

## Campo Magnético - Fuentes

- 7-1. Introducción al magnetismo
- 7-2. Efecto Oersted
- 7-3. Campo magnético creado por un conductor que transporta corriente
  - 7-4. Ley de Biot-Savart
  - 7-5. Aplicaciones de la ley de Biot-Savart
- 7-6. Extensión de la ley de Biot-Savart al electrón
  - 7-7. Ley de Amper
  - 7-8. Aplicaciones de la ley de Amper
  - 7-9. Flujo magnético
- 7-10. Ley de Gauss del magnetismo

- G-1. Campo del electrón orbital*
- G-2. Divergencia de un campo magnetostático*
- G-3. Campo magnético de la Tierra*

---

# Campo Magnético - Fuentes

---

## 7.1. Introducción al magnetismo

La interacción magnética es otro tipo de interacción que se observa en la naturaleza. Varios siglos antes de Cristo, el hombre observó que ciertos minerales de hierro como la piedra imán<sup>1</sup> (una variedad de la magnetita), tenían la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. La misma propiedad la tienen el hierro, el cobalto y el manganeso en su estado natural, y muchos compuestos de estos metales. Esta propiedad, aparentemente específica, no está relacionada con la gravitación puesto que no solo no la tienen naturalmente todos los cuerpos, sino que aparece concentrada en ciertos lugares del mineral de hierro, y aparentemente tampoco está relacionada con la interacción eléctrica porque estos minerales no atraen bolitas de corcho o pedazos de papel. En consecuencia, se le dio a esta propiedad física un nuevo nombre el de **magnetismo**. El nombre de magnetismo proviene de una antigua ciudad de Asia Menor llamada Magnesia, que de acuerdo con la tradición, se observó por primera vez este fenómeno.

Un cuerpo magnetizado se denomina **imán**. Es decir un imán es aquel cuerpo que atrae pedazos de hierro, níquel y otros materiales.

La tierra misma es un inmenso imán. Por ejemplo si suspendemos una varilla magnetizada en cualquier punto de la superficie terrestre, tal como se observa en la figura 7-1, y la dejamos mover libremente alrededor de un eje vertical, la varilla se orienta de modo que siempre el mismo extremo apunta hacia el polo norte geográfico. Este resultado demuestra que la tierra ejerce una fuerza adicional sobre la varilla magnetizada, fuerza que no experimentan las varillas no magnetizadas.

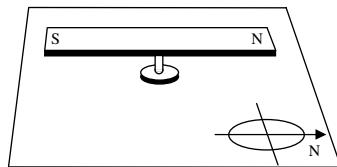


Figura 7-1

Este experimento sugiere que hay dos clases de polos magnéticos que podemos designar con los signos positivo (+) y negativo (-), o por las letras norte (N) y sur (S) correspondientes, respectivamente, a los polos que apuntan hacia el norte y hacia al sur. Esta última notación es la más usual.

Si tomamos dos varillas magnetizadas y las colocamos como se muestra en la figura 7-2 a) y b) observaremos que las mismas se repelen o se atraen según enfrentemos polos del mismo o diferente nombre. Concluimos entonces de nuestro experimento que *la interacción entre polos magnéticos del mismo nombre es repulsiva y la interacción de polos magnéticos de distinto nombre es atractiva*.

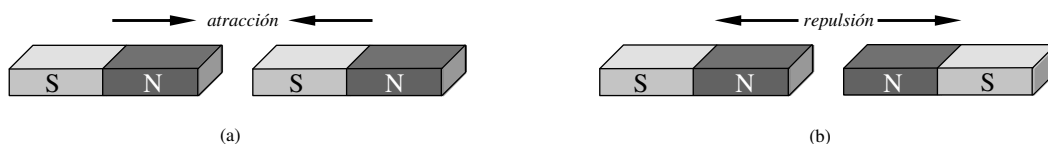


Figura 7-2

A continuación podríamos intentar medir la intensidad de un polo magnético definiendo una carga o masa magnética, e investigar como depende la interacción magnética de la distancia entre polos. Esto es perfectamente posible, y de hecho, antes que

