

Ley de Faraday

9-1. Introducción

9-2. Ley de inducción de Faraday

9-3. Ley de Lenz

9-4. Inducción. Estudio cuantitativo

9-5. Fuerza electromotriz producida por movimiento

9-6. Fuerza electromotriz sobre una espira rotante

9-7. Fems inducidas y campos eléctricos

9-8. Corriente de desplazamiento

9-9. Ecuaciones de Maxwell

I-1. Aplicaciones

Autores: **Ing. Sergio Ribotta** e **Ing. Raúl Peñaloza**

Ley de Faraday

👉 para cada uno de los temas se puede consultar (ubicados en el mismo menú de opciones):

Videos: http://www2.fices.unsl.edu.ar/~fisica/F2_T9_vc.html

Simulaciones http://www2.fices.unsl.edu.ar/~fisica/F2_T9_vc.html

9.1. Introducción

Los capítulos anteriores han tratado sobre campos eléctricos debidos a cargas estacionarias y campos magnéticos producidos por cargas móviles. Este capítulo se ocupa de los campos eléctricos que se originan a partir de campos magnéticos variables.

Los experimentos realizados por Michael Faraday (1791-1867) en Inglaterra en 1831, en forma independiente y casi simultáneamente por Joseph Henry (1797-1878) en los Estados Unidos, mostraron que una corriente eléctrica podría inducirse en un circuito mediante un campo magnético variable. Los resultados de esos experimentos llevaron a una ley fundamental en el electromagnetismo conocida como la *Ley de Inducción de Faraday*. Esta ley señala que la magnitud de la fem inducida en un circuito es igual al cambio en el tiempo del flujo magnético a través del circuito.

Como veremos, una fem inducida puede producirse de muchas maneras. Por ejemplo, una fem inducida y una corriente inducida pueden producirse en un circuito cerrado de alambre (espira) cuando éste se mueve en un campo magnético. Describiremos dichos experimentos junto con aplicaciones importantes que aprovechan el fenómeno de la inducción electromagnética.

9.2. Ley de inducción de Faraday

9.2.1. Experimentos de Faraday

A continuación describiremos varios experimentos (no exactamente como los que realizó Faraday) que nos permitirán entender la ley de inducción.

Experiencia Nro. 1

Supongamos tener una espira conectada a un galvanómetro, el cual nos servirá para detectar si hay circulación de corriente o no por la espira, tal como se muestra en la figura 9-1.

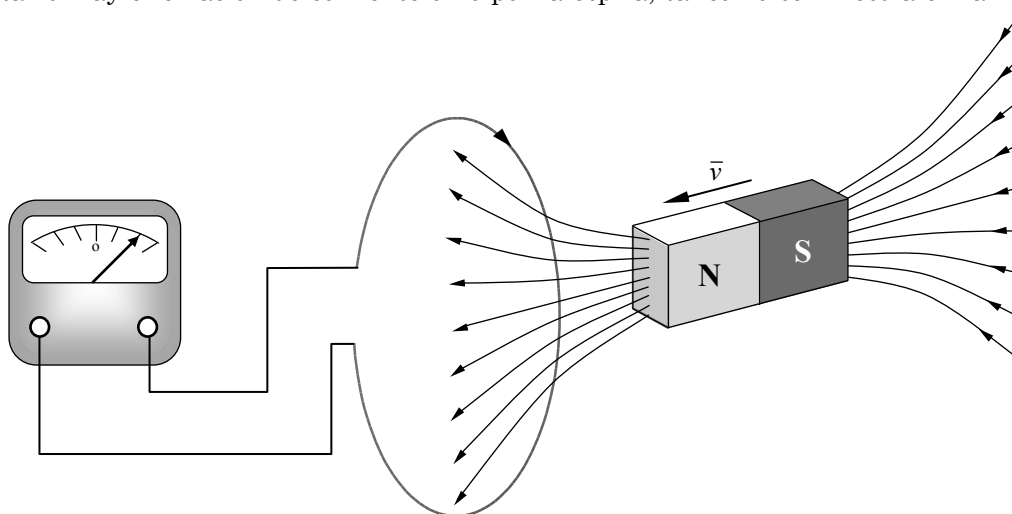


Figura 9-1

Mientras el imán se encuentra en reposo ($\vec{v} = 0$), el galvanómetro no detecta circulación de corriente por la bobina.

Si ahora movemos el imán observaremos que hay circulación de corriente por la bobina mientras aquel se mueva.

Esta corriente en la bobina no es provocada por ninguna pila, batería o alguna fem exterior ya que no están presentes en nuestro circuito de la figura 9-1. Diremos entonces que la *corriente es inducida* y está originada por una *fem inducida*.

De la observación de nuestro experimento podemos sacar las siguientes conclusiones:

- a - Mientras más rápidamente se mueva el imán con respecto a la bobina, mayor será la corriente inducida en la misma (mayor desviación de la aguja en el galvanómetro).
- b - Si el imán se acerca a la bobina la corriente circula con el sentido indicado en la figura 9-2 a). Si el imán se aleja se invierte el sentido de la corriente inducida, figura 9-2 b).

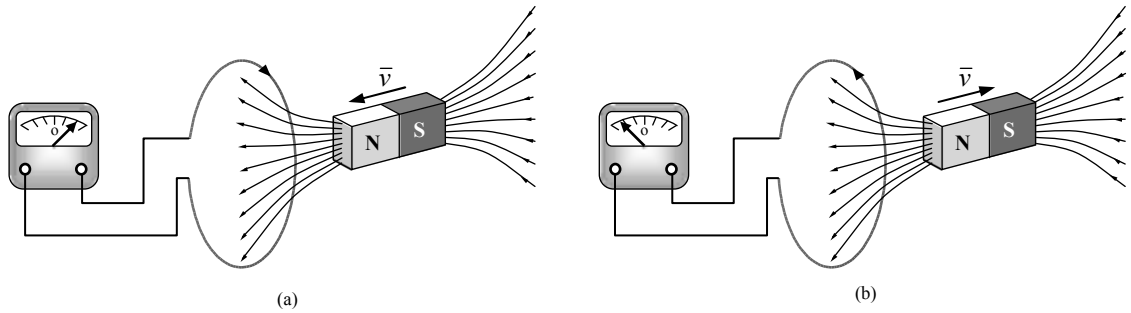


Figura 9-2

- c - Si a continuación repetimos el experimento invirtiendo el imán de modo que el polo sur quede más cerca de la bobina, sigue ocurriendo lo mismo que se describió en los puntos anteriores, pero se invierten los sentidos de las corrientes, figuras 9-3 a) y b).

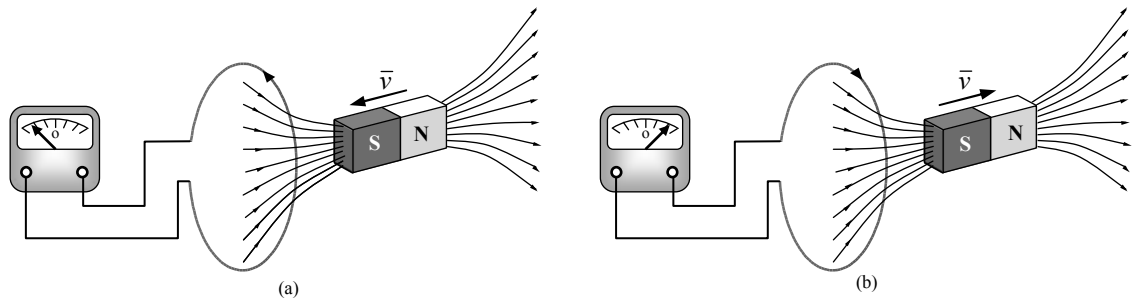


Figura 9-3

Experiencia Nro. 2

Si se cambia el imán por la espira de la derecha, tal como se observa en la figura 9-4, por la cual circula una corriente $i = \epsilon/R$ creando un campo magnético similar al del imán; al haber movimiento relativo entre las dos bobinas se observará exactamente igual que en la experiencia Nro. 1 corrientes inducidas en la bobina de la izquierda.

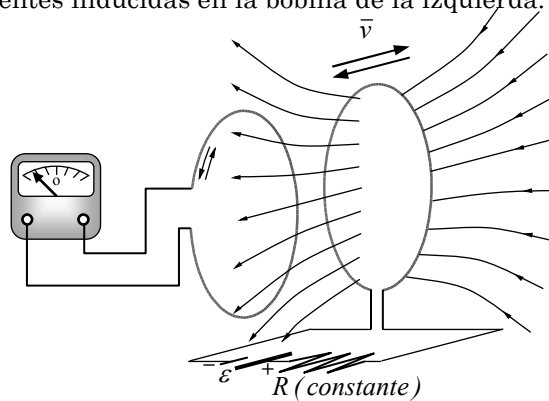


Figura 9-4

Experiencia Nro. 3

En esta experiencia mantendremos las espiras sin movimiento, quietas. Si mantenemos constante la corriente en la espira de la derecha no observaremos corriente inducida en la otra bobina.

