

Campo Magnético - Fuerzas

8-1. Introducción

8-2. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

8-3. Definición de campo magnético o inducción magnética \vec{B}

8-4. Ecuación de Lorentz

8-5. Fuerza magnética sobre un conductor que conduce una corriente

8-6. Momento magnético sobre una espira que conduce una corriente

8-7. Fuerza entre conductores paralelos

8-8. Efecto Hall

8-9. Circulación de cargas

H-1. Galvanómetro, Voltímetro y Amperímetro

H-2. Otras aplicaciones

Campo Magnético - Fuerzas

8.1. Introducción

En el capítulo anterior (7. Campos magnéticos - Fuentes) estudiamos las causas del campo magnético y la forma de generar el mismo mediante la circulación de una corriente en conductores, espiras y bobinas o a través de un simple imán.

En este capítulo estudiaremos como definir operacionalmente la magnitud y dirección del campo magnético \vec{B} en un punto cercano a un imán, en un conductor que conduce corriente, etc. Además estudiaremos el efecto del campo magnético sobre objetos que sienten su influencia tales como cargas en movimiento, conductores o espiras por las que circulan corrientes, etc.

8.2. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

Cuando colocamos una carga eléctrica en reposo en un campo magnético, no se observa fuerza de interacción especial alguna; pero cuando la carga eléctrica se mueve en una región donde hay un campo magnético, se observa una nueva fuerza sobre la carga además de las debidas a sus interacciones gravitacional y eléctrica.

Midiendo en el mismo punto del campo magnético, la fuerza que experimentan diferentes cargas moviéndose de diversas maneras, podemos obtener una relación entre la fuerza, la carga y su velocidad. De este modo encontramos que la *fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga móvil es proporcional a la carga eléctrica y a su velocidad, y la dirección de la fuerza es perpendicular a la velocidad de la carga (fuerza lateral).*

Podemos avanzar un paso más y escribir tentativamente la fuerza \vec{F} que actúa sobre una carga q que se mueve con una velocidad \vec{v} en un campo magnético, de la siguiente forma

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (8-1)$$

la cual satisface los requisitos experimentales mencionados en el párrafo anterior. En la ecuación 8-1, el campo magnético \vec{B} es un vector que se determina en cada punto comparando el valor observado de la fuerza \vec{F} en ese punto con los valores de la carga q y la velocidad \vec{v} . El valor de \vec{B} puede variar de punto a punto en un campo magnético, pero en cada punto se encuentra experimentalmente que es el mismo para todas las cargas y velocidades. Por lo tanto describe una propiedad que es característica del campo magnético y podemos llamarla inducción magnética o directamente campo magnético \vec{B} . Como ya vimos, un nombre más adecuado sería intensidad de campo magnético, pero este nombre ha sido usurpado, por razones históricas, por otro vector¹ relacionado con el campo magnético. La expresión escalar correspondiente a la ecuación 8-1 resulta

$$F = q v B \text{ sen } \theta \quad (8-2)$$

En la figura 8-1 se representan los tres vectores que intervienen en la ecuación de la ecuación 8-1 con sus respectivos ángulos. La fuerza \vec{F} es perpendicular al plano formado por la velocidad \vec{v} y el campo magnético \vec{B} .

Existe una regla, denominada **regla de la mano izquierda**, que nos permite de

¹ Este vector se simboliza \vec{H} , intensidad de campo magnético, sobre él se trata en el capítulo 11 - Propiedades Magnéticas de la Materia

manera rápida y sencilla determinar la dirección y sentido de la fuerza \vec{F} , la misma se representa en la figura 8-2.

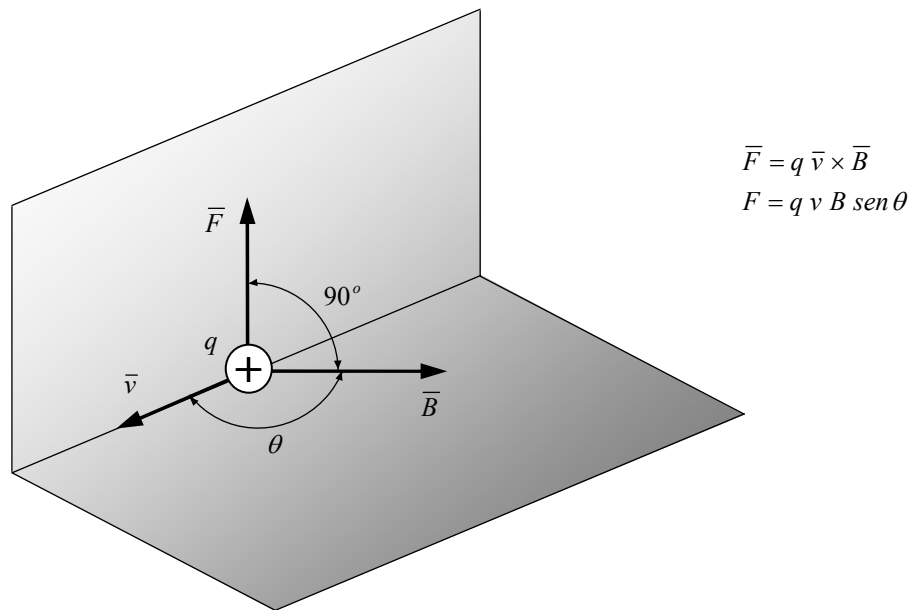


Figura 8-1

Esta regla (la de la mano izquierda) está realizada para el caso de una carga positiva, en caso de tener que analizar los esfuerzos sobre una carga negativa, debe tomarse el sentido opuesto al de la fuerza.

Regla de la mano izquierda para una carga positiva

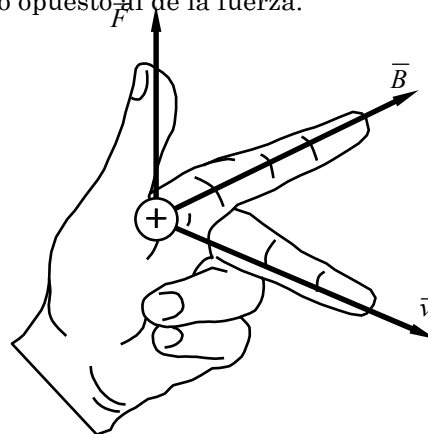


Figura 8-2

8.3. Definición de campo magnético o inducción magnética \vec{B}

Lo visto anteriormente sirve para definir la inducción magnética en un punto: si en un punto P , una carga que se mueve con una velocidad \vec{v} y experimenta una fuerza \vec{F} lateral, diremos que en ese punto existe un campo magnético \vec{B} cuyo valor es

$$B = \frac{F}{q v \text{ sen } \theta}$$

y cuyo sentido está definido por la regla de la mano izquierda (figura 8-2).

8.3.1. Unidad del campo magnético

A partir de la ecuación 8-1 $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$, podemos definir la unidad de campo

magnético como

$$\frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb} \frac{\text{metro}}{\text{segundo}}} = \frac{\text{Newton}}{\text{Amper metro}} = \text{Tesla } (T)$$

esta unidad se denomina *Tesla* (T) en honor del ingeniero norteamericano nacido en Croacia Nikola TESLA (1856-1943). Se abrevia con la letra T .

Un Tesla corresponde al campo magnético que produce una fuerza de un Newton sobre una carga de un Coulomb que se mueve perpendicularmente al campo ($\theta = 90^\circ \therefore \text{sen } \theta = 1$) a razón de un metro por segundo, es decir

$$1 \text{ Tesla} = \frac{1 \text{ Newton}}{1 \text{ Coulomb} \frac{1 \text{ metro}}{\text{segundo}}}$$

El flujo magnético ϕ_B a través de una superficie A , según la ecuación 7-24 es

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (7-24)$$

en donde unidad del flujo magnético es el *Weber*,

$$\text{Weber } (Wb) = \text{Tesla metro}^2$$

por lo tanto al campo magnético también lo podemos expresar como

$$\text{Tesla } (T) = \frac{\text{Weber } (Wb)}{\text{metro}^2}$$

8.4. Ecuación de Lorentz

Cuando una carga en movimiento se encuentra en una región donde hay un campo eléctrico y un campo magnético, la fuerza total que actúa sobre la carga es

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{eléctrica}} + \vec{F}_{\text{magnética}}$$

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B} \quad (8-3)$$

Es importante observar lo siguiente: la fuerza magnética que actúa sobre la carga en movimiento, es siempre perpendicular a la trayectoria de esta. Esto significa que el trabajo realizado por la fuerza magnética sobre la partícula es siempre nulo.