---

<sup>1</sup> Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>

los físicos comprendieran claramente la naturaleza del magnetismo, aquel fue el método de estudio adoptado. Sin embargo, cuando se intentaron estas mediciones apareció una dificultad fundamental: *aunque es posible aislar cargas eléctricas positivas y negativas y asociar una carga eléctrica definida con las partículas fundamentales que constituyen todos los átomos, no ha sido posible aislar un polo magnético o identificar una partícula fundamental que tenga una sola clase de magnetismo, sea N o el S*, este fenómeno se describe en la figura 7-3.

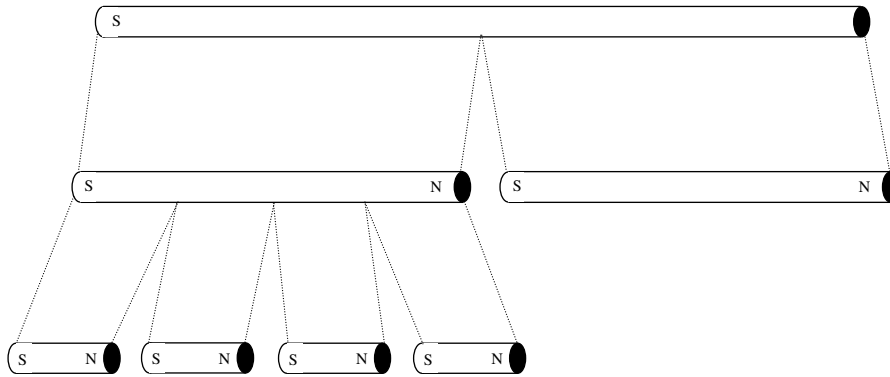


Figura 7-3

Los cuerpos magnetizados siempre presentan pares de polos iguales y opuestos. Por otra parte, se ha encontrado que las nociones de polo y masa magnética no son necesarias para describir el magnetismo.

### 7.1.1. Vector de inducción magnética $\vec{B}$

Las interacciones eléctricas y magnéticas están íntimamente relacionadas, siendo en realidad sólo dos aspectos diferentes de una propiedad de la materia: su carga eléctrica. El magnetismo es un efecto del movimiento de las cargas eléctricas. Las interacciones eléctricas y magnéticas deben considerarse conjuntamente bajo la designación más general de *interacciones electromagnéticas*.

Puesto que observamos interacciones entre cuerpos magnetizados, podemos decir por analogía con los casos ya vistos, como el gravitacional y eléctrico, *que un cuerpo magnetizado produce un campo magnético en el espacio que lo rodea*. Luego definiremos el vector básico del campo magnético como  $\vec{B}$  que recibe el nombre de inducción magnética. Un nombre más adecuado de  $\vec{B}$  sería el de intensidad de campo magnético, pero éste ha sido usurpado, por razones históricas, por otro vector<sup>2</sup> relacionado con el campo magnético. Por razones de brevedad se acostumbra llamar al vector  $\vec{B}$  campo magnético, de manera análoga a como llamamos campo eléctrico al vector  $\vec{E}$ .

### 7.1.2. Líneas de Inducción

El campo magnético puede representarse mediante **líneas de inducción**, de la misma forma que el campo eléctrico se representa a través de las líneas de fuerza. Al igual que en el campo eléctrico, el vector de campo magnético está relacionado con sus líneas de inducción de la siguiente forma:

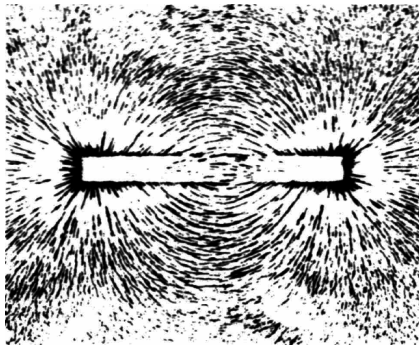
- Las líneas de inducción se dibujan de tal manera que siempre se dirigen de un polo norte al polo sur.
- La tangente a una línea de inducción en un punto dado, indica la dirección del campo magnético  $\vec{B}$  en ese punto.
- Las líneas de inducción se dibujan de tal forma que el número de líneas por unidad de