Si provocamos una variación de la corriente en la bobina de la derecha mediante la variación de la resistencia R , aparecerá una corriente inducida en la espira de la izquierda mientras varíe la corriente en la espira de la derecha. Cuando esta corriente deje de variar, dejará de existir la corriente inducida.

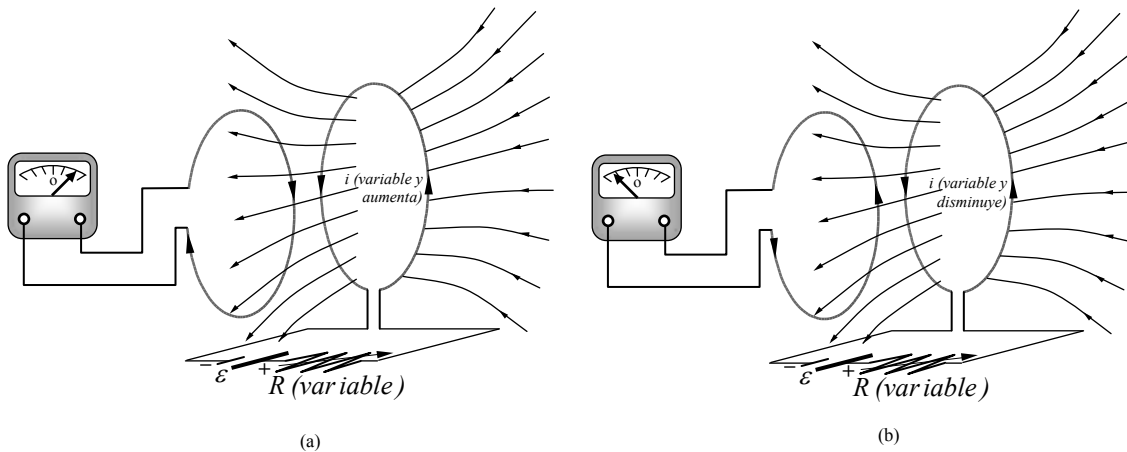


Figura 9-5

De la observación de esta experiencia podemos obtener las siguientes conclusiones:

- a - Mientras más rápidamente varíe la corriente en la espira de la derecha mayor será la corriente inducida en la otra espira.
- b - Si la corriente en la espira derecha aumenta, el sentido de la corriente inducida es el indicado en la figura 9-5 a). Si la corriente disminuye, el sentido de la corriente inducida se invierte, figura 9-5 b).
- c - Existe corriente inducida, mientras varíe la corriente en la espira derecha. Cuando la corriente en la espira se mantiene constante, no hay corriente inducida en la espira izquierda.

Experiencia Nro. 4

En esta experiencia, figura 9-6, se observa la presencia de una corriente inducida cuando el conductor inferior se mueve modificando el área de la espira rectangular.

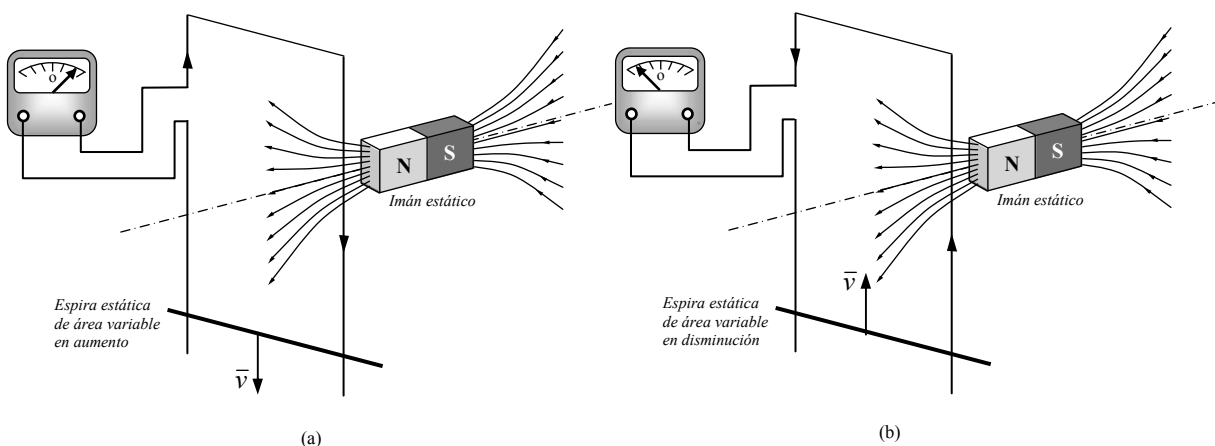


Figura 9-6

De la observación de la experiencia podemos obtener las siguientes conclusiones:

- a - Mientras más rápidamente varíe el área de la espira, mayor será la corriente inducida.

- b - Si el área de la espira aumenta, el sentido de la corriente inducida es el indicado en la figura 9-6 a). Si el área de la espira disminuye se invierte el sentido de la corriente inducida, figura 9-6 b).
- c - Si el área de la bobina no cambia, no existe corriente inducida.

La bobina en la cual se establece la corriente inducida se denomina *espira o bobina inducida*. La espira, bobina o imán que se ha dibujado a la derecha de la espira inducida en nuestras experiencias se denominan *elementos inductores*.

9.2.1. Ley de Faraday

Faraday tuvo la inspiración de intuir que el factor que provoca la corriente en la espira o bobina inducida es el cambio de flujo concatenado¹ por las espiras de dicha bobina. Este flujo puede ser generado por un imán o una bobina con corriente.

La ley de la inducción de Faraday expresa que *el valor de la fuerza electromotriz inducida, que provoca la corriente inducida en un circuito, es igual a la velocidad de variación del flujo magnético concatenado por el circuito, con signo menos, es decir*

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad \text{para una espira}$$

$$\varepsilon = - N \frac{d\phi_B}{dt} \quad \text{para una bobina con } N \text{ espiras suponiendo} \quad (9-1)$$

que todas las espiras concatenan el mismo flujo ϕ_B

El signo menos de la ecuación 9-1 indica el sentido de la fem inducida según se verá en el punto siguiente.

ϕ_B es el flujo magnético concatenado por la bobina inducida. Este flujo es una fracción del flujo total creado por el elemento inductor (bobina o imán), este flujo magnético puede expresarse como (ecuación 7-23)

$$\phi_B = \int \bar{B} \cdot d\bar{A}$$

Suponiendo que el campo magnético \bar{B} es uniforme a través del área \bar{A} , entonces el flujo magnético es

$$\phi_B = B A \cos \theta$$

Por lo tanto, la fem inducida (ecuación 9-1) puede expresarse como

$$\varepsilon = - N \frac{d(B A \cos \theta)}{dt} \quad (9-2)$$

A partir de esta expresión, vemos que una fem puede inducirse en el circuito de varias maneras:

- variando la magnitud del campo magnético \bar{B} con el tiempo
- variando el área del circuito con el tiempo
- variando el ángulo θ (ángulo entre el campo magnético \bar{B} y el vector área \bar{A} el cual es normal al plano de la espira) con el tiempo
- o cualquiera de las combinaciones de las anteriores

¹ Concatenar = abrazar, enlazar, abarcar. Se refiere solamente al flujo encerrado por la espira o bobina.

Analizando la ecuación 9-1 vemos que lo importante no es el valor del flujo concatenado sino la rapidez del cambio de este flujo.

9.3. Ley de Lenz

Esta ley enunciada por el físico alemán Heinrich Lenz (1804-1865) en 1834 expresa: *el sentido de la fem inducida y el sentido de circulación de la corriente inducida son tales que se oponen a la causa que lo producen.* El signo menos en la ley de Faraday sugiere esta oposición.

Tomemos la experiencia Nro. 1 y veamos como la corriente inducida tiene un sentido tal que se opone a la causa que la produce.

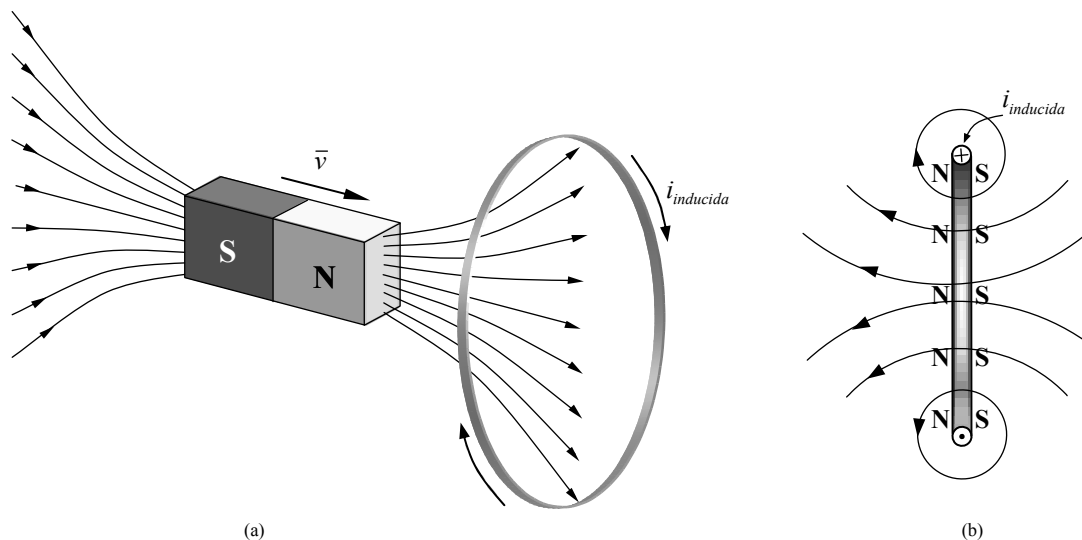


Figura 9-7

Vimos que al acercar el imán se inducía una corriente en la espira, tal como se observa en la figura 9-7 a). El sentido de circulación de la corriente es tal que deberá oponerse al movimiento del imán (que es el elemento o causa que produce la corriente inducida en la espira). El sentido de la corriente es tal que la cara de la espira que mira hacia el imán se convierte en un polo norte, produciendo la repulsión del imán y oponiéndose a la causa que lo produce, figura 9-7 b). Es decir que esta corriente inducida produce su propio flujo hacia la izquierda para contrarrestar el flujo externo creciente hacia la derecha.

