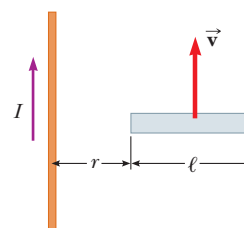


Figura P31.61

62. Una espira rectangular de dimensiones ℓ y w se mueve con una velocidad constante $\vec{v}$ alejándose de un alambre largo que conduce una corriente I en el plano de la espira (figura P31.62), cuya resistencia total es R . Deduzca una expresión para la corriente en la espira en el instante en que el lado cercano esté a una distancia r del alambre.

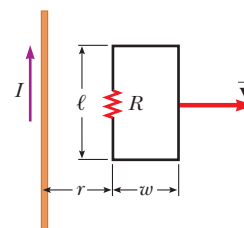


Figura P31.62

63. El flujo magnético a través de un anillo metálico varía con el tiempo t según $\Phi_B = 3(at^3 - bt^2)$ T · m², con $a = 2.00$ s⁻³ y $b = 6.00$ s⁻². La resistencia del anillo es de 3.00 Ω. Determine la corriente máxima inducida en el anillo durante el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2.00$ s.

64. **Problema de repaso.** La barra de masa m de la figura P31.64 es desplazada horizontalmente sobre rieles paralelos y sin fricción mediante un hilo sin masa que pasa por encima de una polea ligera y sin fricción unida a un objeto suspendido de masa M . El campo magnético uniforme tiene una magnitud B y ℓ es la distancia entre los rieles. La única resistencia eléctrica significativa es el resistor de carga R , que conecta a los rieles en sus extremos. Deduzca una expresión que proporcione la rapidez horizontal de la barra en función del tiempo, si el objeto suspendido se libera con la barra en reposo en $t = 0$.

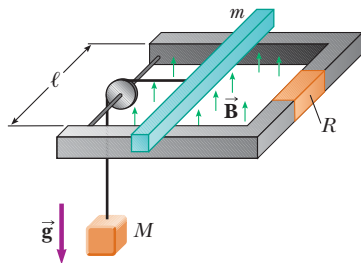


Figura P31.64

65. Un *betatrón* es un dispositivo que acelera electrones a energías en el intervalo de MeV mediante inducción electromagnética. Los electrones en una cámara de vacío se mantienen en una órbita circular mediante un campo magnético perpendicular al plano orbital. El campo magnético se aumenta gradualmente para inducir un campo eléctrico alrededor de la órbita. a) Demuestre que el campo eléctrico está en la dirección correcta para hacer que los electrones aumenten su velocidad.

b) Suponga que el radio de la órbita permanece constante. Demuestre que el campo magnético promedio sobre el área encerrada por la órbita debe ser el doble de grande que el campo magnético en la circunferencia del círculo.

66. Un alambre retorcido de 30.0 cm de largo se mantiene paralelo a un alambre largo que conduce 200 A que yace en el piso (figura P31.66) y a 80.0 cm por encima de éste. El alambre de 30.0 cm se suelta y cae en el instante $t = 0$, siempre en paralelo con el alambre conductor de corriente. Suponga que el alambre que cae se acelera a 9.80 m/s^2 . a) Deduzca una ecuación para la fem inducida como una función del tiempo. b) ¿Cuál es el valor mínimo de la fem? c) ¿Cuál es el valor máximo? d) ¿Cuál es la fem inducida 0.300 s después de soltarlo?

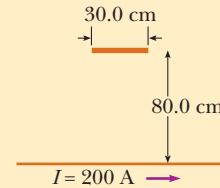


Figura P31.66

67. Un alambre recto y largo lleva una corriente según la expresión $I = I_{\text{máx}} \sin(\omega t + \phi)$ y yace en el plano de una bobina rectangular de N vueltas de alambre, según se observa en la figura P31.8. Las cantidades $I_{\text{máx}}$, ω y ϕ son constantes. Determine la fem inducida en la bobina por el campo magnético creado por la corriente en el alambre recto. Suponga que $I_{\text{máx}} = 50.0 \text{ A}$, $\omega = 200 \pi \text{ s}^{-1}$, $N = 100$, $h = 5.00 \text{ cm}$ y $L = 20.0 \text{ cm}$.

Respuestas a las preguntas rápidas

- 31.1 c) En todos los casos, con excepción de éste, existe un cambio en el flujo magnético a través de la espira.
- 31.2 c) La fuerza sobre el alambre tiene una magnitud $F_{\text{aplicada}} = F_B = \ell B$, con I definida por la ecuación 31.6. Debido a eso, la fuerza es proporcional a la rapidez y se duplica. Puesto que $\mathcal{P} = F_{\text{aplicada}} v$, la duplicación de la fuerza y de la rapidez da como resultado una potencia cuatro veces más grande.
- 31.3 b) En la posición de la espira, las líneas de campo magnético causadas por el alambre apuntan hacia el interior de la página. La espira entra en la región de un campo magnético más intenso conforme cae hacia el alambre, por lo que el flujo se incrementa. La corriente inducida debe establecer un campo magnético que se oponga a este incremento. Para ello genera un campo magnético dirigido hacia el exterior de la página. Según la regla de la mano derecha para espiras de corriente, esto exige en la espira la presencia de una corriente en sentido contrario a las manecillas del reloj.

- 31.4 a) Aunque al reducir la resistencia es posible incrementar la corriente que el generador suministra a una carga, esto no altera a la fem. La ecuación 31.11 muestra que la fem depende de ω , B y N , por lo que todas las demás elecciones incrementan la fem.
- 31.5 b) Cuando se mueve una hoja de aluminio entre los polos del imán, se establecen en el aluminio corrientes de eddy. Según la ley de Lenz, estas corrientes tienen una dirección tal que se oponen al cambio original, esto es, el movimiento de la hoja de aluminio dentro del campo magnético. Se utiliza el mismo principio en las balanzas comunes de laboratorio de tres astiles. Procure tener a la mano un imán y una hoja de aluminio la próxima vez que utilice una balanza de este tipo.



Un buscador de tesoros usa un detector de metales en busca de objetos enterrados en una playa. En el extremo del detector de metales hay una bobina de alambre que es parte de un circuito. Cuando la bobina está cerca de un objeto metálico, la inductancia de la bobina se afecta y la corriente en el circuito cambia. Este cambio provoca una señal en los audífonos que lleva puestos el buscador.

- 32.1 Autoinducción e inductancia
- 32.2 Circuitos RL
- 32.3 Energía en un campo magnético
- 32.4 Inductancia mutua
- 32.5 Oscilaciones en un circuito LC
- 32.6 Circuito RLC

32 Inductancia

En el capítulo 31 se vio que en una espira de alambre se inducen una fem y una corriente cuando el flujo magnético a través del área encerrada por la espira cambia con el tiempo. Este fenómeno de la inducción electromagnética tiene algunas consecuencias prácticas. En este capítulo, primero se describe un efecto conocido como *autoinducción*, en el cual una corriente variable con el tiempo en un circuito produce una fem inducida que se opone a la fem establecida inicialmente por dicha corriente. La autoinducción es la base del *inductor*, un elemento de circuito eléctrico. Se explica la energía almacenada en el campo magnético de un inductor y la densidad de energía asociada con el campo magnético.

A continuación estudiará la forma en que se induce una fem en una bobina como resultado de un flujo magnético cambiante producido por una segunda bobina; este es el principio básico de la *inducción mutua*. Por último, examinará las características de circuitos que contienen inductores, resistores y capacitores en diferentes combinaciones.

32.1 Autoinducción e inductancia

En este capítulo será necesario distinguir cuidadosamente entre fems y corrientes causadas por fuentes físicas como baterías y aquellas inducidas por campos magnéticos cambiantes. Cuando se utiliza un término sin adjetivos (por ejemplo, *fem* y *corriente*) se describe

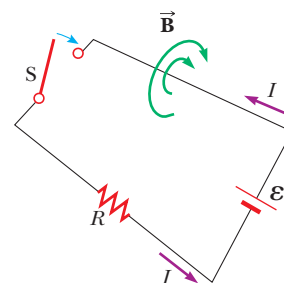


North Wind Picture Archives.

JOSEPH HENRY**Físico estadounidense (1797-1878)**

Henry se convirtió en el primer director del Instituto Smithsonian y en el primer presidente de la Academia de Ciencias Naturales. Mejoró el diseño del electroimán y construyó uno de los primeros motores. También descubrió el fenómeno de la autoinducción, pero no publicó sus resultados. La unidad de la inductancia, el henry, es llamada así en su honor.

Figura 32.1 Una vez cerrado el interruptor, la corriente produce un flujo magnético a través del área encerrada por la espira. Conforme la corriente aumenta hacia su valor de equilibrio, este flujo magnético cambia con el tiempo e induce una fem en la espira.



los parámetros asociados con una fuente física y si se utiliza el adjetivo *inducido* se describe aquellas fems y corrientes causadas por un campo magnético cambiante.

Considere un circuito formado por un interruptor, un resistor y una fuente de fem, como se muestra en la figura 32.1. El diagrama de circuito se representa en perspectiva para mostrar las orientaciones de algunas líneas de campo magnético debido a la corriente en el circuito. Cuando el interruptor se coloca en posición cerrada, la corriente no salta inmediatamente de cero a su valor máximo $\mathcal{E}/R$. Para describir este efecto se puede utilizar la ley de la inducción electromagnética de Faraday (ecuación 31.1). Conforme la corriente aumenta con el tiempo, el flujo magnético debido a esta corriente, a través de la espira del circuito, también aumenta. Este flujo creciente genera una fem inducida en el circuito. La dirección de la fem inducida es tal que causaría una corriente inducida en la espira (si ésta no llevase ya una corriente), que establecería un campo magnético opuesto al cambio en el campo magnético original. Por lo tanto, la dirección de la fem inducida es en sentido opuesto a la dirección de la fem de la batería, lo que da como resultado un incremento gradual, en vez de instantáneo, de la corriente hasta que alcance su valor de equilibrio final. Debido a la dirección de la fem inducida también se le conoce como *fuerza contraelectromotriz*, que es similar a la que se presenta en un motor, como se explicó en el capítulo anterior. Este efecto se llama **autoinducción** debido a que el flujo cambian- te a través del circuito y la fem inducida resultante surge del circuito mismo. La fem $\mathcal{E}_L$ establecida en este caso se llama **fem autoinducida**.

Para obtener una descripción cuantitativa de la autoinducción, recuerde la ley de Faraday, la cual dice que la fem inducida es igual al negativo de la rapidez de cambio en el tiempo del flujo magnético. Éste es proporcional al campo magnético que en su momento es proporcional a la corriente en el circuito. Debido a eso, **una fem autoinducida siempre es proporcional a la rapidez de cambio en el tiempo de la corriente**. Para cualquier espira de alambre, se puede escribir esta proporcionalidad como

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (32.1)$$

donde L es una constante de proporcionalidad —llamada **inductancia** de la espira— que depende de la geometría de la espira y de otras características físicas. Si considera una bobina con espacios cerrados de N vueltas (un toroide o un solenoide ideal) que lleva una corriente I y contiene N vueltas, la ley de Faraday dice que $\mathcal{E}_L = -N d\Phi_B/dt$. Al combinar esta expresión con la ecuación 32.1 da:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (32.2)$$

donde se supone que pasa el mismo flujo magnético a través de cada una de las vueltas y L es la inductancia de toda la bobina. Por la ecuación 32.1, también se escribe la inductancia como la relación

$$L = -\frac{\mathcal{E}_L}{dI/dt} \quad (32.3)$$

Recuerde que la resistencia mide la oposición a la corriente ($R = \Delta V/I$); en comparación, la ecuación 32.3 muestra que la inductancia es una medida de oposición a un *cambio* en la corriente.

Inductancia de una
bobina N vueltas

Inductancia

La unidad del SI para la inductancia es el **henry** (H), el que, como se puede ver por la ecuación 32.3, equivale a 1 volt-segundo por cada ampere: $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$.

Como se muestra en el ejemplo 32.1, la inductancia de una bobina depende de su geometría. Esta dependencia es similar a la capacitancia de un capacitor que depende de la geometría de sus placas, como se vio en el capítulo 26. Calcular la inductancia puede ser bastante complicado en el caso de geometrías complejas; sin embargo, los ejemplos que se dan a continuación involucran situaciones simples para evaluar fácilmente sus inductancias.

Pregunta rápida 32.1 Una bobina con una resistencia igual a cero tiene sus extremos señalados como a y b . El potencial en a es mayor que en b . ¿Cuál de los siguientes incisos es consistente con este caso? a) La corriente es constante y se dirige de a a b ; b) la corriente es constante y se dirige de b a a ; c) la corriente está en aumento y se dirige de a a b ; d) la corriente disminuye y se dirige de a a b ; e) la corriente aumenta y se dirige de b a a ; f) la corriente es decreciente y se dirige de b a a .

EJEMPLO 32.1 Inductancia de un solenoide

Considere un solenoide con N vueltas y longitud ℓ devanado uniformemente. Suponga que ℓ es mucho mayor que el radio de los devanados y que el núcleo del solenoide es aire.

A) Encuentre la inductancia del solenoide.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Las líneas de campo magnético de cada vuelta del solenoide pasan a través de todas las vueltas, de modo que una fem inducida en cada bobina se opone al cambio en la corriente.

Categorizar Ya que el solenoide es largo, se pueden usar los resultados para un solenoide ideal obtenidos en el capítulo 30.

Analizar Encuentre el flujo magnético a través de cada vuelta de área A en el solenoide; use la expresión para el campo magnético de la ecuación 30.17:

$$\Phi_B = BA = \mu_0 nIA = \mu_0 \frac{N}{\ell} IA$$

Sustituya esta expresión en la ecuación 32.2:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A \quad (32.4)$$

B) Calcule la inductancia del solenoide si contiene 300 vueltas, su longitud es de 25.0 cm y su área de sección transversal es de 4.00 cm^2 .

SOLUCIÓN

Sustituya los valores numéricos en la ecuación 32.4:

$$\begin{aligned} L &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(300)^2}{25.0 \times 10^{-2} \text{ m}} (4.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= 1.81 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}^2/\text{A} = 0.181 \text{ mH} \end{aligned}$$

C) Calcule la fem autoinducida en el solenoide si la corriente que porta disminuye a la relación de 50.0 A/s.

SOLUCIÓN

Sustituya $dI/dt = -50.0 \text{ A/s}$ en la ecuación 32.1:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_L &= -L \frac{dI}{dt} = -(1.81 \times 10^{-4} \text{ H})(-50.0 \text{ A/s}) \\ &= 9.05 \text{ mV} \end{aligned}$$

Finalizar El resultado para el inciso A) muestra que L depende de la geometría y es proporcional al cuadrado del número de vueltas. Porque $N = n\ell$, el resultado también se puede expresar en la forma

$$L = \mu_0 \frac{(n\ell)^2}{\ell} A = \mu_0 n^2 A \ell = \mu_0 n^2 V \quad (32.5)$$

donde $V = A\ell$ es el volumen interior del solenoide.

32.2 Circuitos RL

Si un circuito contiene una bobina, como un solenoide, la autoinductancia de ésta impide que la corriente en el circuito aumente o disminuya de manera instantánea. Un elemento de circuito con una gran inductancia se conoce como **inductor** y utiliza el símbolo de circuito . Siempre suponga que la inductancia del resto del circuito se puede ignorar en comparación con la del inductor, sin embargo. Recuerde que incluso un circuito sin una bobina tiene algo de inductancia que puede afectar su comportamiento.

Dado que la inductancia en un inductor resulta en una fuerza contraelectromotriz, **un inductor en un circuito se opone a los cambios en la corriente dentro de dicho circuito**. El inductor intenta mantener la corriente igual a como estaba antes de que ocurriera el cambio. Si el voltaje de la batería en el circuito se incrementa para aumentar la corriente, el inductor se opone a este cambio, y el aumento de corriente no es instantáneo. Si se reduce el voltaje de la batería, el inductor da como resultado una reducción lenta de la corriente en vez de una caída inmediata. Por lo tanto, el inductor hace que el circuito sea lento en reaccionar a los cambios en el voltaje.

Considere el circuito que se muestra en la figura 32.2, que contiene una batería de resistencia interna despreciable. Este circuito es un **circuito RL** porque los elementos conectados a la batería son un resistor y un inductor. Las líneas curvas en el interruptor S_2 sugieren que este interruptor nunca se puede abrir; siempre está en a o en b . (Si el interruptor no se conecta ni a a ni a b , cualquier corriente en el circuito súbitamente se detiene.) Suponga que S_2 se pone en a y que el interruptor S_1 se abre para $t < 0$ y luego se cierra en $t = 0$. La corriente en el circuito comienza a aumentar y en el inductor se induce una fuerza contraelectromotriz (ecuación 32.1) que se opone a la corriente creciente.

Con esto en mente, es posible aplicar la regla de la espira de Kirchhoff a este circuito, recorriendo el circuito en el sentido de las manecillas del reloj:

$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (32.6)$$

donde IR es la caída de voltaje a través del resistor. (Las reglas de Kirchhoff se desarrollan para circuitos con corrientes estables, pero también pueden aplicarse a un circuito en que la corriente está cambiando, si imagina que representan un circuito en un *instante* de tiempo.) Ahora debe buscar una solución para esta ecuación diferencial, una similar a la que aplicó para un circuito RC (véase la sección 28.4.)

Una solución matemática de la ecuación 32.6 representa la corriente en el circuito como una función del tiempo. Para determinar esta solución, cambie las variables, haciendo que $x = (\mathcal{E}/R) - I$, para que $dx = -dI$. Con estas sustituciones, escriba la ecuación 32.6 de la siguiente manera

$$x + \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} = 0$$

Reordenando e integrando esta última expresión, tiene

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t$$

donde x_0 es el valor de x en el tiempo $t = 0$. Si toma el antilogaritmo de este resultado, obtiene

$$x = x_0 e^{-Rt/L}$$

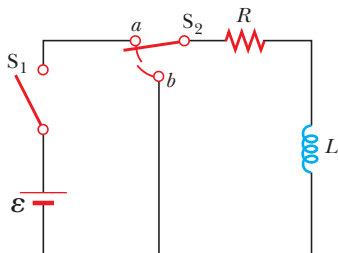


Figura 32.2

Circuito RL . Cuando el interruptor S_2 está en la posición a , la batería está en el circuito. Cuando el interruptor S_1 se cierra, la corriente aumenta y se induce una fem en el inductor que se opone a la corriente creciente. Cuando el interruptor está en la posición b , la batería ya no es parte del circuito y la corriente disminuye. El interruptor está diseñado de modo que nunca se abre, lo que haría que la corriente se detuviera.

Porque $I = 0$ en $t = 0$, observe a partir de la definición de x que $x_0 = \mathcal{E}/R$. En consecuencia, esta última expresión es equivalente a

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{E}}{R} - I &= \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L} \\ I &= \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L})\end{aligned}$$

Esta expresión muestra cómo la corriente es afectada por el inductor. La corriente no aumenta de manera instantánea hasta su valor de equilibrio final cuando el interruptor se cierra, sino que aumenta de acuerdo con una función exponencial. Si retira la inductancia del circuito, al hacer que L tienda a cero, el término exponencial será cero y en este caso la corriente no depende del tiempo; en ausencia de la inductancia la corriente aumenta de manera instantánea a su valor de equilibrio final.

También escriba esta expresión como

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (32.7)$$

donde la constante τ es la **constante de tiempo** del circuito RL:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (32.8)$$

Físicamente, τ es el intervalo de tiempo necesario para que la corriente en el circuito alcance $(1 - e^{-1}) = 0.632 = 63.2\%$ de su valor final $\mathcal{E}/R$. La constante de tiempo es un parámetro útil para comparar el tiempo de respuesta de diferentes circuitos.

La figura 32.3 representa la corriente en función del tiempo en el circuito RL. Observe que el valor de equilibrio de la corriente, que se presenta cuando t tiende a infinito, es igual a $\mathcal{E}/R$. Verifique esto con dI/dt igual a cero en la ecuación 32.6 y resolviendo en función de la corriente I . (En el equilibrio, el cambio en la corriente es igual a cero.) Por tanto, al inicio la corriente aumenta con mucha rapidez y después se acerca gradualmente al valor de equilibrio $\mathcal{E}/R$ conforme t tiende a infinito.

Investigue la rapidez del cambio en el tiempo de la corriente. Tomando la primera derivada con el tiempo de la ecuación 32.7, da

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-t/\tau} \quad (32.9)$$

Este resultado muestra que la rapidez del cambio en el tiempo de la corriente es máximo (igual a $\mathcal{E}/L$) en $t = 0$ y disminuye exponencialmente hasta cero conforme t tiende a infinito (figura 32.4).

Ahora considere el circuito RL que se muestra en la figura 32.2. Suponga que el interruptor S_2 se ha colocado en la posición a (y el interruptor S_1 permanece cerrado) el suficiente tiempo para permitir que la corriente llegue a su valor de equilibrio $\mathcal{E}/R$. En este caso, el circuito queda descrito por la espira externa de la figura 32.2. Si S_2 se mueve de a a b , el circuito queda descrito ahora sólo por la espira a la derecha de la figura 32.2. Por lo tanto, la batería ha sido eliminada del circuito. Con $\mathcal{E} = 0$ en la ecuación 32.6 obtenemos

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

Queda como un problema (problema 10) para demostrar que la solución de esta ecuación diferencial es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} = I_i e^{-t/\tau} \quad (32.10)$$

donde $\mathcal{E}$ es la fem de la batería e $I_i = \mathcal{E}/R$ es la corriente inicial en el instante en que el interruptor se coloca en b .

Si el circuito no incluyera un inductor, la corriente se reduciría de inmediato a cero al retirar la batería. Cuando el inductor está presente, se opone a la disminución de la

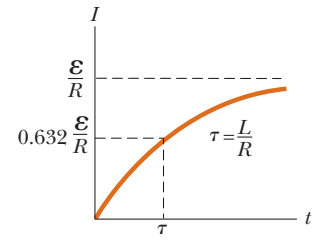


Figura 32.3

Gráfica de la corriente en función del tiempo para el circuito RL que se muestra en la figura 32.2. El interruptor se cierra en $t = 0$, y la corriente aumenta hacia su valor máximo $\mathcal{E}/R$. La constante de tiempo τ es el intervalo de tiempo necesario para que I alcance 63.2% de su valor máximo.

◀ **Constante de tiempo de un circuito RL.**

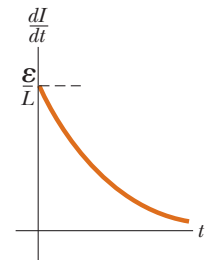
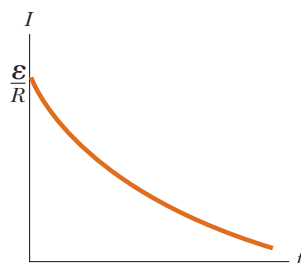


Figura 32.4 Gráfica de dI/dt en función del tiempo para el circuito RL que se muestra en la figura 32.2. La relación de cambio en el tiempo de la corriente es máxima en $t = 0$, instante en el que se cierra el interruptor. La relación disminuye de manera exponencial con el tiempo conforme I aumenta hacia su valor máximo.

Figura 32.5

Corriente en función del tiempo para la espira del lado derecho del circuito que aparece en la figura 32.2. Para $t < 0$, el interruptor S_2 está en la posición a . En $t = 0$, el interruptor está colocado en la posición b , y la corriente pasa por su valor máximo $\mathcal{E}/R$.



corriente y hace que ésta disminuya en forma exponencial. Una gráfica de la corriente en función del tiempo (figura 32.5) muestra que la corriente disminuye continuamente con el tiempo.

Pregunta rápida 32.2 Considere el circuito de la figura 32.2, con S_1 abierto y S_2 en la posición a . Ahora se cierra el interruptor S_1 . **i)** En el instante en que se cierra, ¿a través de cuál elemento de circuito el voltaje es igual a la fem de la batería? a) el resistor, b) el inductor, c) el inductor y el resistor. **ii)** Después de un tiempo considerable, ¿a través de cuál elemento de circuito el voltaje es igual a la fem de la batería? Elija entre las mismas respuestas.

EJEMPLO 32.2**Constante de tiempo de un circuito RL**

Considere de nuevo el circuito de la figura 32.2. Suponga que los elementos del circuito tienen los siguientes valores: $\mathcal{E} = 12.0 \text{ V}$, $R = 6.00 \, \Omega$ y $L = 30.0 \text{ mH}$.

A) Encuentre la constante de tiempo del circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Debe comprender el comportamiento de este circuito a partir de la explicación de esta sección.

Categorizar Los resultados se evalúan con las ecuaciones desarrolladas en esta sección, de modo que este ejemplo es un problema de sustitución.

Evalúe la constante de tiempo a partir de la ecuación 32.8:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{30.0 \times 10^{-3} \text{ H}}{6.00 \, \Omega} = 5.00 \text{ ms}$$

B) El interruptor S_2 está en la posición a y el interruptor S_1 se cierra en $t = 0$. Calcule la corriente en el circuito en $t = 2.00 \text{ ms}$.

SOLUCIÓN

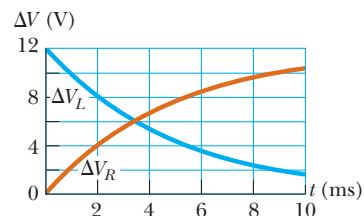
Evalúe la corriente en $t = 2.00 \text{ ms}$ a partir de la ecuación 32.7:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{12.0 \text{ V}}{6.00 \, \Omega}(1 - e^{-2.00 \text{ ms}/5.00 \text{ ms}}) = 2.00 \text{ A}(1 - e^{-0.400}) = 0.659 \text{ A}$$

C) Compare la diferencia de potencial a través del resistor con que cruza el inductor.

SOLUCIÓN

En el instante en que el interruptor se cierra, no hay corriente y por tanto no hay diferencia de potencial a través del resistor. En dicho instante, el voltaje de la batería aparece por completo a través del inductor en la forma de una fuerza contraelectromotriz de 12.0 V conforme el inductor intenta mantener la condición de corriente cero. (El extremo superior del inductor en la figura 32.2 está a un mayor potencial eléctrico que el extremo inferior.) Conforme pasa el tiempo, la fem a través del inductor disminuye y la corriente en el resistor (y por tanto el voltaje a través de él) aumenta como se muestra en la figura 32.6. La suma de los dos voltajes en todo momento es 12.0 V .

**Figura 32.6** (Ejemplo 32.2)

Comportamiento en el tiempo de los voltajes a través del resistor y el inductor en la figura 32.2, dados los valores proporcionados en este ejemplo.

¿Qué pasaría si? En la figura 32.6, los voltajes a través del resistor y el inductor son iguales en 3.4 ms. ¿Y si usted quiere retrasar la condición en la que los voltajes sean iguales en cierto instante posterior, como $t = 10.0$ ms? ¿Para lograr esto cuál parámetro, L o R , requeriría menos ajuste, en términos de un cambio porcentual?

Respuesta La figura 32.6 muestra que los voltajes son iguales cuando el voltaje a través del inductor. Ha caído a la mitad de su valor original. En consecuencia, el intervalo de tiempo requerido para que los voltajes sean iguales es la *vida media* $t_{1/2}$ del decaimiento. La vida media se introdujo en la sección **¿Qué pasaría si?** del ejemplo 28.10 para describir el decaimiento exponencial en los circuitos RC , donde $t_{1/2} = 0.693\tau$.

A partir de la vida media deseada de 10.0 ms, use el resultado del ejemplo 28.10 para encontrar la constante de tiempo del circuito:

$$\tau = \frac{t_{1/2}}{0.693} = \frac{10.0 \text{ ms}}{0.693} = 14.4 \text{ ms}$$

Mantenga L fija y encuentre el valor de R que dé esta constante de tiempo:

$$\tau = \frac{L}{R} \rightarrow R = \frac{L}{\tau} = \frac{30.0 \times 10^{-3} \text{ H}}{14.4 \text{ ms}} = 2.08 \Omega$$

Ahora mantenga R fija y encuentre el valor apropiado de L :

$$\tau = \frac{L}{R} \rightarrow L = \tau R = (14.4 \text{ ms})(6.00 \Omega) = 86.4 \times 10^{-3} \text{ H}$$

El cambio en R corresponde a una disminución de 65%, comparada con la resistencia inicial. ¡El cambio en L representa un aumento de 188% en inductancia! Por lo tanto, un ajuste porcentual mucho más pequeño en R puede lograr el efecto deseado del ajuste que se requeriría en L .

32.3 Energía en un campo magnético

Una batería en un circuito contiene un inductor que proporciona más energía que un circuito sin inductor. Parte de la energía suministrada por la batería aparece como energía interna en la resistencia del circuito en tanto que la energía restante es almacenada en el campo magnético del inductor. Si multiplica cada uno de los términos de la ecuación 32.6 por I y reordenando la expresión,

$$I\mathcal{E} = I^2R + LI \frac{dI}{dt} \quad (32.11)$$

Al reconocer $I\mathcal{E}$ como la rapidez a la cual la energía se suministra por la batería e I^2R como la rapidez a la cual se entrega energía al resistor, $LI(dI/dt)$ debe representar la rapidez a la cual se almacena energía en el inductor. Si U representa la energía almacenada en el inductor en cualquier instante, se puede escribir la relación dU/dt con la cual se almacena energía de la forma

$$\frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

Para determinar la energía total almacenada en el inductor en cualquier instante, describa esta expresión de la forma $dU = LI dI$ e integre:

$$U = \int dU = \int_0^I LI dI = L \int_0^I I dI$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \quad (32.12)$$

donde L es constante y ha sido retirada de la integral. La ecuación 32.12 representa la energía almacenada en el campo magnético del inductor cuando la corriente es igual a I . Advierta que esta ecuación es similar en forma a la ecuación 26.11 para la energía almacenada en el campo eléctrico de un capacitor, $U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$. En cualquier caso, la energía es necesaria para establecer un campo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 32.1

En un capacitor, un resistor y un inductor se almacena energía de manera diferente

En capacitores, inductores y resistores, los mecanismos de almacenaje de energía son diferentes. Un capacitor cargado almacena energía como energía potencial eléctrica. Un inductor almacena energía en lo que se podría llamar energía potencial magnética, cuando transporta corriente. La energía entregada a un resistor se transforma en energía interna.

◀ Energía almacenada en un inductor

También es posible determinar la densidad de energía de un campo magnético. Para hacerlo más simple, considere un solenoide cuya inductancia se conoce por la ecuación 32.5:

$$L = \mu_0 n^2 V$$

El campo magnético de un solenoide se proporciona por la ecuación 30.17:

$$B = \mu_0 n I$$

Al sustituir la expresión para L y para $I = B/\mu_0 n$ en la ecuación 32.12, obtiene

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2 \mu_0} V \quad (32.13)$$

La densidad de energía magnética, o la energía almacenada por cada unidad de volumen en el campo magnético del inductor, es igual a

Densidad de energía
magnética ►

$$u_B = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2 \mu_0} \quad (32.14)$$

A pesar de que esta expresión se dedujo para el caso especial de un solenoide, aplica también para cualquier región del espacio en el que exista un campo magnético. Observe que la ecuación 32.14 es similar en forma a la ecuación 26.13 para la energía por cada unidad de volumen almacenada en un campo eléctrico, $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$. En ambos casos, la densidad de energía es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo.

Pregunta rápida 32.3 Se realiza un experimento que requiere la densidad de energía más alta posible en el interior de un solenoide muy largo que transporta corriente. ¿Cuál de las siguientes opciones aumenta la densidad de energía? (Puede haber más de una elección correcta.) a) Aumentar el número de vueltas por cada unidad de longitud en el solenoide, b) incrementar el área de la sección transversal del solenoide, c) aumentar sólo la longitud del solenoide mientras se mantiene fijo el número de vueltas por cada unidad de longitud fija o d) incrementar la corriente en el solenoide.

EJEMPLO 32.3 ¿Qué ocurre con la energía en el inductor?

Considere una vez más el circuito RL que se muestra en la figura 32.2, con el interruptor S_2 en la posición a y a la corriente en su valor de estado estable. Cuando S_2 se pasa a la posición b , la corriente en la espira derecha decae exponencialmente con el tiempo de acuerdo con la expresión $I = I_i e^{-t/\tau}$, donde $I_i = \mathcal{E}/R$ es la corriente inicial en el circuito y $\tau = L/R$ es la constante de tiempo. Demuestre que toda la energía inicialmente almacenada en el campo magnético del inductor aparece como energía interna en el resistor conforme la corriente decae a cero.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Antes de que S_2 se ponga en b , desde la batería se entrega energía con una relación constante al resistor, y la energía se almacena en el campo magnético del inductor. Después de $t = 0$, cuando S_2 está en la posición b , la batería ya no puede proporcionar energía y la energía se entrega sólo al resistor desde el inductor.

Categorizar La espira derecha del circuito se modela como un sistema aislado, de modo que la energía se transfiere entre componentes del sistema pero no sale del sistema.

Analizar La energía en el campo magnético del inductor en cualquier tiempo es U . La relación dU/dt con la que sale la energía del inductor y se entrega al resistor es igual a $I^2 R$, donde I es la corriente instantánea.

Sustituya la corriente conocida por la ecuación 32.10 en $dU/dt = I^2 R$:

$$\frac{dU}{dt} = I^2 R = (I_i e^{-Rt/L})^2 R = I_i^2 R e^{-2Rt/L}$$

Resuelva para dU e integre esta expresión sobre los límites $t = 0$ a $t \rightarrow \infty$:

$$U = \int_0^\infty I_i^2 R e^{-2Rt/L} dt = I_i^2 R \int_0^\infty e^{-2Rt/L} dt$$

Se puede demostrar que el valor de la integral definida es $L/2R$ (véase el problema 26). Use este resultado para evaluar U :

$$U = I_i^2 R \left(\frac{L}{2R} \right) = \frac{1}{2} L I_i^2$$

Finalizar Este resultado es igual a la energía inicial almacenada en el campo magnético del inductor, dado por la ecuación 32.12, como se debía comprobar.

EJEMPLO 32.4

El cable coaxial

Con frecuencia los cables coaxiales se usan para conectar dispositivos eléctricos como su sistema estereofónico y en la recepción de señales de los sistemas de televisión por cable. Modele un cable coaxial largo como dos cubiertas conductoras cilíndricas delgadas y concéntricas de radios a y b y longitud ℓ , como en la figura 32.7. Las cubiertas conductoras portan la misma corriente I en direcciones opuestas. Calcule la inductancia L de este cable.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere la figura 32.7. Aunque no se tiene una bobina visible en esta geometría, imagine una rebanada radial delgada del cable coaxial tal como el rectángulo dorado claro en la figura 32.7. Si los conductores interior y exterior se conectan a los extremos del cable (arriba y abajo de la figura), esta rebanada representa una gran espira conductora. La corriente en la espira establece un campo magnético entre los conductores interior y exterior que pasa a través de esta espira. Si la corriente cambia, el campo magnético cambia y la fem inducida se opone al cambio original en la corriente en los conductores.

Categorizar Esta situación se clasifica como una en la que se debe regresar a la definición fundamental de inductancia, ecuación 32.2.

Analizar Debe encontrar el flujo magnético a través del rectángulo dorado claro de la figura 32.7. La ley de Ampère (vea la sección 30.3) dice que el campo magnético en la región entre las cubiertas se debe al conductor interior y que su magnitud es $B = \mu_0 I / 2\pi r$, donde r se mide desde el centro común de las cubiertas. El campo magnético es cero afuera de la cubierta exterior ($r > b$) porque la corriente neta que pasa a través del área encerrada por una trayectoria circular que rodea el cable es cero; por tanto, a partir de la ley de Ampère, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$. El campo magnético es cero adentro de la cubierta interior porque la cubierta es hueca y no hay corriente presente dentro de un radio $r < a$.

El campo magnético es perpendicular al rectángulo dorado claro de longitud ℓ y ancho $b - a$, la sección transversal de interés. Ya que el campo magnético varía con la posición radial a través de este rectángulo, debe usar el cálculo para encontrar el flujo magnético total.

Divida el rectángulo dorado claro en tiras de ancho dr como la tira más oscura en la figura 32.7. Evalúe el flujo magnético a través de tal tira:

$$\Phi_B = \int B dA = \int B \ell dr$$

Sustituya para el campo magnético e integre en todo el rectángulo dorado claro:

$$\Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \ell dr = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

Use la ecuación 32.2 para encontrar la inductancia del cable:

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

Finalizar La inductancia aumenta si ℓ aumenta, si b aumenta o si a disminuye. Este resultado es consistente con la conceptualización: cualquiera de estos cambios aumenta el tamaño de la espira representada por la rebanada radial y a través de la que pasa el campo magnético, que aumenta la inductancia.

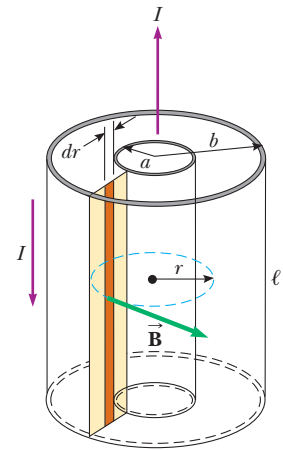


Figura 32.7 (Ejemplo 32.4) Sección de un cable coaxial largo. Los conductores interior y exterior portan corrientes iguales en direcciones opuestas.

32.4 Inductancia mutua

Con frecuencia, el flujo magnético a través del área encerrada por un circuito varía con el tiempo debido a corrientes variables con el tiempo en circuitos cercanos. Esta situación induce una fem a través de un proceso conocido como *inductancia mutua*, denominada así porque depende de la interacción de dos circuitos.

Considere dos bobinas de alambre enrolladas apretadamente, como se muestra en la vista de la sección transversal de la figura 32.8. La corriente I_1 de la bobina 1, la cual tiene N_1 vueltas, produce un campo magnético. Parte de las líneas de este campo pasan a través de la bobina 2, la cual tiene N_2 vueltas. El flujo magnético causado por la corriente de la bobina 1 y que pasa a través de la bobina 2 está representado por Φ_{12} . En analogía con la ecuación 32.2, se puede identificar la **inductancia mutua** M_{12} de la bobina 2 respecto a la bobina 1:

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} \quad (32.15)$$

Definición de inductancia mutua ►

La inductancia mutua depende de la geometría de ambos circuitos y de su orientación mutua. Conforme aumenta la distancia de separación de los circuitos, la inductancia mutua disminuye, ya que el flujo que une los circuitos decrece.

Si la corriente I_1 varía con el tiempo, según la ley de Faraday y la ecuación 32.15, la fem inducida por la bobina 1 en la bobina 2 es igual a

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{M_{12} I_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad (32.16)$$

En la explicación anterior, se supone que la corriente pasa por la bobina 1. También puede imaginar una corriente I_2 en la bobina 2. La explicación precedente puede repetirse para demostrar que existe una inductancia mutua M_{21} . Si la corriente I_2 varía con el tiempo, la fem inducida por la bobina 2 en la bobina 1 es igual a

$$\mathcal{E}_1 = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad (32.17)$$

En la inductancia mutua, la fem inducida en una bobina siempre es proporcional a la rapidez con la cual cambia la corriente de la otra bobina. A pesar de que las constantes de proporcionalidad M_{12} y M_{21} fueron tratadas por separado, puede demostrarse que son iguales. Por lo tanto, con $M_{12} = M_{21} = M$, las ecuaciones 32.16 y 32.17 se convierten en

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \text{y} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Estas dos ecuaciones son similares en forma a la ecuación 32.1 de la fem autoinducida $\mathcal{E} = -L(dI/dt)$. La unidad de la inductancia mutua es el henry.

Pregunta rápida 32.4 En la figura 32.8, la bobina 1 se coloca más cerca de la bobina 2, conservando fija la orientación de ambas bobinas. Debido a este movimiento, la inductancia mutua de las dos bobinas a) aumenta, b) disminuye o c) no es afectada.

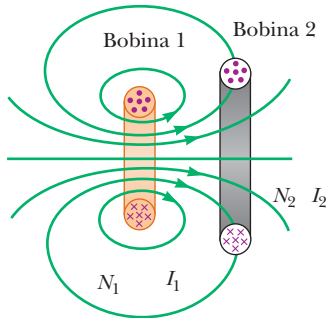


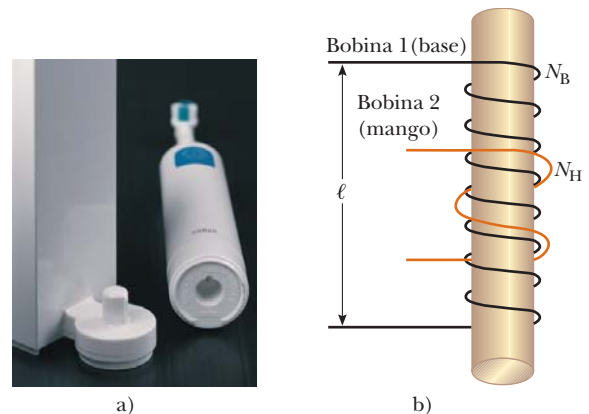
Figura 32.8 Vista de la sección transversal de dos bobinas adyacentes. Una corriente en la bobina 1 establece un campo magnético y parte de las líneas del campo magnético pasan a través de la bobina 2.

EJEMPLO 32.5

Cargador de batería “inalámbrico”

Un cepillo dental eléctrico tiene una base diseñada para sostener el mango del cepillo dental cuando no está en uso. Como se muestra en la figura 32.9a, el mango tiene un orificio cilíndrico que encaja holgadamente sobre un cilindro coincidente en la base. Cuando el mango se coloca en la base, una corriente cambiante en un solenoide dentro del cilindro de la base induce una corriente en una bobina dentro del mango. Esta corriente inducida carga la batería en el mango.

Figura 32.9 (Ejemplo 32.5) a) Este cepillo dental eléctrico usa la inducción mutua de solenoides como parte de su sistema cargador de batería. b) Una bobina de N_H vueltas enrollada alrededor del centro de un solenoide de N_B vueltas.



La base se puede modelar como un solenoide de longitud ℓ con N_B vueltas (figura 32.9b), que porta una corriente I y tiene un área de sección transversal A . La bobina del mango contiene N_H vueltas y rodea por completo la bobina de la base. Encuentre la inductancia mutua del sistema.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Asegúrese de poder identificar las dos bobinas en la situación y entender que una corriente cambiante en una bobina induce una corriente en la segunda bobina.

Categorizar El resultado se evaluará usando los conceptos explicados en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 30.17 para expresar el campo magnético en el interior del solenoide de la base:

$$B = \mu_0 \frac{N_B}{\ell} I$$

Encuentre la inductancia mutua y note que el flujo magnético Φ_{BH} a través de la bobina del mango causado por el campo magnético de la bobina de la base es BA :

$$M = \frac{N_H \Phi_{BH}}{I} = \frac{N_H BA}{I} = \mu_0 \frac{N_B N_H}{\ell} A$$

El cargado inalámbrico se usa en muchos otros dispositivos “sin cables”. Un ejemplo significativo es el cargado inductivo utilizado por algunos fabricantes de automóviles eléctricos que evitan el contacto directo metal a metal entre el automóvil y el aparato cargador.

32.5 Oscilaciones en un circuito LC

Cuando se conecta un capacitor con un inductor, como se ilustra en la figura 32.10, la combinación es un **circuito LC**. Si el capacitor está inicialmente con carga y en ese momento se cierra el interruptor, tanto la corriente en el circuito como la carga en el capacitor oscilan entre valores máximos positivos y negativos. Si la resistencia del circuito es igual a cero, no existe transformación de energía en energía interna. En la explicación siguiente la resistencia del circuito es despreciable. También se supone una situación ideal donde no se radia energía hacia afuera del circuito. En el capítulo 34 se explica esta radiación.

Suponga que el capacitor tiene una carga inicial $Q_{\text{máx}}$ (carga máxima) y que el interruptor se abre en $t < 0$ y después se cierra en $t = 0$. Ahora investigue lo que sucede desde un punto de vista energético.