<sup>2</sup> Este vector se simboliza  $\vec{H}$ , intensidad de campo magnético, sobre él se trata en el capítulo 11 - Propiedades Magnéticas de la Materia

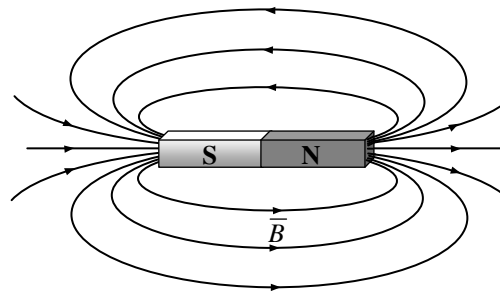
área en la sección transversal (perpendicular a las líneas) es proporcional a la magnitud del campo magnético  $\vec{B}$ . Es decir, en donde las líneas están muy concentradas el campo magnético es grande, y donde están más separadas el campo magnético es menor.

En la figura 7-4, 7-5 y 7-6 se representan diferentes elementos productores de campos magnéticos. Las líneas de campo magnético del exterior de un imán o de otro elemento se pueden visualizarse esparciendo limaduras de hierro sobre una hoja de papel. Las limaduras se magnetizan y tienden a alinearse con el campo.

En la figura 7-4 b) se observa el campo magnético de un imán y en la figura 7-4 a) el diseño formado por las limaduras de hierro próximas a un imán. En la figura 7-5 b) se representan las líneas de inducción correspondiente a una bobina larga de alambre por la cual circula una corriente, y en la figura 7-5 a) el modelo con limaduras de hierro. En la figura 7-6 b) se muestran las líneas de inducción para un conductor largo que transporta una corriente, y en la figura 7-6 a) el modelo con limaduras de hierro correspondiente al alambre.

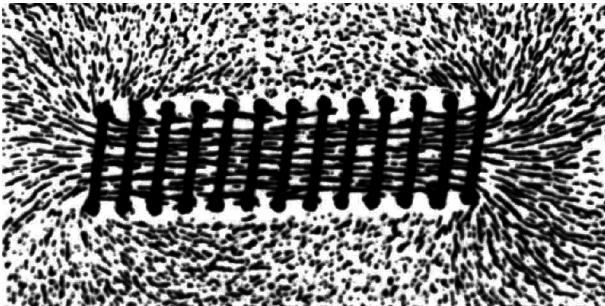


(a)

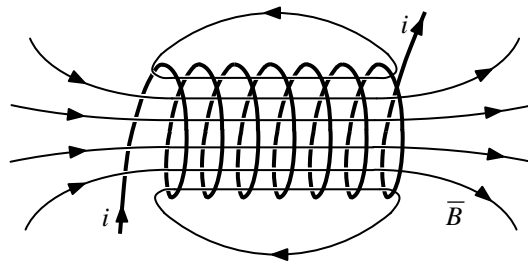


(b)

Figura 7-4

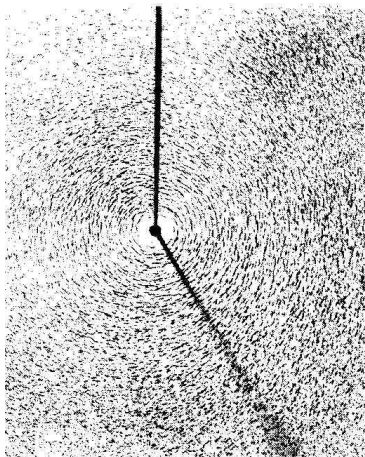


(a)