Por lo tanto podemos decir que *un campo magnetostático no puede cambiar la energía cinética de una carga en movimiento*. En otras palabras no la puede acelerar ni retardar, solamente puede desviarla de su trayectoria.

8.5. Fuerza magnética sobre un conductor que conduce una corriente

Vimos que una corriente eléctrica es un conjunto de cargas en movimiento dentro de un conductor. Como un campo magnético ejerce una fuerza lateral sobre las cargas móviles, también ejercerá una fuerza lateral sobre el alambre que transporta una corriente i .

Consideremos un conductor recto de longitud l , como el mostrado en la figura 8-3,

ubicado sobre el plano de la hoja, el cual está formando un ángulo θ con un campo magnético exterior uniforme \vec{B} .

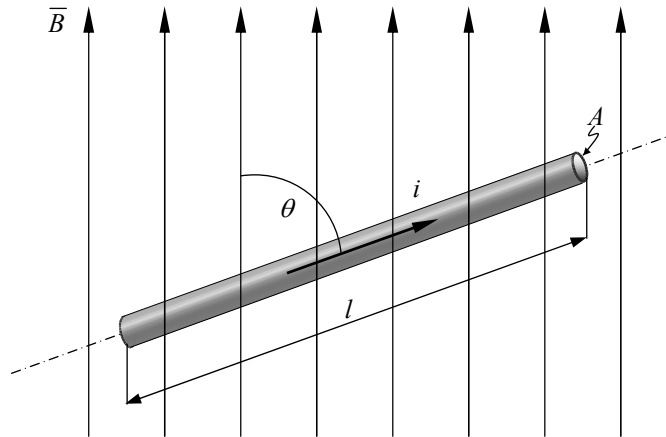


Figura 8-3

La fuerza magnética que actúa sobre las cargas q (supuestas positivas) que constituyen la corriente eléctrica será saliente a la hoja de papel (hacia el lector).

Al estudiar la corriente eléctrica vimos que esta la podíamos expresar de la siguiente manera (ecuación 5-5)

$$i = n q \bar{v} \cdot \bar{A}$$

siendo n el número de electrones por unidad de volumen, \bar{v} la velocidad de desplazamiento (arrastre o deriva) de los electrones al circular la corriente i y \bar{A} la sección transversal del conductor.

La fuerza magnética sobre una carga q que se mueve con una velocidad de arrastre \bar{v} en un campo magnético uniforme \vec{B} vale (ecuación 8-2)

$$\vec{F} = q \bar{v} \times \vec{B}$$

Para determinar la fuerza total sobre el alambre, multiplicamos la fuerza sobre una carga F , por el número de cargas existentes en el tramo de longitud l .

Puesto que el volumen del segmento es Al , el número de cargas en dicho segmento es nAl . Por lo tanto, la fuerza magnética total sobre el alambre es

$$\vec{F} = q (nAl) \bar{v} \times \vec{B}$$

pero $q n v A = i$, entonces la expresión anterior resulta

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B} \tag{8-4}$$

en donde \vec{l} es la longitud del conductor en la dirección de i . Observe que esta expresión se aplica sólo a un segmento de alambre recto en un campo magnético uniforme.

Consideremos ahora un segmento de alambre de forma arbitraria y de sección transversal uniforme en un campo magnético, tal como se observa en la figura 8-4. De la ecuación 8-4 se deduce que la fuerza magnética sobre un segmento muy pequeño de longitud $d\vec{l}$ en presencia de un campo magnético \vec{B} es

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B} \tag{8-5}$$

donde $d\vec{F}$ está dirigida hacia fuera de la página.

Para obtener la fuerza total \vec{F} sobre el alambre, integramos la ecuación anterior sobre la longitud del conductor

$$\vec{F} = i \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \tag{8-6}$$

donde a y b representan los puntos extremos del alambre. Cuando esta integración se lleva a cabo, la magnitud del campo magnético y la dirección que el campo hace con el vector $d\vec{l}$ (esto es, la orientación del elemento) puede ser diferente en puntos diversos.

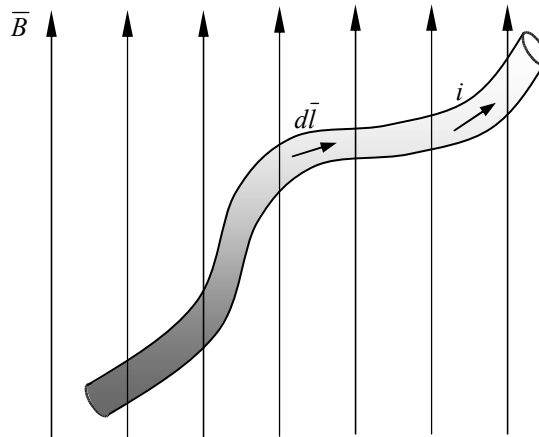


Figura 8-4

Consideremos el caso de un conductor curvo que conduce una corriente i , el mismo se halla sumergido en un campo magnético uniforme \vec{B} , como en la figura 8-5. Determinaremos la fuerza que actúa sobre el conductor.

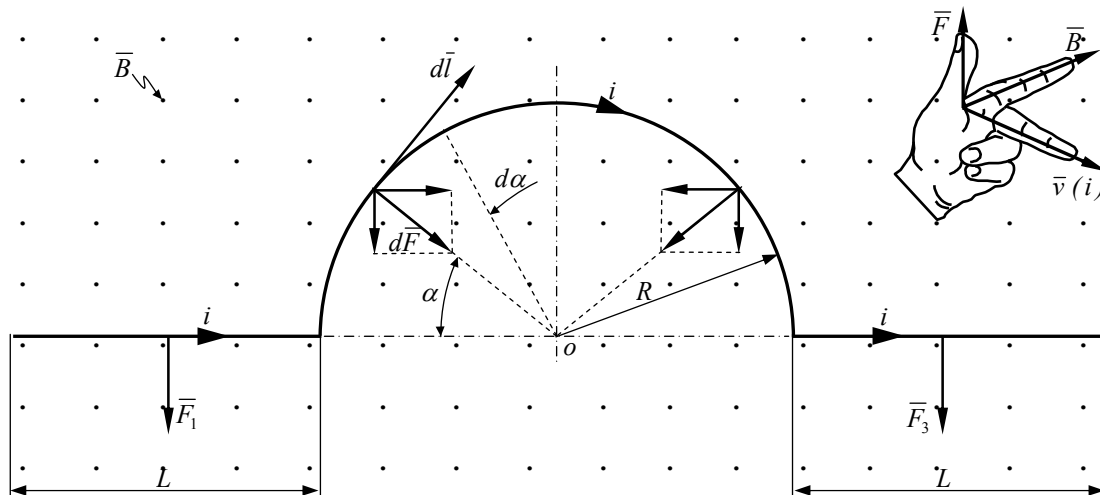


Figura 8-5

En los tramos rectos del conductor la fuerza magnética vale en cada uno de ellos (ecuación 8-4)

$$F_1 = F_3 = i L B \text{ sen } 90^\circ = i L B$$

la dirección y sentido de la fuerza magnética la obtenemos aplicando la regla de la mano izquierda

Sobre el tramo curvo, en un elemento $d\vec{l}$ la fuerza vale (ecuación 8-5)

$dF = i dl B \text{sen} \theta = i dl B$ la dirección y sentido de la fuerza magnética la obtenemos aplicando la regla de la mano, su sentido es radial, dirigida hacia el centro o .