Cuando el capacitor está totalmente cargado, la energía U en el circuito se almacena en el campo eléctrico del capacitor y es igual a $Q_{\text{máx}}^2/2C$ (ecuación 26.11). En este momento, la corriente en el circuito es igual a cero; debido a eso, no existe energía almacenada en el inductor. Después de que se cierre el interruptor, la rapidez a la que entran o salen las cargas de las placas del capacitor (que es también la rapidez a la cual cambia la carga en éste) es igual a la corriente en el circuito. Conforme el capacitor comienza a descargarse después de que se cierra el interruptor, la energía almacenada en su campo eléctrico disminuye. La descarga del capacitor representa una corriente en el circuito y alguna parte de la energía está ahora almacenada en el campo magnético del inductor. Por lo tanto, la energía ha sido transferida del campo eléctrico del capacitor al campo magnético del inductor. Cuando el capacitor está completamente descargado, no almacena energía. En este momento la corriente alcanza su valor máximo y toda la energía queda almacenada en el inductor. La corriente continúa en la misma dirección, disminuyendo en magnitud, finalmente con el capacitor cargándose de nuevo por completo, pero con la polaridad de sus placas ahora opuesta a la polaridad inicial. A lo anterior le sigue otra descarga, hasta que el circuito vuelve a su estado original de carga máxima, $Q_{\text{máx}}$, y la polaridad de la placa que aparece en la figura 32.10. La energía sigue oscilando entre el inductor y el capacitor.

Las oscilaciones del circuito LC son electromagnéticamente similares a las oscilaciones mecánicas de un sistema bloque-resorte, que estudió en el capítulo 15. Mucho

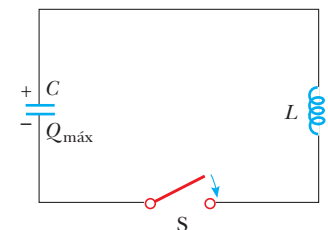
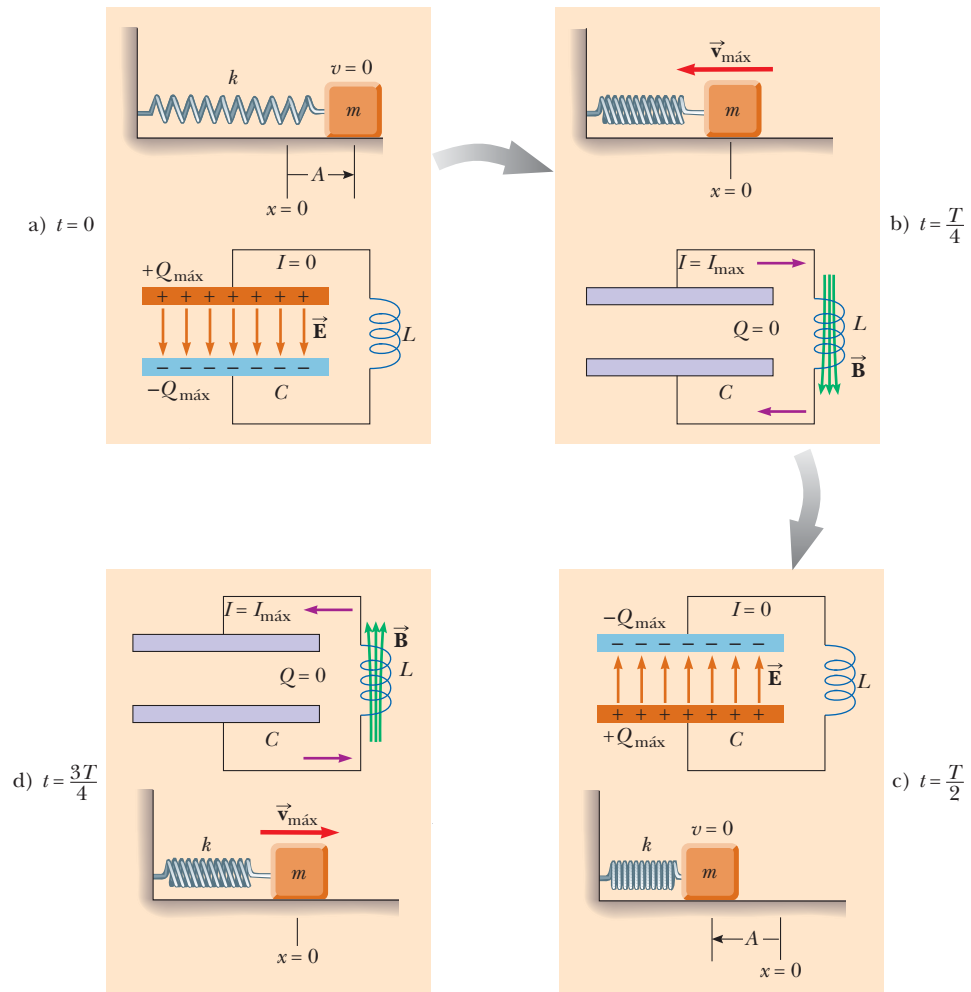


Figura 32.10 Circuito LC simple. El capacitor tiene una carga inicial $Q_{\text{máx}}$, y el interruptor se abre en $t < 0$ y después se cierra en $t = 0$.

Figura 32.11

Transferencia de energía en un circuito LC sin resistencia y no radiante. El capacitor tiene una carga $Q_{\text{máx}}$ en $t = 0$, en el instante en que el interruptor se cierra. La analogía mecánica de este circuito es un sistema bloque-resorte.



de lo que se explicó allí es aplicable a las oscilaciones LC . Por ejemplo, se investigó el efecto que tiene pulsar un oscilador mecánico con una fuerza externa, lo que nos llevó al fenómeno de la *resonancia*. El mismo fenómeno se observa en un circuito LC . (Véase la sección 33.7.)

En la figura 32.11 se muestra una representación de la transferencia de energía en un circuito LC . Como se mencionó, el comportamiento del circuito es análogo al del sistema oscilatorio bloque-resorte estudiado en el capítulo 15. La energía potencial $\frac{1}{2}kx^2$ almacenada en un resorte estirado es análoga a la energía potencial $\frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C}$ almacenada en el capacitor. La energía cinética $\frac{1}{2}mv^2$ del bloque en movimiento es análoga a la energía magnética $\frac{1}{2}LI^2$ almacenada en el inductor, que requiere la presencia de cargas en movimiento. En la figura 32.11a, toda la energía se almacena como energía potencial eléctrica en el capacitor en $t = 0$ (porque $I = 0$), lo mismo que toda la energía en un sistema bloque-resorte inicialmente está almacenada como energía potencial en el resorte si se estira y libera en $t = 0$. En la figura 32.11b, toda la energía se almacena como energía magnética $\frac{1}{2}LI_{\text{máx}}^2$ en el inductor, donde $I_{\text{máx}}$ es la corriente máxima. Las figuras 32.11c y 32.11d muestran situaciones consecutivas de cuarto de ciclo en que la energía es toda eléctrica o toda magnética. En puntos intermedios, parte de la energía es eléctrica y parte es magnética.

Considere algún tiempo arbitrario t después de cerrar el interruptor, de forma que el capacitor tenga una carga $Q < Q_{\text{máx}}$ y la corriente sea $I < I_{\text{máx}}$. En este momento, ambos elementos del circuito almacenan energía, pero la suma de las dos energías debe ser igual a la energía total inicial U en el capacitor totalmente cargado en $t = 0$:

Energía total almacenada
en un circuito LC ►

$$U = U_C + U_L = \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 \quad (32.18)$$

Ya que se ha supuesto que la resistencia del circuito es igual a cero y se ignora cualquier radiación electromagnética, la energía no se transforma en energía interna y tampoco se transfiere hacia el exterior del sistema del circuito. Debido a eso, *la energía total del sistema debe permanecer constante en el tiempo*. Se le describe a la energía del sistema constata matemáticamente mediante la colocación de $dU/dt = 0$. Por lo tanto, derivando la ecuación 32.18 respecto al tiempo mientras señala que Q e I varían con el tiempo, obtiene

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 \right) = \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = 0 \quad (32.19)$$

Es posible simplificar lo anterior a una ecuación diferencial de una variable si recuerda que la corriente en el circuito es igual a la rapidez a la cual cambia la carga en el capacitor: $I = dQ/dt$. De lo anterior, se sigue que $dI/dt = d^2Q/dt^2$. Si sustituye estas correspondencias en la ecuación 32.19, obtiene

$$\begin{aligned} \frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2Q}{dt^2} &= -\frac{1}{LC} Q \end{aligned} \quad (32.20)$$

Resuelva en función de Q señalando que esta expresión tiene la misma forma que las ecuaciones análogas 15.3 y 15.5 para un sistema bloque-resorte:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x = -\omega^2 x$$

donde k es la constante del resorte, m es la masa del bloque y $\omega = \sqrt{k/m}$. La solución de esta ecuación mecánica tiene la forma general (ecuación 15.6):

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

donde A es la amplitud del movimiento armónico simple (el valor máximo de x), ω es la frecuencia angular y ϕ es la constante de fase; los valores de A y ϕ dependen de las condiciones iniciales. Ya que la ecuación 32.20 es de la misma forma que la ecuación diferencial del oscilador armónico simple, tiene la solución

$$Q = Q_{\text{máx}} \cos(\omega t + \phi) \quad (32.21)$$

donde $Q_{\text{máx}}$ es la carga máxima del capacitor y la frecuencia angular ω es

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (32.22)$$

Advierta que la frecuencia angular de las oscilaciones depende solamente de la inductancia y capacitancia del circuito. La ecuación 32.22 proporciona la *frecuencia natural* de oscilación del circuito LC.

Ya que Q varía de manera sinusoidal con el tiempo, la corriente en el circuito también varía de la misma forma. Lo anterior es demostrable derivando la ecuación 32.21 en función del tiempo:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_{\text{máx}} \sin(\omega t + \phi) \quad (32.23)$$

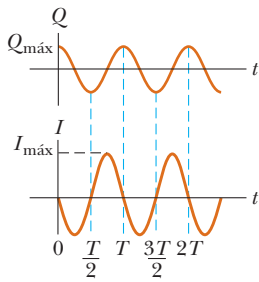
Para determinar el valor del ángulo de fase ϕ , examine las condiciones iniciales, que en este caso requieren que en $t = 0$, $I = 0$ y $Q = Q_{\text{máx}}$. La colocación de $I = 0$ en $t = 0$ en la ecuación 32.23, da

$$0 = -\omega Q_{\text{máx}} \sin \phi$$

◀ Carga como función del tiempo para un circuito LC ideal

◀ Frecuencia angular de oscilación en un circuito LC

◀ Corriente como función del tiempo para un circuito LC ideal


Figura 32.12

Gráficas de la carga con el tiempo y de la corriente en función del tiempo para un circuito LC sin resistencia y sin radiación. Observe que Q e I están 90° fuera de fase entre sí.

lo que demuestra que $\phi = 0$. Este valor de ϕ también es consistente con la ecuación 32.21 y con la condición de que $Q = Q_{\text{máx}}$ en $t = 0$. Por lo tanto, en este caso, las expresiones para Q e I son

$$Q = Q_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (32.24)$$

$$I = -\omega Q_{\text{máx}} \sin \omega t = -I_{\text{máx}} \sin \omega t \quad (32.25)$$

En la figura 32.12 se muestran gráficas de Q en función de t y de I en función de t . Observe que la carga en el capacitor oscila entre los valores extremos $Q_{\text{máx}}$ y $-Q_{\text{máx}}$, y que la corriente oscila entre $I_{\text{máx}}$ y $-I_{\text{máx}}$. Además, la corriente está 90° fuera de fase con la carga. Es decir, cuando la carga está en un valor máximo, la corriente es igual a cero, y cuando la carga es cero, la corriente tiene su valor máximo.

De regreso con la explicación de energía del circuito LC . Sustituya las ecuaciones 32.24 y 32.25 en la ecuación 32.18, por lo que la energía total es igual a

$$U = U_C + U_L = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} L I_{\text{máx}}^2 \sin^2 \omega t \quad (32.26)$$

Esta expresión contiene todas las características descritas cualitativamente al principio de esta sección. Muestra que la energía de un circuito LC oscila de manera continua entre energía almacenada en el campo eléctrico del capacitor y energía almacenada en el campo magnético del inductor. Cuando la energía almacenada en el capacitor llega a su valor máximo, $Q_{\text{máx}}^2/2C$, la energía almacenada en el inductor es igual a cero. Cuando la energía en el inductor tiene su valor máximo, $\frac{1}{2} L I_{\text{máx}}^2$, la energía en el capacitor es igual a cero.

En la figura 32.13 se muestran gráficamente variaciones de U_C y U_L en función del tiempo. La suma de $U_C + U_L$ es una constante y es igual a la energía total $Q_{\text{máx}}^2/2C$, o $\frac{1}{2} L I_{\text{máx}}^2$. Verificar analíticamente lo anterior es simple. Las amplitudes de las dos gráficas en la figura 32.13 deben ser iguales porque la energía máxima almacenada en el capacitor (cuando $I = 0$) debe ser igual a la energía máxima almacenada en el inductor (cuando $Q = 0$). Esta igualdad se expresa matemáticamente como

$$\frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} = \frac{L I_{\text{máx}}^2}{2}$$

Si utiliza esta expresión en la ecuación 32.26 para la energía total obtiene

$$U = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} \quad (32.27)$$

ya que $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$.

En el caso ideal las oscilaciones persistirán en el circuito de manera indefinida; sin embargo, recuerde que la energía total U en el circuito permanece constante sólo si se ignoran las transferencias y transformaciones de energía. En circuitos reales siempre existirá alguna resistencia y, en consecuencia, parte de la energía se transformará en energía interna. Al principio de esta sección se mencionó que también se ignoraría la radiación del circuito. En realidad, en este tipo de circuito la radiación es inevitable y la energía total del circuito disminuye de manera continua como consecuencia de este proceso.

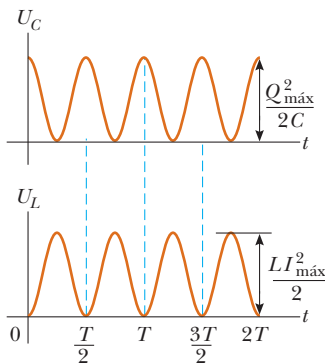


Figura 32.13 Gráficas de U_C con el t y de U_L en función de t para un circuito LC sin resistencia y sin radiación. La suma de las dos curvas es una constante y es igual a la energía total almacenada en el circuito.

Pregunta rápida 32.5 i) En un instante del tiempo durante las oscilaciones de un circuito LC , la corriente pasa por su valor máximo. En ese instante, ¿qué pasa con el voltaje a través del capacitor? a) Es diferente del correspondiente en las terminales del inductor, b) es igual a cero, c) alcanza su máximo valor, d) es imposible de determinar. En el instante en que hay oscilaciones en el circuito LC , la corriente es momentáneamente igual a cero. Para las mismas opciones, describa el voltaje a través del capacitor en este instante.

EJEMPLO 32.6**Oscilaciones en un circuito LC**

En la figura 32.14, la batería tiene una fem de 12.0 V, la inductancia es de 2.81 mH y la capacitancia es de 9.00 pF. El interruptor se pone en la posición *a* durante un tiempo considerable, de modo que el capacitor se carga. Luego el interruptor se pone en la posición *b*, retirando la batería del circuito y se conecta el capacitor directamente a través del inductor.

A) Hallar la frecuencia de oscilación del circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Cuando el interruptor se pone en la posición *b*, la parte activa del circuito es la espira de la derecha, que es un circuito LC.

Categorizar Se aplican las ecuaciones desarrolladas en esta sección; este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 32.22 para encontrar la frecuencia:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Sustituya valores numéricos:

$$f = \frac{1}{2\pi[(2.81 \times 10^{-3} \text{ H})(9.00 \times 10^{-12} \text{ F})]^{1/2}} = 1.00 \times 10^6 \text{ Hz}$$

B) ¿Cuáles son los valores máximos de carga en el capacitor y la corriente en el circuito?

SOLUCIÓN

Encuentre la carga inicial en el capacitor, que es igual a la carga máxima:

$$Q_{\text{máx}} = C \Delta V = (9.00 \times 10^{-12} \text{ F})(12.0 \text{ V}) = 1.08 \times 10^{-10} \text{ C}$$

Use la ecuación 32.25 para encontrar la corriente máxima a partir de la carga máxima:

$$I_{\text{máx}} = \omega Q_{\text{máx}} = 2\pi f Q_{\text{máx}} = (2\pi \times 10^6 \text{ s}^{-1})(1.08 \times 10^{-10} \text{ C}) = 6.79 \times 10^{-4} \text{ A}$$

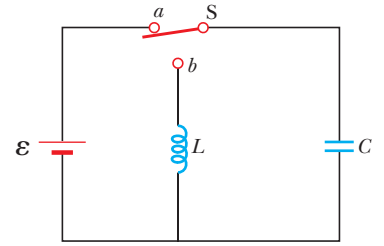


Figura 32.14 (Ejemplo 32.6) Primero el capacitor está completamente cargado con el interruptor colocado en la posición *a*. Luego el interruptor se pone en la posición *b* y la batería ya no está en el circuito.

32.6 Circuito RLC

Ahora se dirige la atención a un circuito más realista que consiste en un resistor, un inductor y un capacitor conectados en serie, como se muestra en la figura 32.15. Se supone que la resistencia del resistor representa toda la resistencia en el circuito. Suponga que el interruptor está en la posición *a*, de modo que el capacitor tiene una carga inicial $Q_{\text{máx}}$. Ahora el interruptor se coloca en la posición *b*. Después de este instante, la energía total almacenada en el capacitor y en el inductor en cualquier tiempo se conoce por la ecuación 32.18. Sin embargo, esta energía total ya no es constante como lo era en el circuito LC, porque el resistor causa transformación a energía interna. (En esta explicación aún se ignora la radiación electromagnética del circuito.) Porque la rapidez de transformación de energía a energía interna dentro de un resistor es $I^2 R$,

$$\frac{dU}{dt} = -I^2 R$$

donde el signo negativo significa que la energía U del circuito disminuye con el tiempo. Sustituyendo este resultado en la ecuación 32.19, da

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} = -I^2 R \quad (32.28)$$

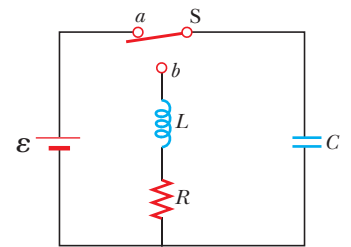


Figura 32.15

Circuito RLC en serie. El interruptor se pone en la posición *a* y el capacitor se carga. Luego el capacitor se coloca en la posición *b*.

Para convertir esta ecuación en una forma que permita comparar las oscilaciones eléctricas con su análogo mecánico, primero utilice el hecho de que $I = dQ/dt$, y mueva todos los términos al lado izquierdo de la igualdad para obtener

$$LI \frac{d^2 Q}{dt^2} + I^2 R + \frac{Q}{C} I = 0$$

Ahora divida todo entre I :

$$\begin{aligned} L \frac{d^2 Q}{dt^2} + IR + \frac{Q}{C} &= 0 \\ L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} &= 0 \end{aligned} \quad (32.29)$$

El circuito RLC es similar al oscilador armónico amortiguado que se explicó en la sección 15.6 y que se ilustra en la figura 15.20. La ecuación del movimiento para un sistema bloque-resorte amortiguado es, de la ecuación 15.31,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (32.30)$$

Si compara las ecuaciones 32.29 y 32.30 en cualquier instante Q corresponde a la posición x del bloque, L a la masa m del bloque, R al coeficiente de amortiguación b , y C a $1/k$, donde k es la constante de fuerza del resorte. En la tabla 32.1 se muestran éstas y otras correspondencias.

TABLA 32.1

Analogías entre sistemas eléctricos y mecánicos

Circuito eléctrico		Sistema mecánico de una dimensión
Carga	$Q \leftrightarrow x$	Posición
Corriente	$I \leftrightarrow v_x$	Velocidad
Diferencia de potencial	$\Delta V \leftrightarrow F_x$	Fuerza
Resistencia	$R \leftrightarrow b$	Coefficiente de amortiguación viscosa
Capacitancia	$C \leftrightarrow 1/k$	(k = constante del resorte)
Inductancia	$L \leftrightarrow m$	Masa
Corriente = derivada respecto al tiempo de la carga	$I = \frac{dQ}{dt} \leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$	Velocidad = derivada respecto al tiempo de posición
Rapidez de cambio de la corriente = segunda derivada respecto al tiempo de la carga	$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 Q}{dt^2} \leftrightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$	Aceleración = segunda derivada respecto al tiempo de posición
Energía en el inductor	$U_L = \frac{1}{2} LI^2 \leftrightarrow K = \frac{1}{2} mv^2$	Energía cinética de un objeto en movimiento
Energía en el capacitor	$U_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \leftrightarrow U = \frac{1}{2} kx^2$	Energía potencial almacenada en un resorte
Rapidez de pérdida de energía causada por la resistencia	$I^2 R \leftrightarrow bv^2$	Rapidez de pérdida de energía causada por la fricción
Circuito RLC	$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \leftrightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$	Objeto amortiguado en un resorte

Porque la solución analítica de la ecuación 32.29 es muy compleja, se muestra sólo una descripción cualitativa del comportamiento del circuito. En el caso más simple, cuando $R = 0$, la ecuación 32.29 se reduce a un circuito LC simple, como era de esperarse, y la carga y la corriente oscilan sinusoidalmente con el transcurso del tiempo. Esto es equivalente a retirar todo amortiguamiento en el oscilador mecánico.

Cuando R es pequeña —una situación semejante a un amortiguamiento ligero en el oscilador mecánico— la solución de la ecuación 32.29 es

$$Q = Q_{\text{máx}} e^{-Rt/2L} \cos \omega_d t \quad (32.31)$$

donde ω_d , que es la frecuencia angular con el que oscila el circuito, se conoce por

$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (32.32)$$

Es decir, el valor de la carga en el capacitor se somete a una oscilación armónica amortiguada en analogía con el sistema bloque-resorte móvil en un medio viscoso. La ecuación 32.32 muestra que cuando $R \ll \sqrt{4L/C}$ (de manera que el segundo término entre los paréntesis cuadrados es mucho menor que el primero), la frecuencia ω_d del oscilador amortiguado se acerca al oscilador no amortiguado, $1/\sqrt{LC}$. Porque $I = dQ/dt$, se deduce que la corriente también se somete a una oscilación armónica amortiguada. En la figura 32.16a se muestra la gráfica de la carga con el tiempo para el oscilador amortiguado y en la figura 32.16b se muestra una línea de registro de un osciloscopio para un circuito real RLC . El valor máximo de Q disminuye después de cada oscilación, lo mismo que disminuye con el tiempo la amplitud de un sistema bloque-resorte.

Cuando considere valores de R más grandes, las oscilaciones se amortiguan con mayor rapidez; de hecho, existe un valor crítico de la resistencia $R_c = \sqrt{4L/C}$ por encima del cual no se presentan oscilaciones. Se dice que un sistema con $R = R_c$ está *críticamente amortiguado*. Cuando R excede a R_c , se dice que el sistema está *sobreamortiguado*.

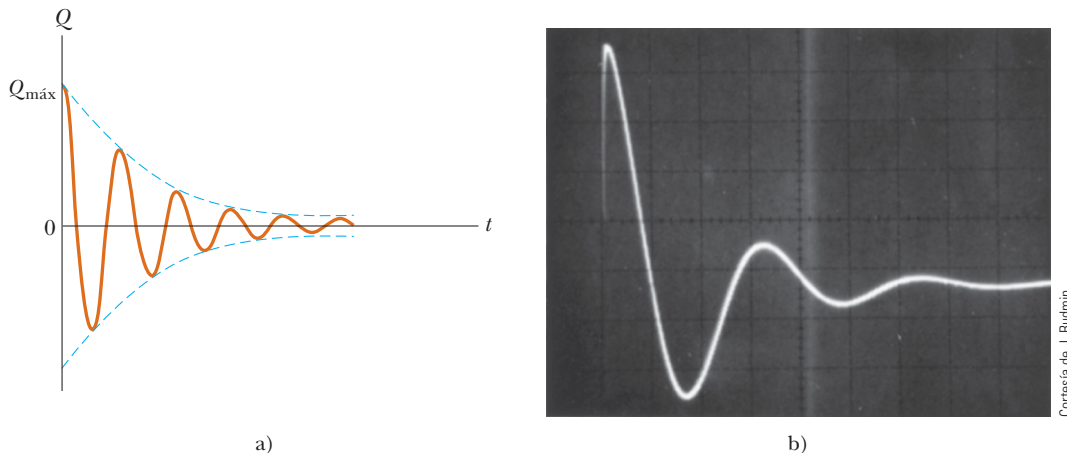


Figura 32.16

- a) Carga en función del tiempo para un circuito RLC amortiguado. La carga disminuye en esta forma cuando $R < \sqrt{4L/C}$. La curva de Q en función de t representa gráficamente a la ecuación 32.31.
 b) Patrón de osciloscopio que muestra el decaimiento en las oscilaciones de un circuito RLC .

Resumen

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cuando la corriente en una espira de alambre cambia con el tiempo, se induce una fem en la espira de acuerdo con la ley de Faraday. La **fem autoinducida** es

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (32.1)$$

donde L es la **inductancia** de la espira.

La inductancia es una medida de cuánta oposición ofrece la espira a un cambio en la corriente en la espira. La inductancia tiene la unidad SI de **henry** (H), donde $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$.

La inductancia de cualquier bobina es

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (32.2)$$

donde N es el número total de vueltas y Φ_B es el flujo magnético a través de la bobina. La inductancia de un dispositivo depende de su geometría. Por ejemplo, la inductancia de un solenoide con núcleo de aire es

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A \quad (32.4)$$

donde ℓ es la longitud del solenoide y A es el área de sección transversal.

Si un resistor y un inductor se conectan en serie a una batería de fem $\mathcal{E}$ en el tiempo $t = 0$, la corriente en el circuito varía en el tiempo de acuerdo con la expresión

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (32.7)$$

donde $\tau = L/R$ es la **constante de tiempo** del circuito RL . Si se sustituye la batería en el circuito por un alambre sin resistencia, la corriente decae exponencialmente con el tiempo de acuerdo con la expresión

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} \quad (32.10)$$

donde $\mathcal{E}/R$ es la corriente inicial en el circuito.

La energía almacenada en el campo magnético de un inductor que porta una corriente I es

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad (32.12)$$

Esta energía es la contraparte magnética de la energía almacenada en el campo eléctrico de un capacitor cargado.

La densidad de energía en un punto donde el campo magnético es B es

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (32.14)$$

La **inductancia mutua** de un sistema de dos bobinas es

$$M_{12} = \frac{N_2\Phi_{12}}{I_1} = M_{21} = \frac{N_1\Phi_{21}}{I_2} = M \quad (32.15)$$

Esta inductancia mutua permite relacionar la fem inducida en una bobina con la fuente de corriente cambiante en una bobina cercana usando las correspondencias

$$\mathcal{E}_2 = -M_{12} \frac{dI_1}{dt} \quad \text{y} \quad \mathcal{E}_1 = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \quad (32.16, 32.17)$$

En un circuito LC que tenga resistencia cero y no radie electromagnéticamente (una idealización), los valores de la carga en el capacitor y la corriente en el circuito varían sinusoidalmente en el tiempo con una frecuencia angular conocida por

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (32.22)$$

La energía en un circuito LC se transfiere de manera continua entre la energía almacenada en el capacitor y la energía almacenada en el inductor.

En un circuito RLC con pequeña resistencia, la carga en el capacitor varía con el tiempo de acuerdo con

$$Q = Q_{\text{máx}} e^{-Rt/2L} \cos \omega_d t \quad (32.31)$$

donde

$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (32.32)$$

Preguntas

O Indica pregunta complementaria

1. La corriente en un circuito que contiene una bobina, un resistor y una batería ha llegado a un valor constante. ¿La bobina tiene inductancia? ¿Afecta la bobina el valor de la corriente?
2. ¿Qué parámetros afectan la inductancia de una bobina? ¿La inductancia de una bobina depende de la corriente en la bobina?
3. O Inicialmente, un inductor sin resistencia porta una corriente constante. Luego la corriente se lleva a un nuevo valor constante el doble de grande. Después de este cambio, ¿qué le sucede a la fem en el inductor? a) Es mayor que antes del cambio en un factor de 4. b) Es mayor por un factor de 2. c) Tiene el mismo valor distinto de cero. d) Continúa siendo cero. e) Disminuyó.
4. O Un alambre fino largo se enreda en una bobina con inductancia de 5 mH. La bobina se conecta a través de las terminales de una batería y la corriente se mide algunos segundos después de realizar la conexión. El alambre se desenrolla y enrolla de nuevo en una bobina diferente con $L = 10$ mH. Esta segunda bobina se conecta a través de la misma batería y la corriente se mide de la misma forma. Comparada con la corriente en la primera bobina, ¿la corriente en la segunda bobina es a) cuatro veces mayor, b) dos veces mayor, c) no cambia, d) la mitad o e) un cuarto?
5. O Dos bobinas solenoidales, A y B, se enredan con iguales longitudes del mismo tipo de alambre. La longitud del eje de cada bobina es grande comparada con su diámetro. La longitud axial de la bobina A es el doble de la de B, y la bobina A tiene el doble de vueltas que la bobina B. ¿Cuál es la relación de la inductancia de la bobina A a la de la bobina B? a) 8, b) 4, c) 2, d) 1, e) $\frac{1}{2}$, f) $\frac{1}{4}$, g) $\frac{1}{8}$.
6. Un interruptor controla la corriente en un circuito que tiene una inductancia grande. ¿Hay mayor probabilidad de que se produzca una chispa (véase la figura P32.6) cuando el interruptor se abre, o cuando se cierra, o no tiene importancia? El arco eléctrico puede derretir y oxidar las superficies de los contactos, dando como resultado una gran resistividad de los contactos y una eventual destrucción del interruptor. Antes de que se inventaran los encendidos electrónicos, los puntos de contacto del distribuidor de un automóvil tenían que ser periódicamente reemplazados. Los interruptores en las redes de distribución de energía y los interruptores que controlan grandes motores, los generadores y los electroimanes pueden verse afectados por el arco y ser peligrosos de operar.

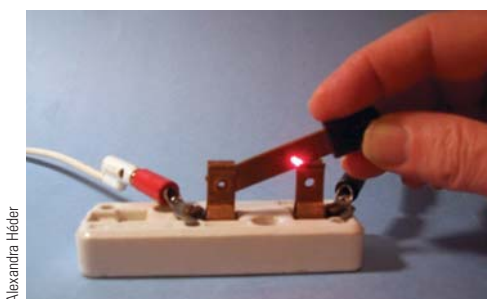


Figura P32.6

7. O En la figura P32.7, el interruptor se deja en la posición a durante un largo intervalo de tiempo y luego rápidamente se coloca en la posición b. Clasifique las magnitudes de los vol-

jes a través de los cuatro elementos de circuito poco tiempo después, de mayor a menor.

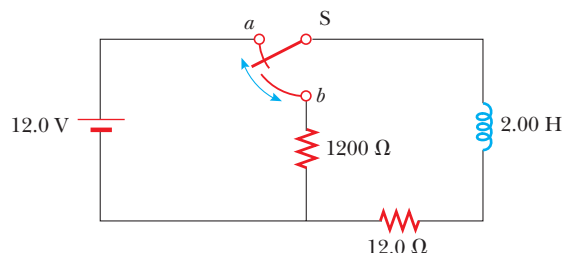


Figura P32.7

8. Considere los cuatro circuitos que se muestran en la figura P32.8, donde cada uno consiste en una batería, un interruptor, una lámpara, un resistor y un capacitor o un inductor. Suponga que el capacitor tiene una gran capacitancia y que el inductor tiene una gran inductancia mas no resistencia. La lámpara tiene alta eficiencia y brilla siempre que conduce corriente eléctrica. i) Describa lo que hace la lámpara en cada uno de los circuitos a), b), c) y d) después de que el interruptor se cierra. ii) Describa lo que hace la lámpara en cada circuito después de que, luego de haber estado cerrado un largo intervalo de tiempo, el interruptor se abre.

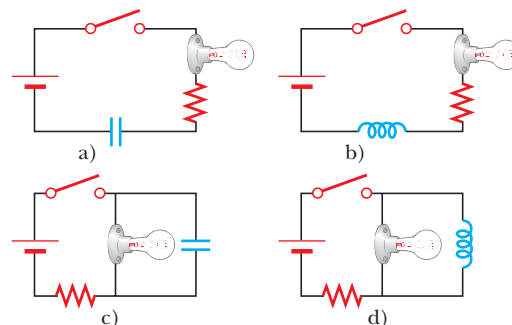


Figura P32.8

9. O No haga esto, es peligroso e ilegal. Suponga que un criminal quiere robar energía de la compañía eléctrica al colocar una bobina rectangular plana de alambre cerca de, pero sin tocar, un largo alambre horizontal recto en una línea de transmisión. El largo alambre recto porta una corriente que varía sinusoidalmente. ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? a) El método funciona mejor si la bobina está en un plano vertical que rodea al alambre recto. b) El método funciona mejor si la bobina está en un plano vertical con los dos lados largos del rectángulo paralelos al alambre largo e igualmente alejado de él. c) El método funciona mejor si la bobina y el alambre largo están en el mismo plano horizontal con un lado largo del rectángulo cerca del alambre. d) El método funciona para cualquier orientación de la bobina. e) El método no puede funcionar sin contacto entre la bobina y el alambre largo.
10. Considere esta tesis: "Joseph Henry, el primer físico profesional estadounidense, influyó en el cambio básico más reciente del punto de vista humano sobre el Universo, cuando descubrió

alrededor de 1830 la autoinducción durante unas vacaciones escolares en la Academia Albany. Antes de esto, se pensaba que el Universo estaba compuesto sólo por una sola cosa: materia. La energía que mantiene temporalmente la corriente después de haber retirado la batería a una bobina, por otro lado, no es energía que corresponda a alguna porción de materia. Se trata de energía que existe en el campo magnético sin masa que rodea a la bobina. Con el descubrimiento de Henry, la Naturaleza le descubrió al hombre que el Universo está constituido por campos, así como por materia." Argumente a favor o en contra de esta afirmación. ¿Qué es lo que, desde su punto de vista, conforma al Universo?

11. **O** Si la corriente en un inductor se duplica, ¿en qué factor se multiplica la energía almacenada? a) 4, b) 2, c) 1, d) $\frac{1}{2}$, e) $\frac{1}{4}$.
12. **O** Un inductor solenoidal se volverá a diseñar para una tarjeta de circuito impreso. Para ahorrar peso, el número de vueltas se reduce a la mitad mientras las dimensiones geométricas se mantienen igual. ¿En cuánto cambia la corriente si la energía almacenada en el inductor debe permanecer igual? a) Debe ser cuatro veces mayor. b) Debe ser dos veces mayor. c) Debe ser mayor por un factor de $\sqrt{2}$. d) Debe dejarse igual. e) Debe ser la mitad. f) Ningún cambio en la corriente puede compensar la reducción en el número de vueltas.
13. Explique las similitudes entre la energía almacenada en el campo eléctrico de un capacitor cargado y la energía almacenada en el campo magnético de una bobina portadora de corriente.
14. El interruptor abierto en la figura P32.14 se cierra en $t = 0$. Antes de que el interruptor se cierre, el capacitor se descarga

y todas las corrientes son cero. Determine las corrientes en L , C y R y las diferencias de potencial a través de L , C y R a) en el instante después de que el interruptor se cierra y b) mucho después de que se cierra.

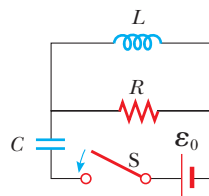


Figura P32.14

15. **O** Los centros de dos espiras circulares están separados por una distancia fija. i) ¿Para qué orientación relativa de las espiras su inductancia mutua es un máximo? a) coaxial y que se encuentren en planos paralelos, b) que se encuentren en el mismo plano, c) que se encuentren en planos perpendiculares, con el centro de uno en el eje del otro, d) La orientación no hace diferencia. ii) ¿Para qué orientación relativa su inductancia mutua es un mínimo? Elija entre las mismas posibilidades.
16. En el circuito LC que se muestra en la figura 32.10, la carga en el capacitor a veces es cero, pero en tales instantes la corriente en el circuito no es cero. ¿Cómo es posible este comportamiento?
17. ¿Cómo se puede saber si un circuito RLC está sobreamortiguado o subamortiguado?
18. ¿Un objeto puede ejercer fuerza sobre sí mismo? Cuando una bobina induce una fem en sí misma, ¿está ejerciendo una fuerza sobre sí misma?

Problemas

Sección 32.1 Autoinductancia

1. Un inductor de 2.00 H lleva una corriente estable de 0.500 A. Cuando se abre el interruptor en el circuito, después de 10.0 ms, la corriente es, efectivamente, igual a cero. ¿Cuál es la fem inducida promedio en el inductor durante este tiempo?
2. Un cable de teléfono enroscado forma una espira de 70 vueltas, con un diámetro de 1.30 cm y una longitud sin estirar de 60.0 cm. Determine la autoinductancia de un conductor en el cable sin estirar.
3. Un inductor de 10.0 mH conduce una corriente $I = I_{\text{máx}} \sin \omega t$, con $I_{\text{máx}} = 5.00$ A y $\omega/2\pi = 60.0$ Hz. ¿Cuál es la fem autoinducida como una función de tiempo?
4. Una fem de 24.0 mV es inducida en una bobina de 500 vueltas en el instante en que la corriente es de 4.00 A y está cambiando con una rapidez de 10.0 A/s. ¿Cuál es el flujo magnético que a través de cada vuelta de la bobina?
5. Se tiene un inductor con forma de solenoide, de 420 vueltas, longitud de 16.0 cm y un área de sección transversal de

3.00 cm^2 . ¿Qué rapidez uniforme de disminución de la corriente a través del inductor induce una fem de $175 \mu\text{V}$?

6. La corriente de un inductor de 90.0 mH cambia con el transcurso del tiempo de la forma $I = 1.00 t^2 - 6.00 t$ (en unidades del SI). Determine la magnitud de la fem inducida en a) $t = 1.00$ s y b) $t = 4.00$ s. c) ¿En qué momento será la fem igual a cero?
7. **●** Un solenoide con núcleo de aire, uniformemente devanado, con 450 vueltas, 15.0 mm de diámetro y 12.0 cm de longitud, porta una corriente de 40.0 mA. Calcule a) el campo magnético dentro del solenoide, b) el flujo magnético a través de cada vuelta y c) la inductancia del solenoide. d) **¿Qué pasaría si?** la corriente fuese diferente, ¿cuál de estas cantidades cambiaría?
8. Un toroide tiene un radio mayor R y un radio menor r , y está estrechamente enrollado con N vueltas de alambre, como se muestra en la figura P32.8. Si $R \gg r$, el campo magnético en la región encerrada por el alambre del toroide, de área de sección transversal $A = \pi r^2$, es esencialmente el mismo que

el campo magnético de un solenoide que ha sido doblado en un gran círculo de radio R . Modele con un campo uniforme de un solenoide largo y demuestre que la autoinductancia de dicho toroide es aproximadamente igual a

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi R}$$

(Una expresión exacta de la inductancia de un toroide de sección transversal rectangular se deduce en el problema 57.)

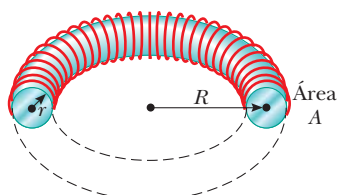


Figura P32.8

9. En un solenoide de inductancia L , una fem autoinducida cambia con el tiempo de la forma $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-kt}$. Determine la carga total que pasa a través del solenoide, si existe una carga finita.

Sección 32.2 Circuitos RL

10. Demuestre que $I = I_i e^{-t/\tau}$ es una solución de la ecuación diferencial

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

donde I_i es la corriente en $t = 0$ y $\tau = L/R$.

11. Una batería de 12.0 V está conectada en un circuito en serie que contiene un resistor de 10.0 Ω y un inductor de 2.00 H. ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que la corriente alcance a) 50.0% y b) 90.0% de su valor final?
12. ● En el circuito diagramado en la figura P32.12, sea $\mathcal{E} = 12.0$ V y $R = 24.0$ Ω . Suponga que el interruptor está abierto para $t < 0$ y se cierra en $t = 0$. En un solo conjunto de ejes, bosqueje gráficas de la corriente en el circuito como función del tiempo para $t \geq 0$, si supone que a) la inductancia en el circuito es esencialmente cero, b) la inductancia tiene un valor intermedio y c) la inductancia tiene un valor muy grande. Etiquete los valores inicial y final de la corriente.

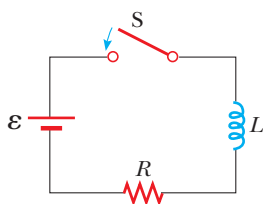


Figura P32.12 Problemas 12, 13, 14 y 15.

13. Considere el circuito de la figura P32.12, con los valores $\mathcal{E} = 6.00$ V, $L = 8.00$ mH, y $R = 4.00$ Ω . a) ¿Cuál es la constante de tiempo inductiva del circuito? b) Calcule la corriente en el circuito 250 μ s después de que se cerró el interruptor. c) ¿Cuál es el valor de la corriente final en estado estable? d) ¿Cuánto tiempo le toma a la corriente alcanzar 80.0% de su valor máximo?

14. En el circuito que se muestra en la figura P32.12, suponga que $L = 7.00$ H, $R = 9.00$ Ω y $\mathcal{E} = 120$ V. ¿Cuál es la fem autoinducida 0.200 s después de que se ha cerrado el interruptor?
15. Para el circuito RL que se muestra en la figura P32.12, sea la inductancia igual a 3.00 H, la resistencia igual a 8.00 Ω , y la fem de la batería igual a 36.0 V. a) Calcule la relación de la diferencia de potencial del resistor a la fem del inductor cuando la corriente es igual a 2.00 A. b) Calcule la fem a través del inductor cuando la corriente es igual a 4.50 A.
16. Una batería de 12.0 V está conectada en serie con un resistor y un inductor. El circuito tiene una constante de tiempo de 500 μ s, y la corriente máxima es de 200 mA. ¿Cuál es el valor de la inductancia del inductor?
17. Un inductor que tiene una inductancia de 15.0 H y una resistencia de 30.0 Ω está conectado a una batería de 100 V. ¿Cuál es la rapidez de incremento de la corriente a) en $t = 0$ y b) en $t = 1.50$ s?
18. El interruptor de la figura P32.18 está abierto durante $t < 0$ y después se cierra en $t = 0$. Determine la corriente en el inductor y la corriente en el interruptor como funciones de tiempos posteriores.

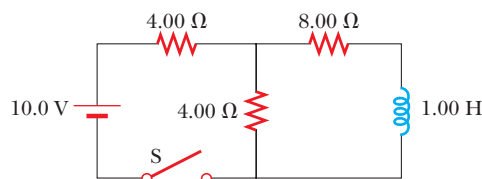


Figura P32.18 Problemas 18 y 52.

19. Un circuito RL en serie con $L = 3.00$ H y un circuito RL en serie con $C = 3.00$ μ F tienen idénticas constantes de tiempo. Si los dos circuitos contienen la misma resistencia R , a) ¿cuál es el valor de R ? y b) ¿cuál es el valor de la constante de tiempo?
20. Un pulso de corriente es alimentado al circuito parcial que se muestra en la figura P32.20. La corriente comienza desde cero y se convierte después en 10.0 A entre $t = 0$ y $t = 200$ μ s, y a continuación vuelve a ser igual a cero. Determine la corriente en el inductor como una función del tiempo.

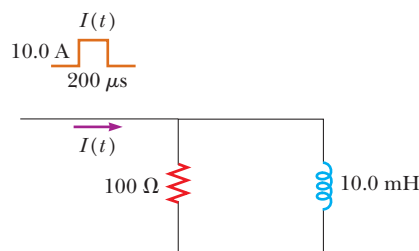


Figura P32.20

21. Un inductor de 140 mH y un resistor de 4.90 Ω están conectados con un interruptor a una batería de 6.00 V, como se muestra en la figura P32.21. a) Si el interruptor se coloca en *a* (conectando la batería), ¿cuánto tiempo transcorre antes de que la corriente alcance 220 mA? b) ¿Cuál es la corriente en el inductor 10.0 s después de que el interruptor se cierra? c) En este caso se pasa rápidamente el interruptor de *a* a *b*. ¿Cuánto

tiempo transcorre antes de que la corriente disminuya hasta 160 mA?