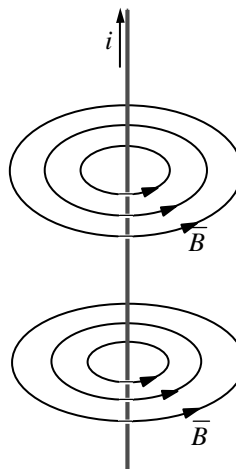


(b)

Figura 7-5



(a)



(b)

Figura 7-6

## 7.2. Efecto Oersted

En el año 1819 se inicia el desarrollo de la ciencia electromagnética con el más fundamental y sencillo de los experimentos; la desviación de la brújula por acción de la corriente eléctrica.

A través de esta experiencia queda al descubierto la conexión fenomenológica básica entre el magnetismo y la electricidad.

El profesor Cristian Oersted de la Universidad de Copenhague, durante el desarrollo de una clase en la que mostraba a sus alumnos el poder calorífico que produce una pila de Volta en los conductores de corriente eléctrica, observa que una aguja magnética ubicada por casualidad sobre la mesa de trabajo próxima al circuito de la pila se desvía al cerrar aquel.

Oersted se da cuenta que no es el calor del alambre sino la corriente misma la causa actuante y sintetizando su juicio escribe “... en cuanto al efecto que se produce en el conductor y en el espacio circundante, lo llamamos conflicto eléctrico y actúa de una manera giratoria ...”, queriendo significar que al colocar la aguja magnética en la proximidad del alambre con corriente, como se observa en la figura 7-7 a) y b) y desplazarla a su alrededor, siempre se pone perpendicular a éste.

Con el lenguaje moderno de la física, el fenómeno se describe diciendo que en el espacio que rodea a un conductor con corriente eléctrica, un imán es accionado por fuerzas que dependen de la posición mutua del alambre y del imán y de la intensidad de la corriente eléctrica.

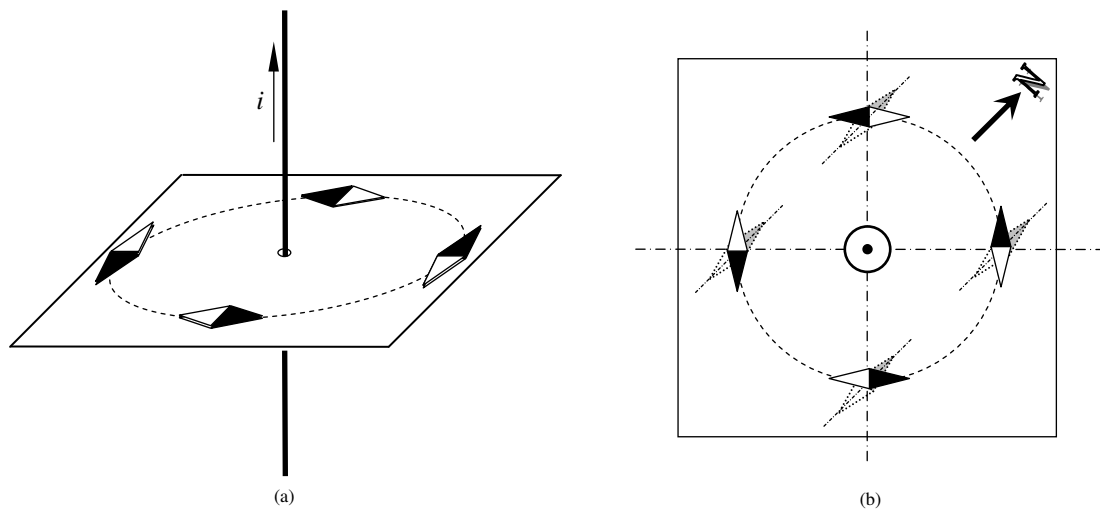


Figura 7-7

La actitud mental siguiente al descubrimiento suponía que el espacio en el que estas fuerzas actúan debe ser consideradas como la región de un campo magnético, y como tal, estudiado, trazando las líneas de fuerza y definiendo la intensidad de campo en cada punto del espacio. El fenómeno eléctrico de la corriente adquiere así una nueva dimensión física, se manifiesta como un complejo eléctrico y magnético distribuido en el espacio.