De las dos componentes de $d\vec{F}$ únicamente actúa $d\vec{F} \text{sen} \alpha$ ya que la componente $d\vec{F} \text{cos} \alpha$ se anula con otra componente horizontal perteneciente al segmento correspondiente al otro lado de centro o .

Por lo tanto la fuerza resultante que actúa sobre el tramo curvo está dirigida hacia abajo y su valor es de acuerdo a la ecuación 8-6

$$F = \int dF \text{sen} \alpha = \int i dl B \text{sen} \alpha = i B \int \text{sen} \alpha dl = i B \int_0^\pi \text{sen} \alpha R d\alpha$$

$$F = i B R [-\text{cos} \alpha]_0^\pi = 2 i B R$$

La fuerza total que actúa sobre todo el conductor de la figura 8-4 es

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = i L B + 2 i B R + i L B = 2 i B (L + R)$$

Observemos que esta fuerza es igual a la actuaría sobre un conductor recto de longitud $2 L + 2 R$.

8.6. Momento magnético sobre una espira que conduce una corriente

En la figura 8-6 a) y b) se muestra una espira rectangular de lados a y b colocada dentro de un campo magnético uniforme \vec{B} , de tal forma que los dos lados de longitud a son siempre perpendiculares a la dirección del campo magnético \vec{B} . La normal $n-n'$ al plano de la espira forma un ángulo θ con la dirección del campo magnético \vec{B} .

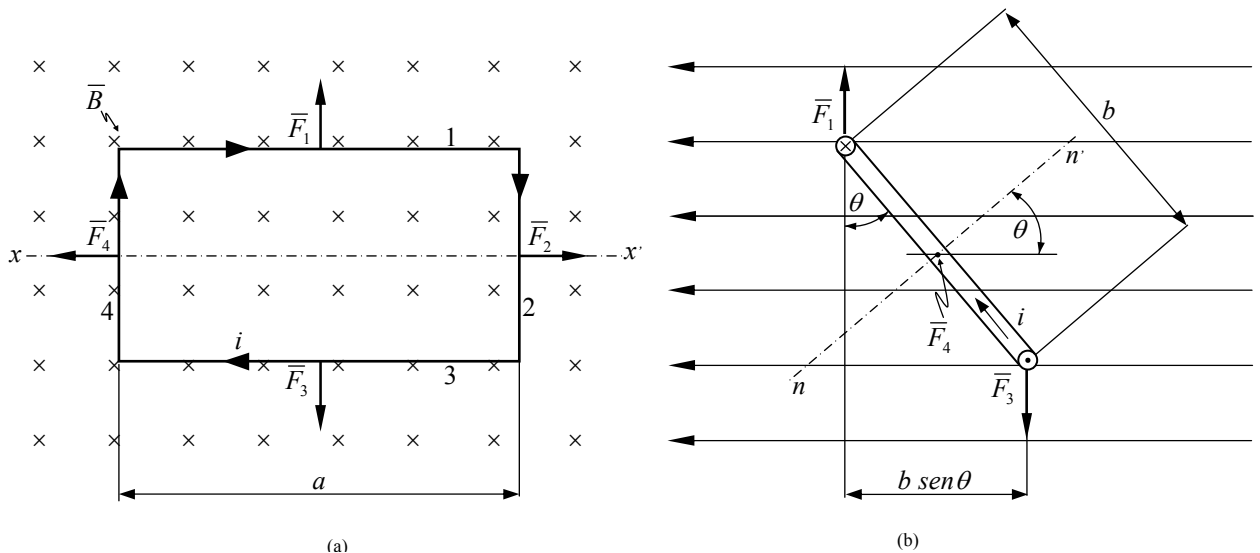


Figura 8-6

La magnitud de las fuerzas que actúan sobre cada lado de la espira son

$$F_2 = F_4 = i b B \text{sen}(90^\circ - \theta) = i b B \text{cos} \theta$$

Las rectas de acción de \vec{F}_2 y \vec{F}_4 son coincidentes y además éstas son de sentido opuestos. Por lo tanto estas fuerzas no producen ni traslación ni rotación de la espira. El sentido de las fuerzas magnéticas \vec{F}_2 y \vec{F}_4 se determina aplicando la regla de la mano izquierda.

La magnitud de las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_3 es

$$F_1 = F_3 = i a B \text{ sen}90^\circ = i a B$$

Estas dos fuerzas tienen sentido opuesto por lo tanto no tienen a desplazar la espira en conjunto. Sus rectas de acción no son coincidentes y por lo tanto tienden a hacer girar la espira en sentido horario alrededor del eje $x - x'$.

El valor del momento de giro es

$$\tau = F_1 b \text{ sen} \theta = i a B b \text{ sen} \theta$$

el producto $a b = A$ es igual al área de la espira, por lo tanto podemos escribir la expresión anterior de la siguiente manera

$$\tau = i A B \text{ sen} \theta$$

Si tuviéramos una bobina con N espiras el torque o momento magnético resulta

$$\tau = N i A B \text{ sen} \theta \tag{8-7}$$

Se puede demostrar que la expresión 8-7 es válida para espiras planas de área A de cualquier forma, no únicamente rectangular como la analizada.

Si la espira de la figura 8-6 se deja libre, esta girará alrededor del eje $x - x'$ hasta que el plano de la misma se coloque perpendicular al campo magnético \vec{B} . El comportamiento de la espira que conduce corriente dentro de un campo magnético es análogo al de una brújula.

Por lo tanto podemos decir que una cara de la espira se comporta como un polo norte y la otra cara como un polo sur, comportándose ante la presencia de un campo magnético \vec{B} como lo muestra la figura 8-7 a) y b).

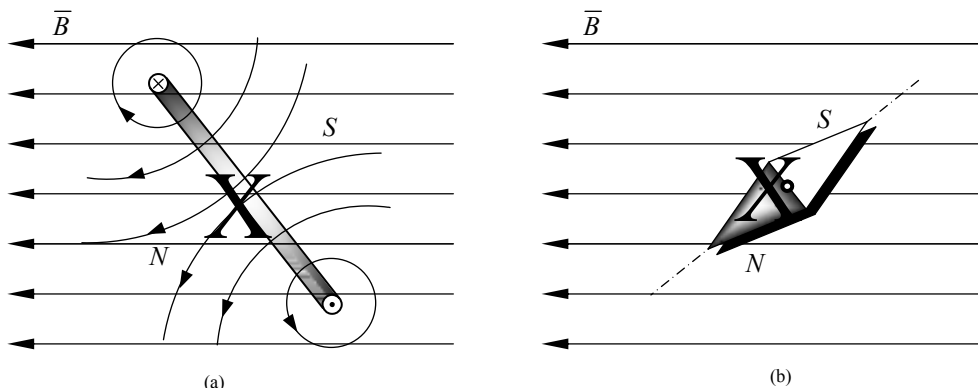


Figura 8-7

Se denomina **momento magnético dipolar** de la bobina o espira al producto

$$\mu = N i A \tag{8-8}$$

por lo tanto la ecuación 8-7 la podemos escribir de la siguiente manera

$$\tau = \mu B \text{ sen} \theta \tag{8-9}$$

A esta última ecuación 8-8, la podemos expresar en forma vectorial

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \tag{8-10}$$

La dirección y sentido del vector momento magnético dipolar $\vec{\mu}$ se obtiene aplicando la regla de la mano derecha a la espira. La cual consiste en tomar a la espira con la mano derecha de tal manera que los dedos tengan el sentido de la corriente, y el pulgar extendido nos dará el sentido del vector $\vec{\mu}$, tal como se observa en la figura 8-8.