Si por el contrario, el imán se alejara de la espira, el sentido de la corriente inducida sería tal que se opondría a este nuevo movimiento convirtiendo la cara de la bobina que mira hacia el imán en un polo sur, produciendo la atracción del mismo.

Observemos entonces que para mover el imán es necesario vencer una fuerza de oposición y por consiguiente se deberá realizar un trabajo. De acuerdo al principio de conservación de la energía, este trabajo hecho sobre el sistema deberá ser igual a la energía disipada en forma de calor, por efecto Joule en la bobina.

Apliquemos ahora la ley de Lenz de una manera diferente, diciendo que la corriente inducida que circula por la bobina, cuando se mueve el imán inductor, tiene un sentido tal que se opone a la variación del flujo concatenado por la bobina.

Consideremos la figura 9-8 a) en la que se tiene una espira enfrentada a un imán, entre ambos no existe movimiento relativo, por lo tanto no hay variación de flujo y no hay corriente inducida. En la figura 9-8 b), al acercar el imán, el flujo ϕ_B concatenado por la bobina aumenta. El sentido de circulación de la corriente inducida es tal que crea un flujo magnético que tiende a oponerse al aumento de flujo concatenado.

Si por el contrario el imán se alejara de la bobina, figura 9-8 c), el flujo concatenado disminuiría. El sentido de circulación de la corriente inducida se invertiría reforzando el

flujo magnético del imán para impedir la disminución del flujo concatenado.

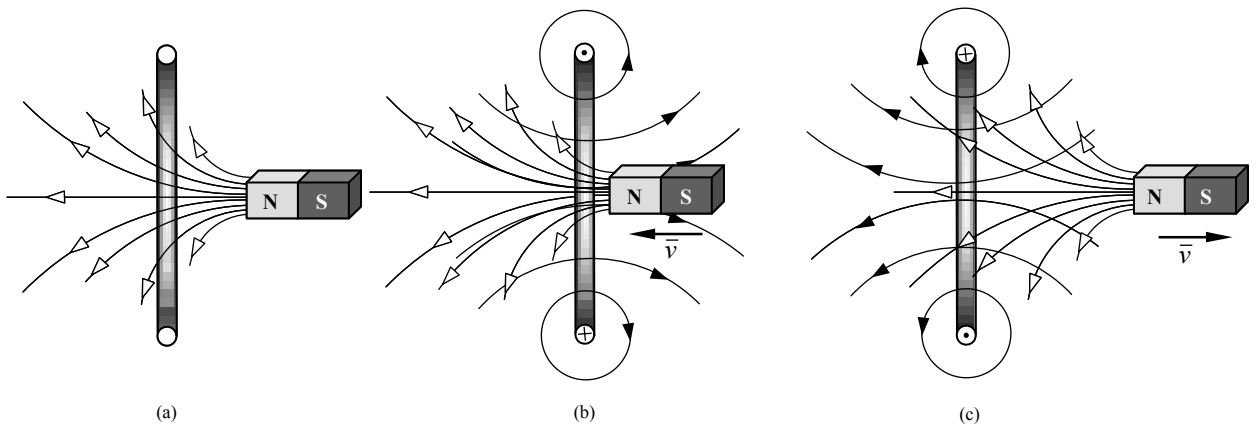


Figura 9-8

Si cortamos la espira, no habrá circulación de corriente inducida sin embargo habrá una fem inducida cuyo sentido es tal que responde a la ley de Lenz.

9.4. Inducción. Estudio cuantitativo

En la figura 9-9 se muestra una espira rectangular, uno de cuyos extremos se encuentra dentro de un campo magnético \vec{B} , uniforme y normal al plano de la espira.

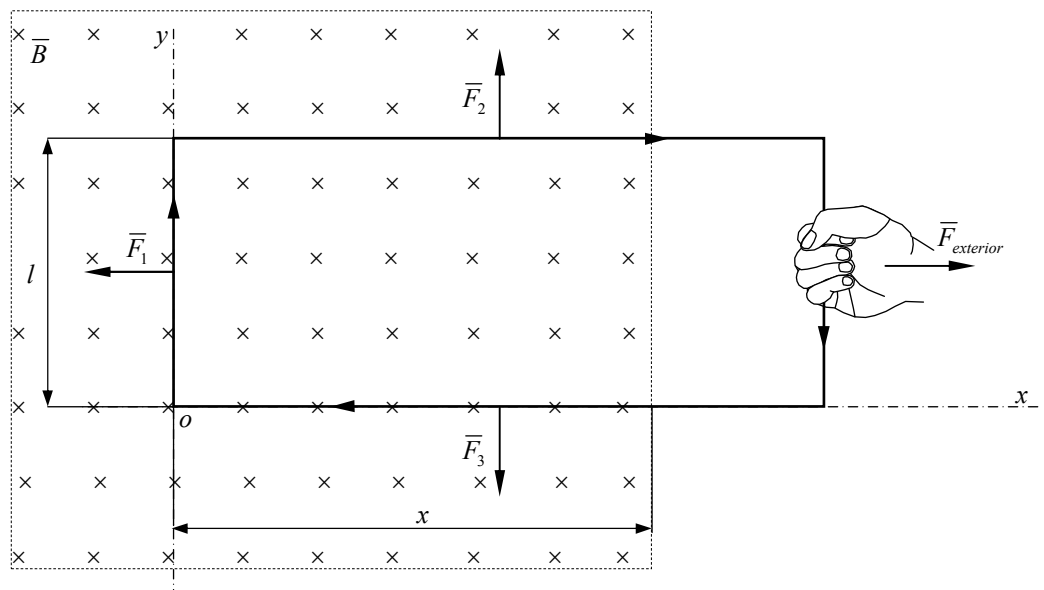


Figura 9-9

Si la espira se pone en movimiento hacia la derecha con velocidad uniforme mediante la aplicación de una fuerza exterior, sucederá lo siguiente: el flujo magnético ϕ_B que concatena la espira disminuirá y se generará de acuerdo a la ley de Faraday una fem y por lo tanto una corriente inducida.

El flujo concatenado por la espira es

$$\phi_B = B A \cos \theta = B l x$$

La fem inducida de acuerdo a la ecuación 9-1, resulta

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d(B l x)}{dt} = -B l \frac{dx}{dt}$$

y siendo $v = -dx/dt$ la velocidad con que es extraída la espira del campo magnético, se tiene

$$\varepsilon = B l v \tag{9-3}$$

Observemos que el único elemento geométrico que interviene es la ecuación 9-3 es el ancho de la espira l , o mejor dicho el extremo izquierdo de la misma. Podemos entonces considerar que la fem inducida está localizada en ese punto.

Una fem inducida obtenida como la vista en este punto, se llama *fem de movimiento*. El mismo resultado se hubiera obtenido si hubiésemos hecho la siguiente experiencia.

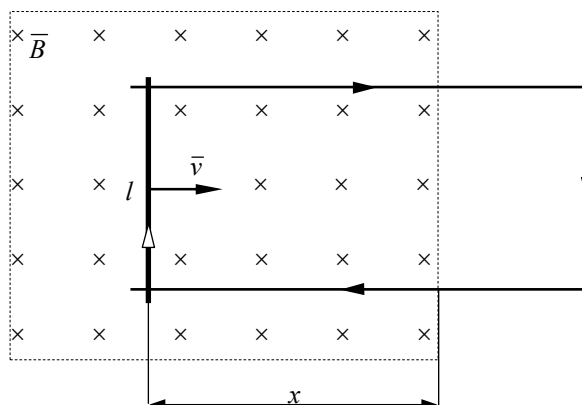


Figura 9-10

La fem inducida provoca una corriente inducida, cuyo valor es

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B l v}{R} \tag{9-4}$$

siendo R la resistencia de la espira.

Debido a que al moverse la espira, el flujo concatenado disminuye, de acuerdo a la ley de Lenz, la corriente inducida debe crear un campo magnético que refuerce el campo inductor, su sentido es entonces el indicado en las figuras 9-9 o 9-10.