El reconocimiento de que un campo magnético podía ser creado tanto por un imán como por la corriente eléctrica trajo a su vez nuevos interrogantes. ¿Podría el campo de un imán ejercer a su vez fuerzas ponderomotrices sobre la corriente? . En la figura 7-8 se ilustra el dispositivo que da la respuesta positiva, casi tan antigua como el mismo efecto Oersted. Se prepara una espira circular con un alambre de cobre cuyos extremos se sueldan a laminillas de cobre de zinc, respectivamente, fijadas a un flotador que se encuentra en un recipiente con agua acidulada. Todo lo cual constituye un circuito cerrado por el cual circula una corriente que entra por el lado del cobre. Se dispone de una barra-imán que se aproxima tratando de mantenerla horizontal a una altura coincidente con el centro de la espira. El dispositivo flotante se desplaza y gira hasta colocarse lo más próximo posible al polo del imán, con el plano de la espira perpendicular al eje longitudinal de aquél. Las fuerzas atractivas que han desarrollado entre ambos elementos y el desplazamiento de la

espira, son semejantes a los que sufriría una aguja magnética colocada en el centro de la espira, y en efecto, la espira con corriente y con los suficientes grados de libertad mecánica es una verdadera brújula.

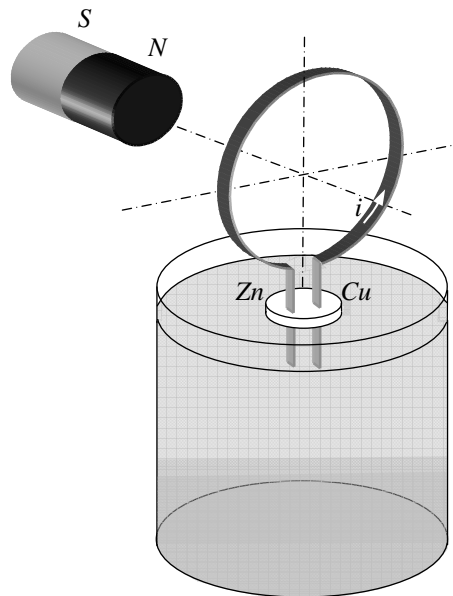


Figura 7-8

Lamentablemente el circuito tal como se ilustra en la figura 7-8 no tienen la sensibilidad suficiente como para ser influenciado por el débil campo magnético de la tierra.

El mismo Oersted planteó la necesidad del cumplimiento del principio de acción y reacción diciendo “... un cuerpo no puede poner a otro en movimiento sin ser movido el mismo...”.

Podemos enumerar las tres consecuencias fundamentales que quedaron establecidas con el análisis del efecto Oersted:

1. La corriente eléctrica es productora de un campo magnético.
2. El campo magnético del imán y el de la corriente eléctrica son de una misma naturaleza física.
3. El campo magnético ya sea del imán o de la corriente da lugar a una fuerza de interacción que actúa sobre cualquier sistema productor de campo magnético.

### 7.3. Campo magnético creado por un conductor que transporta corriente

#### 7.3.1. Relación entre campo magnético y corriente

El caso más sencillo e históricamente el primero de cuya observación se infirió la modalidad de campo de la corriente, es el del conductor rectilíneo suficientemente largo en comparación con las distancias del espacio que lo rodea.

Interpretando con el lenguaje de la física actual las observaciones y mediciones de Biot-Savart, diremos que en cada punto del espacio, el valor de la inducción magnética  $\vec{B}$  es proporcional al valor recíproco de la distancia  $r$  entre el punto considerado y el conductor, y a la intensidad de la corriente  $i$ . Su dirección se manifiesta perpendicular al plano determinado por el radio vector  $\vec{r}$  y el eje geométrico de dicho conductor, tal como se observa en la figura 7-9 a).