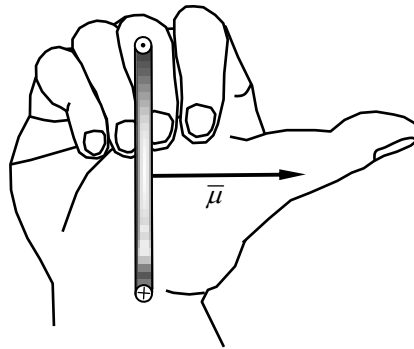


Figura 8-8

8.7. Fuerza entre conductores paralelos

Dos conductores paralelos por los cuales circula una corriente, ejercen fuerzas entre sí. Si las corrientes tienen el mismo sentido las fuerzas magnéticas son de atracción, y si tienen distinto sentido las fuerzas son de repulsión.

Para el análisis consideremos la figura 8-9.

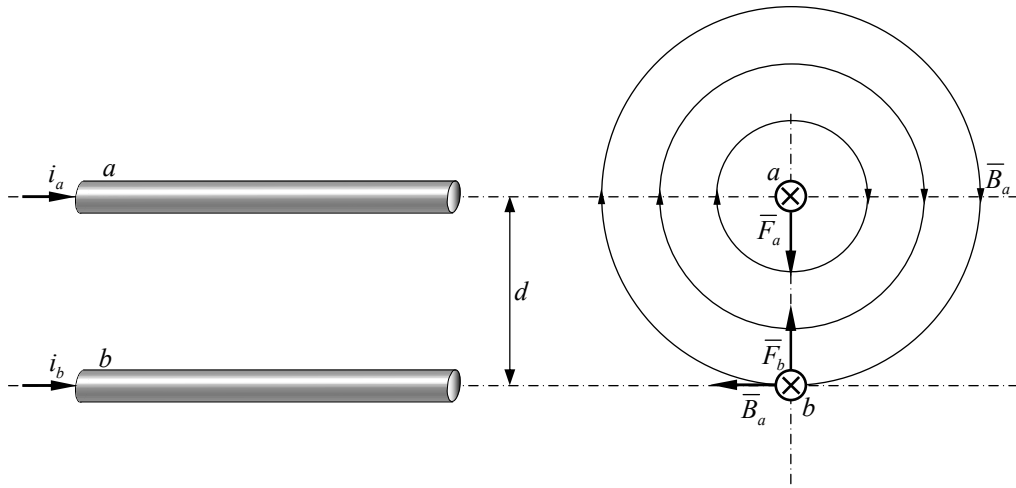


Figura 8-9

El conductor a crea un campo magnético \vec{B}_a debido a la corriente i_a . Este campo magnético actúa sobre el conductor b que conduce la corriente i_b , apareciendo por lo tanto una fuerza \vec{F}_b como la indicada en la figura 8-9.

La magnitud del campo magnético \vec{B}_a producido por el conductor a en el lugar donde se halla el conductor b vale

$$B_a = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i_a}{d} \quad \text{el sentido del campo magnético } \vec{B}_a \text{ se determina por la regla de la mano derecha}$$

Sobre un tramo de longitud l del conductor b el cual transporta una corriente i_b actuará una fuerza \vec{F}_b debido al campo magnético \vec{B}_a , cuyo valor es

$$\vec{F}_b = i \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_b = i_b l B_a \text{ sen } \theta = i_b l B_a \text{ sen } 90 = i_b l B_a$$

$$F_b = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i_a i_b l}{d} \quad (8-11)$$

el sentido de la fuerza magnética \vec{F}_b se determina por la regla de la mano izquierda, y se halla ubicada en el plano formado por los dos conductores.

Realizando un análisis similar para el conductor a obtenemos que

$$\vec{F}_a = -\vec{F}_b$$

Las fuerzas que los conductores ejercen entre sí son iguales u opuestas, como deben serlo de acuerdo al principio de acción y reacción.

Todo este análisis se realizó para conductores paralelos que conducen corriente en el mismo sentido, resultando por lo tanto fuerzas atractivas. Si en cambio las corrientes tuvieran sentido contrario las fuerzas resultarían de repulsión.

8.7.1. Definición del ampere

Supongamos tener dos alambres paralelos cuya longitud es de un metro, como los mostrados en la figura 8-9, separados una distancia de un metro y que por ambos circula la misma corriente ($i_a = i_b$).

La fuerza de atracción por unidad de longitud (F/l) entre los dos conductores es de acuerdo a la ecuación 8-11

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i^2}{d}$$

$$\frac{F}{1 \text{ metro}} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i^2}{1 \text{ metro}}$$

si a la constante de permitividad se le asigna el valor $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$, la corriente despejada de la expresión anterior resulta

$$i = \sqrt{\frac{F}{2 \cdot 10^{-7}}}$$

Si a continuación ajustamos el valor de la corriente i hasta que la fuerza magnética \vec{F} resulte igual a $2 \cdot 10^{-7}$ Newton/metro resulta el valor unitario de la corriente i en el Sistema Internacional.

Entonces se define la unidad de corriente como el valor que hace que dos conductores paralelos separados una distancia de un metro, por los cuales circula dicha corriente se atraigan con una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ Newton/metro. La unidad de corriente se denomina ampere y se simboliza con la letra A.

Finalmente podemos escribir el valor asignado a la constante de permitividad μ_o con su unidad

$$\mu_o = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Newton}}{\text{metro}} \frac{\text{metro}}{\text{amper}^2} = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Newton}}{\text{amper}^2}$$

8.8. Efecto Hall

En el año 1879 el norteamericano Edwin Hall descubrió que cuando circula una corriente eléctrica en una delgada placa metálica y se la somete a un campo magnético perpendicular a la misma, aparece una diferencia de potencial en el sentido transversal de la corriente y del campo.

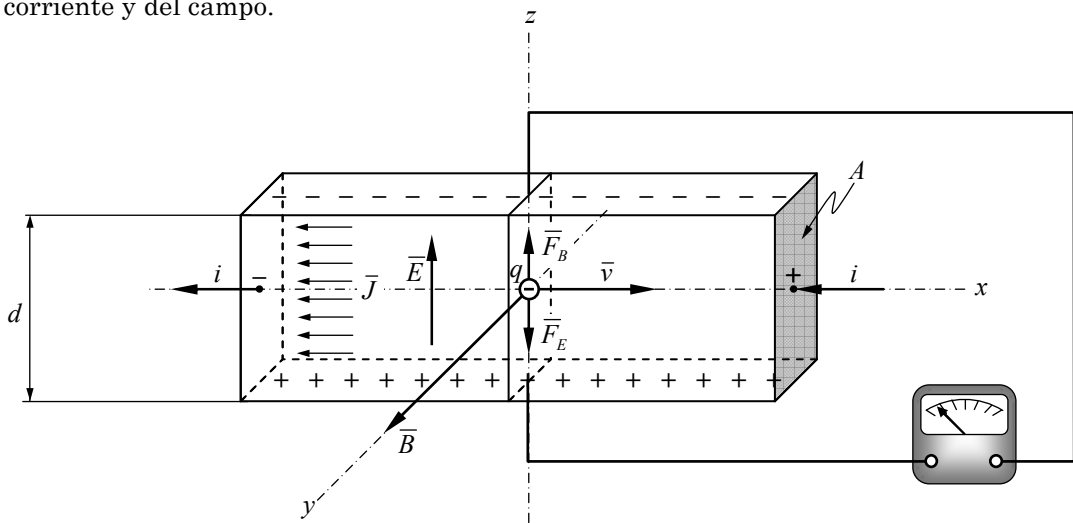


Figura 8-10

En ausencia del campo magnético exterior \vec{B} no existe la diferencia de potencial que se observa en la figura 8-10, pero analicemos a continuación que sucede con los electrones de conducción cuando se aplica el campo magnético uniforme \vec{B} en la forma indicada.