Por la espira circula una corriente i , y además la espira se mueve dentro de un campo magnético, apareciendo por lo tanto fuerzas magnéticas aplicadas sobre la espira según se observa en la figura 9-9.

Las fuerzas magnéticas \vec{F}_2 y \vec{F}_3 tienen el mismo módulo, distinto sentido y una recta de acción común, anulándose entre sí. Sobre el tramo izquierdo de la espira aparece una fuerza aplicada \vec{F}_1 de origen magnético. Sobre el tramo derecho de la espira no existe fuerza de origen magnético por estar fuera del campo magnético \vec{B} . Por lo tanto para que la bobina mantenga su movimiento es preciso aplicar permanentemente una fuerza exterior $\vec{F}_{exterior}$ como se observa en la figura 9-9. Consecuentemente se deberá realizar un trabajo mecánico sobre la bobina, desarrollando la siguiente potencia

$$P_{entregada} = F_{exterior} v$$

pero $F_{exterior} = F_1 = i l B$ reemplazando obtenemos

$$P_{entregada} = i l B v$$

y reemplazando la corriente i por la ecuación 9-4 se tiene

$$P_{entregada} = \frac{B l v}{R} l B v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \tag{9-5}$$

Por el principio de conservación de la energía, la potencia mecánica desarrollada por la fuerza exterior se disipa en forma de calor en la resistencia de la espira por efecto Joule, es decir

$$P_{disipada} = i^2 R = \left(\frac{B l v}{R}\right)^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R^2} R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

que es el resultado esperado.

9.5. Fuerza electromotriz producida por movimiento

Vimos en el punto 9.4, que la fem inducida estaba localizada en el tramo izquierdo de la bobina que se mueve con una velocidad \bar{v} perpendicular a la longitud del mismo a través de un campo magnético exterior (el tramo derecho de la espira no interviene en este fenómeno de inducción por estar fuera del campo magnético inductor). Trataremos de entender el proceso físico, más íntimamente, que provoca esta fem inducida o fem de movimiento.

La figura 9-11 representa un conductor de longitud l situado en un campo magnético uniforme \bar{B} . Si el conductor se mueve con una velocidad \bar{v} , perpendicular a la longitud del mismo y al campo magnético, cada partícula carga situada dentro del conductor experimenta una fuerza magnética $\bar{F}_B = q \bar{v} \times \bar{B}$ cuyo módulo en el caso considerado es $F_B = q v B \text{ sen } \theta = q v B \text{ sen } 90 = q v B$ y dirigida a lo largo del conductor, tal como se observa en la figura 9-11 a).

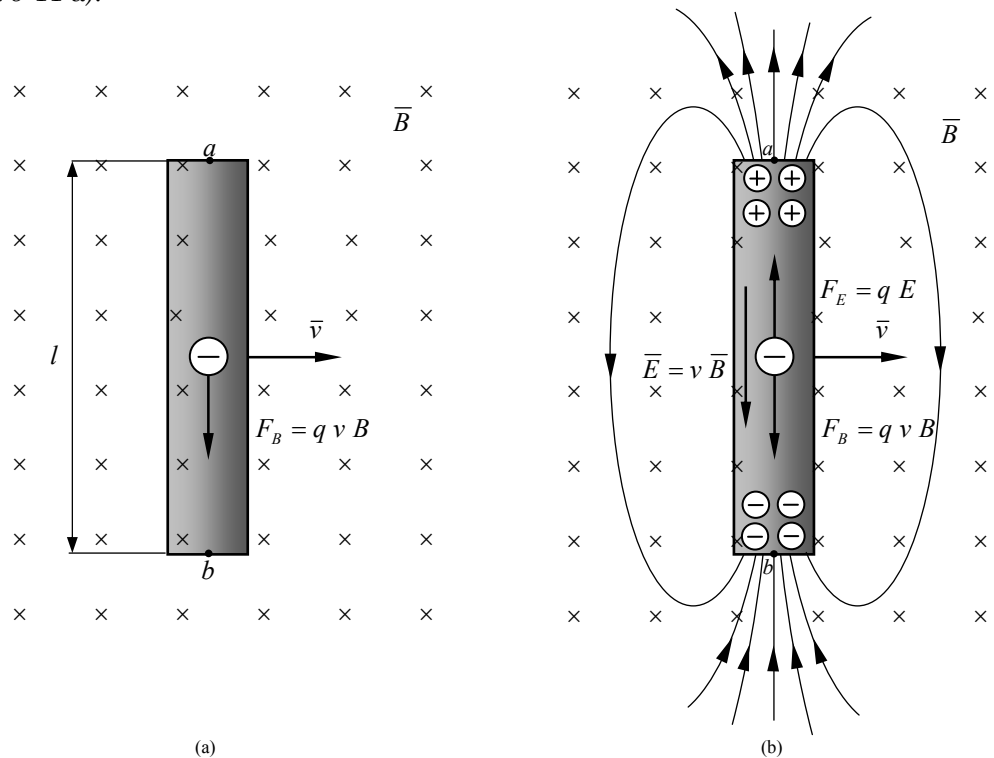


Figura 9-11

El sentido de la fuerza ejercida sobre una carga negativa es de a hacia b . Los

electrones libres se moverán hacia el extremo b acumulándose en esa zona cargas negativas, y en el otro extremo cargas positivas. Esto trae como consecuencia el establecimiento de un campo electrostático \vec{E} que tiende a oponerse al desplazamiento de nuevas cargas en el conductor hasta que las fuerzas de origen magnético \vec{F}_B se igualan a las fuerzas de origen eléctrico \vec{F}_E , tal como se observa en la figura 9-7 b). En efecto, si seccionamos la barra en el medio mientras se está moviendo, un trozo quedaría cargado positivamente y el otro negativamente.

Supongamos ahora que nuestro conductor se desliza sobre otro conductor en forma de U, el cual está fijo, figura 9-12. Sobre las cargas libres del conductor fijo no hay fuerzas de origen magnético pero dado que se encuentran en el campo electrostático que rodea al conductor móvil, se establecerá una corriente dentro de él en el sentido mostrado en la figura.

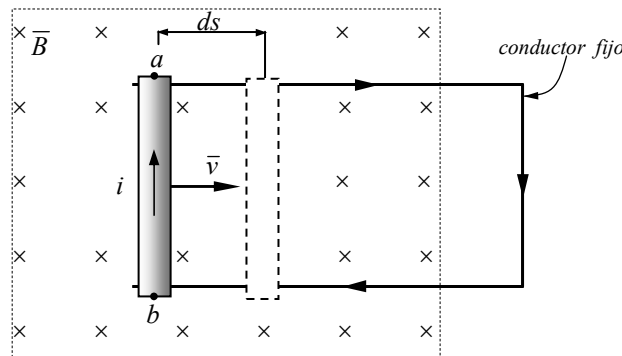


Figura 9-12

Como resultado de esta corriente, el exceso de carga en los extremos del conductor móvil se reduce, el campo electrostático dentro del conductor móvil se debilita, y las fuerzas magnéticas producen nuevamente el desplazamiento de electrones dentro de él, del extremo a hacia el b . Mientras se mantenga el movimiento de la barra habrá por consiguiente, un desplazamiento continuo de electrones produciendo la corriente indicada.

El conductor móvil se comporta como un generador de fem y se dice que se ha inducido dentro del conductor una fem inducida por movimiento.

Para poder mover el conductor móvil por el cual está circulando una corriente i debemos aplicar continuamente una fuerza exterior $\vec{F}_{exterior}$, que como vimos era igual a la fuerza magnética \vec{F}_1 , es decir

$$F_{exterior} = F_1 = i l B$$

si en un tiempo dt el conductor recorre un espacio $ds = v dt$, el trabajo realizado por el agente exterior para mantener el movimiento es

$$dW = F_{exterior} ds = i l B ds = i l B v dt$$

pero $i dt = dq$ es la carga desplazada en ese intervalo de tiempo dt , entonces

$$dW = B l v dq$$

Habíamos visto que el trabajo realizado por unidad de carga circulante que pasa por un punto era la definición de fem, por lo tanto

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} = B l v$$

que es la misma expresión (9-3) hallada anteriormente.

Esta expresión, ecuación 9-3, es válida para el caso en que los ángulos formados por el campo magnético \vec{B} , la velocidad \vec{v} y la longitud del conductor móvil l son iguales a 90 grados.

Una expresión más general es

$$d\varepsilon = B v dl \text{sen } \theta \text{ cos } \phi \tag{9-6}$$

en donde θ es el ángulo entre el campo magnético \vec{B} y la longitud del conductor móvil dl , y ϕ es el ángulo entre la velocidad \vec{v} y la normal al plano formado por el campo magnético \vec{B} y la longitud del conductor móvil dl , este tipo de configuración más general se observa en la figura 9-13.