Los resultados experimentales pueden escribirse entonces mediante la proporcionalidad siguiente

$$B \propto \frac{i}{r}$$

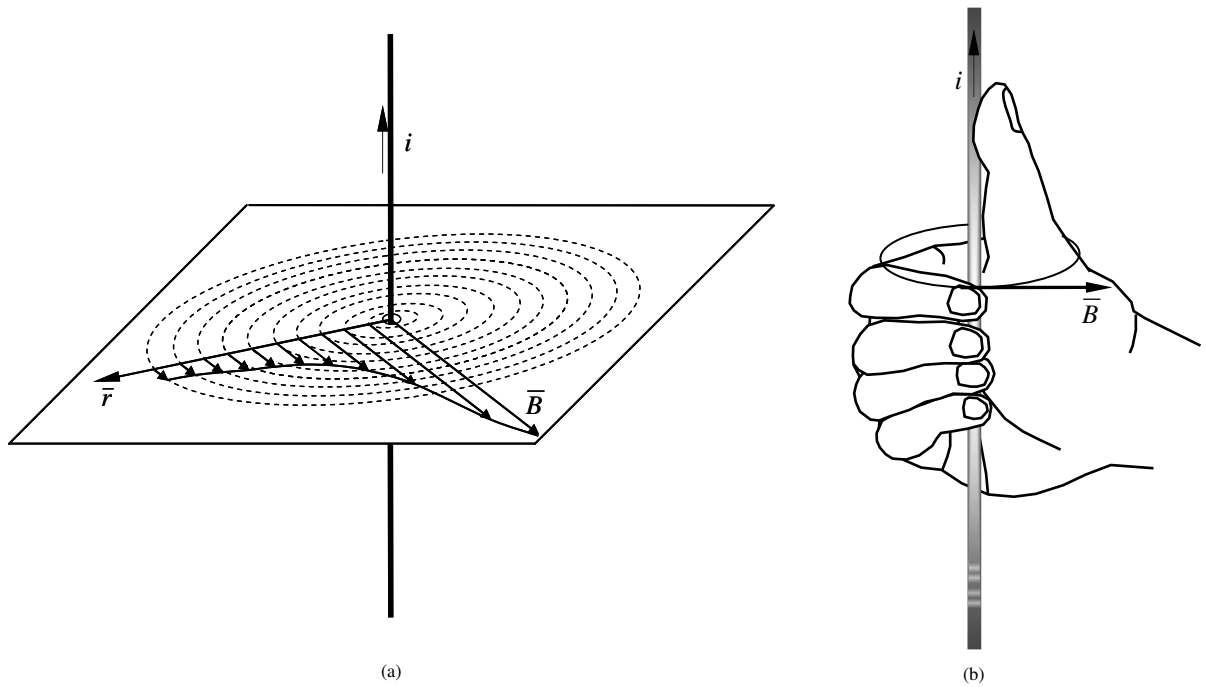


Figura 7-9

Esta relación de proporcionalidad puede transformarse en una igualdad introduciendo una constante de proporcionalidad. De la misma forma que ocurría con la ley de Coulomb y por la misma razón esta constante no se escribe simplemente como  $K$ , sino que se presenta en forma más compleja como  $\mu_0/2\pi$  en la que  $\mu_0$  se denomina **constante de permeabilidad**. Por lo tanto podemos escribir la proporcionalidad anterior de la siguiente manera

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \tag{7-1}$$

a la expresión 7-1 se le da el nombre de **fórmula de Biot-Savart**. A la constante de permeabilidad  $\mu_0$  se le asigna el siguiente valor

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tesla metro}}{\text{Amper}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Newton}}{\text{Amper}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Weber}}{\text{Amper metro}}$$

La unidad de la inducción magnética  $\vec{B}$  es

$$\frac{\text{Newton}}{\frac{\text{Coulomb}}{\text{metro}} \text{metro}} = \frac{\text{Newton}}{\text{Amper metro}} = \text{Tesla} = \frac{\text{Weber}}{\text{metro}^2}$$

En el Sistema Internacional el  $\text{Newton}/\text{Amper metro}$  recibe el nombre de *Tesla* y se simboliza con la letra  $T$ . En puntos posteriores se tratará con mayor claridad el tema de las unidades de la inducción magnética.