La densidad de corriente en el conductor de la figura 8-10 es

$$\vec{J} = n q \vec{v} \tag{5-7}$$

Debido a la presencia del campo magnético \vec{B} y al movimiento de los electrones resulta una fuerza magnética \vec{F}_B cuyo valor es

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_B = q v B \text{ sen } \theta = q v B \text{ sen } 90^\circ = q v B$$

Esta fuerza tiende a mover o a desplazar a los electrones hacia arriba, según se observa en la figura, apareciendo la parte superior de la cinta metálica con polaridad negativa y la parte inferior con polaridad positiva. Por tal causa aparece la **diferencia de potencial de Hall** y consecuentemente la formación de un campo eléctrico \vec{E} que tiende a oponerse a que continúe indefinidamente la acumulación de cargas, por lo que se llega a una condición de equilibrio de las fuerzas provocada por el campo magnético (\vec{F}_B) y el campo eléctrico (\vec{F}_E). Como ambas actúan sobre la misma recta de acción, podemos expresar sus módulos a través de la siguiente igualdad

$$F_E = F_B$$

$$q E = q v B$$

de donde

$$E = v B$$

y siendo la diferencia de potencia de Hall

$$V = E d = v B d$$

despejando la velocidad v de su relación con la densidad de corriente J se tiene

$$v = \frac{J}{n q}$$

reemplazando en expresión del potencial obtenemos

$$V = \frac{l}{n q} J B d$$

en donde a la siguiente relación

$$R = \frac{l}{n q} \tag{8-12}$$

se la denomina **constante de Hall**, quedando finalmente diferencia de potencial de Hall de la siguiente manera

$$V = R J B d \tag{8-13}$$

Esta diferencia de potencial es proporcional al campo magnético \vec{B} , a la densidad de corriente \vec{J} y a la distancia d .

Este es el *efecto Hall normal o negativo* que presentan la mayoría de los metales como el oro, plata, platino, cobre.

Sin embargo en ciertos metales como el hierro, cobalto, zinc y otros materiales semiconductores, se produce un *efecto Hall opuesto o positivo*.

Para explicar el efecto Hall positivo supongamos que los portadores de corriente en vez de ser electrones (q negativa), son partículas con carga positiva (q positiva).

En la figura 8-11 se representa el efecto Hall para una corriente i considerada como circulación de portadores positivos únicamente (figura 8-11 a) y negativos únicamente (figura 8-11 b).

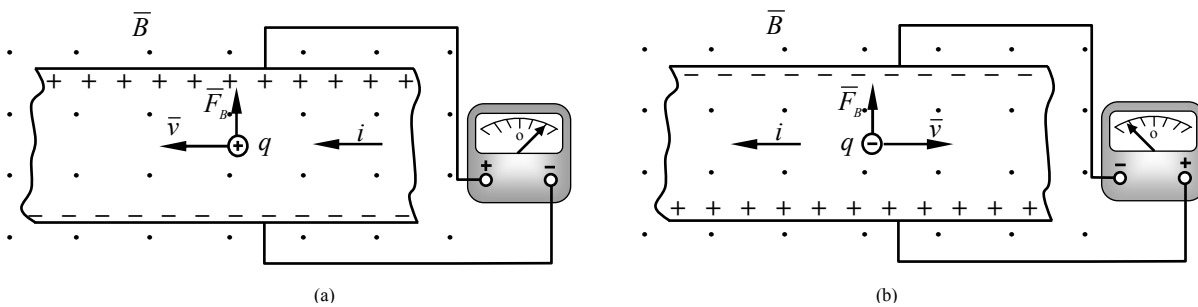


Figura 8-11

Como observamos en la figura 8-11 la diferencia de potencial resulta invertida cuando se considera que la corriente esta formada por portadores positivos.

Cuando se descubrieron los dos tipos de efecto Hall, los físicos quedaron muy intrigados porque en aquella época se creía que los únicos portadores de corriente eléctrica en un conductor sólido eran los electrones. Sin embargo, en ciertas circunstancias podemos decir que los portadores de corriente eléctrica en un sólido son partículas de carga positiva. En estos materiales hay lugares donde normalmente debiera haber un electrón, pero debido a algún "defecto" en la estructura del sólido, falta el electrón, decimos que hay *un hueco electrónico*. Cuando por alguna razón un electrón cercano se mueve para llenar este hueco, deja evidentemente un hueco en el lugar donde estaba. Por lo tanto los huecos electrónicos se mueven en sentido opuesto al de los electrones bajo la acción de un campo eléctrico aplicado. Podemos decir que los huecos electrónicos se comportan como si fueran partículas positivas.

El efecto Hall constituye un método muy útil para determinar el signo de las cargas de los portadores de corriente en un conductor.

8.9. Circulación de cargas

Supongamos tener un campo magnético \vec{B} perpendicular al plano de la hoja y entrante a la misma y que una carga q ingresa al campo con una velocidad \vec{v} perpendicular al campo magnético \vec{B} , tal como se observa en la figura 8-12.

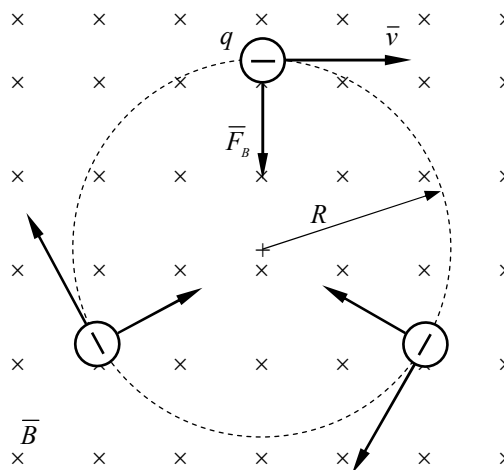


Figura 8-12

Sobre la partícula q actuará una fuerza magnética \vec{F}_B perpendicular al plano formado por la velocidad \vec{v} y el campo magnético \vec{B} , lo cual hará que la partícula q no pueda abandonar el plano. Esta fuerza magnética vale

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_B = q v B \text{ sen } \theta = q v B \text{ sen } 90^\circ = q v B$$

Puesto que esta fuerza lateral es perpendicular a la velocidad \vec{v} (consecuentemente, el trabajo hecho sobre la partícula por la fuerza magnética es cero), no acelera ni retarda el movimiento de la partícula q , únicamente le hace cambiar su dirección en el plano del dibujo manteniendo la velocidad \vec{v} constante en módulo. A medida que la fuerza desvía a la

partícula, las direcciones de la fuerza magnética \vec{F}_B y la velocidad \vec{v} cambian continuamente, como se ve en la figura 8-12.

Puesto que la fuerza magnética \vec{F}_B (la cual está en la dirección radial) y tiene una magnitud que según vimos es igual a $q v B$, podemos igualar ésta con la fuerza central requerida, la cual es la masa de la partícula m multiplicada por la aceleración centrípeta v^2/R . De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos que

$$F_B = F_C$$

$$q v B = m \frac{v^2}{R}$$

De esta igualdad podemos hallar las siguientes magnitudes de este movimiento:

- el radio de la órbita circular es

$$R = \frac{m v}{B q} \quad (8-14)$$

- la velocidad angular es

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{q B}{m} \quad (8-15)$$

- la frecuencia del movimiento es

$$\omega = 2 \pi f \quad \therefore \quad f = \frac{q B}{2 \pi m} \quad (8-16)$$

- el periodo de revolución es

$$T = \frac{1}{f} \quad \therefore \quad T = \frac{2 \pi m}{q B} \quad (8-17)$$

Observemos que la frecuencia f , ecuación 8-16, no depende de la velocidad de la partícula. Las partículas rápidas se mueven en círculos mayores y las lentas en círculos pequeños, pero en este mismo campo todas las partículas tienen el mismo periodo de revolución $T = 1/f$.

Si la dirección de la velocidad con que entra la partícula cargada q no es perpendicular al campo magnético \vec{B} , aquella se mueve describiendo una hélice. La proyección de la hélice sobre el plano perpendicular al campo es una circunferencia de radio

$$R = \frac{m v}{B q} \text{sen } \varphi \quad (8-18)$$

La velocidad axial a lo largo de la hélice es constante e igual a

$$v \cos \varphi \quad (8-19)$$

siendo φ el ángulo formado por \vec{v} y \vec{B} .

En la figura 8-13 se observa la trayectoria helicoidal que describe una partícula al ingresar en un campo magnético con un determinado ángulo.