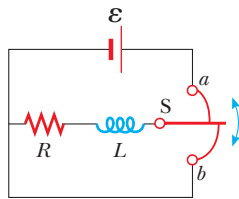


Figura P32.21

22. ● Considere dos inductores ideales L_1 y L_2 que tienen una resistencia interna igual a *cero* y muy separados uno del otro, de forma que sus campos magnéticos no influyen entre sí. a) Si los inductores están conectados en serie, demuestre que son equivalentes a un solo inductor ideal que tenga $L_{eq} = L_1 + L_2$. b) Si los dos inductores están conectados en paralelo, demuestre que son equivalentes a un solo inductor ideal que tenga $1/L_{eq} = 1/L_1 + 1/L_2$. c) **¿Qué pasaría si?** Ahora considere dos inductores L_1 y L_2 que tengan, respectivamente, resistencias internas R_1 y R_2 diferentes de *cero*. Suponga que incluso se encuentran alejadas una de la otra, de manera que su inductancia mutua sea igual a *cero*. Si los inductores están conectados en serie, demuestre que son equivalentes a un solo inductor que tenga $L_{eq} = L_1 + L_2$ y $R_{eq} = R_1 + R_2$. d) Si estos mismos inductores estuvieran conectados en paralelo, ¿es cierto que son equivalentes a un solo inductor ideal que tenga $1/L_{eq} = 1/L_1 + 1/L_2$ y $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$? Explique su respuesta.

Sección 32.3 Energía en un campo magnético

23. Un solenoide de 68 vueltas con núcleo de aire tiene 8.00 cm de largo y un diámetro de 1.20 cm. ¿Cuánta energía se almacena en su campo magnético cuando conduce una corriente de 0.770 A?
24. El campo magnético en el interior de un solenoide superconductor es de 4.50 T. El solenoide tiene un diámetro interno de 6.20 cm y una longitud de 26.0 cm. Determine a) la densidad de energía magnética en el campo y b) la energía almacenada en el campo magnético en el interior del solenoide.
25. En un día despejado, en cierto lugar, existe un campo eléctrico vertical de 100 V/m cerca de la superficie de la Tierra. En el mismo lugar, el campo magnético de la Tierra tiene una magnitud de 0.500×10^{-4} T. Calcule las densidades de energía de ambos campos.
26. Complete el cálculo del ejemplo 32.3 probando que

$$\int_0^\infty e^{-2Rt/L} dt = \frac{L}{2R}$$

27. ● Una bobina plana de alambre tiene una inductancia de 40.0 mH y una resistencia de 5.00 Ω . Está conectada a una batería de 22.0 V en el instante $t = 0$. Considere el momento cuando la corriente es de 3.00 A. a) ¿Con qué rapidez entrega energía la batería? b) ¿Cuál es la potencia entregada al resistor? c) ¿Con qué rapidez se almacena energía en el campo magnético de la bobina? d) ¿Cuál es la correspondencia entre estos tres valores de potencia? ¿Esta correspondencia también es verdadera en otros instantes? Explique la correspondencia en el momento inmediatamente después de $t = 0$ y en un momento muchos segundos más tarde.
28. Una batería de 10.0 V, un resistor de 5.00 Ω y un inductor de 10.0 H están conectados en serie. Después de que la corriente

en el circuito alcance su valor máximo, calcule a) la potencia que suministra la batería, b) la potencia que se entrega al resistor, c) la potencia que se entrega al inductor y d) la energía almacenada en el campo magnético del inductor.

29. Suponga que la magnitud del campo magnético en el exterior de una esfera de radio R es $B = B_0(R/r)^2$, donde B_0 es una constante. Determine la energía total almacenada en el campo magnético en el exterior de la esfera y evalúe el resultado con $B_0 = 5.00 \times 10^{-5}$ T y $R = 6.00 \times 10^6$ m, valores apropiados para el campo magnético de la Tierra.

Sección 32.4 Inductancia mutua

30. Dos bobinas están muy cerca una de la otra. La primera tiene una corriente que varía con el tiempo, conocida por $I(t) = (5.00 \text{ A})e^{-0.0250t} \sin(377t)$. En $t = 0.800$ s, la fem medida en la segunda bobina es -3.20 V. ¿Cuál es la inductancia mutua en ambas bobinas?
31. Dos bobinas sujetas en posiciones fijas tienen una inductancia mutua de 100 μH . ¿Cuál es la fem máxima que se registra en una de ellas cuando una corriente sinusoidal conocida por $I(t) = (10.0 \text{ A}) \sin(1000t)$ en la otra bobina?
32. En un tablero de circuito impreso, un conductor recto relativamente largo y una espira rectangular conductora yacen en el mismo plano, como se muestra en la figura P31.8 capítulo 31. Si $h = 0.400$ mm, $w = 1.30$ mm y $L = 2.70$ mm, determine la inductancia mutua.
33. Dos solenoides A y B, colocados uno cerca del otro y compartiendo el mismo eje cilíndrico, tienen 400 y 700 vueltas, respectivamente. En la bobina A una corriente de 3.50 A produce un flujo promedio de 300 μWb por cada vuelta de A y un flujo de 90.0 μWb por cada vuelta de B. a) Calcule la inductancia mutua de los dos solenoides. b) ¿Cuál es la inductancia de A? c) ¿Cuál es la fem inducida en B cuando la corriente en A aumenta con una rapidez de 0.500 A/s?
34. ● Un solenoide tiene N_1 vueltas, radio R_1 y longitud ℓ . Es tan largo que su campo magnético es uniforme casi en todas partes dentro de él y casi *cero* afuera. Un segundo solenoide tiene N_2 vueltas, radio $R_2 < R_1$ y la misma longitud. Se encuentra dentro del primer solenoide, con sus ejes paralelos. a) Suponga que el solenoide 1 conduce corriente variable I . Calcule la inductancia mutua que caracteriza la fem inducida en el solenoide 2. b) Ahora suponga que el solenoide 2 conduce corriente I . Calcule la inductancia mutua a la que es proporcional la fem en el solenoide 1. c) Establezca cómo se comparan mutuamente los resultados de los incisos a) y b).
35. Una bobina grande de radio R_1 y con N_1 vueltas está colocada coaxialmente con una bobina pequeña de radio R_2 y con N_2 vueltas. Los centros de las bobinas están separados una distancia x mucho mayor que R_2 . ¿Cuál es la inductancia mutua de las bobinas? *Sugerencia:* John von Neumann demostró que la misma respuesta se obtiene si se considera el flujo a través de la primera bobina del campo magnético como si se hubiera producido por la segunda bobina, o si se considera el flujo a través de la segunda bobina del campo magnético como si la hubiera producido la primera. En este problema es fácil calcular el flujo a través de la bobina más pequeña, pero es difícil calcular el flujo a través de la otra, porque para ello tendría que conocerse el campo magnético en algún lugar lejos del eje.
36. Dos inductores con inductancias L_1 y L_2 están conectados en paralelo, como se muestra en la figura P32.36a. La

inductancia mutua entre los inductores es M . Determine la inductancia equivalente L_{eq} para el sistema (figura P32.36b).

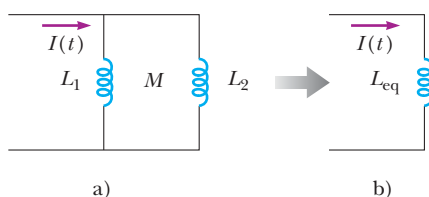


Figura P32.36

Sección 32.5 Oscilaciones en un circuito LC

37. Un capacitor de $1.00 \mu\text{F}$ es cargado por una fuente de energía de 40.0 V . Después se descarga a través de un inductor de 10.0 mH . Determine la corriente máxima en las oscilaciones resultantes.
38. Un circuito LC está constituido por un inductor de 20.0 mH y un capacitor de $0.500 \mu\text{F}$. Si la corriente máxima instantánea es de 0.100 A , ¿cuál es la mayor diferencia de potencial en los extremos del capacitor?
39. En el circuito de la figura P32.39, la fem de la batería es de 50.0 V , la resistencia de 250Ω y la capacitancia de $0.500 \mu\text{F}$. El interruptor S se cierra durante un largo periodo a través del capacitor y mide una diferencia de potencial de cero. Después de que se abre el interruptor, la diferencia de potencial en las terminales del capacitor alcanza un valor máximo de 150 V . ¿Cuál es el valor de la inductancia?

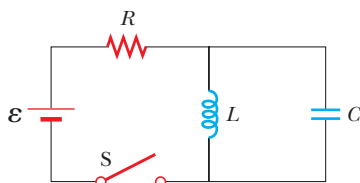


Figura 32.39

40. Un circuito LC como el que se muestra en la figura 32.10 contiene un inductor de 82.0 mH y un capacitor de $17.0 \mu\text{F}$, inicialmente con una carga de $180 \mu\text{C}$. En $t < 0$ se abre el interruptor y después se cierra en $t = 0$. a) Determine la frecuencia (en hertz) de las oscilaciones resultantes. En $t = 1.00 \text{ ms}$, determine b) la carga en el capacitor y c) la corriente en el circuito.
41. Para la sintonización de un radioteléfono en un barco se utiliza una inductancia fija $L = 1.05 \mu\text{H}$ en serie con un capacitor variable. ¿Qué capacitancia sintoniza el circuito a la señal proveniente de un transmisor que emite señales a 6.30 MHz ?
42. El interruptor de la figura 32.42 está conectado al punto a durante mucho tiempo. Después de que el interruptor se pasa al punto b , ¿cuál es a) la frecuencia de oscilación del circuito LC , b) la carga máxima que aparece en el capacitor, c) la co-

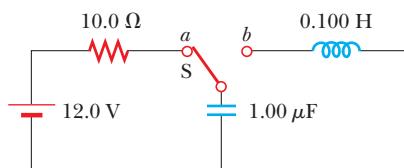


Figura 32.42

rriente máxima en el inductor y d) la energía total que posee el circuito en $t = 3.00 \text{ s}$?

43. Un circuito LC como el de la figura 32.10 está constituido por un inductor de 3.30 H y un capacitor de 840 pF , inicialmente con una carga de $105 \mu\text{C}$. El interruptor se abre en $t < 0$ y después se cierra en $t = 0$. Calcule las siguientes cantidades en $t = 2.00 \text{ ms}$: a) la energía almacenada en el capacitor, b) la energía almacenada en el inductor y c) la energía total del circuito.

Sección 32.6 Circuito RLC

44. En la figura 32.15, supongamos que $R = 7.60 \Omega$, $L = 2.20 \text{ mH}$ y $C = 1.80 \mu\text{F}$. a) Calcule la frecuencia de la oscilación amortiguada del circuito. b) ¿Cuál es la resistencia crítica?
45. Considere un circuito LC en el que $L = 500 \text{ mH}$ y $C = 0.100 \mu\text{F}$. a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia ω_0 ? b) Si en el circuito se introduce una resistencia de $1.00 \text{ k}\Omega$, ¿cuál será la frecuencia de las oscilaciones (amortiguadas)?, y c) ¿cuál es el porcentaje de diferencia entre ambas frecuencias?
46. Demuestre que la ecuación 32.28 se trata de la regla de las espiras de Kirchhoff aplicada al circuito de la figura 32.15.
47. Se inician oscilaciones eléctricas en un circuito en serie que contiene una capacitancia C , una inductancia L y una resistencia R . a) Si $R \ll \sqrt{4L/C}$ (amortiguación débil), ¿cuánto tiempo pasará antes de que la amplitud de la oscilación de la corriente disminuya a 50.0% de su valor inicial? b) ¿Cuánto tiempo tarda en disminuir la energía a 50.0% de su valor inicial?

Problemas adicionales

48. **Problema de repaso.** Este problema extiende el razonamiento de la sección 26.4, el problema 26.29, el problema 33.30 y la sección 32.3. a) Considere un capacitor con vacío entre sus placas grandes, cercanas, paralelas y con cargas opuestas. Demuestre que la fuerza en una placa se explica al considerar que el campo eléctrico entre placas ejerce una “presión negativa” igual a la densidad de energía del campo eléctrico. b) Considere dos hojas planas infinitas que llevan corrientes eléctricas en direcciones opuestas con densidades lineales J_s de corriente iguales. Calcule la fuerza por cada área que actúa sobre una hoja debida al campo magnético, de magnitud $\mu_0 J_s / 2$ producido por la otra hoja. c) Calcule el campo magnético neto entre las hojas y el campo exterior al volumen entre ellas. d) Calcule la densidad de energía en el campo magnético entre las hojas. e) Demuestre que la fuerza sobre una hoja se explica si se considera que el campo magnético entre las hojas ejerce una presión positiva igual a su densidad de energía. Este resultado de la presión magnética es aplicable a todas las configuraciones de corriente, no sólo a hojas de corriente.

49. Un inductor de 1.00 mH y un capacitor de $1.00 \mu\text{F}$ están conectados en serie. La corriente en el circuito está expresada por $I = 20.0 t$, donde t está en segundos e I en amperes. Inicialmente, el capacitor no tiene carga. Determine a) el voltaje a través del inductor como una función del tiempo, b) el voltaje a través del capacitor como una función del tiempo y c) el instante en que la energía almacenada en el capacitor excede por vez primera la del inductor.

50. Un inductor que tiene una inductancia L y un capacitor con una capacitancia C están conectados en serie. La corriente en el circuito aumenta linealmente con el tiempo, como se describe en $I = Kt$, siendo K una constante. El capacitor está

inicialmente descargado. Determine a) el voltaje a través del inductor como una función del tiempo, b) el voltaje a través del capacitor como una función del tiempo y c) el instante en que la energía almacenada en el capacitor excede por vez primera la del inductor.

51. Un capacitor en un circuito LC en serie tiene una carga inicial Q y está descargándose. Determine, en función de L y C , el flujo a través de cada una de las N vueltas de la bobina, cuando la carga sobre el capacitor es igual a $Q/2$.
52. ● En el circuito diagramado en la figura P32.18, suponga que el interruptor se cerró durante un largo intervalo de tiempo y se abrió en $t = 0$. a) Antes de que el interruptor se abra, ¿el inductor se comporta como un circuito abierto, como un cortocircuito, un resistor de alguna resistencia particular o ninguna de estas opciones? ¿Qué corriente porta el inductor? b) ¿Cuánta energía se almacena en el inductor para $t < 0$? c) Después de que el interruptor se abre, ¿qué ocurre con la energía previamente almacenada en el inductor? d) Bosquee una gráfica de la corriente en el inductor para $t \geq 0$. Etiquete los valores inicial y final y la constante de tiempo.
53. ● En el momento $t = 0$, una batería de 24.0 V se conecta a una bobina de 5.00 mH y un resistor de 6.00 Ω . a) Según esto inmediatamente, ¿cómo se compara la diferencia de potencial a través del resistor, con la fem a través de la bobina? b) Responda la misma pregunta acerca del circuito muchos segundos después. c) ¿Hay un instante en el que estos dos voltajes son iguales en magnitud? Si es así, ¿cuándo? ¿Hay más de uno de tales instantes? d) Después de que una corriente de 4.00 A se establece en el resistor y la bobina, la batería súbitamente se sustituye por un cortocircuito. Responda de nuevo las preguntas a), b) y c), con referencia a este nuevo circuito.
54. Cuando la corriente en la porción del circuito que se muestra en la figura P32.54 es de 2.00 A y aumenta a una proporción de 0.500 A/s, la diferencia de potencial observada es $\Delta V_{ab} = 9.00$ V. Cuando la corriente es de 2.00 A y disminuye a la relación de 0.500 A/s, la diferencia de potencial medida es $\Delta V_{ab} = 5.00$ V. Calcule los valores de L y R .

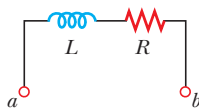


Figura P32.54

55. Una corriente variable en el tiempo I viaja a través de un inductor de 50.0 mH, como se muestra en la figura P32.55. Elabore una gráfica del potencial en el punto b en relación con el potencial en el punto a .

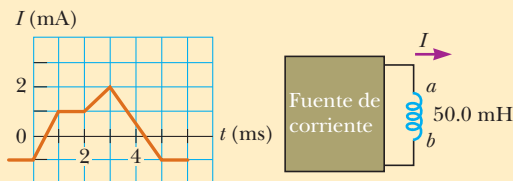


Figura P32.55

56. ● Considere un circuito en serie que consiste en un capacitor de 500 μF , un inductor de 32.0 mH y un resistor R . Explique qué puede decir acerca de la frecuencia angular de oscilaciones para a) $R = 0$, b) $R = 4.00 \Omega$, c) $R = 15.0 \Omega$ y d) $R = 17.0 \Omega$. Relacione la descripción matemática de la frecuencia

angular con la frecuencia angular experimentalmente mensurable.

57. ● El toroide de la figura P32.57 está constituido por N vueltas y tiene una sección transversal rectangular. Sus radios interno y externo son a y b , respectivamente. a) Demuestre que la inductancia del toroide es

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

- b) Con este resultado, calcule la inductancia de un toroide de 500 vueltas para el cual $a = 10.0$ cm, $b = 12.0$ cm y $h = 1.00$ cm. c) **¿Qué pasaría si?** En el problema 8 se dedujo una expresión aproximada para la inductancia de un toroide de $R \gg r$. Para tener una idea de la precisión de ese resultado, utilice la expresión del problema 8 para calcular la inductancia aproximada del toroide descrito en el inciso b). Compare este resultado con el del inciso b).

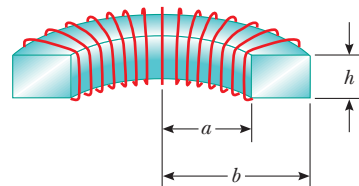


Figura P32.57

58. a) Una bobina circular y plana realmente no produce un campo magnético uniforme en el área que encierra. No obstante, estime la inductancia de una bobina plana, circular y compacta, con un radio R y N vueltas, al suponer que el campo en su centro es uniforme en toda el área. b) Un circuito de una mesa de laboratorio está constituido por una batería de 1.5 V, un resistor de 270 Ω , un interruptor y tres cables de unión de 30 cm de largo que los conectan. Suponga que el circuito se arregla de forma circular. Piense en él como si fuera una bobina plana de una sola vuelta. Calcule el orden de magnitud de su inductancia y c) de la constante de tiempo describiendo la rapidez con que aumenta la corriente cuando se cierra el interruptor.
59. En $t = 0$, se cierra el interruptor abierto de la figura P32.59. Utilizando las reglas de Kirchhoff para las corrientes y voltajes instantáneos en este circuito de dos espiras, demuestre que la corriente en el inductor en el tiempo $t > 0$ es igual a

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_1} [1 - e^{-(R'/L)t}]$$

donde $R' = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$.

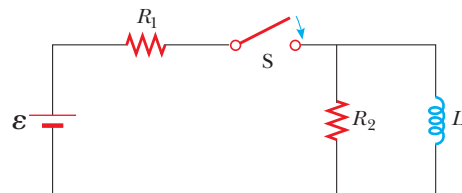


Figura P32.59

60. Un alambre hecho de un material no magnético, de radio R , lleva una corriente uniformemente distribuida en su sección transversal. La corriente total que conduce el alambre es I . Demuestre que la energía magnética por cada unidad de longitud en el interior del alambre es $\mu_0 I^2 / 16\pi$.

61. En la figura P32.61, el interruptor está cerrado durante $t < 0$, y se establecen condiciones de estado estable. Luego se abre en $t = 0$. a) Determine la fem inicial $\mathcal{E}_0$ a través de L justo después de $t = 0$. ¿Qué extremo de la bobina a o bien b está a un mayor potencial? b) Grafique a mano las corrientes en R_1 y en R_2 como una función del tiempo, tome las direcciones del estado estable como positivas. Muestre valores antes y después de $t = 0$. c) ¿Cuánto tiempo después de $t = 0$ la corriente en R_2 llega a tener el valor de 2.00 mA?

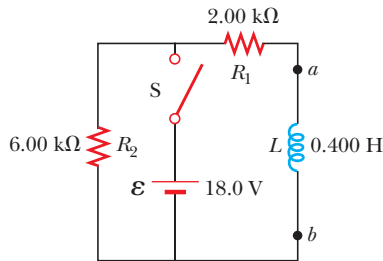


Figura P32.61

62. ● Los alambres de entrada de una antena de televisión a menudo se fabrican en forma de dos alambres paralelos (figura P32.62). Los dos alambres conducen corrientes de igual magnitud en direcciones opuestas. Considere que los alambres conducen la corriente distribuida de manera uniforme en sus superficies y no existe campo magnético dentro del alambre. a) ¿Por qué esta configuración de conductores tiene inductancia? b) ¿Qué constituye la espira de flujo en esta configuración? c) Demuestre que la inductancia de un tramo x de este tipo de cable de entrada es

$$L = \frac{\mu_0 x}{\pi} \ln \left(\frac{w - a}{a} \right)$$

donde a es el radio de los alambres y w la separación entre los centros.

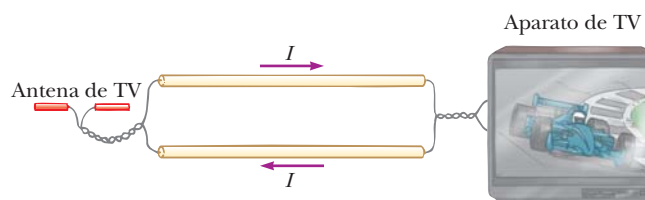


Figura P32.62

63. Para impedir daños por arco eléctrico en un motor eléctrico, a veces se coloca un resistor de descarga en paralelo con la armadura. Si el motor se desconecta de manera repentina mientras está en operación, este resistor limita el voltaje que se presenta en las terminales de la armadura de la bobina. Considere un motor CD de 12.0 V con una armadura que tiene una resistencia de $7.50 \, \Omega$ y una inductancia de 450 mH. Suponga que la magnitud de la fem autoinducida en las bobinas de la armadura es de 10.0 V cuando el motor funciona a una rapidez normal. (El circuito equivalente de la armadura se muestra en la figura P32.63.) Calcule la resistencia máxima R que limita a 80.0 V el voltaje en las terminales de la armadura cuando el motor se desconecta.

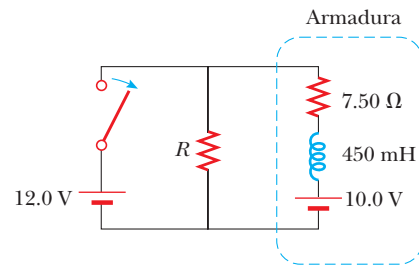


Figura P32.63

Problemas de repaso. Los problemas 64 al 67 aplican ideas de este y capítulos previos para algunas propiedades de los superconductores, que fueron introducidos en la sección 27.5.

64. *La resistencia de un superconductor.* En un experimento llevado a cabo por S. C. Collins entre 1955 y 1958, se mantuvo una corriente en un anillo de plomo superconductor durante 2.50 años sin observar pérdidas. Si la inductancia en el anillo era de $3.14 \times 10^{-8} \, \text{H}$ y la sensibilidad del experimento era de una parte en 10^9 , ¿cuál era la máxima resistencia del anillo? (*Sugerencia:* Trate al anillo como un circuito RL , con decaimiento de la corriente y recuerde que $e^{-x} \approx 1 - x$ cuando x es pequeña.)
65. Se ha propuesto un nuevo método para almacenar energía. Se fabrica una enorme bobina subterránea superconductora de 1.00 km de diámetro que conduciría una corriente máxima de 50.0 kA en cada embobinado de un solenoide de Nb_3Sn de 150 vueltas. a) Si la inductancia de esta enorme bobina fuera de 50.0 H, ¿cuál sería la energía total almacenada?, y b) ¿cuál sería la fuerza de compresión por cada metro que actúa entre dos embobinados adyacentes a 0.250 m de distancia?
66. *Transmisión superconductora de energía.* Se ha propuesto el uso de los superconductores para las líneas de transmisión de energía. Un solo cable coaxial (figura P32.66) podría conducir $1.00 \times 10^3 \, \text{MW}$ (la salida de una gran planta eléctrica) a 200 kV, CD, a lo largo de una distancia de 1000 km sin pérdidas. Un alambre interno con un radio de 2.00 cm, hecho del superconductor Nb_3Sn , lleva la corriente I en una dirección. Un cilindro superconductor le rodea, con un radio de 5.00 cm, y lleva la corriente de retorno I . En dicho sistema, ¿cuál es el campo magnético a) en la superficie del conductor interno o b) en la superficie interna del conductor externo? c) ¿Cuánta energía se almacenaría en el espacio entre los conductores en una línea de transmisión superconductora de 1000 km? d) ¿Cuál sería la presión ejercida sobre el conductor externo?

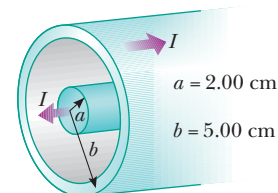


Figura P32.66

67. ● *El efecto Meissner.* Compare este problema con el problema 57 del capítulo 26, respecto a la fuerza que atrae un dieléctrico perfecto en un campo eléctrico intenso. Una propiedad fundamental de un material superconductor del tipo 1 es el *diamagnetismo perfecto*, es decir, la demostración del *efecto Meissner*.

superconductor, que se ilustra en la figura 30.27 en la sección 30.6 y que se describe como sigue. El material superconductor tiene $\vec{B} = 0$ en cualquier sitio en el interior. Si se coloca una muestra del material en un campo magnético producido externamente, o si se enfría para hacer de él un superconductor mientras está en un campo magnético, aparecen corrientes eléctricas en la superficie de la muestra. Las corrientes tienen justo la intensidad y la dirección necesarias para que el campo magnético sea igual a cero en todo su interior de la muestra. Este problema ayudará a comprender la fuerza magnética que puede actuar sobre la muestra superconductora.

Un solenoide vertical con una longitud de 120 cm y un diámetro de 2.50 cm está constituido por 1400 vueltas de alambre de cobre que lleva una corriente contraria al sentido de las manecillas del reloj de 2.00 A, como se observa en la figura P32.67a. a) Determine el campo magnético en el vacío en el interior del solenoide. b) Determine la densidad de energía del campo magnético y observe que las unidades J/m^3 de densidad de energía son las mismas que las unidades N/m^2 de la presión. c) Ahora se inserta parcialmente en el solenoide una barra superconductora de 2.20 cm de diámetro. Su extremo superior está muy lejos del solenoide, donde el campo magnético es despreciable. El extremo inferior de la barra está profundamente incrustado en el solenoide. Explique cómo identificar la dirección que requiere la corriente en la superficie curva de la barra, para que el campo magnético total en el interior de

la barra sea igual a cero. En la figura P32.67b se dibuja el campo producido por las supercorrientes, y en la figura P32.67c se encuentra el campo total. d) El campo del solenoide ejerce una fuerza sobre la corriente en el superconductor. Explique cómo determinar la dirección de la fuerza sobre la barra. e) Calcule la magnitud de la fuerza multiplicando la densidad de energía del campo del solenoide por el área del extremo inferior de la barra superconductora.

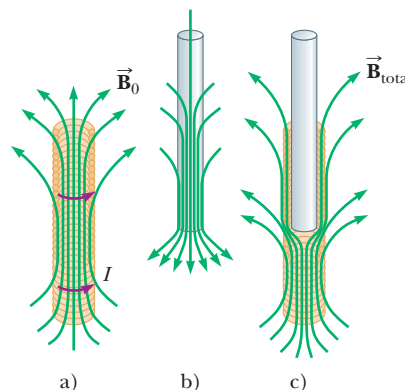


Figura P32.67

Respuestas a las preguntas rápidas

- 32.1** c), f) Para la corriente constante en a) y b) no hay diferencia de potencial en las terminales del inductor sin resistencia. En c), si aumenta la corriente, la fem inducida en el inductor tendrá una dirección opuesta, de *b* a *a*, lo que hace más grande en potencial a *a* que a *b*. De manera similar, en f) la corriente que disminuye induce una fem en la misma dirección que la corriente, de *b* a *a*, lo que de nuevo provoca que el potencial de *a* sea más alto que el de *b*.
- 32.2** i) b) Como el interruptor está cerrado, no hay corriente, por lo que no hay voltaje a través del resistor. ii), a) Después de mucho tiempo, la corriente llega a su valor final, y el inductor ya no afecta al circuito.
- 32.3** a), d) Porque la densidad de energía depende de la magnitud del campo magnético, para aumentar la densidad de ener-

gía debemos aumentar el campo magnético. En el caso de un solenoide, $B = \mu_0 nI$, donde n es el número de vueltas por cada unidad de longitud. En a), incrementa n para aumentar el campo magnético. En b), el cambio en el área de sección transversal no tiene efecto sobre el campo magnético. En c) si aumenta la longitud y mantiene fija a n , no hay ningún efecto sobre el campo magnético. Aumentando la corriente en d) aumenta el campo magnético en el solenoide.

- 32.4** a) M aumenta debido a que el flujo magnético aumenta a través de la bobina 2.
- 32.5** i) b) Si la corriente está en su valor máximo, la carga del capacitor es igual a cero. ii) c) Si la corriente es igual a cero, es el instante en el cual el capacitor se encuentra completamente cargado y la corriente está a punto de cambiar de dirección.



Estos grandes transformadores se utilizan para aumentar el voltaje en una planta generadora de energía eléctrica para distribuir la energía por transmisión eléctrica a la red. Es posible cambiar los voltajes con relativa facilidad porque la potencia se distribuye por corriente alterna en lugar de corriente directa. (Lester Lefkowitz/Getty Images)

- 33.1 Fuentes de CA
- 33.2 Resistores en un circuito de CA
- 33.3 Inductores en un circuito de CA
- 33.4 Capacitores en un circuito de CA
- 33.5 Circuito *RLC* en serie
- 33.6 Potencia en un circuito de CA
- 33.7 Resonancia en un circuito *RLC* en serie
- 33.8 El transformador y la transmisión de energía
- 33.9 Rectificadores y filtros

33 Circuitos de corriente alterna

En este capítulo se describen los circuitos de corriente alterna (CA). Cada vez que enciende un televisor, un estéreo o cualquier otro aparato eléctrico en casa, utiliza corriente alterna para obtener la potencia que necesitan. Dicho estudio inicia con la investigación de las características de circuitos en serie simples que contienen resistores, inductores y capacitores, y que se activan mediante voltaje senoidal. La primera finalidad de este capítulo, en resumen, es: si una fuente de CA aplica un voltaje alterno a un circuito en serie que contiene resistores, inductores y condensadores, lo que se desea conocer son las características de amplitud y tiempo de la corriente alterna. Concluye el capítulo con dos secciones que analizan los transformadores, la transmisión de energía y los filtros eléctricos.

33.1 Fuentes de CA

Un circuito de CA está conformado por elementos de circuito y una fuente de energía que proporciona un voltaje alterno Δv . Este voltaje, que varía con el tiempo de acuerdo con la fuente, está descrito por

$$\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \text{ sen } \omega t$$

donde $\Delta V_{\text{máx}}$ es el máximo voltaje de salida de la fuente de CA, o la **amplitud de voltaje**. Hay varias posibilidades para fuentes de CA, incluyendo generadores, como se explicó

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 33.1

Valores que varían con el tiempo

Los símbolos en minúscula Δv e i indican los valores instantáneos de voltajes y corrientes que varían con el tiempo. Las mayúsculas representan valores fijos de voltaje y corriente, como $\Delta V_{\text{máx}}$ e $I_{\text{máx}}$.

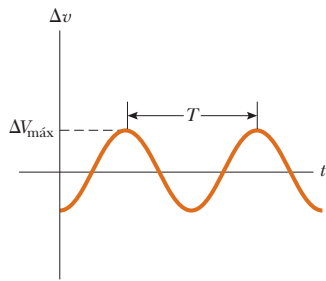


Figura 33.1 El voltaje suministrado por una fuente de CA es senoidal con un periodo T .

en la sección 31.5, y osciladores eléctricos. En una casa, cada toma de corriente es una fuente de CA. Ya que el voltaje de salida de una fuente CA varía de manera sinusoidal con el tiempo, el voltaje es positivo durante una mitad del ciclo y negativo durante la otra mitad como en la figura 33.1. De la misma manera, la corriente en cualquier circuito conductor para una fuente de CA es una corriente alternante que también varía sinusoidalmente con el tiempo.

Por la ecuación 15.12 la frecuencia angular del voltaje de CA es

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

donde f es la frecuencia de la fuente y T el periodo. La fuente determina la frecuencia de la corriente en cualquier circuito conectado a ella. En Estados Unidos, las plantas para la generación de energía eléctrica usan una frecuencia de 60 Hz, que corresponde a una frecuencia angular de 377 rad/s.

33.2 Resistores en un circuito de CA

Considere un circuito CA simple formado por un resistor y una fuente de CA , como se ilustra en la figura 33.2. En cualquier instante, la suma algebraica de los voltajes alrededor de una espira cerrada en un circuito debe ser cero (regla de la espira de Kirchhoff). Por lo tanto, $\Delta v + \Delta v_R = 0$, o con la ecuación 27.7 para el voltaje a través del resistor,

$$\Delta v - i_R R = 0$$

Al reagrupar esta expresión y sustituir $\Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$ por Δv la corriente instantánea en el resistor es

$$i_R = \frac{\Delta v}{R} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{R} \sin \omega t = I_{\text{máx}} \sin \omega t \quad (33.1)$$

donde $I_{\text{máx}}$ es la corriente máxima:

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{R} \quad (33.2)$$

Por la ecuación 33.1 el voltaje instantáneo a través del resistor es

$$\Delta v_R = i_R R = I_{\text{máx}} R \sin \omega t \quad (33.3)$$

En la figura 33.3a se muestra una gráfica del voltaje y la corriente en función del tiempo para este circuito. En el punto a , la corriente tiene un valor máximo en una di-

Corriente máxima
en un resistor

Voltaje en las terminales
de un resistor

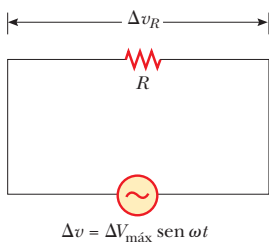


Figura 33.2

Un circuito formado por un resistor de resistencia R conectado a una fuente de CA, designada por el símbolo .

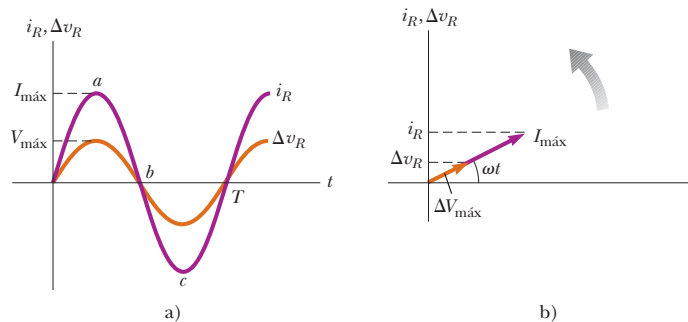


Figura 33.3

a) Gráficas de la corriente instantánea i_R y el voltaje instantáneo Δv_R en las terminales de un resistor como funciones del tiempo. La corriente está en fase con el voltaje, lo cual significa que la corriente es cero cuando el voltaje es cero, máxima cuando el voltaje es máximo, y mínima cuando el voltaje es mínimo. En el tiempo $t = T$, se ha completado un ciclo del voltaje y la corriente que varían con el tiempo. b) Diagrama de fasores para el circuito resistivo que muestra cómo la corriente está en fase con el voltaje.

rección, denominada de manera arbitraria dirección positiva. Entre los puntos a y b , la corriente decrece en magnitud, pero aún está en la dirección positiva. En b , la corriente es por el momento cero; por lo tanto empieza a aumentar en la dirección negativa entre los puntos b y c . En c , la corriente ha llegado a su valor máximo en la dirección negativa.

La corriente y el voltaje están sincronizados entre sí porque varían de manera idéntica con el tiempo. Porque i_R y Δv_R varían ambos como $\sin \omega t$ y alcanzan sus valores máximos al mismo tiempo, como se muestra en la figura 33.3a, se dice que están **en fase**, igual a la forma en que dos ondas pueden estar en fase, como se explicó cuando estudió el movimiento de ondas en el capítulo 18. Por lo tanto, **para un voltaje senoidal aplicado, la corriente en un resistor siempre está en fase con el voltaje en las terminales del resistor**. Para resistores en circuitos de CA, no existen conceptos nuevos que aprender. Los resistores se comportan esencialmente en la misma forma en circuitos de CD y de CA. No obstante, que no es el caso para capacitores e inductores.

Para simplificar el análisis de circuitos que contienen dos o más elementos, se usa una representación gráfica denominada *diagramas de fasores*. Un **fasor** es un vector cuya longitud es proporcional al valor máximo de la variable que representa ($\Delta V_{\text{máx}}$ para voltaje e $I_{\text{máx}}$ para corriente en el presente análisis) y que gira en sentido contrario a las manecillas del reloj con una rapidez angular igual a la frecuencia angular asociada con la variable. La proyección del fasor sobre el eje vertical representa el valor instantáneo de la cantidad que representa.

La figura 33.3b muestra fasores de voltaje y corriente para el circuito de la figura 33.2 en algún instante. Las proyecciones de las flechas del fasor sobre el eje vertical están determinadas por una función de seno del ángulo del fasor respecto al eje horizontal. Por ejemplo, la proyección del fasor de corriente de la figura 33.3b es $I_{\text{máx}} \sin \omega t$. Observe que se trata de la misma expresión que la ecuación 33.1. Por lo tanto, use las proyecciones de fasores para representar valores de corriente que varían senoidalmente con el tiempo. Es posible hacer lo mismo con voltajes que varían con el tiempo. La ventaja de este planteamiento es que las correspondencias de fase entre corrientes y voltajes se representan como sumas vectoriales de fasores, con las técnicas para suma de vectores analizadas en el capítulo 3.

En el caso del circuito resistivo de una sola espira de la figura 33.2, los fasores de corriente y voltaje se encuentran a lo largo de la misma línea, como en la figura 33.3b, debido a que i_R y Δv_R están en fase. La corriente y el voltaje en circuitos que contienen capacitores e inductores tienen diferentes correspondencias de fase.

Pregunta rápida 33.1 Considere el fasor de voltaje de la figura 33.4, que se ilustra en tres instantes. **i)** Seleccione la parte de la figura a), b) o c), que representa el momento en que el valor instantáneo del voltaje tiene la magnitud máxima. **ii)** Seleccione la parte de la figura que representa el momento en que el valor instantáneo del voltaje tiene la magnitud mínima.

Para el circuito resistivo sencillo de la figura 33.2, observe que **el valor promedio de la corriente en todo un ciclo es cero**. Es decir, se mantiene la corriente en la dirección positiva durante el mismo tiempo y a la misma magnitud que en la dirección negativa. No obstante, la dirección de la corriente no afecta el comportamiento del resistor. Comprenderá esto si observa que las colisiones entre electrones y los átomos fijos del resistor generan un aumento en la temperatura del resistor. Aun cuando este aumento de temperatura depende de la magnitud de la corriente, es independiente de la dirección de ésta.

Puede hacer esta explicación cuantitativa a este análisis si recuerda que la rapidez con la que se entrega energía a un resistor es la potencia $\mathcal{P} = i^2 R$, donde i es la corriente instantánea en el resistor. Ya que esta rapidez es proporcional al cuadrado de la corriente, no hay diferencia si la corriente es directa o alterna, es decir, si el signo asociado con la corriente es positivo o negativo. No obstante, el aumento de temperatura producido por una corriente alterna que tiene un valor máximo $I_{\text{máx}}$ no es igual que el que produce una corriente directa igual a $I_{\text{máx}}$, porque la corriente alterna tiene este valor máximo sólo un instante durante cada ciclo (figura 33.5a). Lo que es de importancia en un circuito de CA es el valor promedio de corriente, que se conoce

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 33.2

Un fasor es como una gráfica

Un voltaje alterno se puede presentar en diferentes representaciones. La figura 33.1 es una representación gráfica en la que el voltaje se dibuja en coordenadas rectangulares, con el voltaje en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. La figura 33.3b muestra otra representación gráfica. El espacio fase en el que se dibuja el fasor es similar al papel gráfico de coordenadas polares. La coordenada radial representa la amplitud del voltaje. La coordenada angular es el ángulo de fase. La coordenada del eje vertical de la punta del fasor representa el valor instantáneo del voltaje. La coordenada horizontal no representa nada en absoluto. Como se muestra en la figura 33.3b, las corrientes alternas también se pueden representar mediante fasores.

Para auxiliarse con esta explicación de los fasores, revise la sección 15.4, donde se representó el movimiento armónico simple de un objeto real mediante la proyección del movimiento circular uniforme de un objeto imaginario en un eje coordenado. Un fasor es una analogía directa a esta representación.



Figura 33.4 (Pregunta rápida 33.1) Fasor de voltaje en tres instantes de tiempo, a), b) y c).

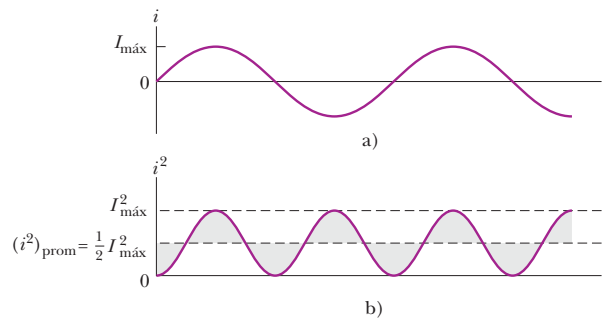


Figura 33.5 a) Gráfica de la corriente en un resistor como función del tiempo. b) Gráfica del cuadrado de la corriente en un resistor como función del tiempo. Observe que las regiones grises sombreadas *bajo* la curva y *arriba* de la línea discontinua para $\frac{1}{2}I_{\text{máx}}^2/2$ tienen igual área que las regiones grises sombreadas *por encima* de la curva y *por debajo* de la línea discontinua para $\frac{1}{2}I_{\text{máx}}^2/2$. Debido a eso, el valor promedio de $\sin^2 \omega t$ o $\cos^2 \omega t$ en un ciclo es $\frac{1}{2}$.

como **corriente rms**. La notación *rms* quiere decir *media cuadrática*, que en este caso se trata de la raíz cuadrada del valor medio (promedio) del cuadrado de la corriente $I_{\text{prom}} = \sqrt{(i^2)_{\text{prom}}}$. Porque i^2 varía con $\sin^2 \omega t$ porque el valor promedio de i^2 es $\frac{1}{2}I_{\text{máx}}^2$ (vea la figura 33.5b), la corriente rms es

Corriente rms ►

$$I_{\text{prom}} = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = 0.707 I_{\text{máx}} \quad (33.4)$$

Esta ecuación expresa que una corriente alterna cuyo valor máximo es 2.00 A entrega a un resistor la misma potencia que una corriente directa que tiene un valor de $(0.707)(2.00 \text{ A}) = 1.41 \text{ A}$. Así, la potencia promedio entregada a un resistor que lleva una corriente alterna es

Potencia promedio entregada a un resistor ►

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{prom}}^2 R$$

El voltaje alterno también se explica mejor en términos del voltaje rms, y la correspondencia es idéntica a la de la corriente:

Voltaje rms ►

$$\Delta V_{\text{prom}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = 0.707 \Delta V_{\text{máx}} \quad (33.5)$$

Cuando mide un voltaje alterno de 120 V de una toma de corriente eléctrica, se trata de un voltaje rms de 120 V. Un cálculo con la ecuación 33.5 muestra que ese voltaje alterno tiene un valor máximo de 170 V. Con frecuencia un argumento para utilizar valores rms cuando se analiza corrientes alternas es que los amperímetros y los voltímetros de CA están diseñados para leer valores rms. Además, con valores rms, muchas de las ecuaciones tienen la misma forma que las de corriente directa.

EJEMPLO 33.1 ¿Cuál es la corriente rms?

El voltaje de salida de una fuente CA se conoce por la expresión $\Delta v = (200 \text{ V}) \sin \omega t$. Encuentre la corriente rms en el circuito cuando esta fuente se conecta a un resistor de 100Ω .

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 33.2 muestra la situación física para este problema.