El valor de constante de permeabilidad  $\mu_0$  es un valor asignado, diferente al valor de la constante de permitividad  $\epsilon_0$  de la ley de Coulomb que es un valor medido.

La configuración que adoptan las líneas de fuerza del campo magnético  $\vec{B}$ , son pues, círculos concéntricos con la sección transversal del conductor. Cerca del conductor las líneas

están más apretadas y el espaciamiento entre ellas aumenta a medida que aumenta la distancia al conductor. Esto representa la disminución con  $1/r$  en el campo magnético  $\vec{B}$ .

La convención del sentido de las líneas de fuerza, está indicada por la regla de la mano derecha, figura 7-9 b), la cual consiste en tomar al conductor con la mano derecha, con el pulgar apuntando en el sentido de la corriente. El sentido en que se enrollan los dedos en torno al alambre es el sentido del campo magnético  $\vec{B}$ .

### 7.3.2. Campo magnético creado por una tira delgada conductora

Determinaremos el campo magnético creado por una tira delgada conductora que transporta una corriente  $i$  en el punto P, que se encuentra a una distancia  $R$  medida perpendicularmente al centro de la tira, tal como se indica en la figura 7-10 a).

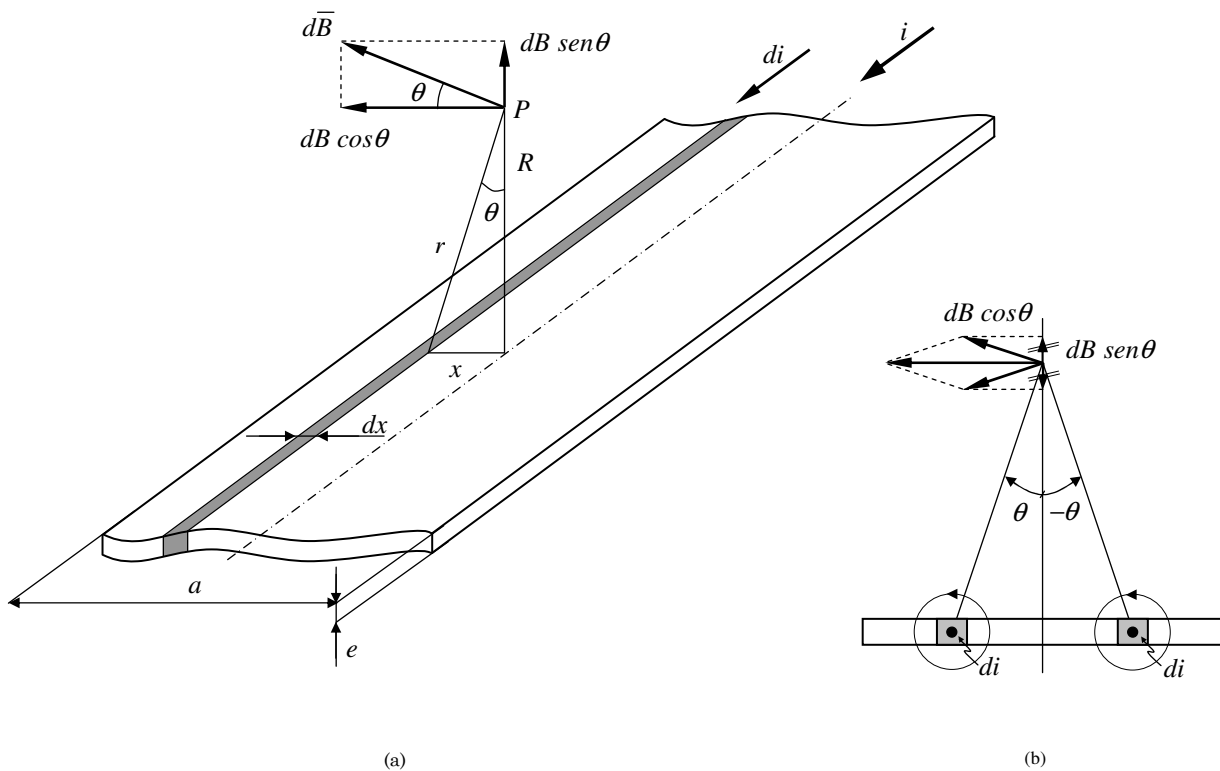


Figura 7-10

Subdividamos la tira de la figura 7-10 a) en filamentos de ancho  $dx$ . Considerando una densidad de corriente constante en la tira tendremos que por cada filamento circulará una corriente  $di = i(dx/a)$ .

Cada uno de estos filamentos producirá un campo magnético

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{di}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i(dx/a)}{R \sec \theta}$$

Al campo resultante únicamente contribuye la componente horizontal  $dB \cos \theta$  ya que la componente vertical se ve anulada con la introducción asociada con el filamento localizado simétricamente al otro lado del origen, tal como se observa en la figura 7-10 b). Por lo tanto podemos escribir el campo resultante en el punto P como

$$B = \int dB \cos \theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi R a} \int \frac{dx}{\sec \theta} \cos \theta \quad (\text{integral escalar})$$