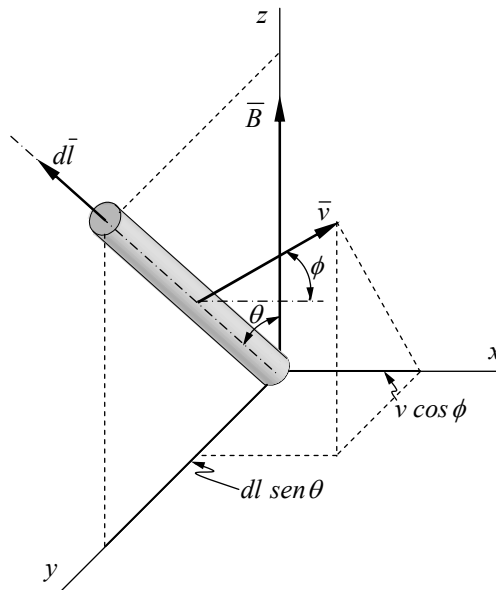


Figura 9-13

La ecuación anterior la podemos reordenar de la siguiente manera

$$d\varepsilon = B dl \text{sen } \theta v \text{ cos } \phi$$

con lo cual podemos expresar la ecuación 9-6 de manera vectorial como

$$d\varepsilon = (\vec{B} \times d\vec{l}) \cdot \vec{v} \tag{9-7}$$

9.6. Fuerza electromotriz sobre una espira rotante

Supongamos tener una bobina de N espiras que gira alrededor de un eje O-O que es perpendicular a un campo magnético uniforme \vec{B} , como se muestra en la figura 9-14 a). La velocidad angular de rotación de la espira es ω .

Calcularemos la fem inducida en función de la derivada del flujo que concatena la bobina ($\varepsilon = -N d\phi/dt$). El flujo concatenado por la espira es

$$\phi_B = B A \text{ cos } \alpha = B l h \text{ cos } \alpha$$

La fem inducida de acuerdo a la ecuación 9-1, resulta

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d(B l h \cos \alpha)}{dt} = -N B l h \frac{d(\cos \alpha)}{dt} = N B l h \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

pero $d\alpha/dt = \omega$ (velocidad angular) entonces

$$\varepsilon = N B l h \operatorname{sen} \alpha \omega$$

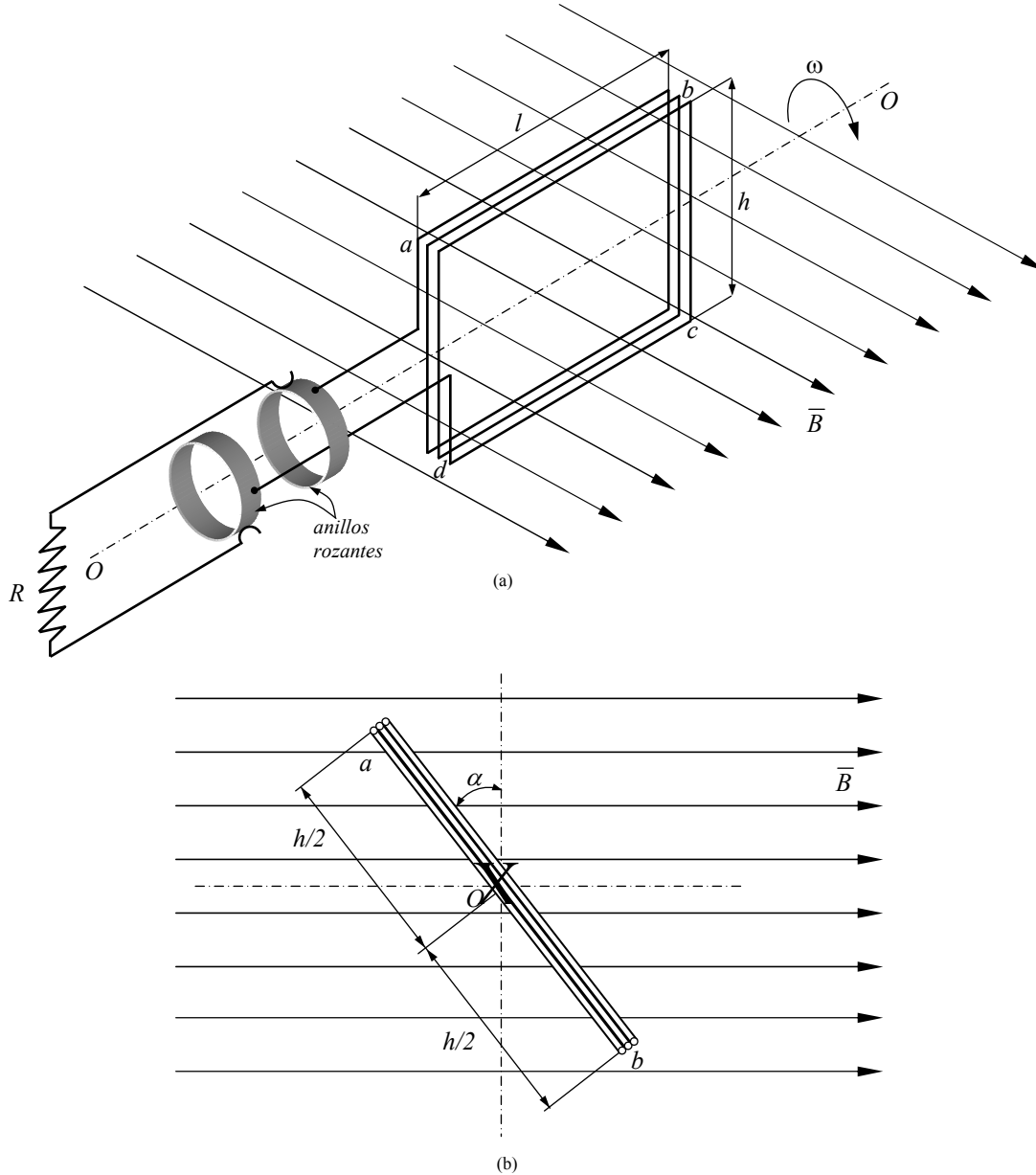


Figura 9-14

teniendo en cuenta que $l h = A$ (área de la bobina)

$$\varepsilon = N B A \operatorname{sen} \alpha \omega \tag{9-8}$$

Si la velocidad de rotación es constante ($\omega = cte$) entonces $\alpha = \omega t$ por lo que la expresión anterior queda

$$\varepsilon = N B A \omega \operatorname{sen} \omega t$$

Es fácil demostrar que la ecuación 9-8 se aplica a un cuadro de forma cualquiera que gire alrededor de un eje perpendicular a un campo magnético uniforme.

Según la ecuación 9-8 la fem máxima es cuando el plano de la espira es paralelo al campo magnético \vec{B} , y nula cuando es perpendicular al mismo. Por lo tanto la fem máxima es

$$\varepsilon_{m\acute{a}x} = N B A \omega \text{ sen}90^\circ = N B A \omega$$

Por consiguiente la ecuación 9-8 puede escribirse

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen} \omega t$$

pero a la velocidad angular ω la podemos relacionar con la frecuencia f a través de la expresión $\omega = 2 \pi f$, quedando finalmente

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{ sen} 2\pi f t \tag{9-9}$$

esta expresión pone de manifiesto la relación entre la fem inducida instantánea ε y el tiempo t . La ecuación 9-9 se ha representado gráficamente en la figura 9-15. El cuadro giratorio es la firma más sencilla de un *generador de corriente alterna* o *alternador*.

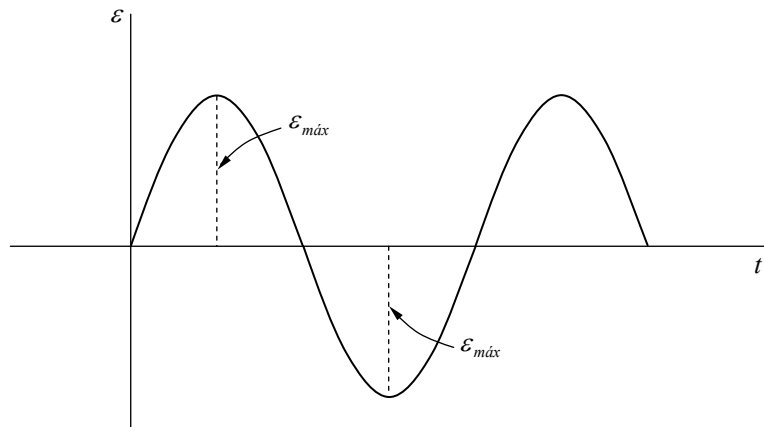


Figura 9-15

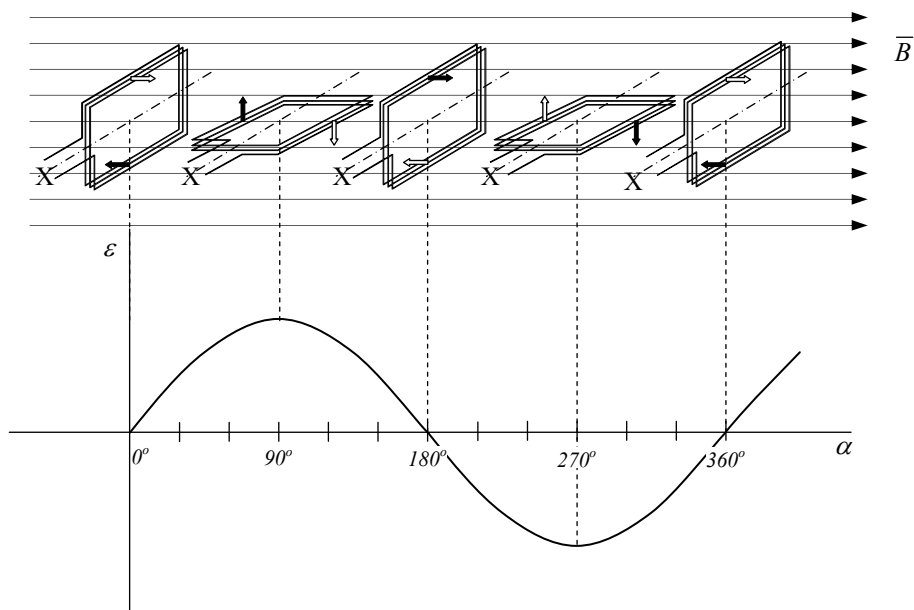


Figura 9-16

En la figura 9-16 se muestra una bobina de N espiras girando en un campo magnético uniforme \vec{B} . La fem inducida en cada instante está dada por la expresión