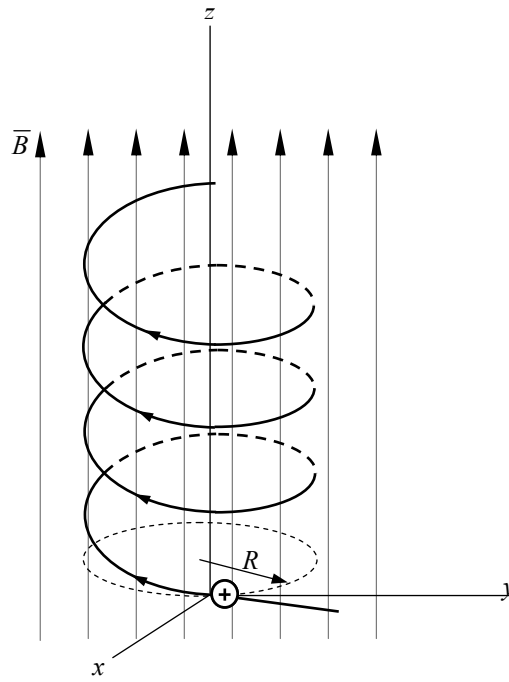


Figura 8-13

H-1. Galvanómetro, Voltímetro y Amperímetro

Las medidas de carga, corriente, diferencia de potencial y otras cantidades eléctricas, usualmente se hacen con instrumentos o medidores de bobina móvil, cuyo mecanismo principal es una bobina o espira que lleva corriente dentro de un campo magnético (ver punto 8.6. Momento magnético sobre una espira que conduce una corriente).

El **galvanómetro** más comúnmente usado consiste en una bobina giratoria colocada entre los polos de un imán en forma de U (figura 8-14).

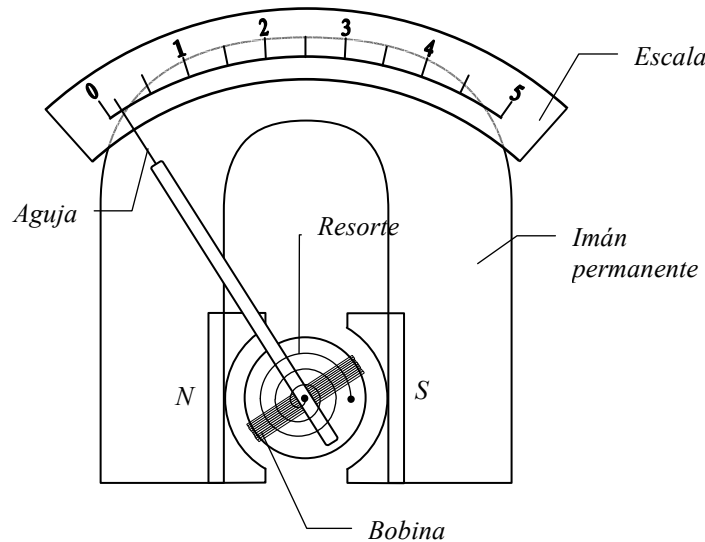


Figura 8-14

Cuando circula una corriente por la bobina, ésta experimenta un momento de rotación (τ_B) tal que la bobina se desvía haciendo mover la aguja o índice sobre una escala. A este movimiento se opone un resorte en espiral que produce un momento antagónico (τ_ϕ) que se opone al momento magnético, y el ángulo de deflexión (ϕ) es proporcional al momento de rotación, y por consiguiente a la corriente eléctrica. Entonces se tiene que

$$\tau_B = \tau_\phi$$

$$N i A B \text{ sen } \theta = \kappa \phi$$

en donde κ es la constante del resorte en espiral.

Un **voltímetro** es un galvanómetro que tiene una resistencia adecuada conectada en serie con su bobina, tal como se muestra en la figura 8-15 a). La desviación de la bobina es directamente proporcional al voltaje aplicado entre sus terminales e inversamente proporcional a la resistencia total de los elementos. Ajustando la resistencia, podemos hacer que la lectura del índice sobre la escala, sea igual al voltaje entre las terminales del instrumento. Entonces éste sirve como voltímetro. Digamos que la diferencia de potencial total sea V , y que la corriente que circula por la resistencia R intercalada y la resistencia del galvanómetro R_G es la misma o sea i_G . Puesto que la bobina esta en serie con la resistencia intercalada, la suma de las caída potencial en la resistencia V_R y en la resistencia del galvanómetro V_G nos da la diferencia de potencial aplicada V , es decir que

$$i_G (R + R_G) = V$$

También un galvanómetro puede convertirse en un **amperímetro** conectando un "shunt", o sea una resistencia baja, en paralelo con la bobina, tal como se observa en la

figura 8-15 b). La resistencia de esa derivación debe ajustarse de modo que la lectura de la escala indique la corriente total que pasa por el galvanómetro y la resistencia.

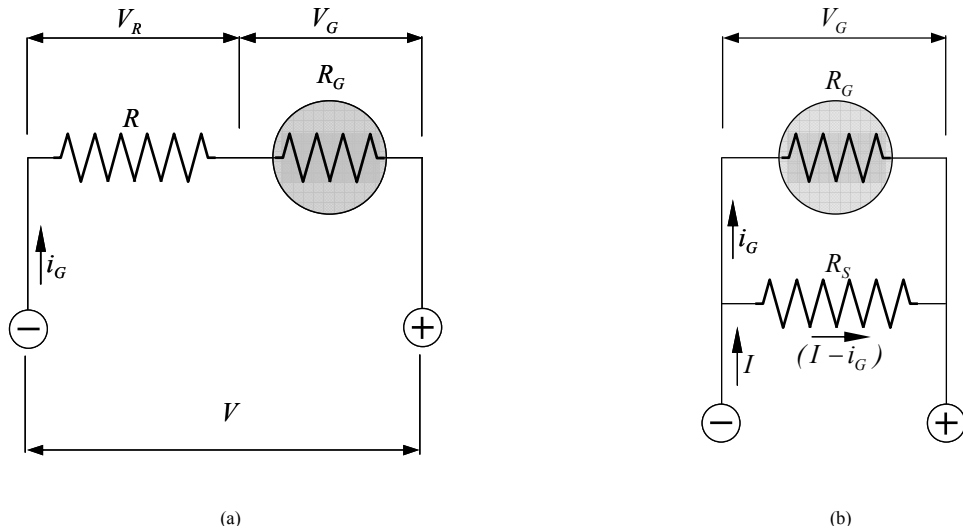


Figura 8-15

Digamos que esa corriente total sea I , y que la que pasa por la bobina sea i_G , entonces la corriente que pasa por la derivación es $(I - i_G)$. Llamamos R_G la resistencia de la bobina y R_S la resistencia de la derivación. Puesto que la bobina y la derivación están conectados en paralelo, la diferencia de potencial entre los extremos de la bobina es igual a la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia, entonces se tiene

$$i_G R_G = (I - i_G) R_S$$

La resistencia de un amperímetro es tan pequeña que podría sufrir daños si se conectara entre los terminales de una batería. Los amperímetros se conectan *siempre en serie* en un circuito, y los voltímetros se conectan *en paralelo* con la parte del circuito entre cuyos extremos se trata de medir la diferencia de potencial.

Un **multímetro** es un instrumento de bobina móvil que se puede usar como voltímetro, amperímetro u óhmmetro. Un selector de escalas permite escoger adecuadamente la resistencia en serie o la resistencia en derivación, que deba conectarse al galvanómetro único, tal como se muestra en la figura 8-16 a). En la figura 8-16 b) se muestra un multímetro moderno (digital).