Categorizar La corriente se evalúa con una ecuación desarrollada en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Al comparar esta expresión para un voltaje de salida con la forma general $\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$ se demuestra que $\Delta V_{\text{máx}} = 200 \text{ V}$. Calcule el voltaje rms a partir de la ecuación 33.5:

$$\Delta V_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{200 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 141 \text{ V}$$

Encuentre la corriente rms:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{R} = \frac{141 \text{ V}}{100 \Omega} = 1.41 \text{ A}$$

33.3 Inductores en un circuito de CA

Ahora considere un circuito de CA formado por un solo inductor conectado a las terminales de una fuente de CA, como se muestra en la figura 33.6. Si $\Delta v_L = \mathcal{E}_L = -L(di/dt)$ es el voltaje instantáneo autoinducido en las terminales del inductor (véase la ecuación 32.1), aplicando la regla de la espira de Kirchhoff a este circuito da $\Delta v + \Delta v_L = 0$, esto es

$$\Delta v - L \frac{di_L}{dt} = 0$$

Cuando sustituye $\Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$ en Δv y reordenando, proporciona

$$\Delta v = L \frac{di_L}{dt} = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t \quad (33.6)$$

Al resolver esta ecuación para di_L

$$di_L = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{L} \sin \omega t \, dt$$

La integración de esta expresión¹ da la corriente instantánea i_L del inductor como función del tiempo:

$$i_L = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{L} \int \sin \omega t \, dt = -\frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\omega L} \cos \omega t \quad (33.7)$$

Cuando usa la identidad trigonométrica $\cos \omega t = -\sin(\omega t - \pi/2)$, expresa la ecuación 33.7 como

$$i_L = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (33.8)$$

Al comparar este resultado con la ecuación 33.6, se muestra que la corriente instantánea i_L en el inductor y el voltaje instantáneo Δv_L en las terminales del inductor están *fuera* de fase en $\pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$.

En la figura 33.7a se muestra la gráfica del voltaje y la corriente en función del tiempo. Cuando la corriente i_L en el inductor es máxima (punto *b* en la figura 33.7a), permanece por el momento sin cambio, de modo que el voltaje en las terminales del inductor es cero (punto *d*). En los puntos como *a* y *e*, la corriente es cero y la rapidez de cambio de corriente está al máximo. Por lo tanto, el voltaje en las terminales del inductor también está al máximo (puntos *c* y *f*). Observe que el voltaje alcanza su valor máximo un cuarto de periodo antes de que la corriente alcance el suyo. Debido a eso, **para un voltaje aplicado senoidal, la corriente en un inductor siempre se atrasa 90° respecto al voltaje en las terminales del inductor (un cuarto de ciclo en tiempo).**

Igual que la correspondencia entre corriente y voltaje para un resistor, represente la correspondencia para un inductor con un diagrama de fasores, como en la figura 33.7b. Observe que los fasores están a 90° uno del otro, lo cual representa una diferencia de fase de 90° entre la corriente y el voltaje.

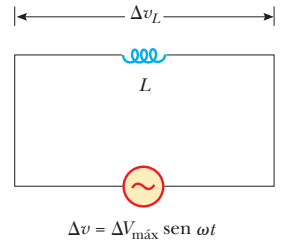


Figura 33.6
Circuito formado por un inductor de inductancia L conectado a una fuente de CA.

◀ Corriente en un inductor

¹ La constante de integración es despreciable aquí porque depende de las condiciones iniciales, que no son importantes en este caso.

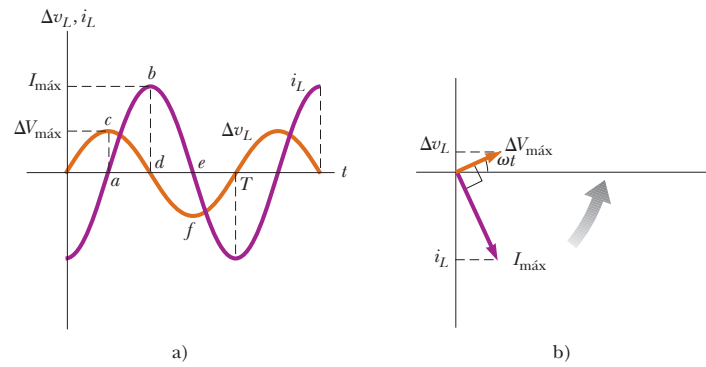


Figura 33.7

a) Gráficas de la corriente instantánea i_L y voltaje instantáneo Δv_L a través de un inductor como funciones del tiempo. La corriente se atrasa al voltaje 90° . b) Diagrama de fasores para el circuito inductivo que muestra que la corriente se atrasa al voltaje 90° .

Por la ecuación 33.7 la corriente en un circuito inductivo alcanza su valor máximo cuando $\cos \omega t = \pm 1$:

Corriente máxima en un inductor ►

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\omega L} \quad (33.9)$$

Esta expresión es semejante a la correspondencia entre corriente, voltaje y resistencia en un circuito de CD, $I = \Delta V/R$ (ecuación 27.7). Porque $I_{\text{máx}}$ está en amperes y $\Delta V_{\text{máx}}$ en volts, ωL debe medirse en ohms. Por lo tanto, ωL tiene las mismas unidades que la resistencia y está relacionada con la corriente y el voltaje en la misma forma que la resistencia. Debe comportarse de una manera semejante a una resistencia, en el sentido de que representa oposición al paso de carga. Ya que ωL depende de la frecuencia aplicada ω , el inductor *reacciona* de modo diferente, ofreciendo oposición a la corriente, para diferentes frecuencias. Por esta razón, ωL es la **reactancia inductiva** X_L :

Reactancia inductiva ►

$$X_L \equiv \omega L \quad (33.10)$$

En consecuencia, escriba la ecuación 33.9 como

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{X_L} \quad (33.11)$$

La expresión para la corriente rms en un inductor es semejante a la ecuación 33.9, sustituyendo $I_{\text{máx}}$ por I_{rms} y $\Delta V_{\text{máx}}$ por ΔV_{rms} .

La ecuación 33.10 indica que, para cierto voltaje aplicado, la reactancia inductiva aumenta cuando la frecuencia aumenta. Esta conclusión es consistente con la ley de Faraday: cuanto mayor es la rapidez de cambio de la corriente en el inductor, mayor es la fuerza contraelectromotriz. La mayor fuerza contraelectromotriz se traduce en un aumento en la reactancia y una disminución en la corriente.

Con las ecuaciones 33.6 y 33.11, el voltaje instantáneo en los extremos del inductor es

Voltaje en las terminales de un inductor ►

$$\Delta v_L = -L \frac{di_L}{dt} = -\Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t = -I_{\text{máx}} X_L \sin \omega t \quad (33.12)$$

Pregunta rápida 33.2 Considere el circuito de CA de la figura 33.8. La frecuencia de la fuente de CA se ajusta mientras su amplitud de voltaje se mantiene constante. La lámpara brillará con más intensidad a) a altas frecuencias, b) a bajas frecuencias, o c) el brillo será igual en todas las frecuencias.

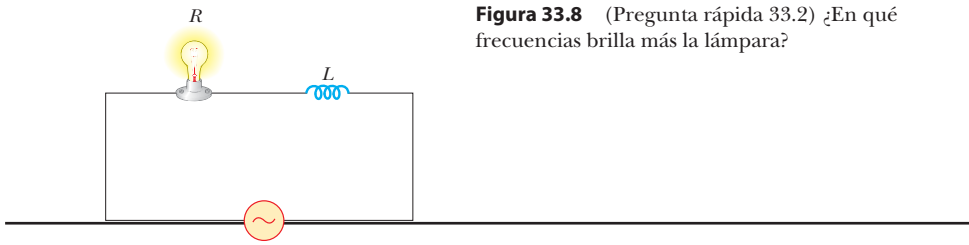


Figura 33.8 (Pregunta rápida 33.2) ¿En qué frecuencias brilla más la lámpara?

EJEMPLO 33.2 Un circuito CA completamente inductivo

En un circuito CA simplemente inductivo, $L = 25.0 \text{ mH}$ y el voltaje rms es de 150 V . Calcule la reactancia inductiva y la corriente rms en el circuito, si la frecuencia es de 60.0 Hz .

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura activa 33.6 muestra la situación física para este problema.

Categorizar La reactancia y la corriente se evalúan a partir de ecuaciones desarrolladas en esta sección, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 33.10 para encontrar la reactancia inductiva:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi(60.0 \text{ Hz})(25.0 \times 10^{-3} \text{ H}) = 9.42 \Omega$$

Use una versión rms de la ecuación 33.11 para encontrar la corriente rms:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{X_L} = \frac{150 \text{ V}}{9.42 \Omega} = 15.9 \text{ A}$$

¿Qué pasaría si? Si la frecuencia aumenta a 6.00 kHz , ¿qué sucede con la corriente rms en el circuito?

Respuesta Si la frecuencia aumenta, la reactancia inductiva también aumenta porque la corriente cambia con una mayor rapidez. El aumento en reactancia inductiva resulta en una menor corriente.

Calcule la nueva reactancia inductiva y la nueva corriente rms:

$$X_L = 2\pi(6.00 \times 10^3 \text{ Hz})(25.0 \times 10^{-3} \text{ H}) = 942 \Omega$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{150 \text{ V}}{942 \Omega} = 0.159 \text{ A}$$

33.4 Capacitores en un circuito de CA

La figura 33.9 muestra un circuito de CA formado por un capacitor conectado a las terminales de una fuente de CA. La regla de la espira de Kirchhoff aplicada a este circuito da $\Delta v + \Delta v_C = 0$, o:

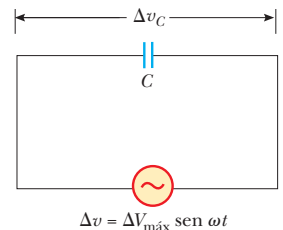
$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0 \quad (33.13)$$

al sustituir $\Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$ para Δv y reordenar

$$q = C \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t \quad (33.14)$$

donde q es la carga instantánea en el condensador. Al derivar la ecuación 33.14 respecto al tiempo se obtiene la corriente instantánea del circuito:

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \omega C \Delta V_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (33.15)$$



$$\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$$

Figura 33.9

Circuito formado por un condensador de capacitancia C conectado a una fuente de CA.

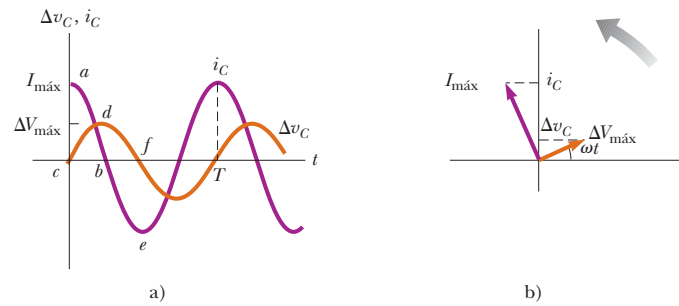


Figura 33.10

a) Gráficas de la corriente instantánea i_C y voltaje instantáneo Δv_C en las terminales de un capacitor como funciones del tiempo. El voltaje se atrasa 90° a la corriente. b) Diagrama de fasores para el circuito capacitivo, en donde se observa que la corriente se adelanta al voltaje 90° .

Si usa la identidad trigonométrica

$$\cos \omega\tau = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

exprese la ecuación 33.15 en la siguiente forma alterna

Corriente en un capacitor ►

$$i_C = \omega C \Delta V_{\text{máx}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (33.16)$$

Al comparar esta expresión con $\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$, se observa que la corriente está $\pi/2$ rad = 90° fuera de fase con el voltaje en las terminales del capacitor. Una gráfica de la corriente y el voltaje en función del tiempo (figura 33.10a) muestra que la corriente alcanza su valor máximo un cuarto de ciclo antes de que el voltaje alcance su valor máximo.

Considere el punto b , donde la corriente es cero. Esto se presenta cuando el capacitor logra su carga máxima, de modo que el voltaje en las terminales del capacitor es máximo (punto d). En puntos como el a y el e , la corriente es máxima, lo cual se presenta cuando la carga en el capacitor se vuelve cero y empieza a cargarse con la polaridad opuesta. Cuando la carga es cero, el voltaje en las terminales del capacitor es cero (puntos c y f). Por lo tanto, la corriente y el voltaje están fuera de fase.

Al igual que con los inductores, la corriente y el voltaje para un capacitor se representan en un diagrama de fasores. El diagrama de fasores de la figura 33.10b muestra que **para un voltaje aplicado senoidalmente, la corriente siempre se adelanta 90° al voltaje presente en las terminales del capacitor.**

La ecuación 33.15 muestra que la corriente en el circuito alcanza su valor máximo cuando $\cos \omega t = \pm 1$:

$$I_{\text{máx}} = \omega C \Delta V_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{(1/\omega C)} \quad (33.17)$$

Como con los inductores, esto se asemeja a la ecuación 27.7, por lo que el denominador debe desempeñar el papel de resistencia, con unidades en ohms. La combinación $1/\omega C$ se representa con el símbolo X_C y puesto que esta función varía con la frecuencia, se define como la **reactancia capacitiva**:

Reactancia capacitiva ►

$$X_C \equiv \frac{1}{\omega C} \quad (33.18)$$

Podemos escribir la ecuación 33.17 como

Corriente máxima en un condensador ►

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{X_C} \quad (33.19)$$

La corriente rms se representa de manera semejante a la ecuación 33.19, sustituyendo $I_{\text{máx}}$ por I_{rms} y $\Delta V_{\text{máx}}$ por ΔV_{rms} .

Con la ecuación 33.19 se expresa el voltaje instantáneo en las terminales del condensador como

$$\Delta v_C = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t = I_{\text{máx}} X_C \sin \omega t \quad (33.20)$$

Las ecuaciones 33.18 y 33.19 indican que cuando aumenta la frecuencia de la fuente de voltaje, disminuye la reactancia capacitiva y, por lo tanto, aumenta la corriente máxima. De nuevo, la frecuencia de la corriente está determinada por la frecuencia de la fuente de voltaje que activa al circuito. Cuando la frecuencia se aproxima a cero, la reactancia capacitiva se aproxima al infinito y, por ende, la corriente se aproxima a cero. Esta conclusión tiene sentido porque el circuito se aproxima a condiciones de corriente directa cuando ω se aproxima a cero y el capacitor representa un circuito abierto.

Pregunta rápida 33.3 Considere el circuito de CA de la figura 33.11. La frecuencia de la fuente de CA se ajusta en tanto la amplitud de su voltaje se mantiene constante. La lámpara tendrá un brillo máximo a) a altas frecuencias, b) a bajas frecuencias, o c) el brillo será igual a cualquier frecuencia.

Pregunta rápida 33.4 Considere el circuito de CA de la figura 33.12. La frecuencia de la fuente de CA está ajustada en tanto la amplitud de su voltaje se mantiene constante. La lámpara tendrá un brillo máximo a) a altas frecuencias, b) a bajas frecuencias, o c) el brillo será igual a cualquier frecuencia.

◀ Voltaje en las terminales de un capacitor

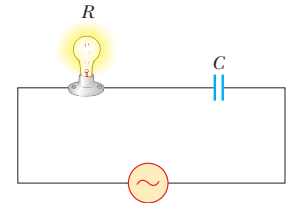


Figura 33.11 (Pregunta rápida 33.3)

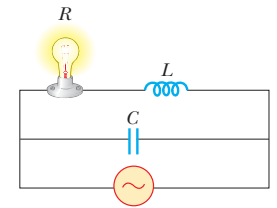


Figura 33.12 (Pregunta rápida 33.4)

EJEMPLO 33.3 Un circuito de CA solamente capacitivo

Un capacitor de $8.00 \mu\text{F}$ es conectado a las terminales de una fuente CA de 60.0 Hz , cuyo voltaje rms es 150 V . Encuentre la reactancia capacitiva y la corriente rms en el circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 33.9 muestra la situación física para este problema.

Categorizar La reactancia y la corriente se evalúan a partir de ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 33.18 para encontrar la reactancia capacitiva:
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(60 \text{ Hz})(8.00 \times 10^{-6} \text{ F})} = 332 \Omega$$

Use una versión rms de la ecuación 33.19 para encontrar la corriente rms:
$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{X_C} = \frac{150 \text{ V}}{332 \Omega} = 0.452 \text{ A}$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si la frecuencia se duplica? ¿Qué sucede con la corriente rms en el circuito?

Respuesta Si la frecuencia aumenta, la reactancia capacitiva disminuye, que es justo lo opuesto del caso de un inductor. La disminución en reactancia capacitiva resulta en un aumento en la corriente.

Calcule la nueva reactancia capacitiva y la nueva corriente rms:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi(120 \text{ Hz})(8.00 \times 10^{-6} \text{ F})} = 166 \Omega$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{150 \text{ V}}{166 \Omega} = 0.904 \text{ A}$$

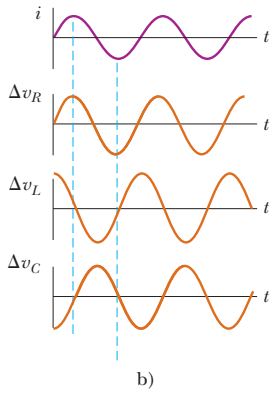
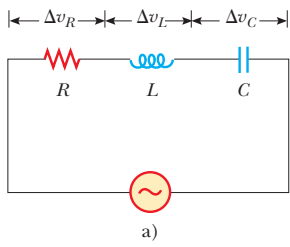


Figura 33.13

a) Circuito en serie formado por un resistor, un inductor y un capacitor conectados a una fuente de CA. b) La correspondencia de fase para voltajes instantáneos del circuito RLC en serie.

33.5 Circuito RLC en serie

La figura 33.13a muestra un circuito que contiene un resistor, un inductor y un condensador conectados en serie a las terminales de una fuente de voltaje alterno. Si el voltaje aplicado tiene una variación senoidal con el tiempo, el voltaje instantáneo aplicado es

$$\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$$

mientras que la corriente varía como

$$i = I_{\text{máx}} \sin(\omega t - \phi)$$

donde ϕ es cierto **ángulo de fase** entre la corriente y el voltaje aplicados. De acuerdo con la explicación de fase de las secciones 33.3 y 33.4, es de esperar que la corriente generalmente no esté en fase con el voltaje en un circuito RLC. La meta es determinar ϕ e $I_{\text{máx}}$. La figura 33.13b muestra el voltaje en función del tiempo en las terminales de cada elemento del circuito y su correspondencia de fase.

Primero, porque los elementos están en serie, la corriente en cualquier parte del circuito debe ser la misma en cualquier instante. Es decir, **la corriente de un circuito en serie de CA tiene la misma amplitud y fase en cualquier punto**. En términos de las secciones anteriores, se sabe que el voltaje en las terminales de cada elemento tiene amplitud y fase diferentes. En particular, el voltaje en las terminales del resistor está en fase con la corriente, el voltaje en las terminales del inductor se adelanta 90° a la corriente y el voltaje en las terminales del capacitor se atrasa 90° a la corriente. Con el uso de esta correspondencia de fase, se expresan los voltajes instantáneos en las terminales de los tres elementos de circuito como

$$\Delta v_R = I_{\text{máx}} R \sin \omega t = \Delta V_R \sin \omega t \quad (33.21)$$

$$\Delta v_L = I_{\text{máx}} X_L \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \Delta V_L \cos \omega t \quad (33.22)$$

$$\Delta v_C = I_{\text{máx}} X_C \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -\Delta V_C \cos \omega t \quad (33.23)$$

La suma de los tres voltajes debe ser igual al voltaje de la fuente de CA, pero es importante reconocer que como los tres voltajes tienen diferente correspondencia de fase con la corriente no se pueden sumar directamente. La figura 33.14 representa los fasores en un instante en el que la corriente de los tres elementos es, momentáneamente, cero. La corriente cero la representa el fasor de corriente a lo largo del eje horizontal en cada parte de la figura. Enseguida los fasores de voltaje se dibujan con el ángulo de fase adecuado a la corriente para cada elemento.

Puesto que los fasores son vectores que giran, combine los fasores de voltaje en la figura 33.14 mediante una suma vectorial como en la figura 33.15. En la figura 33.15a los fasores de voltaje de la figura 33.14 se combinan en las mismas coordenadas de los ejes. La figura 33.15b muestra la suma vectorial de los fasores de voltaje. Los fasores de voltaje ΔV_L y ΔV_C están en direcciones *opuestas* a lo largo de la misma línea, de modo que se puede construir el fasor diferencia $\Delta V_L - \Delta V_C$, que es perpendicular al fasor ΔV_R . Este diagrama muestra que la suma vectorial de las amplitudes de voltaje ΔV_R , ΔV_L y ΔV_C es igual a un fasor cuya

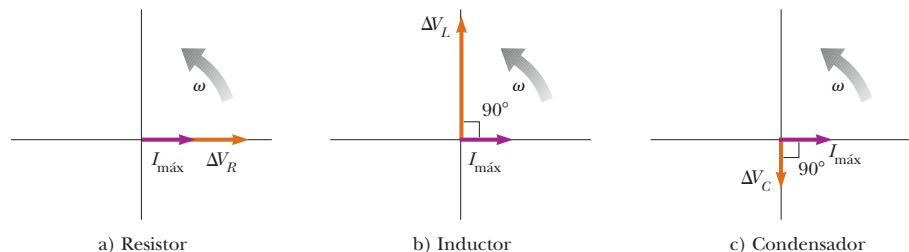
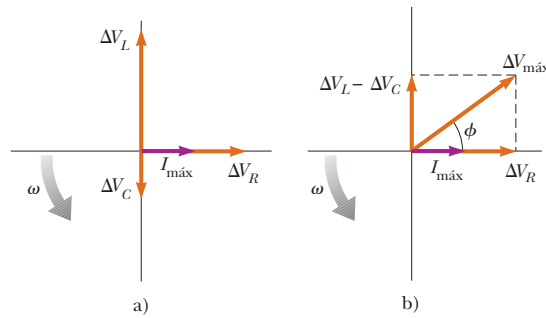


Figura 33.14 Correspondencia de fase entre los fasores de voltaje y corriente para a) un resistor, b) un inductor y c) un capacitor, conectados en serie.

**Figura 33.15**

a) Diagrama de fasores para el circuito RLC en serie que se muestra en la figura 33.13a. El fasor ΔV_R está en fase con el fasor de corriente $I_{\text{máx}}$, el fasor ΔV_L está adelantado 90° a $I_{\text{máx}}$, y el fasor ΔV_C está atrasado 90° respecto a $I_{\text{máx}}$. b) Los fasores de inductancia y capacitancia se suman juntos y luego se suman en forma vectorial al fasor de resistencia. El voltaje total $\Delta V_{\text{máx}}$ forma un ángulo ϕ con $I_{\text{máx}}$.

longitud es el máximo voltaje aplicado, $\Delta V_{\text{máx}}$, y que forma un ángulo ϕ con el fasor de corriente $I_{\text{máx}}$. Del triángulo rectángulo de la figura 33.15b

$$\Delta V_{\text{máx}} = \sqrt{\Delta V_R^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2} = \sqrt{(I_{\text{máx}}R)^2 + (I_{\text{máx}}X_L - I_{\text{máx}}X_C)^2}$$

$$\Delta V_{\text{máx}} = I_{\text{máx}} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Debido a eso, se expresa la corriente máxima como

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (33.24)$$

◀ Corriente máxima en un circuito RLC

Una vez más, es la misma forma matemática de la ecuación 27.7. El denominador de la fracción desempeña el papel de resistencia y se llama **impedancia** Z del circuito:

$$Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (33.25)$$

◀ Impedancia

donde la impedancia también está en ohms. Por lo tanto, escriba la ecuación 33.24 en la forma

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{Z} \quad (33.26)$$

Considere la ecuación 33.26 como el equivalente en CA de la ecuación 27.7. Observe que la impedancia y, por lo tanto, la corriente de un circuito de CA dependen de la resistencia, la inductancia, la capacitancia y la frecuencia (porque las reactancias son dependientes de la frecuencia).

Por el triángulo rectángulo en el diagrama del fasor en la figura 33.15b, el ángulo de fase ϕ entre la corriente y el voltaje es

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta V_L - \Delta V_C}{\Delta V_R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{I_{\text{máx}}X_L - I_{\text{máx}}X_C}{I_{\text{máx}}R} \right)$$

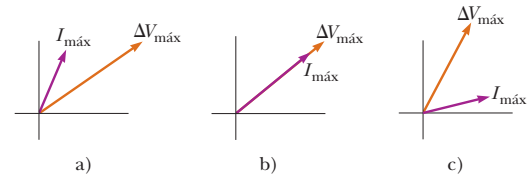
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

(33.27) ▶ Ángulo de fase

Cuando $X_L > X_C$ (lo cual se presenta en altas frecuencias), el ángulo de fase es positivo; esto significa que la corriente se atrasa al voltaje aplicado, como se ve en la figura 33.15b. Describa esta situación al decir que el circuito es *más inductivo que capacitivo*. Cuando $X_L < X_C$, el ángulo de fase es negativo, lo cual significa que la corriente se adelanta al voltaje aplicado, y el circuito es *más capacitivo que inductivo*. Cuando $X_L = X_C$, el ángulo de fase es cero y el circuito es *completamente resistivo*.

Pregunta rápida 33.5 Aplique una leyenda a cada parte de la figura 33.16 a), b), c) como $X_L > X_C$, $X_L = X_C$ o $X_L < X_C$.

Figura 33.16 (Respuesta rápida 33.5) Vincule los diagramas de los fasores con las correspondencias entre las reactancias.

**EJEMPLO 33.4****Análisis de un circuito RLC en serie**

Un circuito RLC en serie tiene $R = 425 \, \Omega$, $L = 1.25 \, \text{H}$, $C = 3.50 \, \mu\text{F}$. Está conectado a una fuente CA con $f = 60.0 \, \text{Hz}$ y $\Delta V_{\text{máx}} = 150 \, \text{V}$.

A) Determine la reactancia inductiva, la reactancia capacitiva y la impedancia del circuito.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El circuito de interés en este ejemplo se muestra en la figura 33.13a. La corriente en la combinación del resistor, inductor y capacitor oscila en un ángulo de fase particular respecto al voltaje aplicado.

Categorizar El circuito es un circuito RLC en serie simple, así que se puede usar el planteamiento explicado en esta sección.

Analizar Encuentre la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60.0 \, \text{Hz}) = 377 \, \text{s}^{-1}$$

Use la ecuación 33.10 para encontrar la reactancia inductiva:

$$X_L = \omega L = (377 \, \text{s}^{-1})(1.25 \, \text{H}) = 471 \, \Omega$$

Use la ecuación 33.18 para encontrar la reactancia capacitiva:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377 \, \text{s}^{-1})(3.50 \times 10^{-6} \, \text{F})} = 758 \, \Omega$$

Use la ecuación 33.25 para encontrar la impedancia:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(425 \, \Omega)^2 + (471 \, \Omega - 758 \, \Omega)^2} = 513 \, \Omega \end{aligned}$$

B) Encuentre la corriente máxima en el circuito.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 33.26 para encontrar la corriente máxima:

$$I_{\text{máx}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{Z} = \frac{150 \, \text{V}}{513 \, \Omega} = 0.292 \, \text{A}$$

C) Encuentre el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 33.27 para calcular el ángulo de fase:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{471 \, \Omega - 758 \, \Omega}{425 \, \Omega}\right) = -34.0^\circ$$

D) Encuentre el voltaje máximo a través de cada elemento.

SOLUCIÓN

Use las ecuaciones 33.2, 33.11 y 33.19 para calcular los voltajes máximos:

$$\Delta V_R = I_{\text{máx}} R = (0.292 \, \text{A})(425 \, \Omega) = 124 \, \text{V}$$

$$\Delta V_L = I_{\text{máx}} X_L = (0.292 \, \text{A})(471 \, \Omega) = 138 \, \text{V}$$

$$\Delta V_C = I_{\text{máx}} X_C = (0.292 \, \text{A})(758 \, \Omega) = 221 \, \text{V}$$

E) ¿Qué valor de reemplazo de L debe elegir un ingeniero que analice el circuito tal que la corriente se adelante al voltaje aplicado en 30.0° ? Todos los otros valores en el circuito permanecen iguales.

SOLUCIÓN

Resuelva la ecuación 33.27 para la reactancia inductiva:

$$X_L = X_C + R \tan \phi$$

Sustituya las ecuaciones 33.10 y 33.18 en esta expresión:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} + R \tan \phi$$

Resuelva para L :

$$L = \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{\omega C} + R \tan \phi \right)$$

Sustituya los valores conocidos:

$$L = \frac{1}{(377 \text{ s}^{-1})} \left[\frac{1}{(377 \text{ s}^{-1})(3.50 \times 10^{-6} \text{ F})} + (425 \Omega) \tan(-30.0^\circ) \right]$$

$$L = 1.36 \text{ H}$$

Finalizar Ya que la reactancia capacitiva es mayor que la reactancia inductiva, el circuito es más capacitivo que inductivo. En este caso, el ángulo de fase ϕ es negativo, así que la corriente adelanta al voltaje aplicado.

Al usar las ecuaciones 33.21, 33.22 y 33.23, los voltajes instantáneos a través de los tres elementos son

$$\Delta v_R = (124 \text{ V}) \sin 377t$$

$$\Delta v_L = (138 \text{ V}) \cos 377t$$

$$\Delta v_C = (-221 \text{ V}) \cos 377t$$

¿Qué pasaría si? ¿Si sumara los voltajes máximos a través de los tres elementos del circuito? ¿Es esta una cantidad físicamente significativa?

Respuesta La suma de los voltajes máximos a través de los elementos es $\Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C = 483 \text{ V}$; esta suma es mucho mayor que el voltaje máximo de la fuente, 150 V . La suma de los voltajes máximos es una cantidad sin significado porque, cuando se suman cantidades que varían senoidalmente, *tanto sus amplitudes como sus fases* deben tomarse en cuenta. Los voltajes máximos a través de los diversos elementos se presentan en diferentes tiempos. Por lo tanto, los voltajes se deben sumar en una forma que tome en consideración las diferentes fases, como se muestra en la figura 33.15.

33.6 Potencia en un circuito de CA

Ahora considere un planteamiento de energía para analizar circuitos de CA y que considere la transferencia de energía de la fuente de CA al circuito. La potencia entregada por una batería a un circuito externo de CD es igual al producto de la corriente y al voltaje terminal de la batería. De igual modo, la potencia instantánea entregada por una fuente de CA a un circuito es el producto de la corriente de la fuente y el voltaje aplicado. Para el circuito RLC que se ilustra en la figura 33.13a, exprese la potencia instantánea $\mathcal{P}$ como

$$\mathcal{P} = i \Delta v = I_{\text{máx}} \sin(\omega t - \phi) \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$$

$$\mathcal{P} = I_{\text{máx}} \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t \sin(\omega t - \phi) \quad (33.28)$$

Este resultado es una función complicada del tiempo y, debido a eso, no es muy útil desde un punto de vista práctico. Lo que sí interesa es la potencia promedio en uno o más ciclos. Este promedio se puede calcular al usar primero la identidad trigonométrica $\sin(\omega t - \phi) = \sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi$. La sustitución en la ecuación 33.28 da

$$\mathcal{P} = I_{\text{máx}} \Delta V_{\text{máx}} \sin^2 \omega t \cos \phi - I_{\text{máx}} \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t \cos \omega t \sin \phi \quad (33.29)$$

Ahora considere el tiempo promedio de $\mathcal{P}$ en uno o más ciclos, observe que $I_{\text{máx}}$, $\Delta V_{\text{máx}}$, ϕ y ω todos son constantes. El tiempo promedio del primer término de la derecha en la ecuación 33.29 comprende el valor promedio de $\sin^2 \omega t$, que es $\frac{1}{2}$. El tiempo promedio del segundo término de la derecha del mismo signo es de igual forma cero porque $\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$, y el valor promedio de $\sin 2\omega t$ es cero. Por lo tanto, se expresa la **potencia promedio** $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ como

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = \frac{1}{2} I_{\text{máx}} \Delta V_{\text{máx}} \cos \phi \quad (33.30)$$

Es conveniente expresar la potencia promedio en términos de la corriente rms y el voltaje rms definidos por las ecuaciones 33.4 y 33.5:

Potencia promedio
entregada a un
circuito RLC

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}} \Delta V_{\text{rms}} \cos \phi \quad (33.31)$$

donde la cantidad $\cos \phi$ se denomina **factor de potencia**. En la figura 33.15b, el voltaje máximo en las terminales del resistor se conoce por $\Delta V_R = \Delta V_{\text{máx}} \cos \phi = I_{\text{máx}} R$. Con el uso de la ecuación 33.5 y el hecho de que $\cos \phi = I_{\text{máx}} R / \Delta V_{\text{máx}}$, exprese $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ como

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}} \Delta V_{\text{rms}} \cos \phi = I_{\text{rms}} \left(\frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \right) \frac{I_{\text{máx}} R}{\Delta V_{\text{máx}}} = I_{\text{rms}} \frac{I_{\text{máx}} R}{\sqrt{2}}$$

Después de sustituir $I_{\text{máx}} = \sqrt{2} I_{\text{rms}}$ de la ecuación 33.4

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (33.32)$$

En otras palabras, **la potencia promedio entregada por la fuente se convierte en energía interna en el resistor**, al igual que en el caso de un circuito de CD. Cuando la carga es completamente resistiva, $\phi = 0$, $\cos \phi = 1$, y por la ecuación 33.31

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}} \Delta V_{\text{rms}}$$

Observe que **no existen pérdidas de potencia asociadas con capacitores puros e inductores puros en un circuito de CA**. Para ver por qué esto es verdadero, analice primero la potencia en un circuito de CA que contenga sólo una fuente y un capacitor. Cuando la corriente empieza a aumentar en una dirección en un círculo de CA empieza a acumularse carga en el capacitor y aparece un voltaje en sus terminales. Cuando este voltaje alcanza su valor máximo, la energía almacenada en el capacitor como energía potencial eléctrica es $\frac{1}{2} C (\Delta V_{\text{máx}})^2$. No obstante, este almacenamiento de energía sólo es momentáneo. El capacitor se carga y descarga dos veces durante cada ciclo: se entrega carga al capacitor durante dos cuartos de ciclo y se regresa a la fuente de voltaje durante los restantes dos cuartos. Por lo tanto, **la potencia promedio suministrada por la fuente es cero**. En otras palabras, **no se presentan pérdidas de potencia en un capacitor en un circuito de CA**.

Considere ahora el caso de un inductor: cuando la corriente en un inductor alcanza su valor máximo, la energía almacenada en el inductor es máxima y se conoce por $\frac{1}{2} L I_{\text{máx}}^2$. Cuando la corriente empieza a decrecer en el circuito, esta energía almacenada se regresa a la fuente cuando el inductor intenta mantener la corriente en el circuito.

La ecuación 33.31 muestra que la potencia entregada por una fuente de CA a cualquier circuito depende de la fase, un resultado que tiene numerosas e interesantes aplicaciones. Por ejemplo, una fábrica que utilice motores grandes en máquinas, generadores o transformadores, tiene una carga inductiva grande (debida a todos los devanados). Para entregar mayor potencia a estos equipos en la fábrica sin usar voltajes excesivamente altos, los técnicos introducen capacitancia en los circuitos para cambiar la fase.

Pregunta rápida 33.6 Una fuente de CA alimenta un circuito *RLC* con una amplitud fija de voltaje. Si la frecuencia impulsora es ω_1 , el circuito es más capacitivo que inductivo y el ángulo de fase es -10° . Si la frecuencia impulsora es ω_2 , el circuito es más inductivo que capacitivo y el ángulo de fase es $+10^\circ$. ¿En qué frecuencia la cantidad máxima de potencia es entregada al circuito? a) ω_1 , b) ω_2 o c) la misma cantidad de potencia es entregada en ambas frecuencias.

EJEMPLO 33.5**Potencia promedio en un circuito RLC en serie**

Calcule la potencia promedio entregada al circuito RLC en serie descrito en el ejemplo 33.4.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere el circuito de la figura 33.13a e imagine que la energía se entrega al circuito mediante la fuente de CA. Revise el ejemplo 33.4 para otros detalles acerca de este circuito.

Categorizar El resultado se encuentra al usar ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 33.5 y el voltaje máximo del ejemplo 33.4 para encontrar el voltaje rms de la fuente:

$$\Delta V_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{150 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 106 \text{ V}$$

De igual modo, encuentre la corriente rms en el circuito:

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{0.292 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 0.206 \text{ A}$$

Use la ecuación 33.31 para encontrar la potencia entregada por la fuente:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{prom}} &= I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} \cos \phi = (0.206 \text{ A})(106 \text{ V}) \cos(-34.0^\circ) \\ &= 18.1 \text{ W} \end{aligned}$$

33.7 Resonancia en un circuito RLC en serie

Se dice que un circuito RLC en serie está **en resonancia** cuando la frecuencia impulsora es tal que la corriente rms tiene su valor máximo. En general, la corriente rms se puede escribir como

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{Z} \quad (33.33)$$

donde Z es la impedancia. La sustitución de la expresión de Z de la ecuación 33.25 en la 33.33 da

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (33.34)$$

Puesto que la impedancia depende de la frecuencia de la fuente, la corriente del circuito RLC también depende de la frecuencia. La frecuencia ω_0 a la que $X_L - X_C = 0$ se denomina **frecuencia de resonancia** del circuito. Para hallar ω_0 , use la condición $X_L = X_C$, por la cual obtiene $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$, o sea

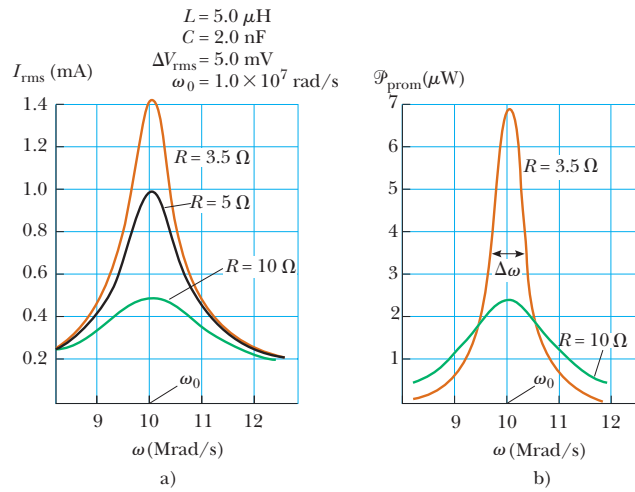
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (33.35)$$

◀ Frecuencia de resonancia

Esta frecuencia también corresponde a la frecuencia natural de oscilación de un circuito LC (véase la sección 32.5). Por lo tanto, la corriente rms en un circuito RLC en serie alcanza su valor máximo cuando la frecuencia del voltaje aplicado es igual a la frecuencia natural del oscilador, que depende sólo de L y C . Además, a esta frecuencia la corriente está en fase con el voltaje aplicado.

Pregunta rápida 33.7 ¿Cuál es la impedancia de un circuito RLC en serie en resonancia? a) mayor que R , b) menor que R o c) imposible de determinar.

En la figura 33.17a se ilustra una gráfica de corriente rms en función de la frecuencia para un circuito RLC en serie. Los datos suponen un constante $\Delta V_{\text{rms}} = 5.0 \text{ mV}$, que $L = 5.0 \mu\text{H}$ y que $C = 2.0 \text{ nF}$. Las tres curvas corresponden a tres valores de R . En cada caso,

**Figura 33.17**

a) Corriente rms en función de la frecuencia para un circuito RLC en serie, para tres valores de R . La corriente alcanza su valor máximo a la frecuencia de resonancia ω_0 . b) Potencia promedio entregada al circuito en función de la frecuencia para el circuito RLC en serie, para dos valores de R .

la corriente rms alcanza su valor máximo a la frecuencia resonante ω_0 . Además, las curvas se hacen más angostas y más altas a medida que la resistencia se reduce.

Al inspeccionar la ecuación 33.34, debe concluir que, cuando $R = 0$, la corriente se hace infinita a la resonancia. No obstante, los circuitos reales siempre tienen alguna resistencia que limita el valor de la corriente en algún valor finito.

También se puede calcular la potencia promedio como función de la frecuencia para un circuito RLC en serie. Con las ecuaciones 33.32, 33.33 y 33.25

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}}^2 R = \frac{(\Delta V_{\text{rms}})^2}{Z^2} R = \frac{(\Delta V_{\text{rms}})^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (33.36)$$

Como $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$, y $\omega_0^2 = 1/LC$, exprese el término $(X_L - X_C)^2$ como

$$(X_L - X_C)^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = \frac{L^2}{\omega^2} (\omega^2 - \omega_0^2)^2$$

Con este resultado en la ecuación 33.36

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = \frac{(\Delta V_{\text{rms}})^2 R \omega^2}{R^2 \omega^2 + L^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2} \quad (33.37)$$

Potencia promedio como
función de la frecuencia
en un circuito RLC

Esta expresión muestra que **con resonancia, cuando $\omega = \omega_0$, la potencia promedio es máxima** y tiene el valor $(\Delta V_{\text{rms}})^2/R$. La figura 33.17b es una gráfica de la potencia promedio en función de la frecuencia para dos valores de R en un circuito RLC en serie. Cuando se reduce la resistencia, la curva se hace más aplicada cerca de la frecuencia de resonancia. Esta nitidez de la curva suele describirse por medio de un parámetro sin dimensiones conocido como **factor de calidad**,² denotada por Q :

Factor de calidad

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

donde $\Delta \omega$ es el ancho de la curva medido entre los dos valores de ω para los cuales $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ tiene la mitad de su valor máximo, llamado *puntos de potencia mitad* (véase la fi-

² El factor de calidad también se define como la rotación $2\pi E/\Delta E$, donde E es la energía almacenada en el sistema oscilante y ΔE es la reducción de energía por ciclo de oscilación debida a la resistencia.

gura 33.17b). Se deja como problema (problema 68) para demostrar que el ancho de los puntos de potencia mitad tienen el valor $\Delta\omega = R/L$, de modo que

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (33.38)$$

El circuito receptor de un radio es una aplicación importante de un circuito resonante, usted puede sintonizar el radio a una estación particular (que transmite una onda electromagnética o señal de una frecuencia específica) al hacer variar un capacitor, que cambia la frecuencia de resonancia del circuito receptor. Cuando el circuito es conducido por las oscilaciones electromagnéticas una señal de radio se produce en una antena, el circuito del sintonizador responde con una gran amplitud de oscilación eléctrica sólo para la frecuencia de estación que iguala la frecuencia de resonancia. Por lo tanto sólo la señal de una estación de radio pasa por un amplificador y un altavoz, incluso a través de *señales* de todas las estaciones que conducen circuitos al mismo tiempo. Ya que es frecuente que muchas señales estén presentes en una amplia banda de frecuencias, es importante diseñar un circuito con Q elevada para eliminar las señales indeseables. De esta forma, las estaciones cuyas frecuencias son cercanas pero no iguales a la frecuencia resonante dan señales al receptor de que son insignificantes respecto a la señal que es igual a la frecuencia resonante.

EJEMPLO 33.6

Circuito RLC en serie resonante

Considere un circuito RLC en serie para el que $R = 150 \, \Omega$, $L = 20.0 \, \text{mH}$, $\Delta V_{\text{rms}} = 20.0 \, \text{V}$ y $\omega = 5000 \, \text{s}^{-1}$. Determine el valor de la capacitancia para que la corriente sea un máximo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere el circuito en la figura 33.13a e imagine variar la frecuencia de la fuente de CA. La corriente en el circuito tiene su valor máximo con la frecuencia de resonancia ω_0 .

Categorizar El resultado se encuentra usando ecuaciones desarrolladas en esta sección, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 33.35 para resolver para la capacitancia requerida en términos de la frecuencia de resonancia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$$

Sustituya valores numéricos:

$$C = \frac{1}{(5.00 \times 10^3 \, \text{s}^{-1})^2 (20.0 \times 10^{-3} \, \text{H})} = 2.00 \, \mu\text{F}$$

33.8 El transformador y la transmisión de energía

Como se explicó en la sección 27.6, es económico usar un voltaje alto y una corriente baja para minimizar la pérdida $I^2 R$ en las líneas de transmisión cuando la energía eléctrica se transmite a grandes distancias. En consecuencia, son comunes líneas de 350 kV y, en muchas áreas, incluso se usan líneas con voltajes más altos (765 kV). En el extremo receptor de tales líneas, el consumidor requiere potencia a bajo voltaje (por seguridad y para eficiencia en diseño). En la práctica, el voltaje reduce a aproximadamente 20 000 V en una estación distribuidora, luego a 4000 V para entrega a áreas residenciales y finalmente a 120 V y 240 V en el sitio del consumidor. Por lo tanto, se necesita un dispositivo que pueda cambiar el voltaje y la corriente alternos sin causar cambios apreciables en la potencia entregada. El transformador CA es tal dispositivo.