$$\varepsilon = \varepsilon_{m\acute{a}x} \text{sen } \alpha$$

Se observa que la fem vale cero cuando la bobina es perpendicular al campo magnético, y aumenta a un máximo cuando ha girado 90° . Entonces la fem disminuye a cero a los 180° , alcanza un máximo negativo a los 270° , y vuelve a cero a los 360° . Esta curva se repite a cada revolución completa de la bobina. Obsérvese también que se ha utilizado una flecha llena y otra vacía para identificar el movimiento de cada lado de la espira durante una revolución, facilitando así su seguimiento, y la determinación del sentido de la fem inducida.

9.7. Fems inducidas y campos eléctricos

La figura 9-17 a) muestra un campo eléctrico uniforme \vec{E} que llena una región cilíndrica del espacio. Esto podría producirse mediante un condensador circular de placas paralelas, tal como se observa en la figura 9-17 b). Supondremos que el campo entre las placas está aumentando con una rapidez constante $d\vec{E}/dt$, lo cual quiere decir que debe proporcionarse carga a las placas del condensador con una rapidez constante; para proporcionar esta carga se requiere que una corriente de carga i constante llegue a la placa positiva y que una corriente igualmente constante i salga de la placa negativa.

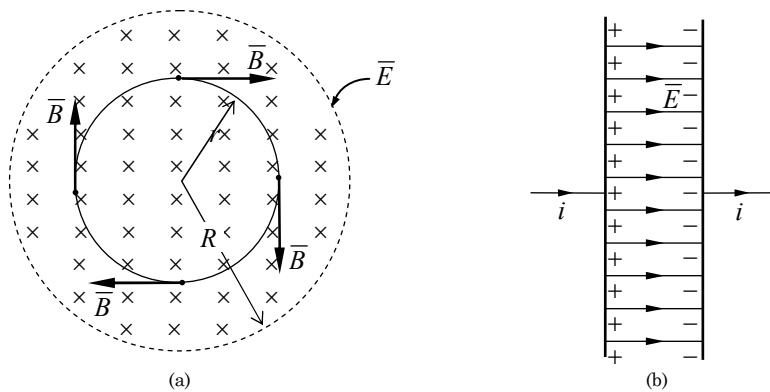


Figura 9-17

Si se pudiera hacer un experimento suficientemente delicado, se encontraría que este *campo eléctrico cambiante produce un campo magnético*. La figura 9-17 a) muestra al campo magnético \vec{B} para cuatro puntos arbitrarios. La figura 9-17 sugiere un ejemplo de simetría. Un *campo magnético cambiante induce un campo eléctrico* (Ley de Faraday); ahora vemos que un *campo eléctrico cambiante induce un campo magnético*.

Para describir este nuevo fenómeno cuantitativamente, nos guiaremos por analogía con la ley de la inducción de Faraday.

Para el caso de campos magnéticos variables con el tiempo, la relación existente entre el potencial y el campo eléctrico está dada por la expresión

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

La Ley de Faraday enuncia

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

igualando ambas expresiones se tiene que

$$\oint E \cdot dl = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

Vimos en el capítulo 7 punto 7.3 que también se puede crear un campo magnético mediante una corriente que circule por un conductor. A este fenómeno lo describimos cuantitativamente mediante la Ley de Ampere, ecuación 8-1

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_o i$$

en la cual i es la corriente que pasa por la trayectoria según la cual se toma la integral de línea.

Por lo tanto, de acuerdo a lo visto hasta ahora hay dos formas de constituir un campo magnético:

- mediante un campo eléctrico cambiante
- mediante una corriente

En general deben tenerse en cuenta ambas posibilidades, o sea que la ecuación 8-1 expresada de una manera más generalizada es

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_o \epsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_o i \quad (9-10)$$

Fue Maxwell quien realizó esta importante generalización de la Ley de Ampere.

9.8. Corriente de desplazamiento

Si realizamos un análisis dimensional al término $\epsilon_o (d\phi_E/dt)$ (de la expresión 9-10) veremos que tiene dimensiones de una corriente. Aún cuando no interviene ningún movimiento de cargas, es ventajoso dar a este término el nombre de **corriente de desplazamiento**.

Podemos decir, por lo tanto, que se puede constituir un campo magnético ya se a mediante una corriente i o mediante una corriente de desplazamiento i_d ($i_d = \epsilon_o d\phi_E/dt$), entonces a la ecuación 9-10 la podemos escribir nuevamente de la siguiente forma

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_o (i_d + i) \quad (9-11)$$

El concepto de corriente de desplazamiento nos permite retener la noción de que la *corriente es continua*. Observando la figura 9-17 b), por ejemplo, vemos que entra una corriente i por la placa positiva y sale por la placa negativa. La *corriente de conducción* no es continua a través del hueco del condensador. No obstante, se encontrará que la corriente de desplazamiento i_d en el hueco resulta ser exactamente i , reteniéndose así el concepto de continuidad de la corriente.

Para hallar la corriente de desplazamiento, vimos que el campo eléctrico entre placas de un condensador (Capítulo 2, punto 2-11-6.) está dada por la expresión

$$E = \frac{q}{\epsilon_o A} \quad (2-38)$$

diferenciando esta expresión, resulta

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_o A} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{\epsilon_o A} i$$

La corriente de desplazamiento i_d es por definición

$$i_d = \epsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} = \epsilon_o \frac{d(E A)}{dt} = \epsilon_o A \frac{dE}{dt}$$

combinando estas dos ecuaciones resulta que

$$i_d = (\epsilon_o A) \left(\frac{1}{\epsilon_o A} i \right) = i$$

que pone de manifiesto que la corriente de desplazamiento en el hueco es idéntica a la corriente de conducción en los conductores de alimentación a las placas.

9.9. Ecuaciones de Maxwell

Con la ecuación 9-11 se completa la lista de ecuaciones fundamentales del electromagnetismo, llamadas *Ecuaciones de Maxwell*, las mismas se resumen en la Tabla 9-1.

TABLA 9-1
Las ecuaciones fundamentales del electromagnetismo (Ecuaciones de Maxwell)*

Nombre	Ecuación	Describe	Experimento clave
Ley de Gauss para la electricidad	$\epsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$	La carga y el campo eléctrico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Cargas iguales se repelen y cargas diferentes se atraen, según la inversa de los cuadrados de la distancia que los separa. 2. Una carga aplicada a un conductor aislado se mueve a su superficie exterior.
Ley de Gauss para el magnetismo	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	El campo magnético	<ol style="list-style-type: none"> 3. Es imposible crear un polo magnético aislado.
Ley de Ampere (tal como la desarrollo Maxwell)	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \epsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_o i$	El efecto magnético de una corriente o de un campo eléctrico que cambia	<ol style="list-style-type: none"> 4. La velocidad de la luz se puede calcular mediante mediciones puramente electromagnéticas. 5. Una corriente en un alambre produce un campo magnético cerca del alambre
Ley de Faraday de la inducción	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt}$	El efecto eléctrico de un campo magnético cambiante	<ol style="list-style-type: none"> 6. Un imán recto que se hace pasar por una espira cerrada de alambre, produce una corriente en la espira.

*Formuladas en la hipótesis de que no haya materiales dieléctricos o magnéticos

El campo de aplicaciones de estas ecuaciones es notable, ya que incluye los principios fundamentales de la operación de todos los grandes artefactos electromagnéticos tales como motores, ciclotrones, calculadoras electrónicas, televisión y radar de microondas.

La hipótesis de Maxwell llevó inmediatamente a la predicción de que se pueden producir **ondas electromagnéticas** mediante cargas o corrientes oscilantes. Por ejemplo, supongamos que una corriente oscilante (invierte su dirección) a una cierta frecuencia. La corriente produce en sus proximidades un campo magnético que también oscila a esa frecuencia. De acuerdo con la Ley de Faraday, el campo magnético induce un campo eléctrico oscilatorio en sus cercanías. La hipótesis de Maxwell proporciona el siguiente paso crítico: el campo eléctrico variable induce un campo magnético oscilante. Este campo magnético induce a su vez un campo eléctrico, y así sucesivamente, tal como se muestra en la figura 9.18.