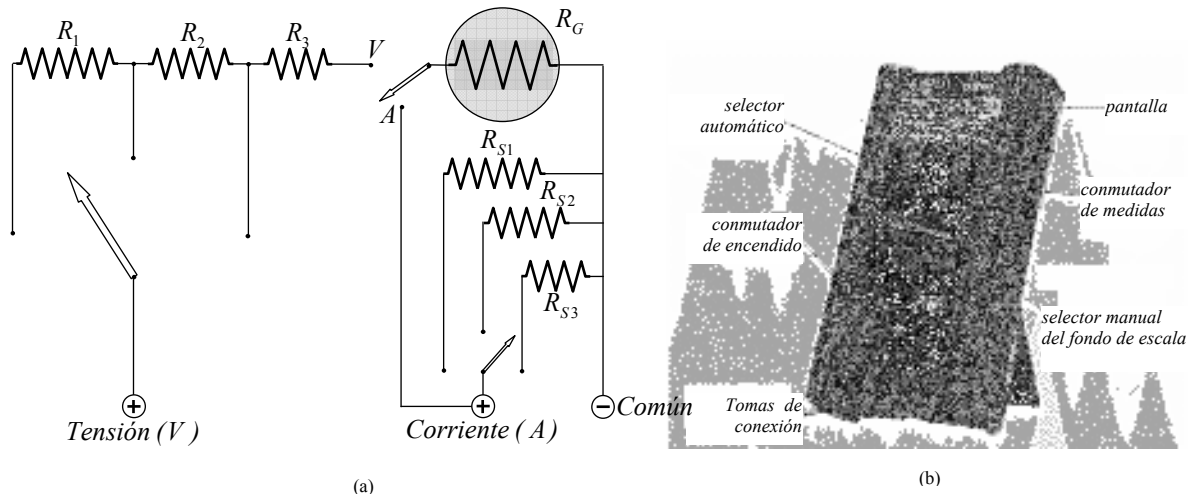


Figura 8-16

H.2. Otras aplicaciones

H.2.1. Ciclotrón

El ciclotrón, inventado por E. O. Lawrence (1902–1958) en el año 1934 puede acelerar partículas cargadas a velocidades muy altas. Las partículas energéticas producidas se utilizan para bombardear otros núcleos y por ello producen reacciones nucleares de gran interés para los investigadores. Varios hospitales emplean las instalaciones de los ciclotrones para producir sustancias radioactivas para diagnóstico y tratamiento.

La figura 8-17 corresponde a una vista superior de la parte del ciclotrón que está dentro de un tanque de vacío. Los dos objetos en forma de D, llamados *des*, están hechos de lámina de cobre y forman parte de un oscilador eléctrico que establece una diferencia de potencial (10^5 volt) acelerador a través del hueco entre las *des*. Se hace que el sentido de esta diferencia de potencial cambie de signo varios millones de veces por segundo.

Las *des* están dentro de un campo magnético ($B \cong 1.6 \text{ webers/metro}^2$) cuya dirección es saliendo del plano de la figura 8-17. El campo es producido por un gran electroimán (no mostrado en la figura). Finalmente, se hace el vacío en el espacio en el cual se mueven los iones hasta tener una presión de cerca de 10^{-6} mm de Hg. Si no se hiciera esto, los iones chocarían continuamente con las moléculas de aire.

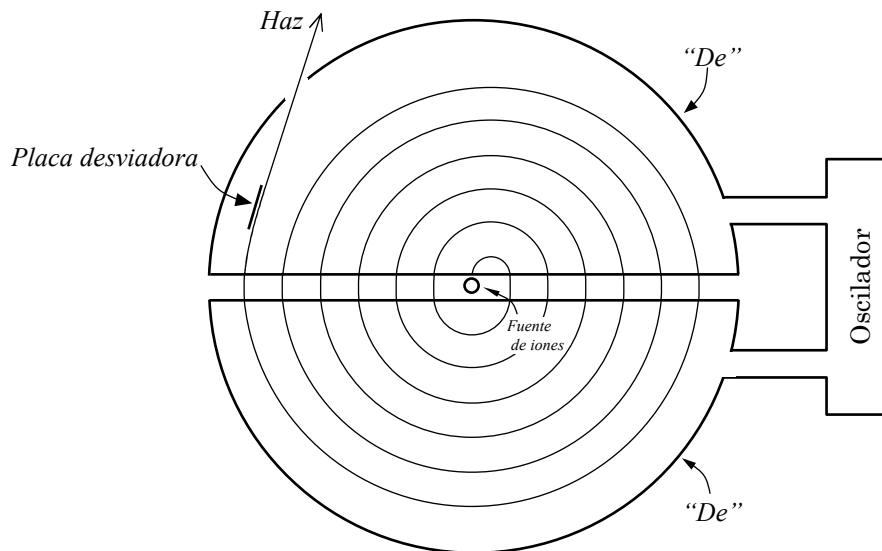


Figura 8-17

Supóngase que un ion positivo, que sale liberado de la fuente de iones, encuentra la *de* que tiene enfrente con carga negativa, entonces se acelerará hacia esa *de* y entrará en ella. Una vez adentro, queda protegido contra las fuerzas eléctricas por las paredes metálicas de las *des*. En cambio las *des* no impiden que pase el campo magnético, de modo que el ion es obligado a seguir una trayectoria circular cuyo radio, que depende de la velocidad, está dado por la ecuación 8-14

$$R = \frac{m v}{B q}$$

Después de un tiempo t_o sale el ion de la *de* por el otro lado de la fuente de iones. Supongamos que el potencial acelerador ha cambiado de signo ahora. Así pues, el ion nuevamente queda enfrente de una *de* negativa, es acelerado otra vez, y nuevamente describe en la *de* un semicírculo, de radio algo más grande (ver ecuación 8-14). Sin embargo, el tiempo que tarda en pasar por esta *de* sigue siendo el mismo, t_o . Esto se deduce de que el periodo de revolución T de un ion que circula en un campo magnético no depende de la

velocidad del ion, según se expresa en la ecuación 8-17.

$$T = \frac{2 \pi m}{q B}$$

Este proceso continúa hasta que el ion llega al borde exterior de una *de*, sitio en el cual es extraído del sistema por una placa desviadora cargada negativamente.

La energía que adquieren las partículas cargadas, dependiendo del tipo y forma del ciclotrón, se pueden alcanzar valores que van desde los 10 MeV hasta los 400 GeV (1GeV = 10^9 eV). Este último valor se obtuvo en un acelerador de protones construido en Batavia, Illinois en 1977, el ciclotrón posee un radio de 6.3 Km.

H.2.2. Espectrómetro de masas

El espectrómetro de masas se desarrolló inicialmente como un instrumento de investigación en física nuclear. Hoy, los espectrómetros de masas son muy utilizados en muchos tipos de laboratorios para medir e identificar pequeñísimas cantidades de sustancias.

El primer aparato fue ideado por Thomson, pero se han realizado muchas modificaciones y mejoras por otros investigadores, principalmente por Aston en Inglaterra, y Dempster y Bainbridge en Norteamérica.

Un espectrómetro de masas ideado por Bainbridge está representado esquemáticamente en la figura 8-18.

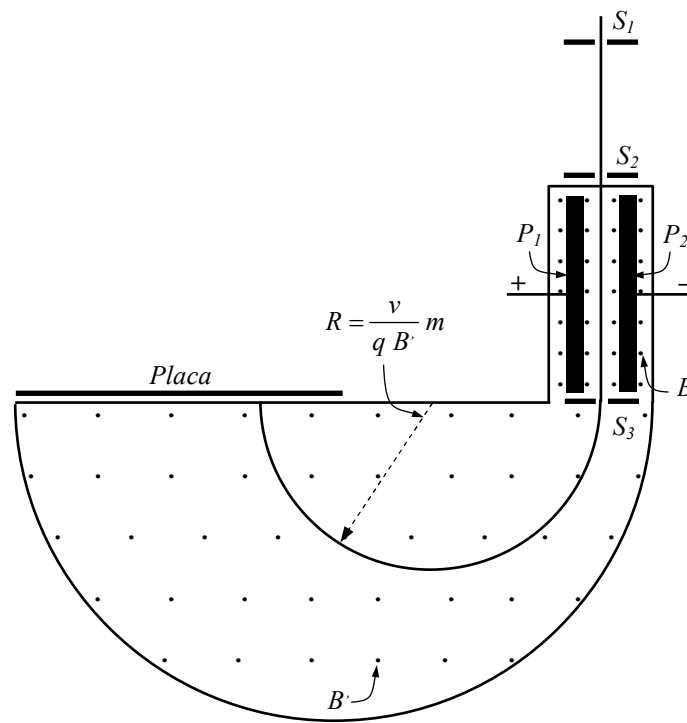


Figura 8-18

S_1 y S_2 son láminas metálicas, en cada una de las cuales hay una rendija estrecha cuya dimensión longitudinal es perpendicular al plano de la figura. La lámina S_1 se mantiene a un potencial de algunos miles de volts por encima sobre el de S_2 . Los iones positivos producidos en el espacio situado por encima de S_1 pasan a través de la rendija de esta lámina y son acelerados hacia S_2 por el campo eléctrico. Consideraremos únicamente iones positivos. Comoquiera que no todos los iones tienen la misma velocidad cuando entran en la rendija S_1 , sus velocidades serán, por lo tanto, distintas cuando salen de S_2 .