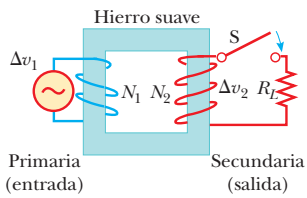


Figura 33.18 Un transformador ideal está formado por dos bobinas enrolladas en el mismo núcleo de hierro. Un voltaje alterno Δv_1 se aplica a la bobina primaria, y el voltaje de salida ΔV_2 a las terminales del resistor de resistencia R .

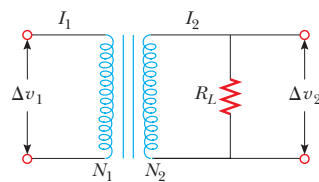


Figura 33.19 Diagrama de circuito para un transformador.

En su forma más sencilla, el **transformador de CA** consta de dos bobinas de alambre enrolladas alrededor de un núcleo de hierro, como se ilustra en la figura 33.18. (Compárelo con el experimento de Faraday de la figura 31.2.) La bobina de la izquierda, que está conectada a la fuente de entrada de voltaje alterno y tiene N_1 vueltas, se denomina *devanado primario* (o *primaria*). A la bobina de la derecha, formada por N_2 vueltas y conectada a un resistor de carga R , se le llama *devanado secundario* (o *secundaria*). El propósito del núcleo de hierro es aumentar el flujo magnético a través de la bobina y proporcionar un medio en el que casi todas las líneas de campo magnético que pasan a través de una bobina lo hagan por la otra. Las pérdidas por corrientes de eddy se reducen con el uso de un núcleo laminado. La transformación de energía en energía interna en la resistencia finita de los alambres de la bobina suele ser muy pequeña. Los transformadores representativos tienen eficiencias de potencia de 90 a 99%. En la explicación que sigue se supone un *transformador ideal*, en el que las pérdidas de energía en los devanados y el núcleo son igual a cero.

La ley de Faraday expresa que el voltaje ΔV_1 en las terminales del circuito primario es

$$\Delta v_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (33.39)$$

donde Φ_B es el flujo magnético que pasa por cada vuelta. Si supone que todas las líneas de campo magnético permanecen dentro del núcleo de hierro, el flujo que pasa por cada vuelta del primario es igual al flujo que pasa por cada vuelta del secundario. Por esto, el voltaje en las terminales del secundario es

$$\Delta v_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (33.40)$$

Resolviendo la ecuación 33.39 para $d\Phi_B/dt$ y si sustituimos el resultado en la ecuación 33.40, encontramos que

$$\Delta v_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta v_1 \quad (33.41)$$

Cuando $N_2 > N_1$, el voltaje de salida ΔV_2 es mayor que el voltaje de entrada ΔV_1 . Esta configuración se conoce como *transformador elevador*. Cuando $N_2 < N_1$, el voltaje de salida es menor que el voltaje de entrada, y se tiene un *transformador reductor*.

Cuando se cierra el interruptor del circuito secundario, se induce una corriente I_2 en el secundario. (En esta explicación las mayúsculas I y ΔV se refieren a los valores rms.) Si la carga del circuito secundario es una resistencia pura, la corriente inducida está en fase con el voltaje inducido. La potencia alimentada al circuito secundario la proporciona la fuente de CA conectada al circuito primario, como se observa en la figura 33.19. En un transformador ideal, sin pérdidas, la potencia $I_1 \Delta V_1$ suministrada por la fuente es igual a la potencia $I_2 \Delta V_2$ en el circuito secundario. Es decir,

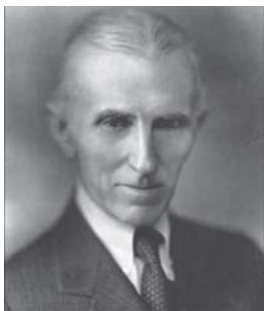
$$I_1 \Delta V_1 = I_2 \Delta V_2 \quad (33.42)$$

El valor de la resistencia de carga R_L determina el valor de la corriente del secundario porque $I_2 = \Delta V_2/R_L$. Además, la corriente del primario es $I_1 = \Delta V_1/R_{eq}$, donde

$$R_{eq} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_L \quad (33.43)$$

es la resistencia equivalente de la resistencia de carga cuando se ve desde el lado del primario. Este análisis permite inferir que un transformador se puede usar para acoplar resistencias entre el circuito primario y la carga. De esta forma se logra una máxima transferencia de potencia entre una fuente de potencia y la resistencia de carga. Por ejemplo, un transformador conectado entre la salida de 1 k Ω de un amplificador de audio y un altavoz de 8 Ω asegura la transmisión de tanta señal de audio como sea posible al altavoz. En terminología de equipos estéreo, esto se llama *acoplamiento de impedancias*.

Muchos aparatos electrónicos comunes para uso doméstico requieren voltajes bajos para funcionar de manera apropiada. Un transformador pequeño que se conecta directamente a la toma de la pared, como el que se ilustra en la figura 33.20, puede proporcionar el voltaje adecuado. La fotografía muestra los dos devanados enrollados



UPI/CORBIS.

NIKOLA TESLA

Físico estadounidense (1856-1943)

Tesla nació en Croacia pero pasó casi toda su vida profesional como inventor en Estados Unidos. Fue una figura clave en el perfeccionamiento de la electricidad de corriente alterna, transformadores de alta tensión y transporte de energía eléctrica mediante líneas de transmisión de CA. El punto de vista de Tesla estuvo en desacuerdo con las ideas de Thomas Edison, quien se dedicó al uso de corriente directa para transmitir energía eléctrica. El método de CA de Tesla ganó.

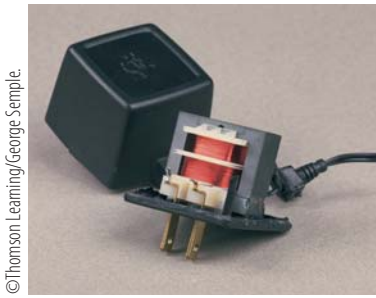


Figura 33.20 El devanado primario de este transformador está acoplado directamente a las puntas de la clavija. El devanado secundario se conecta al cable de línea que se ve a la derecha, que va a un aparato electrónico. Muchos de estos transformadores de fuente de alimentación también convierten corriente alterna en corriente directa.



Este transformador es más pequeño que el de la fotografía con que se inicia este capítulo. Además, es un transformador reductor. Baja el voltaje de 4000 a 240 V al momento de entregar energía a un grupo de residencias.

alrededor de un núcleo común de hierro que se encuentra dentro de estas pequeñas “cajas negras”. Este transformador convierte los 120 V de CA del tomacorriente a 12.5 V de CA. (¿Puede usted determinar la relación de los números de vueltas de las dos bobinas?) Algunas cajas negras también utilizan diodos para convertir la corriente alterna en corriente directa (véase la sección 33.9).

EJEMPLO 33.7

La economía de la potencia de CA

Una estación de generación de electricidad necesita entregar energía a una capacidad de 20 MW a una ciudad a 1.0 km de distancia. Un voltaje común para los generadores de potencia comerciales es de 22 kV, pero se usa un transformador de subida para impulsar el voltaje a 230 kV antes de la transmisión.

A) Si la resistencia de los alambres es de $2.0 \, \Omega$ y la energía cuesta aproximadamente 10¢/kWh , estime cuánto le cuesta a la compañía convertir la energía a energía interna en los alambres durante un día.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La resistencia de los alambres están en serie con la resistencia que representa la carga (hogares y negocios). Por lo tanto hay una caída de voltaje en los alambres, esto es, parte de la energía transmitida se convierte en energía interna en los alambres y nunca alcanza la carga.

Categorizar Este problema trata de encontrar la potencia entregada a una carga resistiva en un circuito CA. Ignore cualquier característica capacitiva o inductiva de la carga e iguale el factor potencia a 1.

Analizar Calcule I_{rms} en los alambres a partir de la ecuación 33.31:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{\Delta V_{\text{rms}}} = \frac{20 \times 10^6 \text{ W}}{230 \times 10^3 \text{ V}} = 87 \text{ A}$$

Determine la proporción a la que se entrega la energía a la resistencia en los alambres a partir de la ecuación 33.32:

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}}^2 R = (87 \text{ A})^2 (2.0 \, \Omega) = 15 \text{ kW}$$

Calcule la energía T_{ET} entregada a los alambres durante el curso de un día:

$$T_{\text{ET}} = \mathcal{P}_{\text{prom}} \Delta t = (15 \text{ kW})(24 \text{ h}) = 360 \text{ kWh}$$

Encuentre el costo de esta energía con una proporción de 10¢/kWh :

$$\text{Costo} = (360 \text{ kWh})(\$0.10/\text{kWh}) = \$36$$

B) Repita el cálculo para una situación en la cual la planta eléctrica entrega la energía con un voltaje original de 22 kV.

SOLUCIÓN

Calcule I_{rms} en los alambres a partir de la ecuación 33.31:

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{\Delta V_{\text{rms}}} = \frac{20 \times 10^6 \text{ W}}{22 \times 10^3 \text{ V}} = 910 \text{ A}$$

A partir de la ecuación 33.32, determine la cantidad de entrega de energía a la resistencia en los alambres:

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}}^2 R = (910 \text{ A})^2 (2.0 \Omega) = 1.7 \times 10^3 \text{ kW}$$

Calcule la energía entregada a los alambres durante el curso de un día:

$$T_{\text{ET}} = \mathcal{P}_{\text{prom}} \Delta t = (1.7 \times 10^3 \text{ kW})(24 \text{ h}) = 4.1 \times 10^4 \text{ kWh}$$

Encuentre el costo de esta energía con una proporción de 10¢/kWh:

$$\text{Costo} = (4.1 \times 10^4 \text{ kWh})(\$0.10/\text{kWh}) = \$4.1 \times 10^3$$

Finalizar Note el tremendo ahorro que es posible a través del uso de transformadores y líneas de transmisión de voltaje alto. Tales ahorros, en combinación con la eficiencia de usar corriente alterna para operar motores, conduce a la adopción universal de la corriente alterna en lugar de la corriente directa para redes eléctricas comerciales.

33.9 Rectificadores y filtros

Es frecuente que los aparatos electrónicos portátiles, como radios y reproductores de discos compactos, se alimenten con corriente directa suministrada por baterías. Muchos dispositivos ya están equipados con convertidores de CA-CD, como el que se ilustra en la figura 33.20. Este convertidor contiene un transformador que reduce el voltaje de 120 V a generalmente 9 V y un circuito que convierte corriente alterna en corriente directa. El proceso de convertir corriente alterna en corriente directa se denomina **rectificación** y el aparato convertidor se llama **rectificador**.

El elemento más importante de un circuito rectificador es el **diodo**, elemento que conduce corriente en una dirección pero no en la otra. La mayor parte de los diodos que se emplean en aparatos electrónicos modernos son semiconductores. El símbolo de circuito para un diodo es , donde la flecha indica la dirección de la corriente en el diodo. Éste tiene baja resistencia a la corriente en una dirección (la dirección de la flecha) y alta resistencia a la corriente en la dirección opuesta. Para comprender la forma en que un diodo rectifica una corriente considere la figura 33.21a, que muestra un diodo y un resistor conectados al secundario de un transformador. El transformador reduce el voltaje de 120 V de CA al menor voltaje necesario para que el dispositivo tenga una resistencia R (la resistencia de carga). Ya que el diodo conduce corriente sólo en una dirección, la corriente alterna en el resistor de carga se reduce a la forma que ilustra la curva continua de la figura 33.21b. El diodo conduce corriente sólo cuando el lado del símbolo que contiene la punta de la flecha tiene potencial positivo respecto al otro lado. En esta situación, el diodo actúa como *rectificador de media onda* porque la corriente está presente en el circuito sólo durante la mitad de cada ciclo.

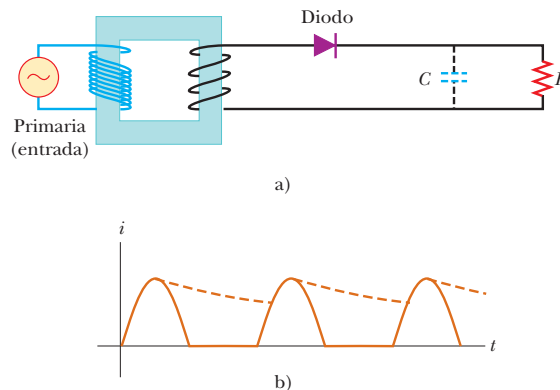
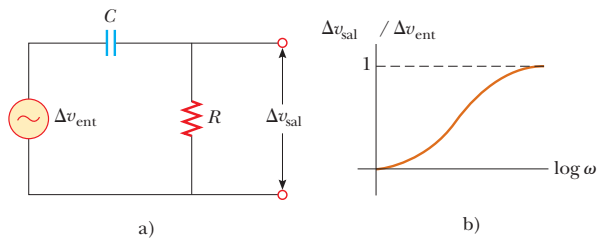


Figura 33.21 a) Rectificador de media onda con un capacitor de filtro opcional. b) Corriente en función del tiempo en el resistor. La curva continua representa la corriente sin capacitor de filtro, y la curva discontinua es la corriente cuando el circuito incluye el capacitor.

**Figura 33.22**

a) Filtro sencillo RC de paso alto. b) Relación entre el voltaje de salida y el de entrada para un filtro RC de paso alto como función de la frecuencia angular de la fuente de CA.

Cuando se agrega un condensador al circuito, como se ve con las líneas discontinuas y el símbolo del capacitor de la figura 33.21a, el circuito es una fuente simple de alimentación de CD. La variación en el tiempo de la corriente en el resistor de carga (la curva discontinua de la figura 33.24b) es cercana a cero, como lo determina la constante de tiempo RC del circuito. Cuando la corriente del circuito empieza a subir en $t = 0$ en la figura 33.21b, el capacitor se carga; pero cuando la corriente cae, el capacitor se descarga por el resistor, de modo que la corriente en éste no cae tan rápido como la corriente del transformador.

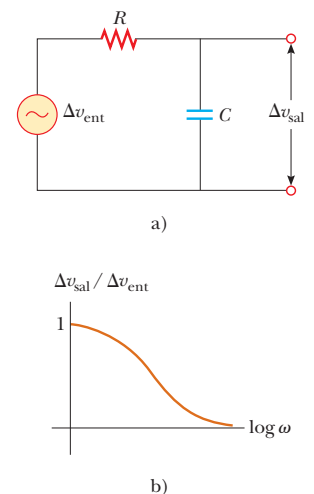
El circuito RC de la figura 33.21a es un ejemplo de un **circuito filtro** que se usa para suavizar o eliminar la señal que varía en tiempo. Por ejemplo, los radios suelen ser alimentados por un voltaje alterno de 60 Hz. Después de la rectificación, el voltaje todavía contiene un pequeño componente de CA de 60 Hz (a veces conocido como *fluctuación periódica*), que debe ser filtrado. Por “filtrado” debe entender que la fluctuación periódica de 60 Hz debe ser reducido a un valor mucho menor que el de la señal de audio que se vaya a amplificar porque, sin filtrar, la señal resultante de audio contiene un molesto zumbido a 60 Hz.

También puede diseñar filtros que respondan de manera diferente a frecuencias distintas. Considere el sencillo circuito RC en serie de la figura 33.22a. El voltaje de entrada se da en las terminales de la combinación en serie de los dos elementos. La salida es el voltaje en las terminales del resistor. Una gráfica de la relación entre el voltaje de salida y el voltaje de entrada, como función del logaritmo de la frecuencia angular (véase la figura 33.22b), muestra que a frecuencias bajas ΔV_{sal} es mucho menor que ΔV_{ent} , mientras que a frecuencias altas los dos voltajes son iguales. Porque el circuito preferentemente pasa señales de frecuencia más alta y bloquea señales de baja frecuencia, el circuito se llama filtro RC de paso alto. (Véase el problema 45 para un análisis de este filtro.)

Físicamente, un filtro de paso alto funciona porque un capacitor “bloquea” la corriente directa y la corriente alterna a bajas frecuencias, porque a estas frecuencias, la reactancia capacitiva es alta y gran parte del voltaje aplicado aparece en las terminales del capacitor, en lugar de las terminales del resistor de salida. Cuando la frecuencia aumenta, la reactancia capacitiva cae, y más voltaje aplicado aparece en las terminales del resistor.

Ahora considere el circuito de la figura 33.23a, donde se han intercambiado el resistor y el capacitor, y donde el voltaje de salida se toma en las terminales del capacitor. A bajas frecuencias, la reactancia en éste y el voltaje en sus terminales es alta. Cuando la frecuencia aumenta, el voltaje cae en las terminales. Por lo tanto, se trata de un filtro RC de paso bajo. La relación entre el voltaje de salida y el de entrada (véase el problema 46), graficado como función del logaritmo de ω en la figura 33.23b, muestra este comportamiento.

Es posible estar familiarizado con redes de cruce, que son parte importante de los sistemas de altavoces para sistemas de audio de alta fidelidad. Estas redes usan filtros de paso bajo para dirigir frecuencias bajas a un tipo especial de altavoz, el de sonidos graves, que está diseñado para reproducir con gran precisión las notas bajas. Las altas frecuencias son enviadas al altavoz de sonidos agudos.

**Figura 33.23**

a) Filtro simple RC de paso bajo. b) Relación entre el voltaje de salida y el de entrada para un filtro RC de paso bajo como función de la frecuencia angular de la fuente de CA.

Resumen

DEFINICIONES

En los circuitos de CA que contienen inductores y capacitores, es útil definir la **reactancia inductiva** X_L y la **reactancia capacitiva** X_C como

$$X_L \equiv \omega L \quad (33.10)$$

$$X_C \equiv \frac{1}{\omega C} \quad (33.18)$$

donde ω es la frecuencia angular de la fuente de CA. La unidad del SI para reactancia es el ohm.

La **impedancia** Z de un circuito de CA RLC en serie es

$$Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (33.25)$$

Esta expresión ilustra que no es posible sumar simplemente la resistencia y las reactancias en un circuito. Se debe explicar el voltaje aplicado y la corriente que están fuera de fase, con el **ángulo de fase** ϕ entre la corriente y el voltaje como

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \quad (33.27)$$

El signo de ϕ puede ser positivo o negativo, dependiendo de si X_L es mayor o menor que X_C . El ángulo de fase es cero cuando $X_L = X_C$.

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **corriente rms** y el **voltaje rms** en un circuito de CA en el que los voltajes y la corriente varían senoidalmente se conocen por

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = 0.707 I_{\text{máx}} \quad (33.4)$$

$$\Delta V_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = 0.707 \Delta V_{\text{máx}} \quad (33.5)$$

donde $I_{\text{máx}}$ y $\Delta V_{\text{máx}}$ son los valores máximos.

Si un circuito de CA consiste en una fuente y un resistor, la corriente está en fase con el voltaje. Es decir, la corriente y el voltaje alcanzan sus valores máximos al mismo tiempo.

Si un circuito de CA consiste en una fuente y un inductor, la corriente se atrasa al voltaje por 90° . Es decir, el voltaje llega a su valor máximo un cuarto de periodo antes que la corriente alcance su valor máximo.

Si un circuito de CA consiste en una fuente y un capacitor, la corriente se adelanta al voltaje por 90° . Es decir, la corriente alcanza su valor máximo un cuarto de periodo antes que el voltaje alcance su valor máximo.

La **potencia promedio** entregada por la fuente en un circuito RLC es

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}} \Delta V_{\text{rms}} \cos \phi \quad (33.31)$$

Una expresión equivalente para la potencia promedio es

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (33.32)$$

La potencia promedio entregada por la fuente resulta en una energía interna creciente en el resistor. En un inductor o capacitor ideal no se presenta pérdida de potencia.

La corriente rms en un circuito RLC en serie es

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (33.34)$$

Un circuito RLC en serie está en resonancia cuando la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva. Cuando se satisface esta condición, la corriente rms conocida por la ecuación 33.34 tiene su valor máximo. La **frecuencia de resonancia** ω_0 del circuito es

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (33.35)$$

La corriente rms en un circuito RLC en serie tiene su valor máximo cuando la frecuencia de la fuente es igual a ω_0 , es decir, cuando la frecuencia "impulsora" iguala la frecuencia de resonancia.

Los **transformadores de CA** permiten cambios fáciles en voltaje alterno de acuerdo con

$$\Delta v_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta v_1 \quad (33.41)$$

donde N_1 y N_2 son los números de devanados en las bobinas primaria y secundaria, respectivamente, y Δv_1 y Δv_2 son los voltajes en estas bobinas.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. O i) ¿Cuál es el tiempo promedio del potencial de “onda cuadrada” que se muestra en la figura P33.1? a) $\sqrt{2} \Delta V_{\text{máx}}$, b) $\Delta V_{\text{máx}}$, c) $\Delta V_{\text{máx}}/\sqrt{2}$, d) $\Delta V_{\text{máx}}/2$, e) $\Delta V_{\text{máx}}/4$. ii) ¿Cuál es el voltaje rms? Escoja entre las mismas posibilidades.

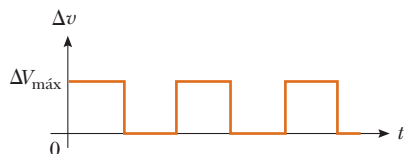


Figura P33.1

2. Los amperímetros y voltímetros de CA indican a) picos y valles, b) valores máximos, c) rms o d) valores promedio?
3. O Una diferencia de potencial que varía sinusoidalmente tiene amplitud de 170 V. i) ¿Cuál es su valor instantáneo mínimo? a) 240 V, b) 170 V, c) 120 V, d) 0, e) -120 V, f) -170 V, g) -240 V. ii) ¿Cuál es su valor promedio? iii) ¿Cuál es su valor rms? Escoja entre las mismas posibilidades en cada caso.
4. ¿Por qué un condensador actúa como circuito en corto a altas frecuencias? ¿Por qué actúa como circuito abierto a bajas frecuencias?
5. Explique la forma en que el mnemónico “ELI el hombre de HIELO” se puede usar para recordar si la corriente se adelanta al voltaje o el voltaje se adelanta a la corriente en circuitos *RLC*. Observe que E representa la fem $\mathcal{E}$.
6. ¿Por qué la suma de los voltajes máximos en las terminales de cada uno de los elementos de un circuito *RLC* en serie es generalmente mayor que el máximo voltaje aplicado? ¿No viola esto la regla de la espira de Kirchhoff?
7. ¿El ángulo de fase depende de la frecuencia? ¿Cuál es el ángulo de fase cuando la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva?
8. O i) Cuando un inductor particular se conecta a una fuente fem que varía sinusoidalmente, con amplitud constante y frecuencia de 60 Hz, la corriente rms es 3 A. ¿Cuál la corriente rms si la frecuencia de la fuente se duplica? a) 12 A, b) 6 A, c) 4.24 A, d) 3 A, e) 2.12 A, f) 1.5 A, g) 0.75 A. ii) Repita la parte i) pero suponga que la carga es un capacitor en lugar de un inductor. iii) Repita la parte i) pero suponga que la carga es un resistor en lugar de un inductor.
9. O ¿Cuál es la impedancia de un circuito *RLC* en serie en resonancia? a) X_L , b) X_C , c) R , d) $X_L - X_C$, e) $2X_L$, f) $\sqrt{2}R$, g) 0.
10. O ¿Cuál es el ángulo de fase en un circuito *RLC* en serie en resonancia? a) 180° , b) 90° , c) 0, d) -90° , e) Ninguna de estas respuestas es necesariamente correcta.
11. Cierta suministro de energía se puede modelar como una fuente de fem en serie con una resistencia de 10Ω y una reactancia inductiva de 5Ω . Para obtener máxima entrega de energía a la carga, se encuentra que la carga debe tener una resistencia $R_L = 10 \Omega$, una reactancia inductiva de cero y una reactancia capacitiva de 5Ω . a) Con esta carga, ¿el circuito está en resonancia? b) Con esta carga, ¿qué fracción del promedio de la energía de entrada puesta por la fuente de fem se entrega a la carga? c) Para aumentar la fracción de la energía entregada a la carga, ¿cómo se podría cambiar la carga? Puede revisar el ejemplo 28.2 y el problema 4 del capítulo 28 acerca de máxima transferencia de energía en circuitos CD.
12. Como se ve en la figura 7.5, una persona desplaza una aspiradora a una rapidez v en un piso horizontal, ejerciendo sobre ella una fuerza de magnitud F dirigida hacia arriba con un ángulo θ con la horizontal. ¿Con qué rapidez la persona realiza trabajo sobre la aspiradora? Diga cuál es la analogía entre potencia en esta situación y en un circuito eléctrico.
13. O Un circuito que contiene un generador, un capacitor, un inductor y un resistor tiene una resonancia de alta Q a 1000 Hz. De mayor a menor, clasifique las siguientes aportaciones a la impedancia del circuito en dicha frecuencia y a menor y mayor frecuencias, y note cualquier caso de igualdad en su clasificación. a) X_C a 500 Hz, b) X_C a 1000 Hz, c) X_C a 1500 Hz, d) X_L a 500 Hz, e) X_L a 1000 Hz, f) X_L a 1500 Hz, g) R a 500 Hz, h) R a 1000 Hz, i) R a 1500 Hz.
14. Investigue para responder estas preguntas: ¿quién inventó el detector de metales? ¿Por qué? ¿Funcionó?
15. ¿Un transformador funciona si se usa una batería como voltaje de entrada en el primario? Explique.
16. Explique la forma en que el factor de calidad se relaciona con las características de respuesta de un radio receptor. ¿Qué variable influye con más intensidad en el factor de calidad?
17. Una tormenta de hielo rompe una línea de transmisión e interrumpe la energía eléctrica a una ciudad. Una persona arranca un generador de gasolina de 120 V y engancha sus terminales a las terminales “caliente” y “tierra” del panel eléctrico para su casa. En un poste sobre la calle hay un transformador diseñado para bajar el voltaje para uso doméstico, tiene una relación de vueltas N_1/N_2 de 100 a 1. Un reparador sube al poste. ¿Qué voltaje encontrará en el lado de entrada del transformador? Como implica esta pregunta, se deben tomar medidas de seguridad en el uso de generadores domésticos y durante fallas de potencia en general.

Problemas

Sección 33.1 Fuentes de CA

Sección 33.2 Resistores en un circuito de CA

1. El voltaje rms de salida de una fuente de CA es de 200 V y la frecuencia de operación de 100 Hz. Escriba la ecuación que proporcione el voltaje de salida como función del tiempo.
2. a) ¿Cuál es la resistencia de una lámpara que usa una potencia promedio de 75.0 W cuando está conectada a una fuente de 60.0 Hz que tiene un voltaje máximo de 170 V? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la resistencia de una lámpara de 100 W?
3. Una fuente de alimentación de CA produce un voltaje máximo $\Delta V_{\text{máx}} = 100$ V. Esta fuente de alimentación está conectada a un resistor de 24.0Ω , y la corriente y voltaje del resistor se miden con un amperímetro y voltímetro de CA ideal, como se ve en la figura P33.3. ¿Qué indica cada uno de los medidores? Observe que un amperímetro ideal tiene cero resistencia y que un voltímetro ideal tiene resistencia infinita.

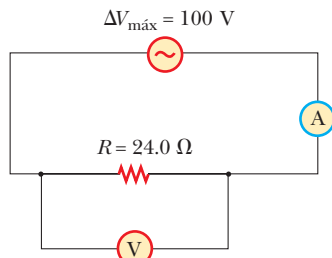


Figura P33.3

4. En el simple circuito de CA que se muestra en la figura 33.2, $R = 70.0 \Omega$ y $\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$. a) Si $\Delta v_R = 0.250 \Delta V_{\text{máx}}$ por primera vez en $t = 0.010$ s, ¿cuál es la frecuencia angular de la fuente? b) ¿Cuál es el valor siguiente de t para el cual $\Delta v_R = 0.250 \Delta V_{\text{máx}}$?
5. La corriente en el circuito que se observa en la figura 33.2 es igual a 60.0% del pico de corriente en $t = 7.00$ ms. ¿Cuál es la frecuencia mínima de la fuente que da esta corriente?
6. Un amplificador de audio, representado por una fuente de CA y un resistor en la figura P33.6, entrega un voltaje alterno al altavoz a frecuencias de audio. Si el voltaje de la fuente tiene una amplitud de 15.0 V, $R = 8.20 \Omega$, y el altavoz es equivalente a una resistencia de 10.4Ω , ¿cuál es la potencia promedio en el tiempo transferida a ésta?

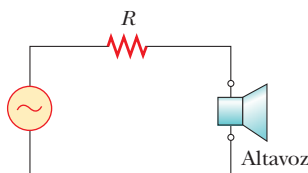


Figura P33.6

Sección 33.3 Inductores en un circuito de CA

7. En un circuito de CA completamente inductivo, como se observa en la figura 33.6, $\Delta V_{\text{máx}} = 100$ V. a) La corriente máxima es 7.50 A a 50.0 Hz. Calcule la inductancia L . b) **¿Qué pasaría si?** ¿A qué frecuencia angular ω es 2.50 A la corriente máxima?
8. Un inductor tiene una reactancia de 54.0Ω a 60.0 Hz. ¿Cuál es la corriente máxima si el inductor se conecta a una fuente de 50.0 Hz que produce un voltaje de 100 V rms?
9. Para el circuito que se ilustra en la figura 33.6, $\Delta V_{\text{máx}} = 80.0$ V, $\omega = 65.0 \pi$ rad/s, y $L = 70.0$ mH. Calcule la corriente en el inductor a $t = 15.5$ ms.
10. Un inductor de 20.0 mH se conecta a una salida eléctrica estándar ($\Delta V_{\text{rms}} = 120$ V; $f = 60.0$ Hz). Determine la energía almacenada en el inductor a $t = (1/180)$ s, suponiendo que esta energía es cero a $t = 0$.
11. **Problema de repaso.** Determine el flujo magnético máximo que pasa por un inductor conectado a una toma de corriente estándar ($\Delta V_{\text{rms}} = 120$ V, $f = 60.0$ Hz).

Sección 33.4 Capacitores en un circuito de CA

12. a) ¿Con qué frecuencias un capacitor de $22.0 \mu\text{F}$ registra una reactancia por debajo de 175Ω ? b) **¿Qué pasaría si?** Con esta misma gama de frecuencia, ¿cuál es la reactancia de un condensador de $44.0 \mu\text{F}$?
13. ¿Cuál es la corriente máxima en un capacitor de $2.20 \mu\text{F}$ cuando está conectado a) a una salida eléctrica estándar estadounidense que tiene $\Delta V_{\text{rms}} = 120$ V, $f = 60.0$ Hz, y b) Una salida eléctrica estándar europea que tiene $\Delta V_{\text{rms}} = 240$ V, $f = 50.0$ Hz?
14. Un capacitor C se conecta a una fuente de alimentación que funciona con una frecuencia f y produce un voltaje rms ΔV . ¿Cuál es la carga máxima que aparece en cualquiera de las placas del capacitor?
15. ¿Qué máxima corriente entrega una fuente de CA con $\Delta V_{\text{máx}} = 48.0$ V y $f = 90.0$ Hz cuando se conecta a un capacitor de $3.70 \mu\text{F}$?
16. Un capacitor de 1.00 mF se conecta a una toma de corriente estándar ($\Delta V_{\text{rms}} = 120$ V; $f = 60.0$ Hz). Determine la corriente en los alambres a $t = (1/180)$ s, suponiendo que cuando $t = 0$ la energía almacenada en el condensador es cero.

Sección 33.5 Circuito RLC en serie

17. Un inductor ($L = 400$ mH), un capacitor ($C = 4.43 \mu\text{F}$) y un resistor ($R = 500 \Omega$) están conectados en serie. Una fuente de CA de 50.0 Hz produce un pico de corriente de 250 mA en el circuito. a) Calcule el pico de voltaje necesario $\Delta V_{\text{máx}}$. b) Determine el ángulo de fase en el cual la corriente se adelanta o atrasa al voltaje aplicado.
18. ¿A qué frecuencia la reactancia inductiva de un inductor de $57.0 \mu\text{H}$ es igual a la reactancia capacitiva de un capacitor de $57.0 \mu\text{F}$?

19. Un circuito de CA en serie contiene los siguientes componentes: un resistor $150\ \Omega$, un inductor $250\ \text{mH}$, un capacitor de $2.00\ \mu\text{F}$ y una fuente con $\Delta V_{\text{máx}} = 210\ \text{V}$ que funciona a $50.0\ \text{Hz}$. Calcule a) la reactancia inductiva, b) la reactancia capacitiva, c) la impedancia, d) la corriente máxima y e) el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje de fuente.
20. Un voltaje senoidal $\Delta v(t) = (40.0\ \text{V}) \sin(100t)$ se aplica a un circuito RLC en serie con $L = 160\ \text{mH}$, $C = 99.0\ \mu\text{F}$, y $R = 68.0\ \Omega$. a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? b) ¿Cuál es la corriente máxima? c) Determine los valores numéricos para $I_{\text{máx}}$, ω y ϕ en la ecuación $i(t) = I_{\text{máx}} \sin(\omega t - \phi)$.
21. Un circuito RLC consta de un resistor de $150\ \Omega$, un capacitor de $21.0\ \mu\text{F}$ y un inductor de $460\ \text{mH}$ conectados en serie con una fuente de alimentación de $120\ \text{V}$, $60.0\ \text{Hz}$. a) ¿Cuál es el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje aplicado? b) ¿Cuál alcanza su valor máximo primero, la corriente o el voltaje?
22. Cuatro elementos de circuito, un capacitor, un inductor, un resistor y una fuente de CA, se conectan de distintas formas. Primero el capacitor se conecta a la fuente y se encuentra que la corriente rms es de $25.1\ \text{mA}$. El capacitor se desconecta y descarga, y luego se conecta en serie con el resistor y la fuente, formando una corriente rms de $15.7\ \text{mA}$. El circuito se desconecta y el capacitor se descarga. Luego el condensador se conecta en serie con el inductor y la fuente, formando una corriente rms de $68.2\ \text{mA}$. Después de que el circuito se desconecta y el capacitor se descarga, los cuatro elementos de circuito se conectan en un circuito cerrado en serie. ¿Cuál es la corriente rms del circuito?
23. Una persona trabaja cerca del secundario de un transformador, como se observa en la figura P33.23. El voltaje del primario es de $120\ \text{V}$ a $60.0\ \text{Hz}$. La capacitancia C_s , que es la capacitancia parásita entre la mano y el devanado secundario, es de $20.0\ \text{pF}$. Suponiendo que la persona tiene una resistencia corporal a tierra $R_b = 50.0\ \text{k}\Omega$, determine el voltaje rms en el cuerpo. (Sugerencia: Modele el circuito con el secundario del transformador como una fuente de CA simple.)

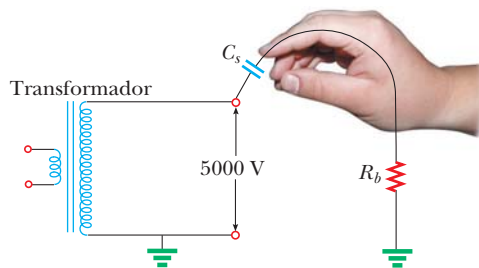


Figura P33.23

24. Una fuente de CA con $\Delta V_{\text{máx}} = 150\ \text{V}$ y $f = 50.0\ \text{Hz}$ se conecta entre los puntos a y d de la figura P33.24. Calcule los voltajes máximos entre a) los puntos a y b , b) los puntos b y c , c) los puntos c y d , d) los puntos b y d .

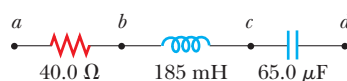


Figura P33.24 Problemas 24 y 64.

25. Dibuje a escala un diagrama de fasores que muestre Z , X_L , X_C y ϕ para un circuito en serie de CA para el cual $R = 300\ \Omega$, $C = 11.0\ \mu\text{F}$, $L = 0.200\ \text{H}$ y $f = (500/\pi)\ \text{Hz}$.
26. ● En un circuito RLC en serie que incluye una fuente de corriente alterna que opera con frecuencia y voltaje fijos, la resistencia R es igual a la reactancia inductiva. Si la separación entre placas del capacitor se reduce a la mitad de su valor original, la corriente del circuito se duplica. Encuentre la reactancia capacitiva inicial en términos de R . Explique cada etapa de su solución.

Sección 33.6 Potencia en un circuito de CA

27. Un voltaje de CA de la forma $\Delta v = (100\ \text{V}) \sin(1000t)$ se aplica a un circuito RLC en serie. Suponga que la resistencia es de $400\ \Omega$, la capacitancia de $5.00\ \mu\text{F}$ y la inductancia de $0.500\ \text{H}$. Encuentre la potencia promedio que se entrega al circuito.
28. Un circuito RLC en serie tiene una resistencia de $45.0\ \Omega$ y una impedancia de $75.0\ \Omega$. ¿Qué potencia promedio es entregada a este circuito cuando $\Delta V_{\text{rms}} = 210\ \text{V}$?
29. En cierto circuito RLC en serie, $I_{\text{rms}} = 9.00\ \text{A}$, $\Delta V_{\text{rms}} = 180\ \text{V}$, y la corriente se adelanta en 37.0° al voltaje. a) ¿Cuál es la resistencia total del circuito? b) Calcule la reactancia del circuito ($X_L - X_C$).
30. Suponga que es el administrador de una fábrica que utiliza muchos motores eléctricos; éstos generan una gran carga inductiva en la línea de energía eléctrica, así como carga resistiva. La compañía de luz construye una línea de distribución extrafuerte para alimentar energía con un componente de corriente que está 90° fuera de fase con el voltaje, así como con corriente en fase. La compañía de luz le cobra una cuota extra por "volt-amperes reactivos", además de la cantidad que usted paga por la energía que usa. Usted puede evitar la cuota extra si instala un capacitor entre la línea de energía y su fábrica. El siguiente problema ilustra esta situación.

En un circuito RL , una fuente de $120\ \text{V}$ (rms) y $60.0\ \text{Hz}$, está en serie con un inductor de $25.0\ \text{mH}$ y un resistor de $20.0\ \Omega$. ¿Cuáles son a) la corriente rms y b) el factor de potencia? c) ¿Qué capacitor debe conectarse en serie para hacer el factor de potencia 1? d) ¿A qué valor puede reducirse el voltaje de la fuente, si la potencia alimentada debe ser la misma que antes de instalar el capacitor?

31. Se transmite energía a la cantidad de $20.0\ \text{kW}$ con sólo 1.00% de pérdida a través de una distancia de $18.0\ \text{km}$, a una diferencia de potencial ΔV . a) ¿Cuál es el diámetro requerido para cada uno de los dos alambres de cobre en la línea de transmisión? Suponga que la densidad de corriente es uniforme en los conductores. b) Establezca cómo el diámetro depende de ΔV . c) Evalúe el diámetro para $\Delta V = 1500\ \text{V}$. d) Si elige un diámetro de $3.00\ \text{mm}$, ¿qué diferencia de potencial se requiere?
32. ● Un circuito en serie consiste en un generador CA con un voltaje rms de $120\ \text{V}$ a una frecuencia de $60.0\ \text{Hz}$ y un zumbador magnético con una resistencia de $100\ \Omega$ y una inductancia de $100\ \text{mH}$. a) Encuentre el factor de potencia del circuito. b) Suponga que desea un factor de potencia más alto. ¿Puede lograr un factor de potencia de 1.00 al cambiar la inductancia o algún otro parámetro del circuito? c) Demuestre que se puede lograr un factor de potencia de 1.00 al insertar un capacitor en el circuito original y encuentre el valor de su capacitancia.
33. Un diodo es un dispositivo que permite que la corriente sea conducida en una sola dirección indicada por la punta de fle-

cha en el circuito). Encuentre en términos de ΔV y R la potencia promedio entregada al circuito de diodos de la figura P33.33.

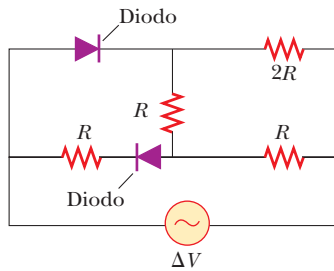


Figura P33.33

Sección 33.7 Resonancia en un circuito RLC en serie

34. Un transmisor de radar contiene un circuito LC que oscila a 1.00×10^{10} Hz. a) ¿Qué capacitancia resonará con una espira de una vuelta que tiene una inductancia de 400 pH a esta frecuencia? b) Si el capacitor tiene placas paralelas cuadradas que están separadas por 1.00 mm de aire, ¿cuál debe ser la longitud por lado de las placas? c) ¿Cuál es la reactancia común de la espira y del capacitor en resonancia?
35. Un circuito RLC se usa en un radio para sintonizar una estación de FM que transmite a 99.7 MHz. La resistencia del circuito es de 12.0 Ω , y la inductancia es 1.40 μH . ¿Qué capacitancia debe usarse?
36. Un circuito RLC en serie tiene los siguientes componentes con valores de: $L = 20.0$ mH, $C = 100$ nF, $R = 20.0$ Ω y $\Delta V_{\text{máx}} = 100$ V, con $\Delta v = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t$. Encuentre a) la frecuencia resonante, b) la amplitud de la corriente a la frecuencia resonante, c) el valor Q del circuito y d) la amplitud del voltaje en las terminales del inductor con resonancia.
37. Un resistor de 10.0 Ω , un inductor de 10.0 mH y un capacitor de 100 μF se conectan en serie a una fuente de 50.0 V (rms) que tiene una frecuencia variable. Encuentre la energía que es entregada al circuito durante cierto periodo si la frecuencia de operación es del doble que la frecuencia de resonancia.
38. Un resistor R , un inductor L y un capacitor C se conectan en serie a una fuente de CA de voltaje rms ΔV y frecuencia variable. Encuentre la energía que es entregada al circuito durante cierto periodo si la frecuencia de operación es del doble que la frecuencia de resonancia.
39. Calcule el factor de calidad para los circuitos descritos en los problemas 20 y 21. ¿Cuál circuito tiene la resonancia aguda?

Sección 33.8 El transformador y la transmisión de energía

40. Un transformador reductor se emplea para recargar las baterías de aparatos portátiles, como los tocacintas. La relación de vueltas dentro del transformador es 13:1 y se usa con 120 V (rms) del servicio doméstico. Si un transformador ideal en particular toma 0.350 A del tomacorriente en casa, ¿cuáles son a) el voltaje y b) la corriente suministrada al tocacintas desde el transformador? c) ¿Cuánta potencia se entrega?
41. Un transformador tiene $N_1 = 350$ vueltas y $N_2 = 2000$ vueltas. Si el voltaje de entrada es $\Delta v(t) = (170 \text{ V}) \cos \omega t$, ¿qué voltaje rms se genera en la bobina del secundario?
42. Un transformador elevador está diseñado para tener un voltaje de salida de 2200 V (rms) cuando el primario se conecta a una fuente de 110 V (rms). a) Si el devanado primario tiene 80

vueltas, ¿cuántas vueltas se necesitan en el secundario? b) Si un resistor de carga en las terminales del secundario toma una corriente de 1.50 A, ¿cuál es la corriente del primario, suponiendo condiciones ideales? c) ¿Qué pasaría si? Si el transformador en realidad tiene una eficiencia de 95.0%, ¿cuál es la corriente en el primario cuando la corriente del secundario es 1.20 A?

43. ● Una línea de transmisión que tiene una resistencia por cada unidad de longitud de 4.50×10^{-4} Ω/m será utilizada para transmitir 5.00 MW a 400 millas (6.44×10^5 m). El voltaje de salida del generador es de 4.50 kV. a) ¿Cuál es la pérdida en la línea si se usa un transformador para elevar el voltaje a 500 kV? b) ¿Qué porcentaje de la potencia de entrada se pierde en la línea bajo estas circunstancias? c) ¿Qué pasaría si? ¿Qué dificultades se encuentran al tratar de transmitir los 5.00 MW al voltaje de 4.50 kV del generador?

Sección 33.9 Rectificadores y filtros

44. Una fuente particular del enchufe de una radio semejante a la que ilustra la figura 33.20 y está marcada con la siguiente información: entrada 120 V CA 8 W salida 9 V CD 300 mA. Suponga que estos valores son precisos en dos dígitos. a) Encuentre la eficiencia de energía del aparato cuando la radio está funcionando. b) ¿Con qué rapidez el aparato desperdicia energía cuando la radio está funcionando? c) Suponga que la potencia de entrada al transformador es de 8.00 W cuando la radio se desconecta y que la energía cuesta \$0.135/kWh. Encuentre el costo que representan seis de estos transformadores en la casa, enchufados durante 31 días.
45. Considere el circuito de filtro que se ilustra en la figura 33.22a. a) Muestre que la relación entre el voltaje de salida y el voltaje de entrada es

$$\frac{\Delta v_{\text{out}}}{\Delta v_{\text{in}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

b) ¿A qué valor se aproxima esta relación cuando la frecuencia disminuye a cero? ¿A qué valor se aproxima esta relación cuando la frecuencia aumenta sin límite? c) ¿A qué frecuencia esta relación es igual a la mitad?