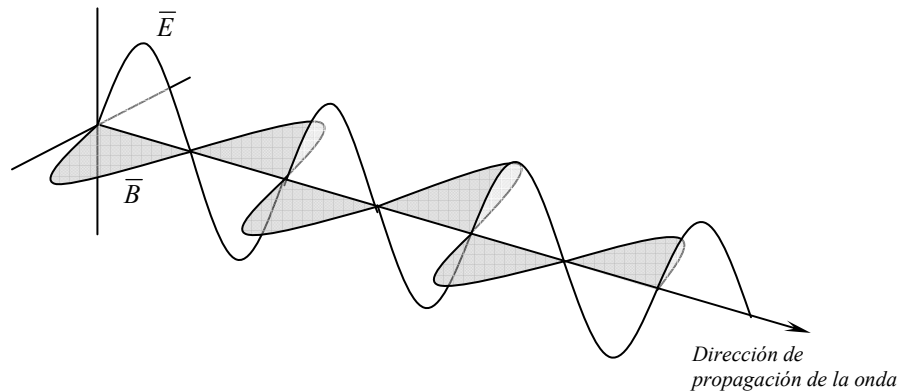


Figura 9-18

Maxwell demostró que esta perturbación electromagnética se propaga a partir de la corriente oscilante a una velocidad igual a la relación

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb}{A \cdot m} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{coul^2}{N \cdot m^2}}} = 3,00 \cdot 10^8 \frac{m}{seg}$$

Como esta velocidad es igual a la velocidad de la luz dentro de la precisión conocida, dedujo que la luz es una onda electromagnética.

La primera verificación experimental de la predicción de Maxwell sobre las ondas electromagnéticas se produjo aproximadamente un cuarto siglo después de la publicación de su trabajo, y varios años después de su muerte. En 1887, Heinrich Hertz (1867-1894) construyó dos circuitos que tendían a oscilar a la misma frecuencia. Halló así que si un circuito se conecta a una f.e.m. de forma que por él pase una corriente oscilante, el otro circuito colocado a cierta distancia del anterior conducirá también corriente.

Las consecuencias tecnológicas de esta demostración de las ondas electromagnéticas se produjeron con enorme velocidad. En 1890, Guglielmo Marconi (1874-1937) se interesó en la telegrafía sin hilos y en 1901 consiguió transmitir señales a través del Atlántico. Hoy, disfrutamos de las ventajas de la radio, la televisión y otros sistemas de comunicación basados en ondas electromagnéticas producidas por corrientes oscilantes.

I-1. Aplicaciones de la inducción electromagnética

I-1.1. Generador de Corriente Continua o Directa (CC o DC)

Los componentes de un generador de corriente continua son básicamente similares a los que presenta un generador de corriente alterna (CA), tal como el descrito en el punto 9.6., excepto que los contactos de la espira rotante en vez de ser sobre dos anillos, en el generador de corriente continua es sobre un solo anillo partido, llamado comúnmente *conmutador*.

En el capítulo 8, punto H.2.3., se describió el motor de corriente continua. Los motores son dispositivos que convierten la energía eléctrica en energía mecánica. En esencia, *un motor es un generador que funciona a la inversa*.

En el motor la corriente que circula por la espira es provista por una batería y el momento de torsión que actúa sobre la espira que conduce corriente ocasiona que éste gire.

En el generador, se debe realizar un trabajo útil uniendo la espira a un dispositivo externo. Cuando la espira gira, el campo magnético variable induce una fem en la misma.

En la figura 8-19, se muestra un motor de corriente continua. Este mismo dispositivo se puede transformar en un generador de corriente continua. Basta para ello eliminar la batería y montar sobre el eje de la espira algún dispositivo que produzca la rotación de la misma dentro del campo magnético. De esta manera se obtiene en los bornes del conmutador una fem variable en el tiempo, que fluctúa en magnitud pero tiene siempre la misma polaridad, tal como se observa en la figura 8-20 a). En la práctica, los generadores poseen muchas espiras cada una de las cuales está ligeramente girada o desplazada con respecto a la anterior, de modo que ahora la fem obtenida en los extremos del conmutador posee una forma similar a la mostrada en la figura 8-20 b).

I-1.2. Corrientes de parásitas o de Foucault

De acuerdo a lo visto, se inducen una fem y una corriente en un circuito mediante un flujo magnético variable. De esta misma manera, corrientes circulantes denominadas **corrientes parásitas** se establecen en piezas voluminosas de metal que se mueven a través de un campo magnético.

Esto se puede observar fácilmente a través de la siguiente experiencia. Supongamos tener una placa metálica plana, por ejemplo construida de cobre o aluminio, montada sobre una barra la cual permite que la misma oscile como un péndulo, tal como se observa en la figura 9-19.

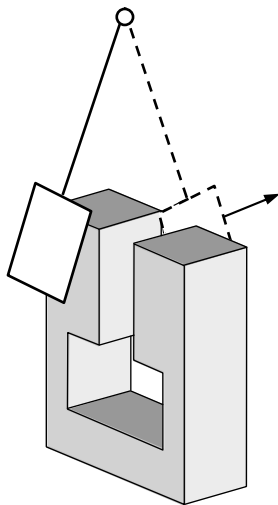


Figura 9-19

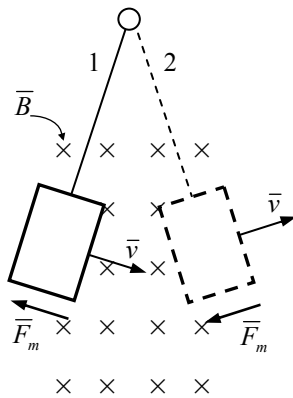


Figura 9-20

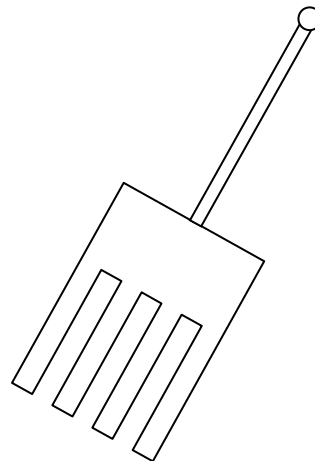


Figura 9-21

Cuando la placa entra al campo, el flujo cambiante crea una fem inducida en la placa la cual, a su vez, provoca que los electrones libres en el metal se muevan, produciendo corrientes parásitas en remolino. De acuerdo a la ley de Lenz, la dirección de las corrientes parásitas debe oponerse a la causa que la origina. Debido a ello, las corrientes parásitas deben producir polos magnéticos efectivos en la placa, los cuales son repelidos por los polos del imán, dando por ello origen a una fuerza repulsiva que se opone al movimiento del péndulo.

Como se observa en la figura 9-20, con el campo magnético \vec{B} en el sentido indicado, la corriente parásita está en la dirección contraria a la agujas del reloj cuando la placa oscilante entra al campo en la posición 1. Esto se debe a que el flujo externo va aumentando a medida que la placa ingresa dentro del campo magnético y, por lo tanto, por la ley de Lenz la corriente inducida debe brindar un flujo hacia afuera de la página. Cuando la placa oscilante se halla en la posición 2, el flujo magnético está disminuyendo, la corriente inducida aquí tiene un sentido coincidente con las agujas del reloj. Puesto que la corriente parásita inducida produce siempre una fuerza retardadora \vec{F} cuando la placa entra o sale del campo, con el tiempo la placa oscilante queda en reposo.

Si se hacen ranuras en la placa metálica, como se observa en la figura 9-21, las corrientes parásitas y la fuerza retardadora correspondiente se reducen en gran medida. Esto puede entenderse en virtud de que los cortes en la placa originan circuitos abiertos para cualesquiera lazos de corrientes grandes que podrían formarse de otro modo.

Los sistemas de frenado de muchos trenes suburbanos y autos de tránsito rápido usan la inducción electromagnética y las corrientes parásitas. Un electroimán, que puede energizarse con una corriente, se coloca cerca de los rieles de acero. La acción de frenado ocurre cuando una gran corriente pasa a través del electroimán. El movimiento relativo del imán y los rieles induce corrientes parásitas en éstos y la dirección de estas corrientes produce una fuerza de arrastre sobre el vehículo en movimiento. Los frenos de corriente parásitas se usan también en algunas balanzas mecánicas y en diversas máquinas.

Las corrientes parásitas con frecuencia son indeseables porque disipan energía en forma de calor. Para reducir esta pérdida de energía, las partes conductoras móviles a menudo se laminan, esto es, se acumulan en delgadas capas separadas por un material no conductor, como laca u óxido metálico. Esta estructura en capas aumenta la resistencia de posible trayectorias de las corrientes parásitas y confina efectivamente las corrientes a capas individuales. Una estructura laminada de estas características se usa en los núcleos de los transformadores y motores para minimizar las corrientes parásitas e incrementar de ese modo la eficiencia de estos dispositivos.

I.1.3. Calentamiento por inducción

Las modernas parrillas eléctricas cocinan alimentos utilizando el principio de inducción.