El paso siguiente del aparato es un filtro de velocidades que selecciona únicamente los iones que tiene una velocidad prefijada. Se mantiene entre las láminas P_1 y P_2 un campo eléctrico, dirigido de izquierda a derecha, y un campo magnético perpendicular al plano de la figura. Debajo de las láminas P_1 y P_2 hay colocada una tercera rendija S_3 , y sólo pueden pasar a través de la rendija S_3 aquellos iones que no son desviados por los campos eléctrico y magnético perpendiculares situados entre S_2 y S_3 , esto es, aquellos que tienen una velocidad tal que la fuerza magnética ejercida sobre ellos queda exactamente compensada por la fuerza eléctrica, o sea

$$F_E = F_B$$

$$q E = q v B$$

$$E = v B \quad \therefore \quad v = \frac{E}{B}$$

En la región situada debajo de S_3 hay un campo magnético B' perpendicular al plano de la figura, pero no hay campo eléctrico. En esta región un ion positivo describe una trayectoria circular de radio (ecuación 8-14)

$$R = \frac{m v}{B' q} = \left(\frac{v}{q B'} \right) m$$

Con el filtro de velocidades se consigue que todos los iones de esta región tengan la misma velocidad. En consecuencia, la razón $v/q B'$ es la misma para todos los iones, y el radio R es directamente proporcional a la masa m del ion. Los iones de masas diferentes describen trayectorias semicirculares distintas, e inciden sobre una placa fotográfica después de haber efectuado la semirrevolución. La emulsión depositada sobre la placa queda impresionada cuando actúan sobre ella los iones, exactamente igual que si hubiera estado expuesta a la luz. Puesto que las dimensiones longitudinales de las rendijas son perpendiculares al plano de la figura, las trayectorias semicirculares son como cintas encorvadas, y cada trayectoria produce una línea sobre la placa en el punto en que es alcanzada por ella. El aparato dispersa el haz de iones en un *espectro de masas*, como un prisma dispersa un haz de luz en un espectro; de ahí el nombre *de espectrómetro o espectrógrafo de masas*.

H.2.3. Motor de corriente continua

Un sencillo motor de corriente continua (cc), como el que se utiliza en los juguetes mecánicos, consta de un electroimán montado sobre un eje (*inducido*) que gira entre los polos de un imán en forma de C (*inductor*), tal como se muestra en la figura 8-19. Los extremos del cable del electroimán están conectados a dos contactos (*conmutadores*) montados sobre el eje. El circuito se completa siempre que los conmutadores tocan los contactos externos (*escobillas*), que están conectados a la batería o pila.

Cuando gira el inducido, los conmutadores invierten repetidamente la conexión entre la batería y la espira, de modo que la dirección de la corriente en la espira se invierte repetidamente.

Como resultado de esto, el momento de la espira se halla siempre en la misma dirección. Ello hace que la espira gire y le permita realizar trabajo sobre alguna carga. En la práctica los motores de corriente continua tienen muchas espiras cada una de las cuales está ligeramente girada o desplazada con respecto a la anterior, de modo que el momento neto es prácticamente constante mientras el motor gira.

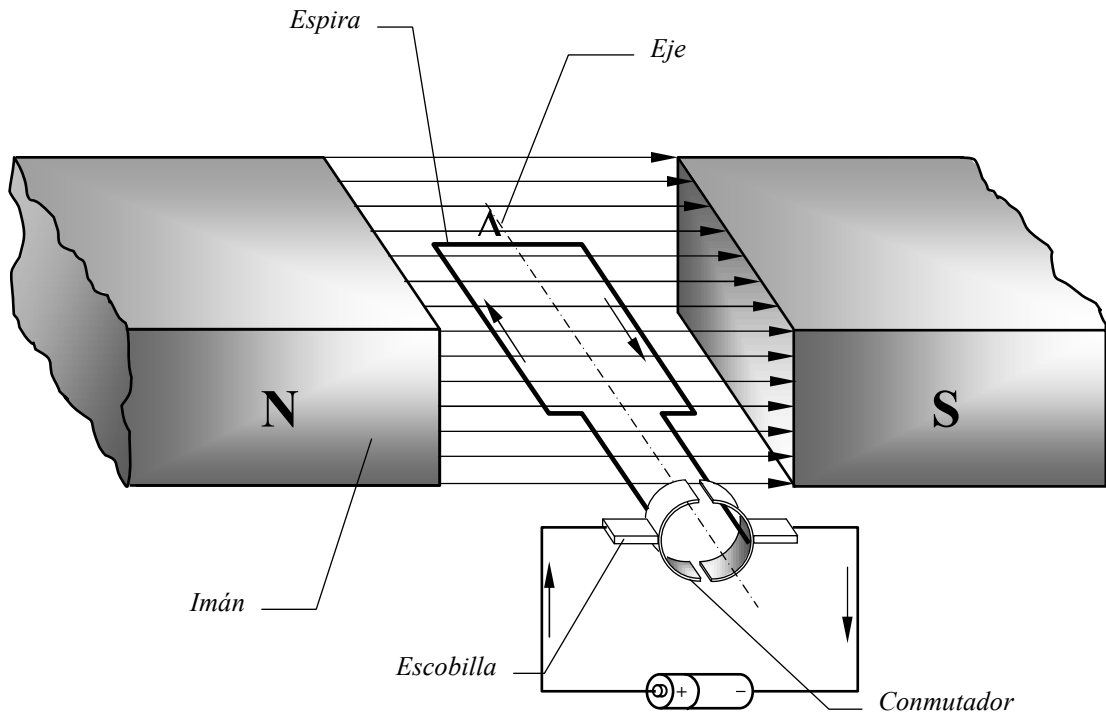
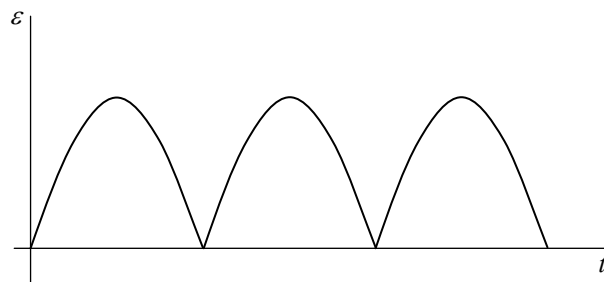
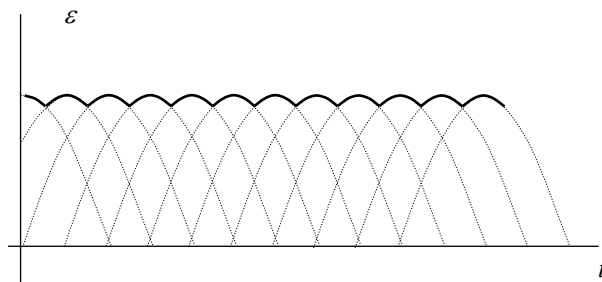


Figura 8-19



(a)



(b)

Figura 8-20