46. Considere el circuito de filtro que se muestra en la figura 33.23a. a) Demuestre que la razón entre el voltaje de salida y el voltaje de entrada es

$$\frac{\Delta v_{\text{out}}}{\Delta v_{\text{in}}} = \frac{1/\omega C}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

b) ¿A qué valor se aproxima esta relación cuando la frecuencia disminuye a cero? ¿A qué valor se aproxima esta relación cuando la frecuencia aumenta sin límite? c) ¿A qué frecuencia esta relación es igual a la mitad?

47. El filtro RC de paso alto que se ilustra en la figura 33.22a tiene una resistencia $R = 0.500$ Ω . a) ¿Qué capacitancia produce una señal de salida que tiene la mitad de amplitud de una señal de 300 Hz de entrada? b) ¿Cuál es la proporción $(\Delta V_{\text{sal}}/\Delta V_{\text{ent}})$ para una señal de 600 Hz? Puede usar el resultado del problema 45.
48. El filtro RC de paso bajo que se ilustra en la figura 33.23a tiene una resistencia $R = 90.0$ Ω y una capacitancia $C = 8.00$ nF. Calcule la relación $(\Delta V_{\text{sal}}/\Delta V_{\text{ent}})$ para una frecuencia de entrada de a) 600 Hz y b) 600 kHz. Puede usar el resultado del problema 46.

49. El resistor de la figura P33.49 representa el altavoz intermedio de un sistema de tres altavoces. Suponga que su resistencia es constante a $8.00\ \Omega$. La fuente representa un amplificador de audio que produce señales de amplitud uniforme $\Delta V_{\text{máx}} = 10.0\ \text{V}$ a todas las frecuencias de audio. El inductor y el capacitor deben funcionar como filtro de paso de banda con $\Delta v_{\text{sal}}/\Delta v_{\text{ent}} = 1/2$ a $200\ \text{Hz}$ y a $4000\ \text{Hz}$. a) Determine los valores necesarios de L y C . b) Encuentre el valor máximo de la relación $\Delta v_{\text{sal}}/\Delta v_{\text{ent}}$ c) Encuentre la frecuencia f_0 en la que tiene su valor máximo la relación. d) Encuentre el desfase entre Δv_{ent} y Δv_{sal} a $200\ \text{Hz}$, a f_0 y a $4000\ \text{Hz}$. e) Encuentre la potencia promedio transferida al altavoz a $200\ \text{Hz}$, a f_0 y a $4000\ \text{Hz}$. f) Tratando el filtro como circuito resonante, encuentre su factor de calidad.

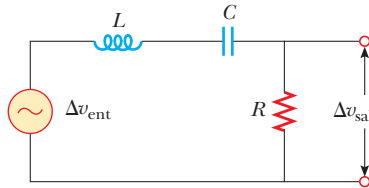


Figura P33.49

Problemas adicionales

50. Demuestre que el valor rms para el voltaje de diente de sierra que se ilustra en la figura P33.50 es $\Delta v_{\text{máx}}/\sqrt{3}$.

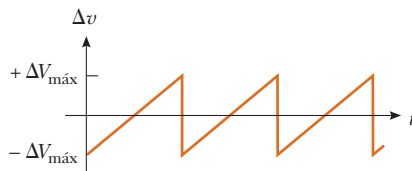


Figura P33.50

51. ● Un resistor de $400\ \Omega$, un inductor y un capacitor están en serie con un generador. La reactancia del inductor es de $700\ \Omega$ y la impedancia del circuito es de $760\ \Omega$. a) Explique qué puede y qué no puede determinar acerca de la reactancia del capacitor. b) Si encuentra que la fuente de energía disminuye conforme eleva la frecuencia, ¿qué sabe acerca de la reactancia capacitiva en el circuito original? c) Repita el inciso a) si supone que la resistencia es de $200\ \Omega$ en lugar de $400\ \Omega$.
52. ● Un capacitor, una bobina y dos resistores de igual resistencia están conectados en un circuito de CA, como se muestra en la figura P33.52. Un generador de CA produce una fem de $20.0\ \text{V}$ (rms) a una frecuencia de $60.0\ \text{Hz}$. Cuando el interruptor S

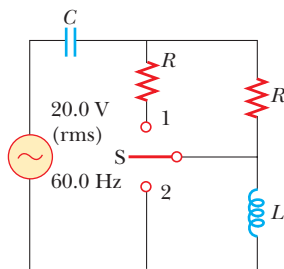


Figura P33.52

de doble paso se abre, como se ve en la figura, la corriente rms es de $183\ \text{mA}$. Cuando el interruptor se cierra en la posición 1, la corriente rms es de $298\ \text{mA}$. Cuando el interruptor se cierra en la posición 2, la corriente rms es de $137\ \text{mA}$. Determine los valores de R , C y L . ¿Es posible más de un conjunto de valores? Explique.

53. Un circuito RLC en serie consta de un resistor de $8.00\ \Omega$, un capacitor de $5.00\ \mu\text{F}$ y un inductor de $50.0\ \text{mH}$. Una fuente de frecuencia variable aplica una fem de $400\ \text{V}$ (rms) a la combinación. Determine la potencia entregada al circuito cuando la frecuencia es igual a la mitad de la frecuencia de resonancia.
54. ● Un circuito RLC en serie tiene frecuencia angular de resonancia de $2000\ \text{rad/s}$. Cuando opera a cierta frecuencia, $X_L = 12.0\ \Omega$ y $X_C = 8.00\ \Omega$. a) ¿Esta cierta frecuencia es mayor, menor o igual que la frecuencia de resonancia? Explique cómo puede decirlo. b) Explique si es posible determinar los valores de L y C . c) Si es posible, encuentre L y C . Si esta determinación no es posible, proporcione una expresión compacta para la condición que deben satisfacer L y C .
55. ● **Problema de repaso.** Un conductor aislado de una extensión casera tiene una masa por longitud de $19.0\ \text{g/m}$. Una sección de este conductor se mantiene bajo tensión entre dos abrazaderas. Una subsección se ubica en un campo magnético de $15.3\ \text{mT}$ de magnitud dirigido perpendicular a la longitud del cordón. Cuando el cordón conduce una corriente CA de $9.00\ \text{A}$ a una frecuencia de $60.0\ \text{Hz}$, vibra en resonancia en su estado de vibración de onda estacionaria más simple. Determine la correspondencia que se debe satisfacer entre la separación d de las abrazaderas y la tensión T en el cordón. Determine una posible combinación de valores para estas variables.
56. Bosqueje una gráfica del ángulo de fase para un circuito RLC en serie como función de la frecuencia angular, desde cero hasta una frecuencia mucho mayor que la frecuencia de resonancia. Identifique el valor de ϕ a la frecuencia angular de resonancia ω_0 . Pruebe que la pendiente de la gráfica de ϕ con ω en el punto de resonancia es $2Q/\omega_0$.
57. En la figura P33.57, encuentre la corriente rms entregada por la fuente de alimentación de $45.0\ \text{V}$ (rms) cuando a) la frecuencia es muy grande y b) la frecuencia es muy pequeña.

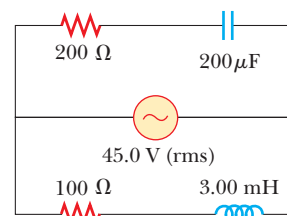


Figura P33.57

58. En el circuito que se ilustra en la figura P33.58, suponga que se dan todos los parámetros excepto C . a) Encuentre la corriente como función del tiempo. b) Encuentre la potencia entregada al circuito. c) Encuentre la corriente como función del tiempo después de abrir *sólo* el interruptor 1. d) Después de abrir *también* el interruptor 2, la corriente y voltaje están en fase. Encuentre la capacitancia C . e) Encuentre la impedancia del circuito cuando ambos interruptores están abiertos. f) Encuentre la máxima energía almacenada en el capacitor durante las oscilaciones. g) Encuentre la máxima energía almacenada en el inductor durante las oscilaciones. h) Ahora la frecuencia

de la fuente de voltaje se duplica. Encuentre la diferencia de fase entre la corriente y el voltaje. i) Encuentre la frecuencia que provoca que la reactancia inductiva sea igual a la mitad de la reactancia capacitiva.

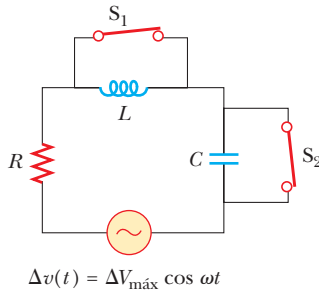


Figura P33.58

59. Un resistor de $80.0 \, \Omega$ y un inductor de $200 \, \text{mH}$ se conectan en *paralelo* en las terminales de una fuente de $100 \, \text{V}$ (rms), $60.0 \, \text{Hz}$. a) ¿Cuál es la corriente rms del resistor? b) ¿Con qué ángulo la corriente total se adelanta o se atrasa al voltaje?
60. Haga una estimación del orden de magnitud de la corriente eléctrica que la compañía de luz entrega a una población (figura P33.60) desde una planta generadora remota. Expresé los datos que mida o estime. Si usted lo desea, puede considerar una comunidad suburbana de $20\,000$ personas.



Eddie Hironaka/Getty Images.

Figura P33.60

61. Considere un circuito RLC en serie que tiene los siguientes parámetros: $R = 200 \, \Omega$, $L = 663 \, \text{mH}$ y $C = 26.5 \, \mu\text{F}$. El voltaje aplicado tiene una amplitud de $50.0 \, \text{V}$ y una frecuencia de $60.0 \, \text{Hz}$. Encuentre las siguientes amplitudes: a) la corriente $I_{\text{máx}}$, incluyendo su fase relativa al voltaje aplicado Δv , b) el voltaje máximo ΔV_R en las terminales del resistor y su fase respecto a la corriente, c) el voltaje máximo ΔV_C en el capacitor y su fase respecto a la corriente y d) el voltaje máximo ΔV_L en el inductor y su fase respecto a la corriente.
62. Un voltaje $\Delta v = (100 \, \text{V}) \sin \omega t$ se aplica a una combinación en serie de un inductor de $2.00 \, \text{H}$, un capacitor de $10.0 \, \mu\text{F}$ y un resistor de $10.0 \, \Omega$. a) Determine la frecuencia angular ω_0 a la cual la potencia entregada al resistor es máxima. b) Calcule la potencia entregada a esa frecuencia. c) Determine las dos frecuencias angulares ω_1 y ω_2 a las que la potencia es la mitad del valor máximo. *Nota:* La Q del circuito es $\omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$.
63. *Acoplamiento de impedancias.* El ejemplo 28.2 mostró que, cuando la resistencia interna de una fuente de CD es igual a la resistencia de la carga, transfiere la máxima potencia. Se puede usar un transformador para proveer una transferencia máxima de potencia entre dos circuitos de CA que tienen diferentes impedancias

Z_1 y Z_2 . a) Muestre que la relación de vueltas N_1/N_2 necesaria para satisfacer esta condición es

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$$

b) Suponga que desea usar un transformador como dispositivo de acoplamiento de impedancias entre un amplificador de audio que tiene una impedancia de salida de $8.00 \, \text{k}\Omega$ y un altavoz con una impedancia de entrada de $8.00 \, \Omega$. ¿Cuál debe ser la relación N_1/N_2 ?

64. ● Una fuente de alimentación con $\Delta V_{\text{rms}} = 120 \, \text{V}$ se conecta entre los puntos *a* y *d* de la figura P33.24. ¿A qué frecuencia entregará una potencia de $250 \, \text{W}$? Explique su respuesta.
65. La figura P33.65a muestra un circuito RLC en paralelo, y el correspondiente diagrama de fasores se da en la figura P33.65b. Los voltajes instantáneos (y voltajes rms) en las terminales de cada uno de los tres elementos de circuito son iguales, y cada uno está en fase con la corriente que pasa por el resistor. Las corrientes en C y L se adelantan o se atrasan a la corriente del resistor, como se muestra en la figura P33.65b. a) Demuestre que la corriente rms entregada por la fuente es

$$I_{\text{rms}} = \Delta V_{\text{rms}} \left[\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

b) Demuestre que el ángulo de fase ϕ entre ΔV_{rms} e I_{rms} es

$$\tan \phi = R \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)$$

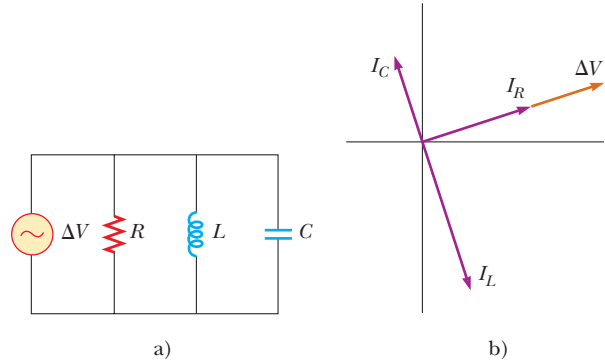


Figura P33.65

66. Cierta circuito eléctrico se describe mediante las ecuaciones

$$\frac{200 \, \text{V}}{4.00 \, \text{A}} = \sqrt{(35.0 \, \Omega)^2 + \left[\omega(205 \, \text{mH}) - \frac{1}{\omega C} \right]^2}$$

$$\omega = 2\pi(100 \, \text{Hz})$$

Establezca un problema para el que estas ecuaciones aparecieran en la solución, dando los datos e identificando la incógnita. Evalúe la cantidad incógnita.

67. Un circuito RLC en serie funciona a $2000 \, \text{Hz}$. A esta frecuencia, $X_L = X_C = 1884 \, \Omega$. La resistencia del circuito es de $40.0 \, \Omega$. a) Elabore una tabla que muestre los valores de X_L , X_C y Z para $f = 300, 600, 800, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000, 6000$ y $10\,000 \, \text{Hz}$. b) Grafique en el mismo conjunto de ejes X_L , X_C y Z como función de $\ln f$.

68. Un circuito RLC en serie en el que $R = 1.00 \, \Omega$, $L = 1.00 \, \text{mH}$ y $C = 1.00 \, \text{nF}$ se conecta a una fuente de CA que entrega $1.00 \, \text{V}$ (rms). Elabore una gráfica precisa de la potencia entregada al circuito como función de la frecuencia y verifique que todo el ancho del pico de resonancia a la mitad del valor máximo sea $R/2\pi L$.
69. ● Marie Cornu, una física en el Instituto Politécnico de París, inventó los fasores aproximadamente en 1880. Este problema le ayuda a ver su utilidad general para representar oscilaciones. Dos vibraciones mecánicas se representan mediante las expresiones

$$y_1 = (12.0 \, \text{cm}) \sin(4.5t)$$

y

$$y_2 = (12.0 \, \text{cm}) \sin(4.5t + 70^\circ)$$

Encuentre la amplitud y constante de fase de la suma de estas funciones a) usando una identidad trigonométrica (como las del apéndice B) y b) al representar las oscilaciones como fasores. Establezca el resultado de comparar las respuestas para a) y b). c) Los fasores hacen igualmente sencillo sumar ondas viajeras. Encuentre la amplitud y constante de fase de la suma de las tres ondas representadas por

$$y_1 = (12.0 \, \text{cm}) \sin(15x - 4.5t + 70^\circ)$$

$$y_2 = (15.5 \, \text{cm}) \sin(15x - 4.5t - 80^\circ)$$

$$y_3 = (17.0 \, \text{cm}) \sin(15x - 4.5t + 160^\circ)$$

Respuestas a las preguntas rápidas

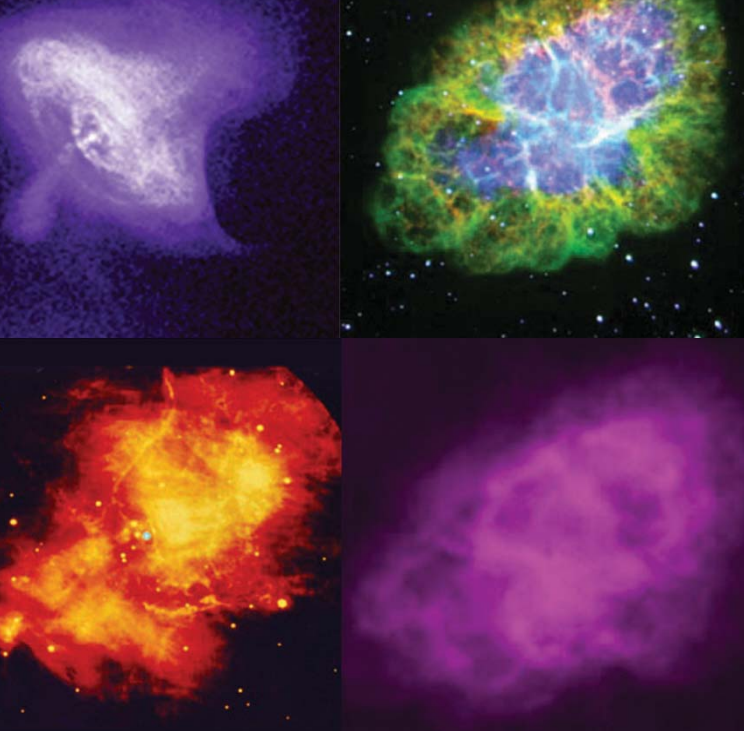
- 33.1 i), c) El fasor del inciso c) tiene la mayor proyección sobre el eje vertical. ii), b) El fasor del inciso b) tiene la proyección de magnitud más pequeña sobre el eje vertical.
- 33.2 b) Para frecuencias bajas, la reactancia del inductor es pequeña, de manera que la corriente es grande. La mayor parte del voltaje de la fuente es a través de la lámpara y por esta razón la potencia entregada a ella es grande.
- 33.3 a) Para altas frecuencias, la reactancia del capacitor es pequeña, de manera que la corriente es grande. La mayor parte del voltaje de la fuente es a través de la lámpara y por esta razón la potencia entregada a ella es grande.
- 33.4 b) Para bajas frecuencias, la reactancia del capacitor es grande y existe muy poca corriente en la rama del capacitor. La reactancia del inductor es pequeña, de modo que existe corriente en la rama del inductor y la lámpara se ilumina. Cuando aumenta

la frecuencia, la reactancia inductiva aumenta y la reactancia capacitiva disminuye. A altas frecuencias, existe más corriente en la rama del capacitor que en la rama del inductor y la lámpara se ilumina con menos brillo.

33.5 a) $X_L < X_C$, b) $X_L = X_C$, c) $X_L > X_C$.

33.6 c) El coseno de $-\phi$ es el mismo que el de $+\phi$, por lo cual el factor $\cos \phi$ de la ecuación 33.31 es igual para ambas frecuencias. El factor ΔV_{rms} es el mismo porque el voltaje de la fuente es fijo. De acuerdo con la ecuación 33.27, cambiar $+\phi$ a $-\phi$ simplemente intercambia los valores de X_L y X_C . La ecuación 33.25 muestra que este intercambio no afecta la impedancia, de modo que la corriente I_{rms} de la ecuación 33.31 es la misma para ambas frecuencias.

33.7 c) A resonancia, $X_L = X_C$. De acuerdo con la ecuación 33.25, esto da $Z = R$.



Ondas electromagnéticas abarcando un espectro amplio de longitudes de onda, y ondas en diferentes intervalos de longitud con propiedades distintas. Estas imágenes de la Nebulosa Cangrejo muestran estructuras diferentes en observaciones efectuadas con ondas de diferentes longitudes. Las imágenes (empezando de arriba a la izquierda, en el sentido de las manecillas del reloj) fueron tomadas con rayos X, luz visible, ondas de radio y ondas infrarrojas. (Arriba izquierda, NASA/CXC/SAO; arriba derecha, Palomar Observatory; abajo derecha, VLA/NRAO; abajo izquierda, WM Keck Observatory.)

34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère	34.4 Cantidad de movimiento y presión de radiación
34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz	34.5 Producción de ondas electromagnéticas por una antena
34.2 Ondas electromagnéticas planas	34.6 El espectro de las ondas electromagnéticas
34.3 Energía transportada por ondas electromagnéticas	

34 Ondas electromagnéticas

Las ondas descritas en los capítulos 16, 17 y 18 son ondas mecánicas. Por definición, la propagación de perturbaciones mecánicas —como ondas de sonido, ondas en el agua y ondas sobre una cuerda— requieren la presencia de un medio. Este capítulo está interesado con las propiedades de las ondas electromagnéticas, las cuales (a diferencia de las ondas mecánicas) pueden propagarse a través de un espacio vacío.

Primero se consideran las aportaciones de Maxwell al modificar la ley de Ampère, que se estudió en el capítulo 30. Después se explican las ecuaciones de Maxwell, que forman la base teórica de todos los fenómenos electromagnéticos. Estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el espacio con la rapidez de la luz c . Heinrich Hertz confirmó la predicción de Maxwell cuando generó y detectó ondas electromagnéticas en 1887. Este descubrimiento condujo a muchos sistemas de comunicación prácticos, incluidos radio, televisión, radar y optoelectrónica.

Aprenderá cómo las cargas eléctricas oscilantes generan ondas electromagnéticas. Las ondas radiadas por cargas oscilantes pueden detectarse a grandes distancias. Además, porque las ondas electromagnéticas transportan energía y cantidad de movimiento, pueden ejercer presión sobre una superficie. Este capítulo concluye con un vistazo a la amplia gama de frecuencias cubiertas por las ondas electromagnéticas.

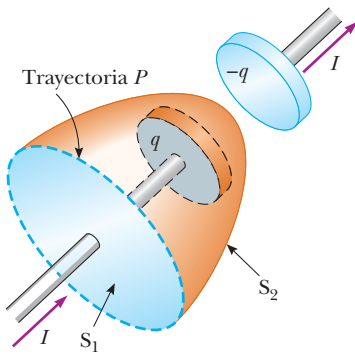


Figura 34.1 Dos superficies S_1 y S_2 cerca de la placa de un capacitor están limitadas por la misma trayectoria P . La corriente de conducción en el alambre pasa solamente a través de S_1 , lo que conduce a una contradicción en la ley de Ampère que sólo se resuelve si uno postula una corriente de desplazamiento a través de S_2 .

Norih Wind Picture Archives.



JAMES CLERK MAXWELL

Físico teórico escocés (1831–1879)

Maxwell desarrolló la teoría electromagnética de la luz y la teoría cinética de los gases, y explicó la naturaleza de los anillos de Saturno y la visión en color. La exitosa interpretación de Maxwell del campo electromagnético resultó en las ecuaciones de campo que llevan su nombre. Formidable habilidad matemática combinada con gran comprensión le permitieron guiar el camino en el estudio del electromagnetismo y la teoría cinética. Murió de cáncer antes de cumplir 50 años de edad.

34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère

En el capítulo 30 conocí el uso de la ley de Ampère (ecuación 30.13) para explicar los campos magnéticos producidos por corrientes:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

En esta ecuación la integral de línea es sobre cualquier trayectoria cerrada a través de la cual pasan corrientes de conducción, donde la corriente de conducción se define por la expresión $I = dq/dt$. (En esta sección se usa el término *corriente de conducción* para hacer referencia a la corriente que llevan los portadores de carga en el alambre, para distinguirla de un nuevo tipo de corriente que se introducirá en breve.) Ahora se mostrará que **la ley de Ampère en esta forma es válida sólo si algunos campos eléctricos presentes son constantes en el tiempo**. James Clerk Maxwell reconoció esta limitación y modificó la ley de Ampère para incluir campos eléctricos variables en el tiempo.

Considere un capacitor que se carga, como se ilustra en la figura 34.1. Cuando una corriente de conducción está presente, la carga sobre la placa positiva cambia pero *no existe corriente de conducción en el espacio entre las placas*. Ahora considere las dos superficies S_1 y S_2 en la figura 34.1, limitadas por la misma trayectoria P . La ley de Ampère establece que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de esta trayectoria debe ser igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total a través de *cualquier* superficie limitada por la trayectoria P .

Cuando la trayectoria P se considera como la frontera de S_1 , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ porque la corriente de conducción I pasa a través de S_1 . Sin embargo, cuando la trayectoria se considera la frontera de S_2 , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ porque no pasa corriente de conducción a través de S_2 . Por lo tanto, ¡se tiene una situación contradictoria que surge de la discontinuidad de la corriente! Maxwell resolvió este problema al postular un término adicional en el lado derecho de la ley de Ampère, que incluye un factor llamado **corriente de desplazamiento** I_d que se define como¹

$$I_d \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.1)$$

◀ Corriente de desplazamiento

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (véase la sección 23.3) y $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ es el flujo eléctrico (véase la ecuación 24.3) a través de la superficie limitada por la trayectoria de integración.

Conforme el capacitor se carga (o descarga), el campo eléctrico cambiante entre las placas puede considerarse equivalente a una corriente que actúa como una continuación de la corriente de conducción en el alambre. Cuando la expresión para la corriente de desplazamiento conocida por la ecuación 34.1 se agrega a la corriente de conducción en el lado derecho de la ley de Ampère, se resuelve la dificultad representada en la figura 34.1. No importa cuál superficie limitada por la trayectoria P se elija, o una corriente

¹En este contexto *desplazamiento* no tiene el mismo significado que en el capítulo 2. A pesar de las implicaciones equívocas, la palabra está históricamente entrelazada en el lenguaje de la física, así que se continuará su uso.

Ley de Ampère-Maxwell

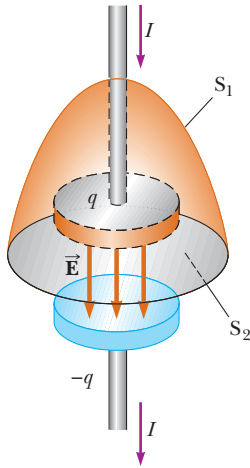


Figura 34.2 Porque sólo existe en los alambres unidos a las placas del capacitor, la corriente de conducción $I = dq/dt$ pasa a través de S_1 pero no a través de S_2 . Sólo la corriente de desplazamiento $I_d = \epsilon_0 d\Phi_E/dt$ pasa a través de S_2 . Las dos corrientes deben ser iguales por continuidad.

de conducción o una corriente de desplazamiento pasa a través de ella. Con este nuevo término I_d se expresa la forma general de la ley de Ampère (a veces llamada **ley Ampère-Maxwell**) como

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.2)$$

Puede entender el significado de esta expresión al referirse a la figura 34.2. El flujo eléctrico a través de la superficie S_2 es $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA$, donde A es el área de las placas del capacitor y E es la magnitud del campo eléctrico uniforme entre las placas. Si q es la carga sobre las placas en cualquier instante, entonces $E = q/(\epsilon_0 A)$ (véase la sección 26.2). En consecuencia, el flujo eléctrico a través de S_2 es

$$\Phi_E = EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Por esto, la corriente de desplazamiento a través de S_2 es

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad (34.3)$$

Es decir, la corriente de desplazamiento I_d a través de S_2 , ¡es precisamente igual a la corriente de conducción I a través de S_1 !

Al considerar la superficie S_2 , se identifica la corriente de desplazamiento como la fuente del campo eléctrico en la superficie límite. La corriente de desplazamiento tiene su origen físico en el campo eléctrico variable en el tiempo. El punto central de este formalismo es que **los campos magnéticos se producen tanto por corrientes de conducción como por campos eléctricos variables en el tiempo**. Este resultado fue un ejemplo notable del trabajo teórico de Maxwell y contribuyó a mayores avances en la comprensión del electromagnetismo.

Pregunta rápida 34.1 En un circuito RC , el capacitor comienza a descargarse. i) Durante la descarga en la región de espacio entre las placas del capacitor, ¿hay a) corriente de conducción pero no corriente de desplazamiento, b) corriente de desplazamiento pero no corriente de conducción, c) corriente de conducción y de desplazamiento o d) ningún tipo de corriente? ii) En la misma región del espacio, ¿hay a) un campo eléctrico pero no un campo magnético, b) un campo magnético pero no un campo eléctrico, c) campos eléctrico y magnético o d) ningún campo?

EJEMPLO 34.1 Corriente de desplazamiento en un capacitor

Un voltaje que varía sinusoidalmente se aplica a través de un capacitor de $8.00 \mu\text{F}$. La frecuencia del voltaje aplicado es de 3.00 kHz y la amplitud del voltaje es de 30.0 V . Encuentre la corriente de desplazamiento en el capacitor.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 33.9 representa el diagrama de circuito para esta situación. La figura 34.2 muestra un acercamiento del capacitor y el campo eléctrico entre las placas.

Categorizar Los resultados se evalúan con ecuaciones discutidas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la frecuencia angular de la fuente a partir de la ecuación 15.12:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(3.00 \times 10^3 \text{ Hz}) = 1.88 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$$

Use la ecuación 33.20 para expresar el voltaje a través del capacitor como función del tiempo:

$$\Delta v_C = \Delta V_{\text{máx}} \sin \omega t = (30.0 \text{ V}) \sin(1.88 \times 10^4 t)$$

Use la ecuación 34.3 para encontrar la corriente de desplazamiento como función del tiempo. Note que la carga en el capacitor es $q = C \Delta v_C$:

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (C \Delta v_C) = C \frac{d}{dt} (\Delta v_C) \\ &= (8.00 \times 10^{-6} \text{ F}) \frac{d}{dt} [(30.0 \text{ V}) \sin(1.88 \times 10^4 t)] \\ &= (4.52 \text{ A}) \cos(1.88 \times 10^4 t) \end{aligned}$$

34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz

Ahora se presentan cuatro ecuaciones que se consideran la base de todos los fenómenos eléctricos y magnéticos. Estas ecuaciones, desarrolladas por Maxwell, son tan fundamentales para los fenómenos electromagnéticos como las leyes de Newton lo son para los fenómenos mecánicos. De hecho, la teoría que Maxwell desarrolló fue más allá incluso de lo que él pensó, porque resultó estar de acuerdo con la teoría especial de la relatividad, que Einstein demostró en 1905.

Las ecuaciones de Maxwell representan las leyes de la electricidad y el magnetismo que ya se han explicado, pero tienen importantes consecuencias adicionales. Por simplicidad, se presentan las **ecuaciones de Maxwell** como se aplican al espacio libre, es decir, en ausencia de cualquier material dieléctrico o magnético. Las cuatro ecuaciones son

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(34.4) ◀ Ley de Gauss

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

(34.5) ◀ Ley de Gauss del magnetismo

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

(34.6) ◀ Ley de Faraday

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

(34.7) ◀ Ley de Ampère-Maxwell

La ecuación 34.4 es la ley de Gauss: **el flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta dentro de dicha superficie dividida por ϵ_0** . Esta ley relaciona un campo eléctrico con la distribución de carga que lo produce.

La ecuación 34.5 es la ley de Gauss del magnetismo y afirma que **el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada es cero**. Es decir, el número de líneas de campo magnético que entra a un volumen cerrado debe ser igual al número que sale de dicho volumen, esto implica que las líneas de campo magnético no pueden comenzar o terminar en cualquier punto. Si lo hicieran, significaría que en dichos puntos existen monopolos magnéticos aislados; el hecho de que monopolos magnéticos aislados no se hayan observado en la naturaleza se considera una confirmación de la ecuación 34.5.

La ecuación 34.6 es la ley de Faraday de la inducción, que describe la creación de un campo eléctrico por un flujo magnético cambiante. Esta ley afirma que **la fem, que es la integral de línea del campo eléctrico alrededor de cualquier trayectoria cerrada, es igual a la relación de cambio del flujo magnético a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria**. Una consecuencia de la ley de Faraday es la corriente inducida en una espira conductora colocada en un campo magnético variable en el tiempo.

La ecuación 34.7 es la ley Ampère-Maxwell, y describe la creación de un campo magnético por un campo eléctrico cambiante y por corriente eléctrica: **la integral de línea del campo magnético alrededor de cualquier trayectoria cerrada es la suma de μ_0 veces la corriente neta a través de dicha trayectoria y $\epsilon_0 \mu_0$ veces la rapidez de cambio del flujo eléctrico a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria**.

Ley de fuerza de Lorentz

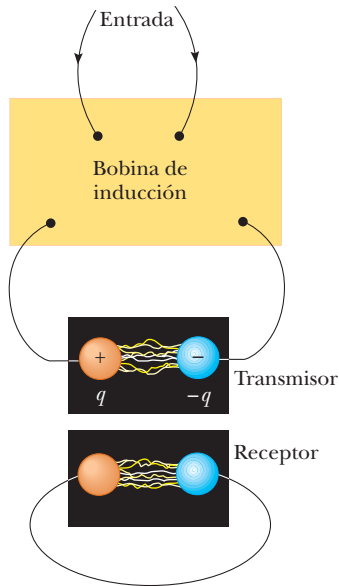


Figura 34.3 Diagrama del aparato de Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. El transmisor está constituido por dos electrodos esféricos conectados a una bobina de inducción, la cual proporciona sobrevoltaje breve a las esferas, estableciendo oscilaciones en la descarga entre electrodos. El receptor es una espira cercana de alambre que contiene un segundo descargador de chispa.



Hulton-Deutscher Collection/CORBIS

HEINRICH RUDOLF HERTZ

Físico alemán (1857-1894)

Hertz hizo su más importante descubrimiento de las ondas electromagnéticas en 1887. Después de encontrar que la rapidez de una onda electromagnética era la misma que la de la luz, Hertz demostró que las ondas electromagnéticas, al igual que las ondas de luz, se podían reflejar, refractar y difractor. Hertz murió de envenenamiento sanguíneo a la edad de 36 años. Durante su corta vida hizo muchas aportaciones a la ciencia. El hertz, igual a una vibración completa o ciclo por segundo, lleva su nombre.

Una vez que se conocen los campos eléctrico y magnético en un punto en el espacio, la fuerza que actúa sobre una partícula de carga q se calcula a partir de la expresión

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (34.8)$$

Esta correspondencia se llama **ley de fuerza de Lorentz**. (Esta correspondencia se vio anteriormente como ecuación 29.6.) Las ecuaciones de Maxwell, junto con esta ley de fuerza, describen por completo todas las interacciones electromagnéticas clásicas en un vacío.

Observe la simetría de las ecuaciones de Maxwell. Las ecuaciones 34.4 y 34.5 son simétricas, aparte de la ausencia del término para monopolos magnéticos en la ecuación 34.5. Además, las ecuaciones 34.6 y 34.7 son simétricas en que las integrales de línea de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ alrededor de una trayectoria cerrada se relacionan con la relación de cambio del flujo magnético y el flujo eléctrico, respectivamente. Las ecuaciones de Maxwell son de importancia fundamental no sólo para el electromagnetismo, sino para toda la ciencia. Hertz escribió una vez: “Uno no puede escapar al sentimiento de que estas fórmulas matemáticas tienen una existencia independiente y una inteligencia propia, que son más sabias que nosotros, más sabias incluso que sus descubridores; obtenemos más de ellas de lo que ponemos en ellas.”

En la siguiente sección se demuestra cómo las ecuaciones 34.6 y 34.7 se combinan para obtener una ecuación de onda tanto para el campo eléctrico como para el magnético. En el espacio vacío, donde $q = 0$ e $I = 0$, la solución a estas dos ecuaciones muestra que la rapidez a la cual se desplazan las ondas electromagnéticas es igual a la rapidez observada de la luz. Este resultado permitió a Maxwell predecir que las ondas de luz son una forma de radiación electromagnética.

Hertz realizó experimentos para verificar la predicción de Maxwell. En la figura 34.3 aparece un diagrama del aparato experimental utilizado por Hertz para generar y detectar ondas electromagnéticas. Una bobina de inducción está conectada a un transmisor constituido por dos electrodos esféricos separados por un pequeño espacio. La bobina genera sobrevoltaje breve en los electrodos, haciendo que uno sea positivo y el otro negativo. Cuando el campo eléctrico cercano a cualquiera de los electrodos sobrepasa la resistencia dieléctrica del aire (3×10^6 V/m; véase la tabla 26.1), se genera una chispa entre las esferas. En un campo eléctrico intenso, la aceleración de los electrones libres proporciona energía suficiente para ionizar cualquier molécula que impacten. Esta ionización genera más electrones que se pueden acelerar y que causan ionizaciones adicionales. Conforme el espacio del aire se ioniza, se convierte en un mejor conductor, y la descarga entre electrodos exhibe un comportamiento oscilatorio a una muy alta frecuencia. Desde el punto de vista de un circuito eléctrico, este aparato experimental es equivalente a un circuito LC , en el cual la inductancia corresponde a la bobina y la capacitancia a los electrodos esféricos.

Debido a que en el aparato de Hertz L y C son pequeñas, la frecuencia de oscilación es elevada, del orden de 100 MHz. (Recuerde de la ecuación 32.22 que $\omega = 1/\sqrt{LC}$ en el caso de un circuito LC .) Las ondas electromagnéticas se radian con esta frecuencia como resultado de la oscilación (y en consecuencia de la aceleración) de las cargas libres en el circuito transmisor. Hertz pudo detectar estas ondas utilizando una espira sencilla de alambre con su propio descargador de chispa (el receptor). Esta espira receptora, alejada varios metros del transmisor, tiene sus propias inductancia efectiva, capacitancia y frecuencia natural de oscilación. En el experimento de Hertz se inducían las chispas en la apertura entre los electrodos receptores cuando la frecuencia del receptor se ajustaba para coincidir con la del transmisor. De esta manera, Hertz demostró que la corriente oscilante inducida en el receptor era producida por ondas electromagnéticas radiadas por el transmisor. Su experimento es análogo al fenómeno mecánico en el cual un diapason responde a las vibraciones acústicas provenientes de otro diapason idéntico en oscilación.

Además, Hertz demostró en una serie de experimentos que la radiación generada por su dispositivo con un descargador de chispa ponía de manifiesto propiedades de las ondas como interferencia, difracción, reflexión, refracción y polarización, que son propiedades que también exhibe la luz, como se verá en la parte 5. Por lo tanto, resultó evidente que las ondas de radiofrecuencia que Hertz estaba generando tenían propiedades similares a las de las ondas de luz, difiriendo únicamente en frecuencia y longitud de onda. Quizá su experimento más convincente fue la medición de la rapidez de esta radiación: reflejó ondas de frecuencia

conocida sobre una hoja de metal, lo que crea un patrón de interferencia por ondas estacionarias cuyos puntos nodales pudieron ser detectados. La distancia medida entre los puntos nodales permitió determinar la longitud de onda λ . Utilizando la correspondencia $v = \lambda f$ (ecuación 16.12), Hertz encontró que v es muy cercana a 3×10^8 m/s, la rapidez conocida c de luz visible.

34.3 Ondas electromagnéticas planas

Las propiedades de las ondas electromagnéticas se pueden deducir a partir de las ecuaciones de Maxwell. Un planteamiento para obtener estas propiedades es resolver la ecuación diferencial de segundo orden obtenida a partir de la tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell. Un tratamiento matemático riguroso de esta especie está más allá del ámbito de este texto. Para superar este problema, suponga que los vectores para el campo eléctrico y el campo magnético en una onda electromagnética tienen un comportamiento espacio-tiempo específico que es simple, pero consistente con las ecuaciones de Maxwell.

Para comprender la predicción de las ondas electromagnéticas más ampliamente, enfoque su atención en una onda electromagnética que viaja en la dirección x (la *dirección de propagación*). Para esta onda, el campo eléctrico $\vec{E}$ está en la dirección y y el campo magnético $\vec{B}$ está en la dirección z , como se muestra en la figura 34.4a. Tales ondas, en que los campos eléctrico y magnético se restringen a ser paralelos a un par de ejes perpendiculares, se dice que son **ondas linealmente polarizadas**. Además, suponga que las magnitudes de campo E y B dependen únicamente de x y t , no de las coordenadas y o z . La figura 34.4b muestra una onda electromagnética sinusoidal, que se explica a continuación.

Imagine también que la fuente de las ondas electromagnéticas es tal que una onda radiada desde *cualquier* posición en el plano yz (no sólo desde el origen, como puede sugerir la figura 34.4a) se propaga en la dirección x y todas las ondas semejantes se emiten en fase. Si se define un **rayo** como la línea a lo largo de la cual viaja la onda, todos los rayos para estas ondas son paralelos. A esta colección completa de ondas con frecuencia se les llama **onda plana**. Una superficie que conecta los puntos de igual fase en todas las ondas es un plano geométrico denominado **frente de onda**, como se introdujo en el capítulo 17. En comparación, una fuente puntual de radiación envía ondas radialmente en todas direcciones. Una superficie que conecta puntos de igual fase para esta situación es una esfera, así que esta onda se llama **onda esférica**.

Para generar la predicción de ondas electromagnéticas, se parte de la ley de Faraday, ecuación 34.6:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

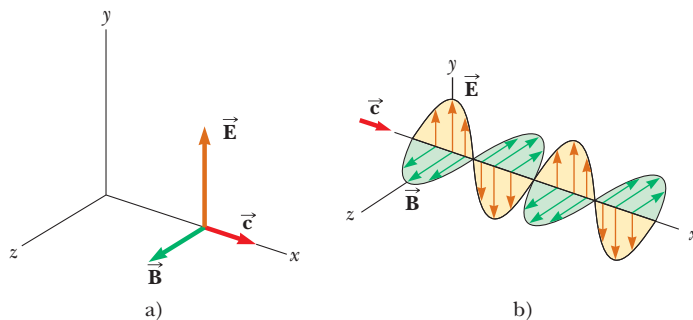


Figura 34.4 a) Una onda electromagnética que viaja con velocidad $\vec{c}$ en la dirección x positiva. La onda se muestra en un instante de tiempo cuando el campo eléctrico está a lo largo de la dirección y y tiene su máxima magnitud y el campo magnético está a lo largo de la dirección z , también con su máxima magnitud. Estos campos sólo dependen de x y t . b) Representación de una onda electromagnética sinusoidal que se mueve en la dirección x positiva con una rapidez c .

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 34.1

¿Qué es “una” onda?

¿Qué se entiende por una onda sola? La palabra *onda* representa tanto la emisión de una sola punta (“onda radiada desde cualquier posición en el plano yz ” en el texto) y la colección de ondas desde *todos los puntos* en la fuente (“onda plana” en el texto). Usted debe ser capaz de usar este término en ambas formas y entender su significado a partir del contexto.

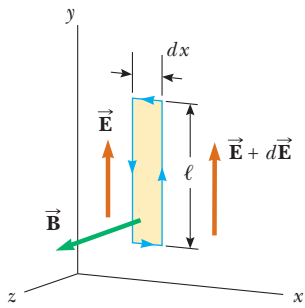


Figura 34.5 En un instante cuando una onda plana que se mueve en la dirección x positiva pasa a través de una trayectoria rectangular de ancho dx que se encuentra en el plano xy , el campo eléctrico en la dirección y varía de $\vec{E}$ a $\vec{E} + d\vec{E}$. Esta variación espacial en $\vec{E}$ da origen a un campo magnético variable en el tiempo a lo largo de la dirección z , de acuerdo con la ecuación 34.11.

Suponga de nuevo que la onda electromagnética viaja en la dirección x , con el campo eléctrico $\vec{E}$ en la dirección y positiva y el campo magnético $\vec{B}$ en la dirección z positiva.