Se hace pasar una corriente circulante a través de una bobina situada debajo de la superficie de cocimiento construida de un vidrio especial. La corriente produce un campo magnético oscilante en el utensilio de cocimiento, por lo tanto se induce un fem y una corriente. Puesto que éste tiene cierta resistencia eléctrica la energía asociada a la corriente inducida se transforma en energía térmica, provocando que el utensilio y su contenido se calienten.

Bajo el mismo principio funcionan los hornos de inducción destinados a la fabricación de acero, acero inoxidable y aleaciones especiales ferrosas y no ferrosas. En la figura 9-22 se observa un horno de este tipo.

La frecuencia empleada es del orden de los 1000 ciclos y la potencia llega en algunas plantas hasta los 7000 KW. El empleo de estos hornos permite una rápida fusión y un ambiente libre de toda clase de contaminaciones.

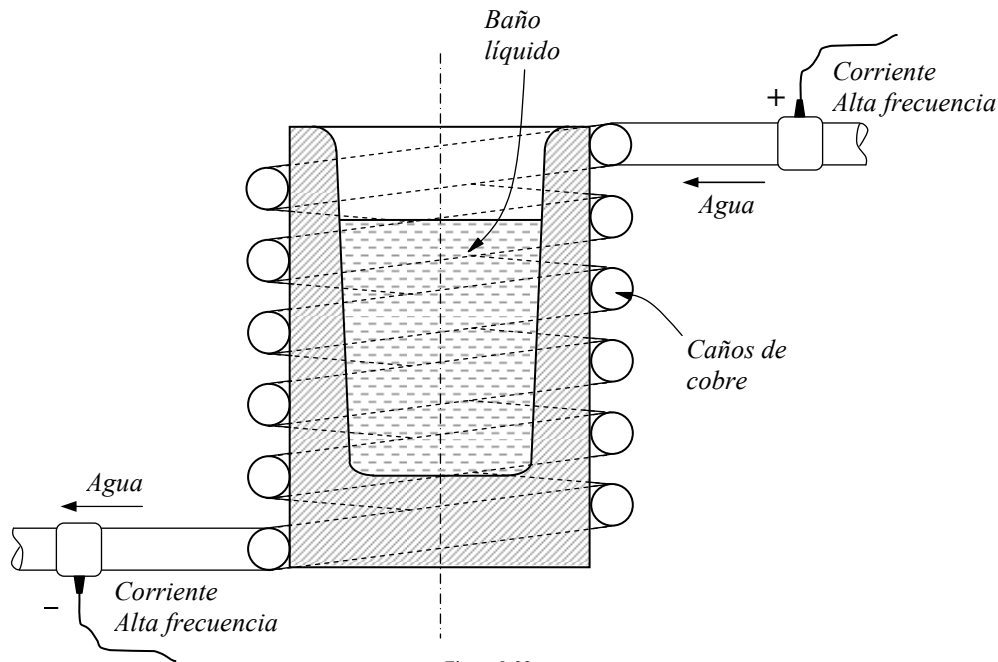


Figura 9-22

I.1.4. Protección contra fugas a tierra

La intensidad de la corriente, el camino que sigue y su duración determina la forma como los choques eléctricos afectan al cuerpo humano. La tabla 9-2 resume, pero sólo en aproximaciones de orden de magnitud, los efectos generalmente producidos por choques de varias intensidades de corriente alterna a 60 Hz de frecuencia.

TABLA 9-2
Efectos de la corriente eléctrica sobre el cuerpo humano

Corriente	Resultado
Macrochoque (electrodos externos)	
0 – 500 μ A	No hay sensación
0.5 – 2 mA	Umbral de la sensación
2 – 10 mA	Choque doloroso, contracción muscular
superior a 16 mA	No es posible soltarse de la fuente de choque
5 – 25 mA	Lesión producida por intensas contracciones musculares; no se afectan las funciones cardíacas ni respiratorias
25 – 100 mA	Parálisis de la respiración
1 – 3 A	Fibrilación ² ventricular seguida de la muerte si no se revive prontamente el corazón
superior a 3 A	Paro cardíaco por la despolarización de todo el músculo cardíaco; el calor destruye severamente los tejidos
Microchoque (electrodos internos)	
0 – 10 μ A	Sin riesgos para un corazón normal
10 – 800 μ A	Umbral de la fibrilación ventricular

² Las contracciones del corazón son rápidas y sin ningún control, de tal manera que ya no bombea la sangre.

Afortunadamente en la mayoría de los casos la resistencia de la piel es elevada y ofrece defensa contra la corriente de los choques eléctricos. Una persona con la piel seca que toca el par de alambres de una línea de energía de 220 volt de c.a. tiene un resistencia total aproximada de 10^5 ohm, de donde resulta una corriente de 2,2 mA, que aunque causa dolor, generalmente no electrocuta a un adulto sano. Una situación similar se observa en la figura 9-23; los tejidos del cuerpo constituyen un camino en derivación por el cual puede pasar la corriente, de tal modo que si la resistencia de contacto es reducida, la fracción de la corriente a través del corazón puede aumentar a valores tales como para causar fibrilación.

En la figura 9-24 se muestra el principio de funcionamiento de un dispositivo para protección contra fugas a tierra. Las líneas de suministro que transportan la corriente pasan por el centro de un núcleo anular. Cuando la instalación está en buen estado, la suma de las corrientes en todos los conductores que llevan corriente será cero en todo instante (según la ley de Ampere). Cualquier fuga de corriente de un conductor hacia tierra romperá este equilibrio. Esta asimetría va a originar un cambio neto del flujo magnético en el núcleo detector, que será recogido por el devanado secundario que se comporta como un transformador y será proporcional a la corriente de fuga del aparato. Por medio del circuito disparador localizado en el devanado secundario, el disyuntor puede abrirse e interrumpir la corriente hacia el aparato. Nominalmente este dispositivo de seguridad activa el circuito disparador cuando hay corriente de fuga menores a los 30 mA.

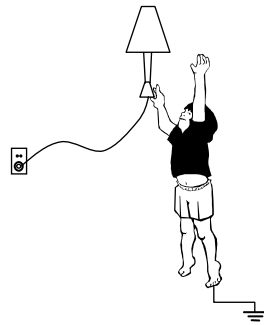


Figura 9-23

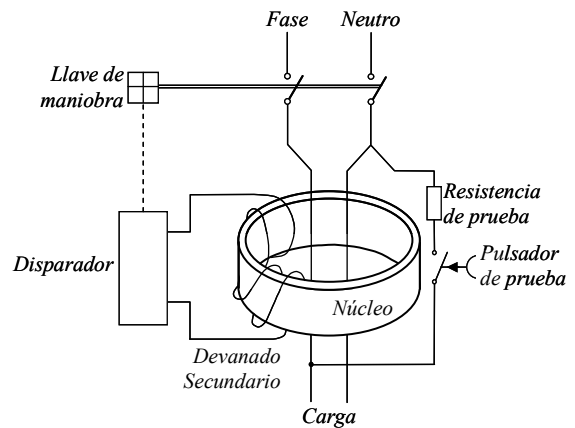


Figura 9-24

I.1.5. Teléfono y micrófono

El teléfono es otra aplicación del fenómeno electromagnético. Consta de un transmisor y un receptor. El receptor consiste en un imán con una bobina, tal como se muestra en la figura 9-25, delante del cual se coloca una lámina de hierro dulce de gran flexibilidad que vibra cuando hablamos frente a ella (recordar que el sonido es un movimiento vibratorio y brinda una energía que provoca la vibración de la lámina).

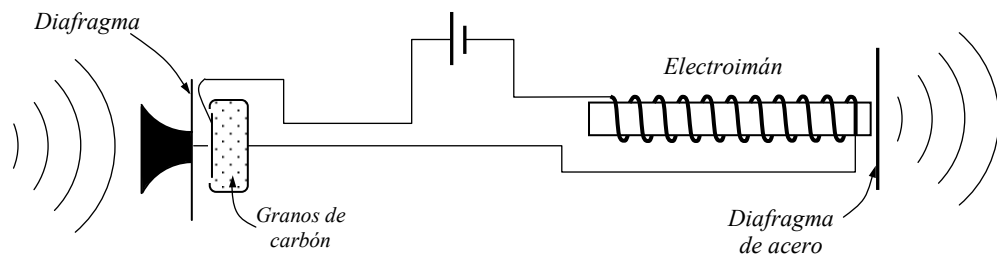


Figura 9-25

Esas vibraciones modifican el flujo de inducción como al mover un imán y por lo tanto se originan corrientes inducidas que se transmiten por el conductor hasta el receptor,

formado también por un imán bobinado y frente al cual existe otra placa flexible de hierro dulce.

Las variaciones de corriente actúan sobre ese bobinado, modifican el campo y provocan atracciones y repulsiones de la placa, que se traducen en el sonido emitido. Este tipo de teléfono, llamado magnético, actualmente ha sido reemplazado por el teléfono eléctrico, al cual se le aplicó el micrófono y favoreció la emisión de sonidos. El teléfono fue ideado por Graham Bell (1847-1922), de ahí que se conozca como teléfono de Bell.