Considere un rectángulo de ancho dx y altura ℓ que yace en el plano xy , como se muestra en la figura 34.5. Para aplicar la ecuación 34.6, primero evalúe la integral de línea de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ alrededor de este rectángulo. Las aportaciones de lo alto y bajo del rectángulo son cero porque $\vec{E}$ es perpendicular a $d\vec{s}$ para estas trayectorias. El campo eléctrico en el lado derecho del rectángulo se expresa como

$$E(x + dx, t) \approx E(x, t) + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{t \text{ constante}} dx = E(x, t) + \frac{\partial E}{\partial x} dx$$

donde $E(x, t)$ es el campo en el lado izquierdo.² Por lo tanto, la integral de línea en todo este rectángulo es aproximadamente

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = [E(x + dx, t)]\ell - [E(x, t)]\ell \approx \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx \quad (34.9)$$

Ya que el campo magnético está en la dirección z , el flujo magnético a través del rectángulo de área ℓdx es aproximadamente $\Phi_B = B\ell dx$ (si supone que dx es muy pequeño en comparación con la longitud de onda). Al tomar la derivada en el tiempo del flujo magnético se obtiene

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell dx \left. \frac{dB}{dt} \right|_{x \text{ constante}} = \ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \quad (34.10)$$

Al sustituir las ecuaciones 34.9 y 34.10 en la ecuación 34.6 se obtiene

$$\ell \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx = -\ell dx \frac{\partial B}{\partial t} \quad (34.11)$$

En forma similar, se deduce una segunda ecuación al comenzar con la cuarta ecuación de Maxwell en el espacio vacío (ecuación 34.7). En este caso, la integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ se evalúa en torno a un rectángulo que yace en el plano xz y tiene ancho dx y longitud ℓ , como en la figura 34.6. Al notar que la magnitud del campo magnético cambia de $B(x, t)$ a $B(x + dx, t)$ en todo el ancho dx y que la dirección para tomar la integral de línea es como se muestra en la figura 34.6, la integral de línea sobre este rectángulo se encuentra que es aproximadamente

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = [B(x, t)]\ell - [B(x + dx, t)]\ell \approx -\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx \quad (34.12)$$

El flujo eléctrico a través del rectángulo es $\Phi_E = E\ell dx$, que, cuando es derivada respecto al tiempo, produce

$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \ell dx \frac{\partial E}{\partial t} \quad (34.13)$$

Al sustituir las ecuaciones 34.12 y 34.13 en la ecuación 34.7 se obtiene

$$-\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx = \mu_0 \epsilon_0 \ell dx \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (34.14)$$

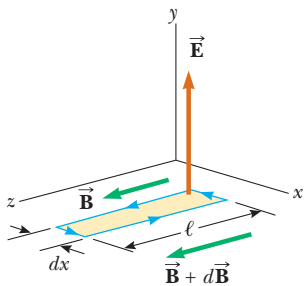


Figura 34.6 En un instante cuando una onda plana pasa a través de una trayectoria rectangular de ancho dx que se encuentra en el plano xz , el campo magnético en la dirección x varía de $\vec{B}$ a $\vec{B} + d\vec{B}$. Esta variación espacial en $\vec{B}$ da origen a un campo eléctrico variable en el tiempo a lo largo de la dirección y , de acuerdo con la ecuación 34.14.

² Porque dE/dx en esta ecuación se expresa como el cambio en E con x en un instante dado t , dE/dx es equivalente a la derivada parcial $\partial E/\partial x$. Del mismo modo, dB/dt significa el cambio en B con el tiempo en una posición particular x ; por lo tanto, en la ecuación 34.10, se puede sustituir dB/dt con $\partial B/\partial t$.

Al tomar la derivada de la ecuación 34.11 respecto a x y combinar el resultado con la ecuación 34.14 produce

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (34.15)$$

En la misma forma, al tomar la derivada de la ecuación 34.14 respecto a x y combinarla con la ecuación 34.11 obtiene

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (34.16)$$

Las ecuaciones 34.15 y 34.16 tienen la forma de la ecuación de onda general³ con la rapidez de onda v sustituida por c , donde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34.17)$$

◀ Rapidez de ondas electromagnéticas

Evalúe numéricamente esta rapidez:

$$c = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}}$$

$$= 2.997 \, 92 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Porque esta rapidez es precisamente la misma que la rapidez de la luz en el espacio vacío, uno puede creer (correctamente) que la luz es una onda electromagnética.

La solución más simple a las ecuaciones 34.15 y 34.16 es una onda sinusoidal para la cual las magnitudes de campo E y B varían con x y t de acuerdo con las expresiones

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.18)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.19)$$

◀ Campos eléctrico y magnético sinusoidales

donde $E_{\text{máx}}$ y $B_{\text{máx}}$ son los valores máximos de los campos. El número de onda angular es $k = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda. La frecuencia angular es $\omega = 2\pi f$ donde f es la frecuencia de onda. La relación ω/k es igual a la rapidez de una onda electromagnética, c :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f = c$$

donde se usó la ecuación 16.12, $v = c = \lambda f$ que relaciona rapidez, frecuencia y longitud de onda de cualquier onda continua. Por lo tanto, para ondas electromagnéticas, la longitud y la frecuencia de estas ondas se relacionan mediante

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} \quad (34.20)$$

La figura 34.4b es una representación gráfica, en un instante, de una onda plana sinusoidal linealmente polarizada que se mueve en la dirección x positiva.

Al tomar derivadas parciales de las ecuaciones 34.18 (respecto a x) y 34.19 (respecto a t) se obtiene

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$$

³La ecuación de onda general es de la forma $(\partial^2 y / \partial x^2) = (1/v^2)(\partial^2 y / \partial t^2)$, donde v es la rapidez de la onda y y es la función de onda. La ecuación de onda general se introdujo como ecuación 16.27 y se sugiere repasar la sección 16.6.

PREVENCIÓN DE RIESGOS**OCULTOS 34.2** **$\vec{E}$ más intenso que $\vec{B}$**

Porque el valor de c es tan grande, algunos estudiantes interpretan de manera incorrecta la ecuación 34.21 y creen que significa que el campo eléctrico es mucho más intenso que el campo magnético. Sin embargo, los campos eléctrico y magnético se miden en diferentes unidades, así que no se pueden comparar directamente. En la sección 34.4 se encontrará que los campos eléctrico y magnético contribuyen igualmente a la energía de la onda.

Al sustituir estos resultados en la ecuación 34.11, se demuestra que, en cualquier instante,

$$kE_{\text{máx}} = \omega B_{\text{máx}}$$

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{máx}}} = \frac{\omega}{k} = c$$

Al usar estos resultados junto con las ecuaciones 34.18 y 34.19 se obtiene

$$\frac{E_{\text{máx}}}{B_{\text{máx}}} = \frac{E}{B} = c \quad (34.21)$$

Es decir: **en todo instante, la relación de la magnitud del campo eléctrico con la magnitud del campo magnético en una onda electromagnética es igual a la rapidez de la luz.**

Por último, observe que las ondas electromagnéticas obedecen el principio de superposición (que se explicó en la sección 18.1 respecto a ondas mecánicas), porque las ecuaciones diferenciales que involucran E y B son ecuaciones lineales. Por ejemplo, se pueden sumar dos ondas con la misma frecuencia y polarización simplemente al sumar de manera algebraica las magnitudes de los dos campos eléctricos.

Pregunta rápida 34.2 ¿Cuál es la diferencia de fase entre las oscilaciones sinusoidales de los campos eléctrico y magnético en la figura 34.4b? a) 180° , b) 90° , c) 0 , d) imposible de determinar.

EJEMPLO 34.2**Una onda electromagnética**

Una onda electromagnética sinusoidal de 40.0 MHz de frecuencia viaja en el espacio libre en la dirección x , como en la figura 34.7.

A) Determine la longitud de onda y el periodo de la onda.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que la onda de la figura 34.7 se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x , con los campos eléctrico y magnético que oscilan en fase.

Categorizar Los resultados se evalúan con ecuaciones desarrolladas en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Use la ecuación 34.20 para encontrar la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{40.0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 7.50 \text{ m}$$

Encuentre el periodo T de la onda como el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40.0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 2.50 \times 10^{-8} \text{ s}$$

B) En algún punto y en algún instante, el campo eléctrico tiene su valor máximo de 750 N/C y se dirige a lo largo del eje y . Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en esta posición y tiempo.

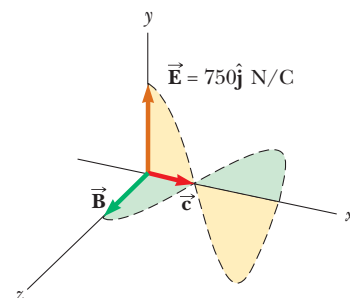
SOLUCIÓN

Use la ecuación 34.21 para encontrar la magnitud del campo magnético:

$$B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = \frac{750 \text{ N/C}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.50 \times 10^{-6} \text{ T}$$

Porque $\vec{E}$ y $\vec{B}$ deben ser mutuamente perpendiculares y a su vez perpendiculares a la dirección de propagación de la onda (x en este caso), se concluye que $\vec{B}$ está en la dirección z .

Figura 34.7 (Ejemplo 34.2) En algún instante, una onda electromagnética plana que se mueve en la dirección x tiene un campo eléctrico máximo de 750 N/C en la dirección y positiva. El correspondiente campo magnético en dicho punto tiene una magnitud E/c y está en la dirección z .



34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas

En la explicación sobre el modelo de un sistema no aislado en la sección 8.1, identifiqué la radiación electromagnética como un método de transferencia de energía a través de la frontera de un sistema. La cantidad de energía transferida mediante ondas electromagnéticas se representa como T_{ER} en la ecuación 8.2. La rapidez de flujo de la energía en una onda electromagnética se representa mediante un vector $\vec{S}$, llamado **vector de Poynting**, que se define por la expresión

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (34.22)$$

La magnitud del vector de Poynting representa la rapidez a la cual fluye la energía a través de una superficie unitaria perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Por lo tanto, la magnitud S representa *energía por unidad de área*. El vector está dirigido en la dirección de propagación de la onda (figura 34.8). Las unidades del SI para $\vec{S}$ son $\text{J/s} \cdot \text{m}^2 = \text{W/m}^2$.

Como un ejemplo, evalúe la magnitud de S para una onda electromagnética plana donde $|\vec{E} \times \vec{B}| = EB$. En este caso,

$$S = \frac{EB}{\mu_0} \quad (34.23)$$

Porque $B = E/c$, también exprese lo anterior como

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

Estas ecuaciones para S son aplicables para cualquier instante en el tiempo y representan la rapidez *instantánea* a la cual pasa energía por unidad de área.

Lo que es de mayor interés en el caso de una onda electromagnética sinusoidal plana es el promedio en el tiempo de S en uno o más ciclos, que se llama *intensidad de onda* I . (La intensidad de las ondas de sonido se explican en el capítulo 17.) Cuando obtiene este promedio, llega a una expresión que involucra el promedio en el tiempo $\cos^2(kx - \omega t)$, que tiene un valor de $\frac{1}{2}$. En consecuencia, el valor promedio de S (en otras palabras, la intensidad de la onda) es igual a

$$I = S_{\text{prom}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c} = \frac{cB_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.24)$$

Recuerde que la energía por unidad de volumen, que es la densidad de energía instantánea u_E asociada con un campo eléctrico, se conoce por la ecuación 26.13.

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Además la densidad de energía instantánea u_B asociada con un campo magnético se conoce por la ecuación 32.14:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Ya que en el caso de una onda electromagnética E y B varían con el tiempo, lo mismo ocurre con las densidades de energía. Cuando utilice las correspondencias $B = E/c$ y $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, la expresión para u_B se convierte

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 \mu_0}{2\mu_0} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Al comparar este resultado con la expresión para u_E ,

$$u_B = u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Vector de Poynting

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 34.3

Un valor instantáneo

El vector de Poynting dado por la ecuación 34.22 depende del tiempo. Su magnitud varía con el tiempo y alcanza un valor máximo en el mismo momento en que lo hacen las magnitudes de $\vec{E}$ y $\vec{B}$. La rapidez *promedio* de transferencia de energía se conoce por la ecuación 34.24.

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 34.4

Radiación

En esta explicación la intensidad se define de la misma manera que en el capítulo 17 (como energía por unidad de área). Sin embargo, en la industria óptica, a la energía por unidad de área se le llama *radiación* y la intensidad radiante se define como la energía en watts por cada unidad de ángulo sólido (medido en esterradianes).

Intensidad de la onda

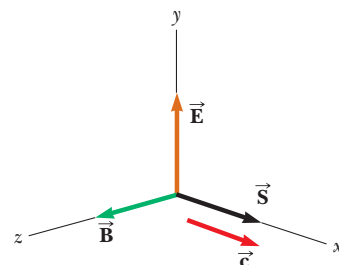


Figura 34.8 Vector de Poynting $\vec{S}$ para una onda electromagnética plana orientado a lo largo de la dirección de la propagación de la onda.

Es decir, **la densidad de energía instantánea asociada con el campo magnético de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía instantánea asociada con el campo eléctrico**. En consecuencia, en un volumen determinado la energía es compartida igualmente entre los dos campos.

La **densidad de energía instantánea total** u es igual a la suma de las densidades de energía asociadas con los campos eléctrico y magnético:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Densidad de energía instantánea total de una onda electromagnética ►

Cuando promedie esta densidad de energía instantánea total en uno o más ciclos de una onda electromagnética, una vez más se obtiene un factor de $\frac{1}{2}$. En consecuencia, para cualquier onda electromagnética, la energía promedio total por unidad de volumen es

$$u_{\text{prom}} = \epsilon_0 (E^2)_{\text{prom}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\text{máx}}^2 = \frac{B_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.25)$$

Densidad de energía promedio de una onda electromagnética ►

Al comparar este resultado con la ecuación 34.24 para el valor promedio de S ,

$$I = S_{\text{prom}} = cu_{\text{prom}} \quad (34.26)$$

En otras palabras, **la intensidad de una onda electromagnética es igual a la densidad de energía promedio multiplicada por la rapidez de la luz**.

El Sol entrega aproximadamente 10^3 W/m^2 de energía a la superficie de la Tierra vía radiación electromagnética. Calcule la energía total que incide sobre el techo de una casa. Las dimensiones del techo son $8.00 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}$. Se supone que la magnitud promedio del vector de Poynting para radiación solar en la superficie de la Tierra es $S_{\text{prom}} = 1000 \text{ W/m}^2$. Este valor promedio representa la potencia por unidad de área, o la intensidad luminosa. Si supone que la radiación incide de manera normal sobre el techo, obtiene

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = S_{\text{prom}} A = (1000 \text{ W/m}^2)(8.00 \text{ m} \times 20.0 \text{ m}) = 1.60 \times 10^5 \text{ W}$$

Esta potencia es grande comparada con los requerimientos de energía de una casa típica. Si esta potencia se mantuviese durante 24 horas por día y la energía se pudiera absorber y hacer disponible para aparatos electrodomésticos, proporcionaría más que suficiente energía para la casa promedio. Sin embargo, la energía solar no se aprovecha tan fácilmente, y las perspectivas de conversión a gran escala no son tan inteligentes como parecen a partir de estos cálculos. Por ejemplo, la eficiencia de conversión de energía solar es por lo general de 10% para celdas fotovoltaicas, lo que reduce la energía disponible en un orden de magnitud. Otras consideraciones reducen la potencia aún más. Depende de la ubicación, pero es muy probable que la radiación no incida de manera normal sobre el techo e, incluso si es así (en localidades cercanas al ecuador), esta situación existe sólo durante un tiempo breve cerca del mediodía. Ninguna energía está disponible durante aproximadamente la mitad de cada día durante las horas nocturnas, y los días nublados reducen todavía más la energía disponible. Por último, aunque la energía llegue en gran proporción durante la mitad del día, parte de ella se debe almacenar para uso posterior, lo que requiere baterías u otros dispositivos de almacenamiento. Con todo, completa la operación solar de las casas actualmente no es efectiva en costo para la mayoría de los hogares.

Pregunta rápida 34.3 Una onda electromagnética se propaga en la dirección negativa de las y . El campo eléctrico en un punto en el espacio está, en ese momento, orientado en la dirección positiva de las x . ¿En qué dirección, en ese momento, está orientado el campo magnético? a) negativa de las x , b) dirección positiva de las y , c) dirección positiva de las z , y d) dirección negativa de las z .

EJEMPLO 34.3 Campos en la página

Estime las magnitudes máximas de los campos eléctrico y magnético de la luz que incide sobre esta página debido a la luz visible proveniente de la lámpara de su escritorio. Trate la lámpara como una fuente puntual de radiación electromagnética que es 5% eficiente para transformar la energía entrante mediante transmisión eléctrica, a energía que sale mediante luz visible.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El filamento en su lámpara emite radiación electromagnética. Mientras más brillante la luz, mayores son las magnitudes de los campos eléctrico y magnético.

Categorizar Puesto que la lámpara se tratará como una fuente puntual, emite igual en todas direcciones, así que la radiación electromagnética saliente se modela como una onda esférica.

Analizar Recuerde de la ecuación 17.7 que la intensidad de onda I a una distancia r desde una fuente puntual es $I = \mathcal{P}_{\text{prom}}/4\pi r^2$, donde $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ es la potencia de salida promedio de la fuente y $4\pi r^2$ es el área de una esfera de radio r con centro en la fuente.

Igualé esta expresión para I con la intensidad de una onda electromagnética conocida por la ecuación 34.24:

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi r^2} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c}$$

Resuelva para la magnitud del campo eléctrico:

$$E_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{\mu_0 c \mathcal{P}_{\text{prom}}}{2\pi r^2}}$$

Haga algunas suposiciones acerca de los números que entran en esta ecuación. La salida de luz visible de una lámpara de 60 W que opera a 5% de eficiencia es aproximadamente 3.0 W por luz visible. (La energía restante se transfiere fuera de la lámpara por conducción y radiación invisible.) Una distancia razonable desde la lámpara a la página puede ser de 0.30 m.

Sustituya estos valores:

$$\begin{aligned} E_{\text{máx}} &= \sqrt{\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})(3.0 \text{ W})}{2\pi(0.30 \text{ m})^2}} \\ &= 45 \text{ V/m} \end{aligned}$$

Use la ecuación 34.21 para encontrar la magnitud del campo magnético:

$$B_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{c} = \frac{45 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Finalizar Este valor de la magnitud del campo magnético es dos órdenes de magnitud menor que el campo magnético de la Tierra.

34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación

Las ondas electromagnéticas transportan cantidad de movimiento lineal, así como energía. Cuando esta cantidad de movimiento es absorbida por alguna superficie, sobre ella se ejerce presión. En esta explicación el supuesto es que la onda electromagnética impacta en la superficie con una incidencia normal perpendicular y transporta a la superficie una energía total T_{ER} en un intervalo de tiempo Δt . Maxwell demostró que, si la superficie absorbe toda la energía incidente T_{ER} en este intervalo de tiempo (como lo haría un cuerpo negro, lo cual se explica en la sección 20.7), la cantidad de movimiento total $\vec{p}$ transportada a la superficie tiene una magnitud

$$p = \frac{T_{\text{ER}}}{c} \quad (\text{absorción completa}) \quad (34.27)$$

La presión ejercida sobre la superficie se define como fuerza por unidad de área F/A , que combinada con la segunda ley de Newton da:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt}$$

Al sustituir la ecuación 34.27 dentro de esta expresión para P da:

$$P = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{d}{dt} \left(\frac{T_{\text{ER}}}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{(dT_{\text{ER}}/dt)}{A}$$

◀ Cantidad de movimiento transportado a una superficie perfectamente absorbente

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 34.5

Tantas p

Tiene p para la cantidad de movimiento y P para la presión, ¡y ambas se relacionan con $\mathcal{P}$ para la potencia! Asegúrese de tener estos conceptos claros.

Reconocer $(dT_{\text{ER}}/dt)/A$ como la rapidez a la cual llega la energía a la superficie por cada unidad de área, que es la magnitud del vector de Poynting. Por lo tanto, la presión de radiación P ejercida sobre la superficie perfectamente absorbente es igual a

Presión de radiación
ejercida sobre una
superficie
perfectamente absorbente ▶

$$P = \frac{S}{c} \quad (34.28)$$

Si la superficie es un reflector perfecto (como un espejo) y la incidencia es normal a la superficie, entonces la cantidad de movimiento transportada a la superficie en un intervalo de tiempo Δt es dos veces la que se obtiene mediante la ecuación 34.27. Es decir, la cantidad de movimiento transferida a la superficie por la luz incidente es $p = T_{\text{ER}}/c$, y la cantidad de movimiento transferida por la luz reflejada también es $p = T_{\text{ER}}/c$. Debido a eso,

$$p = \frac{2T_{\text{ER}}}{c} \quad (\text{reflección completa}) \quad (34.29)$$

La presión de radiación ejercida sobre una superficie perfectamente reflejante para una incidencia normal de la onda es

Presión de radiación
ejercida en una superficie
perfectamente reflejante ▶

$$P = \frac{2S}{c} \quad (34.30)$$

La presión sobre una superficie que tiene una reflectividad en alguna parte entre estos dos extremos tiene un valor entre S/c y $2S/c$, dependiendo de las propiedades de la superficie.

A pesar de que las presiones de radiación son muy pequeñas (aproximadamente 5×10^{-6} N/m² para la luz solar directa), la NASA explora la posibilidad de la *navegación solar* como un medio económico para enviar naves espaciales a los planetas. Extensas láminas experimentarían presión de radiación proveniente de la luz solar y se utilizarían de manera similar al velamen (las velas) de las embarcaciones. En 1973 los ingenieros de la NASA aprovecharon la cantidad de movimiento de la luz solar que incide sobre las celdas solares del *Mariner 10* para efectuar pequeñas correcciones en el trayecto cuando el suministro de combustible de la nave espacial disminuyó. (Esta maniobra fue llevada a cabo cuando la nave espacial estaba en las cercanías del planeta Mercurio. ¿Funcionaría de la misma manera en las cercanías de Neptuno?)

Pregunta rápida 34.4 Para maximizar la presión de radiación sobre las velas de una nave espacial que utiliza navegación solar, ¿deberían ser éstas a) de color muy negro para absorber toda la luz posible o b) muy brillantes, para reflejar tanta luz solar como sea posible?

EJEMPLO CONCEPTUAL 34.4

Barrido del sistema solar

En el espacio interplanetario existe una gran cantidad de polvo. Aunque en teoría estas partículas de polvo varían en tamaño, desde el molecular hasta uno mucho más grande, muy poco del polvo en el sistema solar es menor que aproximadamente $0.2 \mu\text{m}$. ¿Por qué?

SOLUCIÓN

Las partículas de polvo están sometidas a dos fuerzas significativas: la fuerza gravitacional que las lleva hacia el Sol y la fuerza de presión de radiación que las empuja alejándolas del Sol. La fuerza gravitacional es proporcional al cubo del radio de una partícula de polvo esférica porque es proporcional a la masa y por ende al volumen $4\pi r^3/3$ de la partícula. La presión de radiación es proporcional al cuadrado del radio porque depende de la sección transversal plana de la partícula. En partículas grandes, la fuerza gravitacional es mayor que la fuerza de la presión de radiación; para partículas que tienen radios menores que $0.2 \mu\text{m}$, la fuerza de presión de radiación es mayor que la fuerza gravitacional. Como resultado, la luz del Sol barre estas partículas hacia afuera del sistema solar.

EJEMPLO 34.5

Presión de un apuntador láser

En las presentaciones muchas personas usan un apuntador láser para dirigir la atención de la audiencia a la información en la pantalla. Si un apuntador de 3.0 mW crea una mancha sobre la pantalla que tiene 2.0 mm de diámetro, determine la presión de radiación sobre la pantalla que refleja 70% de la luz que la golpea. La potencia de 3.0 mW es un valor promediado en el tiempo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La presión no debe ser muy grande.

Categorizar Este problema involucra un cálculo de presión de radiación con el uso de un planteamiento similar al que condujo a la ecuación 34.28 o la ecuación 34.30, pero se complica por la reflexión de 70 por ciento.

Analizar Comience por determinar la magnitud del vector de Poynting del haz.

Divida la potencia promediada en el tiempo entregada mediante la onda electromagnética por el área de sección transversal del haz:

$$S_{\text{prom}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{A} = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{\pi r^2} = \frac{3.0 \times 10^{-3} \text{ W}}{\pi \left(\frac{2.0 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 955 \text{ W/m}^2$$

Ahora determine la presión de radiación del haz láser. La ecuación 34.30 indica que un haz completamente reflejado aplicaría una presión promedio de $P_{\text{prom}} = 2S_{\text{prom}}/c$. La reflexión real se modela del modo siguiente: imagine que la superficie absorbe el haz, lo que resulta en presión $P_{\text{prom}} = S_{\text{prom}}/c$; después la superficie emite el haz, lo que resulta en presión adicional $P_{\text{prom}} = S_{\text{prom}}/c$. Si la superficie emite sólo una fracción f del haz (de modo que f es la cantidad del haz incidente reflejado), la presión debida al haz emitido es $P_{\text{prom}} = fS_{\text{prom}}/c$.

Use este modelo para encontrar la presión total sobre la superficie debida a absorción y reemisión (reflexión):

$$P_{\text{prom}} = \frac{S_{\text{prom}}}{c} + f \frac{S_{\text{prom}}}{c} = (1 + f) \frac{S_{\text{prom}}}{c}$$

Evalúe esta presión para un haz que se refleja 70 por ciento:

$$P_{\text{prom}} = (1 + 0.70) \frac{955 \text{ W/m}^2}{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}} = 5.4 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

Finalizar Considere la magnitud del vector de Poynting, $S_{\text{prom}} = 955 \text{ W/m}^2$. Es aproximadamente la misma intensidad de la luz solar en la superficie de la Tierra. Por esta razón, no es seguro dirigir el haz de un apuntador láser a los ojos de una persona, pues puede ser más peligroso que mirar directamente al Sol. La presión tiene un valor extremadamente pequeño, como se esperaba. (Recuerde de la sección 14.2 que la presión atmosférica es aproximadamente 10^5 N/m^2 .)

¿Qué pasaría si? ¿Y si el apuntador láser se mueve el doble de lejos de la pantalla? ¿Esto afecta la presión de radiación sobre la pantalla?

Respuesta Ya que la representación convencional de un haz láser es un haz de luz con sección transversal constante, considere que la intensidad de la radiación y , por lo tanto, la presión de radiación, es independiente de la distancia desde la pantalla. No obstante, un haz láser no tiene una sección transversal constante en todas las distancias desde la fuente; en su lugar, existe una pequeña pero mensurable divergencia del haz. Si el láser se aleja más de la pantalla, el área de iluminación sobre la pantalla aumenta, lo que reduce la intensidad. A su vez, la presión de radiación se reduce.

Además, la distancia duplicada desde la pantalla resulta en más pérdida de energía del haz debido a dispersión de moléculas de aire y partículas de polvo conforme la luz viaja desde el láser a la pantalla. Esta pérdida de energía reduce aún más la presión de radiación sobre la pantalla.

34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena

Ni las cargas inmóviles ni las corrientes estables pueden producir ondas electromagnéticas. No obstante, cada vez que la corriente en un alambre cambia con el tiempo, el alambre emite radiación electromagnética. **El mecanismo fundamental responsable de esta radiación es la aceleración de una partícula con carga. Cada vez que una partícula con carga se acelera, emite energía.**

Considere las ondas electromagnéticas producidas por una *antena de media onda*. En esta configuración, dos varillas conductoras están conectadas a una fuente de voltaje alterno (como un oscilador LC), como se muestra en la figura 34.9. La longitud de cada

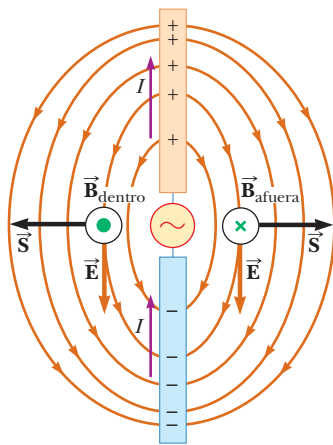


Figura 34.9 Una antena de media onda está constituida por dos varillas metálicas conectadas a una fuente de voltaje alterno. Este diagrama muestra $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en un instante arbitrario cuando la corriente está hacia arriba. Observe que las líneas de campo eléctrico se parecen a las de un dipolo (como se muestra en la figura 23.20)

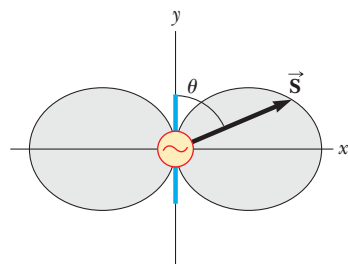


Figura 34.10 Dependencia angular de la intensidad de radiación producida por un dipolo eléctrico en oscilación. La distancia desde el origen a un punto en el borde de la forma gris es proporcional a la intensidad de radiación.

varilla es igual a un cuarto de la longitud de onda de la radiación emitida cuando el oscilador funciona con frecuencia f . El oscilador obliga a las cargas a acelerarse de ida y vuelta entre las dos varillas. La figura 34.9 muestra la configuración de los campos eléctrico y magnético en algún instante cuando la corriente está hacia arriba. Las líneas de campo eléctrico debidas a la separación de las cargas en las porciones superior e inferior de la antena, se parecen a un dipolo eléctrico. (Como resultado, a este tipo de antena se le conoce a veces como *antena dipolo*.) Ya que estas cargas oscilan en forma continua entre las dos varillas, la antena puede representarse aproximadamente por un dipolo eléctrico oscilante. Las líneas de campo magnético, causadas por la corriente que representa el movimiento de las cargas entre los extremos de la antena, forman círculos concéntricos alrededor de la antena y perpendiculares a las líneas del campo eléctrico en todos sus puntos. El campo magnético es igual a cero en todos los puntos a lo largo del eje de la antena. Además, $\vec{E}$ y $\vec{B}$ están 90° fuera de fase en el tiempo; por ejemplo, la corriente es cero cuando las cargas en los extremos exteriores de las varillas están al máximo.

En la figura 34.9, en los dos puntos donde se muestra el campo magnético, el vector de Poynting $\vec{S}$ se dirige radialmente hacia afuera, esto indica que en ese instante la energía está fluyendo de la antena alejándose. Después, la dirección de los campos y el vector de Poynting se invierten, conforme la corriente se alterna. Porque en los puntos cercanos al dipolo $\vec{E}$ y $\vec{B}$ están 90° fuera de fase, el flujo de energía neta es igual a cero. De aquí que se concluya (de manera incorrecta) que el dipolo no emite energía.

No obstante, en efecto se emite energía. Debido a que los campos del dipolo disminuyen en función de $1/r^3$ (como se muestra en el ejemplo 23.5 para el campo eléctrico de un dipolo estático), son despreciables a grandes distancias de la antena. A estas grandes distancias, hay algo más que genera un tipo de radiación diferente de la que está cerca de la antena. La fuente de esta radiación es la inducción continua de un campo eléctrico causado por la variación en el tiempo de un campo magnético y a la inducción de un campo magnético por la variación en el tiempo de un campo eléctrico, pronosticado en las ecuaciones 34.6 y 34.7. Los campos eléctrico y magnético producidos de esta manera están en fase entre sí y varían en función de $1/r$. El resultado es un flujo de energía hacia afuera en todo momento.

La dependencia angular de la intensidad de radiación producida por una antena dipolo es como se muestra en la figura 34.10. Advierta que la intensidad y la energía radiada pasan por un máximo en un plano que es perpendicular a la antena y que pasa por su punto medio. Además, la energía radiada es igual a cero a lo largo del eje de la antena. Una solución matemática a las ecuaciones de Maxwell para una antena dipolo muestra que la intensidad de la radiación varía en función de $(\sin^2 \theta)/r^2$, donde θ se mide a partir del eje de la antena.

Las ondas electromagnéticas también pueden inducir corrientes en una antena receptora. La respuesta de un dipolo receptor en una posición conocida es máxima cuando el eje de la antena es paralelo al campo en ese punto, y es igual a cero cuando el eje es perpendicular al campo eléctrico.

Pregunta rápida 34.5 Si la antena de la figura 34.9 representa la fuente de una estación de radio lejana, ¿cuál sería la mejor orientación para la antena de un radio portátil localizada a la derecha de la figura: a) arriba-abajo a lo largo de la página, b) izquierda-derecha a lo largo de la página o c) perpendicular a la página?

34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas

En la figura 34.11 se listan los diversos tipos de ondas electromagnéticas que muestra el **espectro electromagnético**. Observe los extensos intervalos de frecuencias y longitudes de onda. No existe una división clara entre un tipo de onda y la siguiente. Recuerde que **todas las formas de los diversos tipos de radiación son producidos por el mismo fenómeno: cargas en aceleración**. Los nombres que se han dado a cada tipo de onda son simplemente una forma conveniente en la descripción de la región del espectro en el que están.

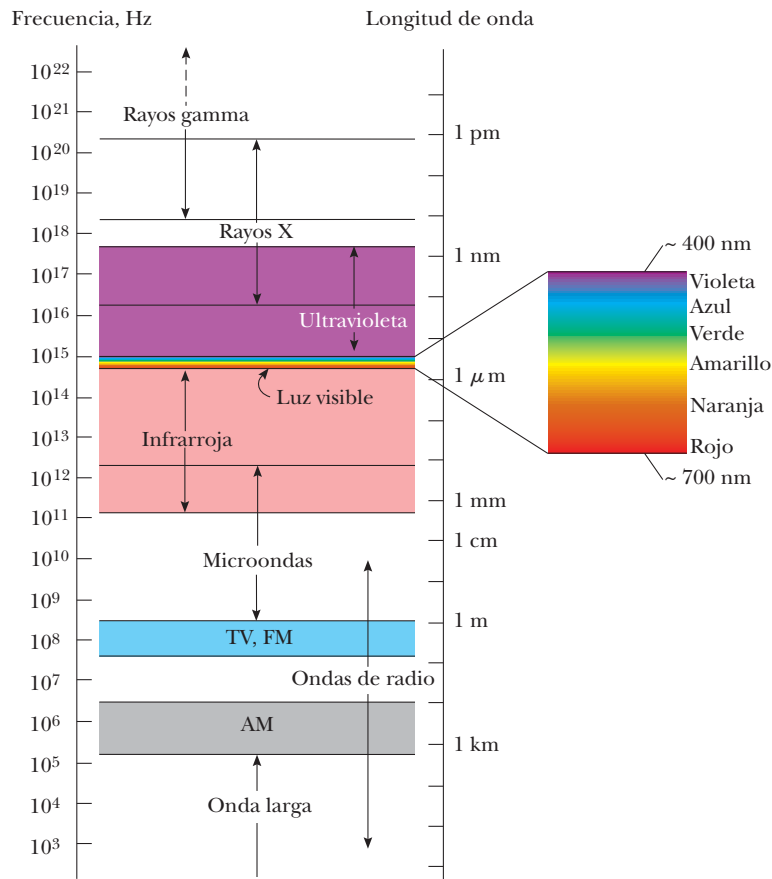


Figura 34.11 El espectro electromagnético. Observe el traslape entre tipos de ondas adyacentes. La vista ampliada a la derecha muestra detalles del espectro visible.

Las **ondas de radio**, cuyos intervalos de longitud de onda llegan más allá de 10^4 m a casi 0.1 m, son el resultado de cargas que se aceleran en alambres conductores. Estas ondas son generadas por dispositivos electrónicos, como osciladores *LC*, y se utilizan en los sistemas de radio y televisión.

Las **microondas** tienen longitudes de onda clasificadas desde 0.3 m hasta 10^{-4} m y también son generadas por dispositivos electrónicos. Debido a sus longitudes de onda cortas, son muy adecuadas para sistemas de radar y para el estudio de las propiedades atómicas y moleculares de la materia. Los hornos de microondas son una aplicación doméstica interesante de estas ondas. Se ha sugerido que la energía solar podría aprovecharse enviando microondas a la Tierra desde un colector solar en el espacio.

Las **ondas infrarrojas** tienen longitudes de onda clasificadas desde 10^{-3} hasta 7×10^{-7} m, longitud de onda más larga de la luz visible. Estas ondas, producidas por moléculas y objetos a la temperatura ambiente, son fácilmente absorbidas por la mayor parte de los materiales. La energía infrarroja (IR, *infrared*), absorbida por una sustancia, aparece como energía interna, ya que la energía agita los átomos del objeto, lo que incrementa su movimiento vibratorio o de traslación, y da como resultado un incremento en la temperatura. La radiación infrarroja tiene aplicaciones prácticas y científicas en muchas áreas, incluyendo la fisioterapia, la fotografía infrarroja y la espectroscopia vibratoria.

La **luz visible**, que es la forma más familiar de las ondas electromagnéticas, es aquella parte del espectro electromagnético que el ojo humano puede detectar. Se produce mediante la reorganización de los electrones en los átomos y moléculas. Sus diversas longitudes de onda, que corresponden a los diferentes colores, van desde el rojo ($\lambda \approx 7 \times 10^{-7}$ m) hasta el violeta ($\lambda \approx 4 \times 10^{-7}$ m). La sensibilidad del ojo humano es una función de la longitud de onda, siendo máxima a una longitud de onda de alrededor de 5.5×10^{-7} m. Con esto en mente, ¿por qué cree usted que las pelotas de tenis tienen a menudo un color verde

PREVENCIÓN DE RIESGOS

OCULTOS 34.6

"Rayos de calor"

Los rayos infrarrojos se conocen a menudo con el nombre de "rayos de calor", pero este término es incorrecto. Aunque la radiación infrarroja se utiliza para incrementar o mantener la temperatura, así como para mantener la comida caliente con "lámparas de calor" en un restaurante de comida rápida, todas las longitudes de onda de la radiación electromagnética contienen energía que puede causar el incremento de la temperatura de un sistema. Como ejemplo, imagine una papa horneándose en un horno de microondas.

TABLA 34.1

Correspondencia aproximada entre longitudes de onda de luz visible y color

Intervalo de longitud (nm)	Descripción de color
400–430	Violeta
430–485	Azul
485–560	Verde
560–590	Amarillo
590–625	Naranja
625–700	Rojo

Nota: Aquí los intervalos de longitud de onda son aproximados. Distintas personas describirán los colores de manera diferente.



Ron Chapple/Getty Images.

El uso de lentes de sol que carecen de bloqueador de luz ultravioleta (UV) es más dañino para sus ojos que no utilizar. Los lentes de cualquier antejo para el sol absorben una porción de la luz visible, causando por tanto la dilatación de las pupilas. Si los lentes tampoco bloquean la luz UV, es posible que se produzca más daño en los ojos debido a las pupilas dilatadas. Si no se utilizan lentes de sol, las pupilas se contraen, los ojos se entrecierran, lo que hace que penetre mucha menos luz UV. Los lentes de sol de alta calidad bloquean prácticamente toda la luz UV dañina para el ojo.

amarillento? La tabla 34.1 proporciona correspondencias aproximadas entre las longitudes de onda de la luz visible y el color asignado a ella por los humanos. La luz es la base de la ciencia de la óptica y de los instrumentos ópticos, a explicarse en los capítulos 35 al 38.

Las **ondas ultravioleta** cubren longitudes de onda que van desde aproximadamente 4×10^{-7} m hasta 6×10^{-10} m. El Sol es una fuente importante de luz ultravioleta (UV), la cual es la causa principal de las quemaduras de sol o eritema solar. Las lociones bloqueadoras son transparentes a la luz visible pero absorben la mayor parte de la luz UV. Cuanto mayor sea el factor de protección solar del bloqueador, o SPF, mayor será el porcentaje de luz UV absorbida. A los rayos ultravioleta se les atribuye en parte la formación de cataratas y nubosidad en el lente interno del ojo.

La mayor parte de la luz UV del Sol es absorbida por las moléculas de ozono (O_3) en la atmósfera superior de la Tierra, en una capa llamada estratosfera. Este escudo de ozono convierte la radiación UV letal de alta energía a radiación infrarroja, lo que a su vez calienta la estratosfera.

Los **rayos X** tienen longitudes de onda que van de aproximadamente 10^{-8} m a 10^{-12} m. La fuente más común de rayos X es el frenado de electrones de alta energía que impactan un objetivo metálico. Los rayos X se utilizan como una herramienta de diagnóstico en la medicina y como tratamiento para ciertos tipos de cáncer. Porque los rayos X dañan o destruyen los tejidos y los organismos vivos, se debe tener cuidado para evitar una exposición o sobreexposición innecesaria. Los rayos X también se utilizan en el estudio de la estructura de los cristales ya que las longitudes de onda de los rayos X son comparables con las distancias de separación de los átomos en los sólidos (alrededor de 0.1 nm).

Los **rayos gamma** son ondas electromagnéticas emitidas por núcleos radioactivos (como ^{60}Co y ^{137}Cs) y durante ciertas reacciones nucleares. Los rayos gamma de alta energía son un componente de los rayos cósmicos que entran en la atmósfera de la Tierra desde el espacio. Tienen longitudes de onda que van desde aproximadamente 10^{-10} m hasta menos de 10^{-14} m. Son rayos muy penetrantes y producen daños serios si son absorbidos por tejidos vivos. En consecuencia, quienes trabajan cerca de este tipo de radiación peligrosa, deben estar protegidos con materiales de gran absorción, como gruesas capas de plomo.

Pregunta rápida 34.6 En muchas cocinas se utilizan hornos de microondas para preparar los alimentos. La frecuencia de las microondas es del orden de 10^{10} Hz. ¿La longitud de onda de estas microondas son del orden de a) kilómetros, b) metros, c) centímetros o d) micras?

Pregunta rápida 34.7 Una onda de radio de frecuencia del orden de 10^5 Hz se utiliza para transportar una onda sonora con una frecuencia del orden de 10^3 Hz. ¿La longitud de la onda de radio es del orden de magnitud de a) kilómetros, b) metros, c) centímetros, o d) micras.

Resumen

DEFINICIONES

En una región del espacio donde hay un campo eléctrico cambiante, hay una **corriente de desplazamiento** que se define como

$$I_d \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.1)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (véase la sección 23.3) y $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ es el flujo eléctrico.

La rapidez de flujo de energía que cruza un área unitaria mediante radiación electromagnética se describe mediante el **vector de Poynting** $\vec{S}$, donde

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (34.22)$$

(continúa)

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Cuando se usan con la **ley de fuerza de Lorentz**, $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$, **las ecuaciones de Maxwell** describen todos los fenómenos electromagnéticos:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (34.4)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (34.5)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (34.6)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (34.7)$$

Las **ondas electromagnéticas**, predichas por las ecuaciones de Maxwell, tienen las siguientes propiedades:

- El campo eléctrico y el campo magnético satisfacen cada uno una ecuación de onda. Estas dos ecuaciones de onda, que se pueden obtener a partir de la tercera y cuarta ecuaciones de Maxwell, son

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (34.15)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (34.16)$$

- Las ondas viajan a través de un vacío con la rapidez de la luz c , donde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (34.17)$$

- Numéricamente, la rapidez de las ondas electromagnéticas en un vacío es 3.00×10^8 m/s.
- Los campos eléctrico y magnético son mutuamente perpendiculares y a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.
- Las magnitudes instantáneas de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en una onda electromagnética se relacionan mediante la expresión

$$\frac{E}{B} = c \quad (34.21)$$

- Las ondas electromagnéticas portan energía.
- Las ondas electromagnéticas portan cantidad de movimiento.

Porque las ondas electromagnéticas portan cantidad de movimiento, ejercen presión sobre las superficies. Si una onda electromagnética cuyo vector de Poynting es $\vec{S}$ es absorbida completamente por una superficie sobre la cual incide de manera normal, la presión de radiación sobre dicha superficie es

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{absorción completa}) \quad (34.28)$$

Si la superficie refleja totalmente una onda que incide de manera normal, la presión se duplica.

Los campos eléctricos y magnético de una onda electromagnética sinusoidal plana que se propaga en la dirección x positiva se puede escribir como

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.18)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (34.19)$$

donde ω es la frecuencia angular de la onda y k es el número de onda angular. Estas ecuaciones representan soluciones especiales a las ecuaciones de onda para E y B . La longitud y frecuencia de las ondas electromagnéticas se relaciona mediante

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} \quad (34.20)$$

El valor promedio del vector de Poynting para una onda electromagnética plana tiene una magnitud

$$S_{\text{prom}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_{\text{máx}}^2}{2\mu_0} \quad (34.24)$$

La intensidad de una onda electromagnética sinusoidal plana es igual al valor promedio del vector de Poynting tomado sobre uno o más ciclos.

El espectro electromagnético incluye ondas que cubren un amplio intervalo de longitudes de onda, desde las largas ondas de radio a más de 10^4 m, hasta los rayos gamma a menos de 10^{-14} m.

Preguntas

O indica pregunta complementaria

- ¿Qué nuevo concepto incluyó la forma generalizada de Maxwell de la ley de Ampère?
- ¿Las ecuaciones de Maxwell permiten la existencia de monopolos magnéticos? Explique.
- Las estaciones de radio anuncian a menudo “noticias al instante”. Si quisieran decir que las noticias se pueden escuchar en el instante justo en que son emitidas, ¿esto sería cierto? ¿Qué intervalo de tiempo aproximado se requiere para que un mensaje viaje desde Maine a California por ondas de radio, si las ondas pudieran ser detectadas en este intervalo?
- Cuando la luz (u otra radiación electromagnética) se desplaza a través de una región determinada, ¿qué es lo que oscila y qué es lo que se transporta?
- Si una corriente de alta frecuencia pasa a través de un solenoide que contiene un núcleo metálico, éste se calienta debido a la inducción. Explique por qué en este caso el material aumenta de temperatura.
- O Un estudiante que trabaja con aparatos transmisores similares a los de Heinrich Hertz quiere ajustar los electrodos para generar ondas electromagnéticas con una frecuencia a la mitad de la anterior. **i)** ¿Qué tan grande debe ser la capacitancia efectiva del par de electrodos? a) 4 veces mayor que la anterior, b) 2 veces mayor que la anterior, c) $\frac{1}{2}$ de la anterior, d) $\frac{1}{4}$ la anterior, e) ninguna de estas respuestas tendría el efecto deseado. **ii)** Después de hacer el ajuste requerido, ¿cuál será la longitud de la onda transmitida? a) 4 veces mayor que la anterior, b) 2 veces mayor que la anterior, c) la misma que la anterior, d) $\frac{1}{2}$ que la anterior, e) $\frac{1}{4}$ que la anterior, f) ninguna de estas respuestas es necesariamente correcta.
- O Suponga que usted carga un peine al pasarlo por su cabello y luego mantiene el peine junto a un imán de barra. ¿Los campos eléctrico y magnético producidos constituyen una onda electromagnética? a) Sí, necesariamente. b) Sí, porque dentro del imán de barra se mueven partículas cargadas. c) Pueden, pero sólo si el campo eléctrico del peine y el campo magnético del imán son perpendiculares. d) Pueden, pero sólo si tanto el peine como el imán se mueven. e) Pueden, si el peine o el imán, o ambos aceleran.
- O Una pequeña fuente emite una onda electromagnética con una sola frecuencia en el vacío, igualmente en todas direcciones. **i)** Conforme la onda se mueve, ¿su frecuencia a) aumenta, b) disminuye o c) permanece constante? Responda la misma pregunta acerca de **ii)** su longitud de onda, **iii)** su rapidez, **iv)** su intensidad y **v)** la amplitud de su campo eléctrico.
- O Una onda electromagnética plana con una sola frecuencia se mueve en el vacío en la dirección $+x$. Su amplitud es uniforme sobre el plano yz . **i)** Conforme la onda se mueve, ¿su frecuencia a) aumenta, b) disminuye o c) permanece constante? Responda la misma pregunta acerca de **ii)** su longitud de onda, **iii)** su rapidez, **iv)** su intensidad y **v)** la amplitud de su campo magnético.
- Enumere todas las similitudes y diferencias que pueda entre las ondas de sonido y las de luz.
- Describa el significado físico del vector de Poynting.
- O Suponga que la amplitud del campo eléctrico en una onda electromagnética plana es E_1 y la amplitud del campo magnético es B_1 . Luego la fuente de la onda se ajusta de modo

que la amplitud del campo eléctrico se duplica para convertirse en $2E_1$. **i)** ¿Qué ocurre con la amplitud del campo magnético en este proceso? a) Se vuelve 4 veces mayor. b) Se vuelve 2 veces mayor. c) Puede permanecer constante. d) Se reduce a $\frac{1}{2}$. e) Se reduce a $\frac{1}{4}$. f) Ninguna de estas respuestas es necesariamente verdadera. **ii)** ¿Qué ocurre con la intensidad de la onda? Elija entre las mismas posibilidades.

- O Un grano de polvo interplanetario esférico, de $0.2 \mu\text{m}$ de radio, está a una distancia r_1 del Sol. La fuerza gravitacional ejercida por el Sol sobre el grano apenas equilibra la fuerza debida a la presión de radiación de la luz solar. **i)** Suponga que el grano se mueve a una distancia $2r_1$ del Sol y se libera. En esta posición, ¿cuál es la fuerza neta ejercida sobre el grano? a) Hacia el Sol, b) alejándose del Sol, c) cero, d) imposible de determinar sin conocer la masa del grano. **ii)** Ahora suponga que el grano se mueve de regreso a su posición original en r_1 , se comprime de modo que se cristaliza en una esfera con densidad significativamente mayor y se libera. En esta situación, ¿cuál es la fuerza neta ejercida sobre el grano? a) Hacia el Sol, b) alejándose del Sol. c) cero, d) imposible de determinar sin conocer la masa del grano.
- Para una energía incidente conocida de una onda electromagnética, ¿por qué la presión de radiación es el doble sobre una superficie perfectamente reflejante que sobre una superficie perfectamente absorbente?
- Antes del advenimiento de la televisión por cable y de las antenas parabólicas, la gente utilizaba a menudo “antenas de conejo” sobre sus aparatos de televisión (figura P34.15). Ciertas orientaciones de la antena receptora sobre una televisión dan una mejor recepción que otras. Además, la mejor orientación varía de canal a canal. Explique por qué.



© Thomson Learning/George Sample.

Figura P34.15 pregunta 15 y problema 63.

- ¿Qué provoca una onda de radio sobre las cargas en la antena receptora para obtener una señal para el radio de su automóvil?
- O **i)** Clasifique los siguientes tipos de ondas de acuerdo con sus intervalos de longitud de onda, desde aquellos con la longitud de onda más pequeña típica o promedio, hasta la mayor, y señale cualquier caso de igualdad: a) rayos gamma, b) luz infrarroja, c) microrondas, d) ondas de radio, e) luz ultravioleta, f) luz visible, g) rayos X. **ii)** Clasifique los tipos de ondas de acuerdo con sus frecuencias, de menor a mayor. **iii)** Clasifique los tipos de onda de acuerdo con sus magnitudes de velocidad en un vacío, de la más lenta a la más rápida.

18. Un plato de plástico o de vidrio vacío está frío al contacto cuando se retira de un horno de microondas, incluso cuando contenga alimento caliente. ¿Cómo es posible esto? (Suponga que ha pagado la cuenta de electricidad.)
19. ¿Por qué debe verse diferente la fotografía infrarroja de una persona que una tomada con luz visible?
20. Suponga que un ser de otro planeta tiene ojos sensibles a la radiación infrarroja. Describa lo que vería el extraterrestre si mirara

en el cuarto en el que se encuentra usted ahora. En particular, ¿qué sería para él brillante y qué sería oscuro?

21. Un horno de microondas casero utiliza ondas electromagnéticas con una longitud de onda de alrededor de 12.2 cm. Algunos teléfonos inalámbricos de 2.4 GHz sufren interferencia por ruido cuando se utilizan cerca de hornos de microondas. Localice las ondas utilizadas por ambos aparatos sobre el espectro electromagnético. ¿Es de esperar que interfieran entre sí?

Problemas

Sección 34.1 Corriente de desplazamiento y la forma general de la ley de Ampère

1. Una corriente de 0.100 A carga un capacitor que tiene placas cuadradas de 5.00 cm por lado. La separación entre placas es de 4.00 mm. Encuentre a) la relación de cambio en el tiempo del flujo eléctrico entre las placas y b) la corriente de desplazamiento entre las placas.
2. Una corriente de 0.200 A carga un capacitor que tiene placas circulares de 10.0 cm de radio. Si la separación entre placas es de 4.00 mm, a) ¿cuál es la rapidez de aumento en el tiempo del campo eléctrico entre las placas? b) ¿Cuál es el campo magnético entre las placas a 5.00 cm del centro?
3. Considere la situación que se muestra en la figura P34.3. Un campo eléctrico de 300 V/m se confina a un área circular de 10.0 cm de diámetro y se dirige hacia afuera, perpendicular al plano de la figura. Si el campo aumenta en una proporción de 20.0 V/m · s, ¿cuáles son la dirección y la magnitud del campo magnético en el punto P, a 15.0 cm del centro del círculo?

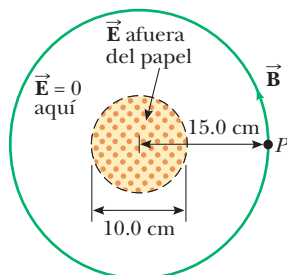


Figura P34.3

Sección 34.2 Ecuaciones de Maxwell y los descubrimientos de Hertz

4. Una barra delgada muy larga porta carga eléctrica con densidad lineal de 35.0 nC/m. Se encuentra a lo largo del eje x y se mueve en la dirección x con una rapidez de 15.0 Mm/s. a) Encuentre el campo eléctrico que la barra crea en el punto ($x = 0$, $y = 20.0$ cm, $z = 0$). b) Encuentre el campo magnético que produce en el mismo punto. c) Encuentre la fuerza que ejerce sobre un electrón en este punto, que se mueve con una velocidad de $(240\hat{i})$ Mm/s.
5. Un protón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme conocido por $\vec{E} = 50.0\hat{j}$ V/m y un campo magnético uniforme $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.300\hat{j} + 0.400\hat{k})$ T. Determine la aceleración del protón cuando tiene una velocidad $\vec{v} = 200\hat{i}$ m/s.

6. Un electrón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = (2.50\hat{i} + 5.00\hat{j})$ V/m y un campo magnético uniforme $\vec{B} = (0.400\hat{k})$ T. Determine la aceleración del electrón cuando tiene una velocidad $\vec{v} = 10.0\hat{i}$ m/s.

Sección 34.3 Ondas electromagnéticas planas

Nota: Suponga que el medio es el vacío, salvo que se especifique lo contrario.

7. a) La distancia a la estrella polar, Polaris, es aproximadamente de 6.44×10^{18} m. Si Polaris se apagara hoy, ¿en qué año la veríamos desaparecer? b) ¿Cuánto tarda la luz solar en llegar a la Tierra? c) ¿Cuánto tarda una señal de radar de microondas en desplazarse de la Tierra a la Luna y de regreso? d) ¿Cuánto tarda una onda de radio en desplazarse una vez alrededor de la Tierra en un gran círculo, cerca de la superficie del planeta? e) ¿Cuánto tarda en llegar la luz de un relámpago a 10 km de distancia?
8. La rapidez de una onda electromagnética que se desplaza en una sustancia no magnética transparente es $v = 1/\sqrt{\kappa\mu_0\epsilon_0}$, donde κ es la constante dieléctrica de la sustancia. Determine la rapidez de la luz en el agua, que tiene una constante dieléctrica a frecuencias ópticas de 1.78.
9. La figura 34.4b muestra una onda electromagnética sinusoidal plana que se propaga en la dirección de las x . Suponga que la longitud de onda es de 50.0 m, y que el campo eléctrico vibra en el plano xy con una amplitud de 22.0 V/m. Calcule a) la frecuencia de la onda y b) la magnitud y dirección de $\vec{B}$ cuando el campo eléctrico tiene su valor máximo en la dirección negativa de las y . c) Escriba una expresión para $\vec{B}$ utilizando el vector unitario correcto, con valores numéricos para $B_{\text{máx}}$, k y ω , y con su magnitud de la forma

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

10. Una onda electromagnética en el vacío tiene una amplitud de campo eléctrico de 220 V/m. Calcule la amplitud del campo magnético correspondiente.
11. En unidades del SI, el campo eléctrico de una onda electromagnética se describe por

$$E_y = 100 \sin(1.00 \times 10^7 x - \omega t)$$

Determine a) la amplitud de las oscilaciones del campo magnético correspondiente, b) la longitud de onda λ y c) la frecuencia f .

12. Verifique por sustitución que las siguientes ecuaciones son soluciones a las ecuaciones 34.15 y 34.16, respectivamente:

$$E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$

13. **Problema de repaso.** Las ondas de radio entre dos láminas de metal separadas 2.00 m establecen un patrón de interferencia de ondas estacionarias. Esta es la distancia más corta entre placas que producen un patrón de onda estacionaria. ¿Cuál es la frecuencia a las ondas de radio?
14. Un horno de microondas funciona mediante un tubo electrónico llamado magnetron, que genera ondas electromagnéticas de 2.45 GHz de frecuencia. Las microondas entran en el horno y se reflejan en las paredes. El patrón de ondas estacionarias producido en el horno puede cocinar la comida de forma desigual, con puntos calientes en la comida en los antinodos y partes frías en los nodos, por lo que es frecuente utilizar un plato giratorio para hacer girar la comida y distribuir la energía. Si un horno de microondas hecho para utilizarse con una platina se usa con un plato en una posición fija, los antinodos pueden aparecer en forma de quemadura en la comida, como en tiras de zanahoria o de queso. La distancia medida de separación entre las quemaduras es de $6 \text{ cm} \pm 5\%$. A partir de estos datos, calcule la rapidez de las microondas.

Sección 34.4 Energía transportada por ondas electromagnéticas

15. ¿Cuánta energía electromagnética por metro cúbico contiene la luz solar, si la intensidad de ésta en la superficie de la Tierra en un día despejado es de 1000 W/m^2 ?
16. Una estación de radio AM difunde isotrópicamente (de manera uniforme en todas direcciones) con una potencia promedio de 4.00 kW. Un dipolo receptor de 65.0 cm de largo está a 4.00 millas del transmisor. Calcule la amplitud de la fem inducida por esta señal de un extremo a otro de la antena receptora.
17. ¿Cuál es la magnitud promedio del vector de Poynting a 5.00 millas de un transmisor de radio que difunde de manera uniforme en todas las direcciones con una potencia promedio de 250 kW?
18. ● La potencia de la luz solar que llega a cada metro cuadrado de la superficie de la Tierra en un día claro en los trópicos es cercana a 1000 W . En un día de invierno en Manitoba, la concentración de potencia de la luz solar puede ser de 100 W/m^2 . Muchas actividades humanas se describen mediante una potencia por huella de área en el orden de 10^2 W/m^2 o menos. a) Considere, por ejemplo, una familia de cuatro que paga \$80 a la compañía eléctrica cada 30 días por 600 kWh de energía transportada por las líneas de transmisión hasta su casa, que tiene dimensiones de planta de 13.0 m por 9.50 m. Calcule la potencia por área medida de este uso de energía. b) Considere un automóvil de 2.10 m de ancho y 4.90 m de largo que viaja a 55.0 mi/h usando gasolina que tiene 44.0 MJ/kg de “calor de combustión”, con economía de gasolina de 25.0 mi/gal. Un galón de gasolina tiene una masa de 2.54 kg. Encuentre la potencia por área medida del uso de energía del automóvil. Puede ser similar a la de un molino de acero en el que las rocas se funden en altos hornos. c) Explique por qué el uso directo de la energía solar no es práctico para un automóvil convencional. ¿Cuáles son algunos usos más prácticos de la energía solar?
19. Una comunidad planea construir una instalación para convertir la radiación solar en energía eléctrica; necesitan 1.00 MW de potencia, y el sistema que se va a instalar tiene una eficiencia de 30% (esto es, 30.0% de la energía solar incidente sobre la superficie es convertida en energía útil para alimentar eléctricamente a la comunidad). ¿Cuál debe ser el área efectiva de una superficie perfectamente absorbente utilizada en una instalación así, suponiendo que la luz solar tiene una intensidad constante de 1000 W/m^2 ?
20. ● Si la antena de una estación de radio de 10.0 kW emite ondas electromagnéticas esféricas, calcule el valor máximo del campo magnético a 5.00 km de la antena, y compare este valor con el campo magnético superficial de la Tierra.
21. El filamento de una lámpara incandescente tiene una resistencia de 150Ω y lleva una corriente directa de 1.00 A. El filamento tiene 8.00 cm de largo y 0.900 mm de radio. a) Calcule el vector de Poynting en la superficie del filamento, asociado con el campo eléctrico estático que produce la corriente y el campo magnético estático de la corriente. b) Determine la magnitud de los campos eléctrico estático y magnético en la superficie del filamento.
22. Una de las armas consideradas para un sistema antimisiles de *La guerra de las galaxias* es un láser que puede destruir misiles balísticos. Cuando se utiliza un láser de alto poder en la atmósfera de la Tierra, el campo eléctrico puede ionizar el aire, convirtiéndolo en un plasma conductor que refleja la luz del láser. En aire seco a 0°C y 1 atm, se presenta un rompimiento eléctrico para campos con amplitudes superiores a aproximadamente 3.00 MV/m . a) ¿Qué intensidad del rayo láser producirá un campo de esta magnitud? b) A esta máxima intensidad, ¿qué energía puede suministrarse en un rayo cilíndrico de 5.00 mm de diámetro?
23. En una región del espacio libre el campo eléctrico en un instante determinado de tiempo es $\vec{E} = (80.0\hat{i} + 32.0\hat{j} - 64.0\hat{k}) \text{ N/C}$ y el campo magnético es $\vec{B} = (0.200\hat{i} + 0.080\hat{j} + 0.290\hat{k}) \mu\text{T}$. a) Demuestre que los dos campos son perpendiculares entre sí. b) Determine el vector de Poynting para estos campos.
24. Represente la onda electromagnética en un horno de microondas como una onda progresiva plana que se desplaza hacia la izquierda, con una intensidad de 25.0 kW/m^2 . Un horno contiene dos recipientes cúbicos de masa pequeña, cada uno lleno de agua. Uno tiene una longitud de arista de 6.00 cm y el otro de 12.0 cm. La energía incide perpendicularmente sobre la cara de cada contenedor. El agua en el contenedor más pequeño absorbe 70.0% de la energía que incide sobre él. El agua del contenedor más grande absorbe 91.0%. Esto es, una fracción de 0.3 de la energía de microondas de entrada pasa a través de un cuerpo de agua con un espesor de 6 cm y la fracción $(0.3)(0.3) = 0.09$ pasa a través de un espesor de 12 cm. Determine el cambio en la temperatura del agua de cada contenedor durante un intervalo de tiempo de 480 s. Suponga que la cantidad de energía que abandona cada recipiente debido al calor es despreciable.
25. En las fábricas se utiliza láser de alta potencia para cortar tela y metal (figura P34.25). Un láser de ese tipo tiene un diámetro de haz de 1.00 mm y genera un campo eléctrico que tiene una amplitud de 0.700 MV/m en el objetivo. Determine a) la amplitud del campo magnético producido, b) la intensidad del láser y c) la potencia entregada por el láser.
26. En alguna ubicación de la Tierra, el valor rms del campo magnético causado por la radiación solar es de $1.80 \mu\text{T}$. A partir de este valor, calcule a) el campo eléctrico rms debido a radiación solar, b) la densidad de energía promedio del componente solar de la radiación electromagnética en esta ubicación y c) la magnitud promedio del vector de Poynting para la radiación del Sol.



Figura P34.25

27. Considere una estrella brillante en un cielo nocturno. Suponga que su distancia desde la Tierra es de 20.0 años luz y su potencia de salida es de 4.00×10^{28} W, aproximadamente 100 veces la del Sol. a) Encuentre la intensidad de la luz estelar en la Tierra. b) Encuentre la potencia de la luz estelar que la Tierra intercepta.

Sección 34.5 Cantidad de movimiento y presión de radiación

28. Un medio posible para el vuelo espacial es colocar una hoja aluminizada perfectamente reflejante en órbita alrededor de la Tierra y después utilizar la luz solar para empujar esta “vela solar”. Suponga que una vela con un área de 6.00×10^3 m² y una masa de 6000 kg se coloca en órbita de cara al Sol. a) ¿Qué fuerza se ejerce sobre la vela? b) ¿Cuál es la aceleración de la misma? c) ¿Cuánto tiempo tarda la vela en llegar a la Luna, a 3.84×10^8 m de distancia? Ignore todos los efectos gravitacionales, suponga que la aceleración calculada en el inciso b) permanece constante y a una intensidad solar de 1340 W/m².
29. Una onda de radio transmite 25.0 W/m² de potencia por unidad de área. Una superficie plana de área A es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Calcule la presión de radiación sobre la superficie, suponiendo que ésta es perfectamente absorbente.
30. ● Una onda electromagnética plana, de 6.00 W/m² de intensidad, que se mueve en la dirección x , golpea un pequeño espejo de bolsillo, de 40.0 cm² de área, que se mantiene en el plano yz . a) ¿Qué cantidad de movimiento transfiere la onda al espejo cada segundo? b) Encuentre la fuerza que la onda ejerce sobre el espejo. c) Explique la correspondencia entre las respuestas a los incisos a) y b).
31. Un láser neón-helio de 15.0 mW ($\lambda = 632.8$ nm) emite un haz de sección transversal circular con un diámetro de 2.00 mm. a) Determine el campo eléctrico máximo en el haz. b) ¿Cuál es la energía total contenida en una longitud de 1.00 m del haz? c) Determine la cantidad de movimiento que tiene un tramo de 1.00 m de longitud del haz.
32. ● La intensidad de la luz solar a la distancia de la Tierra desde el Sol es de 1370 W/m². a) Suponga que la Tierra absorbe toda la luz solar incidente sobre ella. Encuentre la fuerza total que el Sol ejerce sobre la Tierra debido a presión de radiación. b) Explique cómo se compara esta fuerza con la atracción gravitacional del Sol.
33. ● Suponga que la intensidad de la radiación solar incidente sobre la atmósfera superior de la Tierra es de 1370 W/m² y use los datos de la tabla 13.2 que sean necesarios. Determine a) la intensidad de la radiación solar incidente sobre Marte, b) la potencia total incidente sobre Marte y c) la fuerza

de radiación que actúa sobre dicho planeta si absorbe casi toda la luz. d) Establezca cómo se compara esta fuerza con la atracción gravitacional ejercida por el Sol sobre Marte. e) Compare la relación de la fuerza gravitacional con la fuerza de presión luminosa ejercida sobre la Tierra, encontrada en el problema 32, y la relación de estas fuerzas ejercida sobre Marte, encontrada en el inciso d).

34. Un disco circular uniforme de 24.0 g de masa y radio de 40.0 cm cuelga verticalmente de un gozne horizontal, libre de fricción y fijo en un punto de su circunferencia. Un haz horizontal de radiación electromagnética con una intensidad de 10.0 MW/m² incide sobre el disco en una dirección perpendicular a su superficie. El disco es perfectamente absorbente, y la presión de radiación resultante hace que el disco gire. Determine el ángulo de giro del disco después de haber alcanzado su nueva posición de equilibrio. Suponga que la radiación *siempre* es perpendicular a la superficie del disco.

Sección 34.6 Producción de ondas electromagnéticas por una antena

35. La figura 34.9 muestra una antena Hertz (también conocida como una antena de media onda, ya que su longitud es $\lambda/2$). La antena está colocada lo suficientemente lejos del suelo para que las reflexiones no afecten de manera significativa su patrón de radiación. No obstante, la mayoría de las estaciones de radio de AM, utilizan una antena de Marconi, que está constituida por la mitad superior de una antena de Hertz. El extremo inferior de esta antena (de un cuarto de onda) está conectada a tierra, y la tierra misma funciona como la mitad faltante de la antena. ¿Cuáles son las alturas de las antenas de Marconi para las estaciones de radio que difunden a a) 560 kHz y b) 1600 kHz? En los Estados Unidos, estas estaciones están en 560 y 1600 en el cuadrante de AM.
36. Dos transeptores o transmisores receptores portátiles con antenas de dipolo están separados por una gran distancia fija. Si la antena transmisora es vertical, ¿qué fracción de la energía máxima recibida aparecerá en la antena receptora cuando esté inclinada de la vertical a) 15.0° , b) 45.0° , o c) 90.0° ?
37. Dos antenas de radio transmisoras están separadas media longitud de onda de difusión y son operadas en fase entre sí. ¿En qué direcciones se emiten a) la señal más intensa y b) la más débil?
38. **Problema de repaso.** Las cargas en aceleración emiten ondas electromagnéticas. Calcule la longitud de onda de la radiación producida por un protón que se mueve en un círculo de radio R perpendicular a un campo magnético de magnitud B .
39. Una hoja o lámina plana muy grande conduce una corriente eléctrica uniformemente distribuida con un ancho unitario de corriente J_s . El problema 33 en el capítulo 30 demostró que la corriente genera un campo magnético en ambos lados de la hoja, paralelo a la misma y perpendicular a la corriente, con una magnitud $B = \frac{1}{2} \mu_0 J_s$. Si la corriente está en la dirección y y oscila con el transcurso del tiempo en función de
- $$J_{\max}(\cos \omega t)\hat{j} = J_{\max}[\cos(-\omega t)]\hat{j}$$
- la hoja emite una onda electromagnética, como se muestra en la figura P34.39. El campo magnético de la onda queda expresado por la función de onda $\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 J_{\max}[\cos(kx - \omega t)]\hat{k}$. a) Determine la función de onda para el campo eléctrico de la onda. b) Determine el vector de Poynting como una

función de x y de t . c) Determine la intensidad de la onda. d) **¿Qué pasaría si?** Si la hoja emite radiación en ambas direcciones (normales al plano de la hoja) con una intensidad de 570 W/m^2 , ¿cuál es el valor máximo de la densidad de corriente sinusoidal requerida?

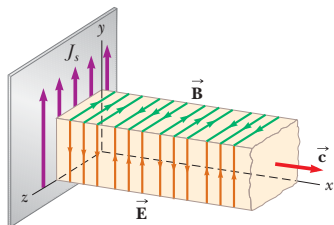


Figura P34.39

Sección 34.7 El espectro de las ondas electromagnéticas

40. Clasifique las ondas con frecuencias de 2 Hz, 2 kHz, 2 MHz, 2 GHz, 2 THz, 2 PHz, 2 EHz, 2 ZHz y 2 YHz sobre el espectro electromagnético. Clasifique las ondas con longitudes de onda de 2 km, 2 m, 2 mm, $2 \mu\text{m}$, 2 nm, 2 pm, 2 fm y 2 am.
41. ¿Cuáles son las longitudes de las ondas electromagnéticas en el espacio libre que tienen frecuencias de a) $5.00 \times 10^{19} \text{ Hz}$ y b) $4.00 \times 10^9 \text{ Hz}$?
42. Calcule una estimación del orden de magnitud para la frecuencia de una onda electromagnética con una longitud de onda igual a a) su estatura, o b) el espesor de esta hoja de papel. ¿Cómo se clasifica cada una de las ondas sobre el espectro electromagnético?
43. Doce canales de televisión VHF (canales 2 al 13) se encuentran en el intervalo de frecuencias entre 54.0 MHz y 216 MHz. A cada canal se le asigna un ancho de 6.0 MHz, y los dos intervalos 72.0-76.0 MHz y 88.0-174 MHz se reservan para propósitos no televisivos. (El canal 2, por ejemplo, se encuentra entre 54.0 y 60.0 MHz.) Calcule el intervalo de longitud de onda de transmisión para a) el canal 4, b) el canal 6 y c) el canal 8.
44. **● ¡Esto acaba de llegar!** El anuncio de una noticia importante se transmite por ondas de radio a un auditorio de personas sentadas junto a sus aparatos de radio a 100 km de la estación, y por ondas sonoras a las personas que están sentadas en la sala de noticias, a 3.00 m del locutor. ¿Quién recibe la noticia primero? Explique. Suponga que la velocidad del sonido es de 343 m/s.
45. **●** Desde hace tiempo la marina de Estados Unidos ha propuesto el desarrollo de sistemas de comunicación de extrema baja frecuencia (ELF, *extremely low frequency*). Este tipo de ondas penetra en los océanos para llegar a submarinos a profundidad. Calcule la longitud de una antena de un cuarto de onda para un transmisor que genera ondas ELF de frecuencia de 75.0 Hz. ¿Qué tan práctico es esto?

Problemas adicionales

46. Escriba expresiones para los campos eléctrico y magnético de una onda electromagnética plana sinusoidal que tiene una frecuencia de 3.00 GHz y que viaja en la dirección x positiva. La amplitud del campo eléctrico es 300 V/m.
47. Suponga que la intensidad de la radiación solar incidente sobre la parte superior de las nubes de la Tierra es de 1340 W/m^2 . a) Calcule la energía total radiada por el Sol, considere la distancia promedio entre la Tierra y el Sol como $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$. b) Determine los valores máximos de los campos eléctricos y magnéticos de la luz solar en la ubicación de la Tierra.
48. La intensidad de la radiación solar en la parte superior de la atmósfera terrestre es de 1340 W/m^2 . Suponga que 60% de la energía solar incidente llega a la superficie de la Tierra, y

que las personas absorben 50% de la energía incidente, haga una estimación del orden de magnitud de la cantidad de energía solar absorbida si toma un baño de sol durante 60 minutos.

49. **●** Es posible que tenga que repasar las secciones 16.5 y 17.3 acerca del transporte de energía por ondas en cuerdas y sonido. La figura 34.4b es una representación gráfica de una onda electromagnética que se mueve en la dirección x . Una representación matemática está dada por las dos ecuaciones $E = E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$ y $B = B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$, donde $E_{\text{máx}}$ es la amplitud del campo eléctrico y $B_{\text{máx}}$ es la amplitud del campo magnético. a) Bosqueje una gráfica del campo eléctrico en esta onda en el instante $t = 0$, y sea su papel plano la representación del plano xy . b) Calcule la densidad de energía u_E en el campo eléctrico como función de x en el instante $t = 0$. Calcule c) la densidad de energía en el campo magnético u_B y d) la densidad de energía total u como función de x . Agregue una curva a su gráfica que represente $u = u_E + u_B$. La energía en una caja rectangular de longitud dx a lo largo de la dirección x y área A paralela al plano yz es $uA dx$. La energía en una “caja de zapatos” de longitud λ y área frontal A es $E_\lambda = \int_0^\lambda uA dx$. (El símbolo E_λ para la energía en una longitud de onda imita la notación de las secciones 16.5 y 17.3.) e) Realice la integración para calcular la cantidad de esta energía en términos de A , λ , $E_{\text{máx}}$ y constantes universales. Se puede considerar al transporte de energía por toda la onda como una serie de estas cajas de zapatos que pasan como si se llevaran sobre una banda transportadora. Cada ciclo pasa en un intervalo de tiempo definido como el periodo $T = 1/f$ de la onda. La potencia que la onda porta a través del área A es entonces $\mathcal{P} = T_{\text{ER}}/\Delta t = E_\lambda/T$. La intensidad de la onda es $\mathcal{P}/A = E_\lambda/AT$. f) Calcule esta intensidad en términos de $E_{\text{máx}}$ y constantes universales. Explique cómo se compara su resultado con el dado en la ecuación 34.24.
50. Considere una partícula esférica pequeña, de radio r , localizada en el espacio, a una distancia R del Sol. a) Demuestre que la relación $F_{\text{rad}}/F_{\text{grav}}$ es proporcional a $1/r$, donde F_{rad} es la fuerza ejercida por la radiación solar y F_{grav} la fuerza ejercida por la atracción gravitacional. b) El resultado del inciso a) significa que, para un valor lo suficientemente pequeño de r , la fuerza ejercida sobre la partícula debida a la radiación solar excede la fuerza gravitacional. Calcule el valor de r con el cual la partícula se encuentra en equilibrio entre las dos fuerzas. Suponga que la partícula tiene una superficie perfectamente absorbente y una densidad de masa de 1.50 g/cm^3 , y que la partícula se encuentra a $3.75 \times 10^{11} \text{ m}$ del Sol, y utilice 214 W/m^2 como el valor de la intensidad solar en dicho punto.
51. Una antena parabólica de 20.0 m de diámetro recibe (en incidencia perpendicular o normal) una señal de radio de una fuente distante, como se muestra en la figura P34.51. La señal de radio es una onda sinusoidal continua con una amplitud de $E_{\text{máx}} = 0.200 \mu\text{V/m}$. Suponga que la antena absorbe toda la radiación que incide sobre el disco. a) ¿Cuál es la amplitud del campo magnético de esta onda? b) ¿Cuál es la intensidad de la radiación recibida por esta antena? c) ¿Cuál es la potencia recibida por la antena? d) ¿Cuál es la fuerza ejercida por las ondas de radio sobre la antena?

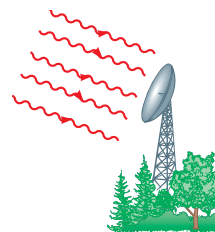


Figura P34.51

52. ● a) Una partícula con carga inmóvil en el origen produce un flujo eléctrico de $487 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Encuentre el campo eléctrico que se crea en el espacio vacío alrededor suyo como una función de la distancia radial r alejándose de la partícula. b) Una pequeña fuente en el origen emite una onda electromagnética con una sola frecuencia en el vacío, igual en todas direcciones, con potencia de 25.0 W . Encuentre la amplitud del campo eléctrico como función de la distancia radial alejándose de la fuente. Demuestre explícitamente cómo funcionan las unidades en su expresión. c) ¿A qué distancia la amplitud del campo eléctrico en la onda es igual a 3.00 MV/m , lo que representa la resistencia dieléctrica del aire? d) Conforme la distancia se duplica, ¿qué ocurre con la amplitud del campo? Establezca una comparación entre este comportamiento y del campo en el inciso a).
53. En 1965, Arno Penzias y Robert Wilson descubrieron la radiación de microondas cósmicas, residuo de la expansión del Big Bang del Universo. Suponga que la densidad de energía de esta radiación de fondo es de $4.00 \times 10^{-14} \text{ J/m}^3$. Determine la amplitud del campo eléctrico correspondiente.
54. ● Un teléfono celular de mano funciona en la banda de 860 a 900 MHz y tiene una salida de 0.600 W con una antena de 10.0 cm de largo (figura P34.54). a) Encuentre la magnitud promedio del vector de Poynting a 4.00 cm de la antena, que es la ubicación representativa de la cabeza de una persona. Suponga que la antena emite energía con una frente de onda cilíndrica. (La radiación real de las antenas sigue un patrón más complicado.) b) La norma de exposición máxima C-95.1-1991 de la ANSI/IEEE es de 0.57 mW/cm^2 para personas que viven cerca de estaciones base para teléfonos celulares y que estarían continuamente expuestos a la radiación. Compare la respuesta del inciso a) con esta norma.



Figura P34.54

55. Una microonda polarizada linealmente de 1.50 cm de longitud de onda está dirigida a lo largo del eje positivo de las x . El vector del campo eléctrico tiene un valor máximo de 175 V/m y vibra en el plano xy . a) Suponga que el componente del campo magnético de la onda puede expresarse de la forma $B = B_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)$ y proporcione valores para $B_{\text{máx}}$, k y ω . Además, determine en cuál de los planos vibra el vector del campo magnético. b) Calcule el valor promedio del vector de Poynting para esta onda. c) ¿Qué presión de radiación podría ejercer esta onda si estuviera dirigida en forma perpendicular, sobre una hoja perfectamente reflejante? d) ¿Cuál sería la aceleración impartida a una hoja de 500 g (perfectamente reflejante y con una incidencia normal), de dimensiones de $1.00 \text{ m} \times 0.750 \text{ m}$?
56. ● La Tierra refleja aproximadamente 38.0% de la luz solar incidente debido a las nubes y la corteza terrestre. a) Dado que la intensidad de la radiación solar es de 1340 W/m^2 , ¿cuál es la presión de radiación sobre la Tierra, expresada en pascuales, en el punto donde el Sol está directamente en el cenit? b) Compare este resultado con la presión atmosférica normal o perpendicular a la superficie de la Tierra, que es de 101 kPa .

57. Un astronauta, varado en el espacio a 10.0 m de su nave e inmóvil respecto a ésta, tiene una masa (incluyendo el equipo) de 110 kg . Puesto que cuenta con una fuente de luz de 100 W que forma un haz dirigido, el astronauta piensa utilizarlo como un propulsor de fotones para impulsarse continuamente hacia la nave. a) Calcule cuánto tiempo le tomará alcanzar la nave mediante este método. b) ¿Qué pasaría si? Alternativamente, decide lanzar la fuente de luz en dirección opuesta a la nave. Si la masa de la fuente de luz es de 3.00 kg y, después de haber sido lanzada, se desplaza a 12.0 m/s respecto al astronauta, ¿cuánto tiempo le tomará alcanzar la nave?
58. **Problema de repaso.** Un espejo de 1.00 m de diámetro enfoca los rayos solares sobre una placa absorbente de 2.00 cm de radio, la cual sostiene una lata que contiene 1.00 L de agua a 20.0°C . a) Si la intensidad solar es de 1.00 kW/m^2 , ¿cuál es la intensidad sobre la placa absorbente? b) ¿Cuáles son las magnitudes máximas de los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$? c) Si se absorbe 40.0% de la energía, ¿cuánto tardará el agua en alcanzar el punto de ebullición?
59. Se ha utilizado láser para suspender esferitas de vidrio en el campo gravitacional de la Tierra. a) Una esferita negra tiene una masa de $1.00 \mu\text{g}$ y una densidad de 0.200 g/cm^3 . Determine la intensidad de radiación necesaria para sostener esta esferita. b) Si la esferita tiene un radio de 0.200 cm , ¿cuál es la potencia que el láser necesita?
60. Se ha utilizado láser para suspender cuentas de vidrio esféricas en el campo gravitacional de la Tierra. a) Una cuenta negra tiene una masa m y una densidad ρ . Determine la intensidad de radiación necesaria para sostener esta cuenta. b) Si la esferita tiene un radio r , ¿cuál es la potencia que el láser necesita?
61. La energía electromagnética emitida por una carga puntual q en movimiento no relativista con una aceleración a es igual a

$$\mathcal{P} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

donde ϵ_0 es la permitividad del espacio libre (también llamado permitividad del vacío) y c es la rapidez de la luz en el vacío. a) Demuestre que el lado derecho de esta ecuación está expresado en watts. b) Un electrón se coloca en un campo eléctrico constante de magnitud 100 N/C . Determine la aceleración del electrón y la energía electromagnética emitida por el mismo. c) ¿Qué pasaría si? Se coloca un protón en un ciclotrón de 0.500 m de diámetro con un campo magnético de 0.350 T de magnitud, ¿cuál es la energía electromagnética emitida por este protón?

62. Una onda electromagnética plana varía de manera sinusoidal en 90.0 MHz conforme se desplaza en la dirección positiva de las x . El valor pico del campo eléctrico es de 2.00 mV/m , y está dirigido a lo largo de la dirección de $\pm y$. a) Determine la longitud de onda, el periodo y el valor máximo del campo magnético. b) Escriba expresiones en unidades del SI para las variaciones en el espacio y en el tiempo tanto del campo eléctrico como del magnético. Incluya ambos valores numéricos y subíndices para indicar coordenadas de dirección. c) Determine la potencia promedio por unidad de área que transporta esta onda a través del espacio. d) Determine la densidad de energía promedio de la radiación (en Joules por metro cúbico) e) ¿Cuál sería la presión de radiación que esta onda ejercería sobre una superficie perfectamente reflejante, con incidencia normal?
63. **Problema de repaso.** En ausencia de cable de entrada o un plato satelital, un televisor puede usar una antena receptora de dipolo para canales VHF y una antena de espira para canales UHF. En la figura P34.15, las "orejas de conejo" forman la antena VHF y la espira de alambre más pequeño es la antena UHF. La antena UHF produce una fem a partir del flujo mag-

nético cambiante a través de la espira. La estación de televisión transmite una señal con una frecuencia f y la señal tiene una amplitud de campo eléctrico $E_{\text{máx}}$ y una amplitud de campo magnético $B_{\text{máx}}$ en la posición de la antena receptora. a) Con la ley de Faraday, deducir una expresión para la amplitud de la fem que aparece en una antena de espira circular de una sola vuelta, con un radio r , que es pequeña comparada con la longitud de onda de la onda. b) Si el campo eléctrico en la señal apunta verticalmente, ¿qué orientación de la espira da la mejor recepción?

Nota: La sección 8.1 introdujo la radiación electromagnética como una forma de transferencia de energía, que se explicó con detalle en la sección 20.7. Los tres problemas siguientes utilizan ideas presentadas tanto en dicha sección como en este capítulo.

64. ● **Problema de repaso.** Eliza es una gata negra con cuatro gatitos negros: Penélope, Rosalita, Sasha y Timothy. La masa de Eliza es de 5.50 kg y cada gatito tiene una masa de 0.800 kg. Una noche fresca los cinco se acurrucan juntos sobre un tapete, formando con sus cuerpos un hemisferio. a) Si el grupo de gatos ronroneando tiene una densidad uniforme de 990 kg/m^3 , encuentre el radio del hemisferio. b) Determine el área de su superficie curva. c) Suponga que la temperatura superficial es uniforme y de 31.0°C y que la emisividad es de 0.970. Encuentre la intensidad de la radiación emitida por los gatos en su superficie curva y d) la energía radiada por esta superficie. e) Es posible pensar que la onda electromagnética emitida tiene una frecuencia predominante única (de 31.2 THz). Determine la amplitud del campo eléctrico justo en el exterior del acogedor montoncito y f) la amplitud del campo magnético. g) ¿Están cargados los gatos dormidos? ¿Conducen corriente? ¿Son magnéticos? ¿Son una fuente de radiación? ¿Resplandecen en la oscuridad? Explique sus respuestas, para que no exista contradicción alguna. h) **¿Qué pasaría si?** La noche siguiente los gatitos duermen separados, enroscándose en hemisferios individuales, como su madre. Determine la energía total radiada por la familia. (Por simplicidad, ignore por completo la absorción de radiación del entorno por parte de los gatos.)
65. **Problema de repaso.** a) Una pareja de la tercera edad tiene un calentador de agua solar instalado en el techo de su domicilio (fi-

gura P34.65). El calentador está constituido por una caja cerrada plana con un aislamiento térmico extraordinariamente bueno. Su interior está pintado de negro y su parte delantera está hecha de vidrio aislante. Suponga que su emisividad para la luz visible es de 0.900 y que su emisividad para la luz infrarroja es de 0.700. Suponga que la luz del Sol del mediodía incide perpendicularmente sobre el vidrio con una intensidad de 1000 W/m^2 y que en la caja no entra ni sale agua. Determine la temperatura en estado estable en el interior de la caja. b) **¿Qué pasaría si?** La pareja construye una caja idéntica sin tuberías de agua, que yace plana sobre la tierra frente a la casa, y la utilizan como un semillero, para sembrar a principios de la primavera. Si el mismo Sol de mediodía tiene un ángulo de elevación de 50.0° , determine la temperatura de estado estable en el interior de esta caja cuando su rejilla de ventilación está herméticamente cerrada.



© Bill Banasewski/Visuals Unlimited.

Figura P34.65

66. ● **Problema de repaso.** El estudio de la Creación sugiere un Creador con una preocupación fuera de lo común para los escarabajos y para las pequeñas estrellas rojas. Una pequeña estrella roja emite ondas electromagnéticas con una potencia de $6.00 \times 10^{23} \text{ W}$, lo que representa sólo 0.159% de la luminosidad del Sol. Considere un planeta esférico en una órbita circular alrededor de dicha estrella. Suponga que la emisividad del planeta es igual para la luz infrarroja y para la visible. Suponga que el planeta tiene una temperatura superficial uniforme. Identifique el área proyectada sobre la cual el planeta absorbe luz de la estrella, así como la superficie de radiación del mismo. Si los escarabajos prosperan a una temperatura de 310 K, ¿cuál debe ser el radio de la órbita del planeta?

Respuestas a las preguntas rápidas

- 34.1 i), b) Puede no haber conducción de corriente porque no hay un conductor entre las placas. Hay un campo eléctrico variable en el tiempo debido a la carga decreciente sobre las placas, y el flujo eléctrico variable en el tiempo representa una corriente de desplazamiento. ii), c). Hay un campo eléctrico variable en el tiempo debido a la carga decreciente sobre las placas. Este campo eléctrico variable en el tiempo produce un campo magnético.
- 34.2 c) La figura 34.4b muestra que los vectores $\vec{B}$ y $\vec{E}$ alcanzan sus valores máximo y positivo de manera simultánea.
- 34.3 c) El campo $\vec{B}$ debe estar en la dirección $+z$, a fin de que el vector de Poynting quede dirigido a lo largo de la dirección $-y$.
- 34.4 b) Para maximizar la presión sobre las velas, éstas deben ser perfectamente reflejantes, de modo que la presión quede establecida por la ecuación 34.30.
- 34.5 a) La mejor orientación es la paralela a la antena transmisora, ya que se trata de la orientación del campo eléctrico. El campo eléctrico mueve electrones de la antena receptora, induciendo así una corriente que se detecta y se amplifica.
- 34.6 c) Tanto la ecuación 34.20 como la figura 34.11 son utilizadas para determinar el orden de magnitud de las longitudes de onda.
- 34.7 a) Tanto la ecuación 34.20 como la figura 34.11 sirven para determinar el orden de magnitud de la longitud de onda.