Las variables  $x$  y  $\theta$  no son independientes, están relacionadas de la siguiente manera,  $x = R \operatorname{tg} \theta$ , derivando  $x$  en función de  $\theta$  obtenemos,  $dx = R \sec^2 \theta$ , reemplazando en la expresión anterior tenemos que

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R a} \int \frac{R \sec^2 \theta d\theta}{\sec^2 \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \int d\theta$$

Los límites de integración son  $\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{a/2}{R}$  y  $\theta = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{a/2}{R}$ , con lo cual resulta

$$B = \frac{\mu_0}{\pi a} \operatorname{tg}^{-1} \frac{a}{2R} \quad (7-2)$$

Para puntos muy alejados de la tira conductora podemos considerar que  $\operatorname{tg}^{-1}(a/2)/R \cong (a/2)/R$ , por lo que la ecuación 7-2 se transforma en

$$B \cong \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Esta última expresión es un resultado esperado, en virtud de que para puntos distantes, la tira se comporta como un conductor cilíndrico.

#### 7.4. Ley integral de BIOT-SAVART

Esta es una ley matemática que permite calcular el valor de inducción magnética  $\vec{B}$  creada por una corriente que circula por un conductor curvo de forma arbitraria.

El conductor puede imaginarse dividido en pequeños elementos de longitud  $d\vec{l}$  tangentes al conductor que transporta una corriente  $i$ . Al producto  $i d\vec{l}$  se lo denomina *elemento de corriente*.

Consideremos la figura 7-11, en la cual se muestra un conductor de forma arbitraria al cual lo podemos imaginar constituido por infinitos elementos de corriente. Cada elemento de corriente crea en el punto P, donde queremos calcular el valor del campo magnético  $\vec{B}$ , un campo infinitesimal  $d\vec{B}$  del siguiente valor

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (7-3)$$

cuyo módulo resulta

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \operatorname{sen} \theta}{r^2} \quad (7-4)$$

en donde  $\vec{r}$  es la distancia entre el punto P considerado y el elemento de corriente considerado, y  $\theta$  es el ángulo formado por el vector  $d\vec{l}$  y  $\vec{r}$ .

El vector  $d\vec{B}$  resulta perpendicular al plano formado por los vectores  $d\vec{l}$  y  $\vec{r}$ . El sentido del vector  $d\vec{B}$  está dado por la regla de la mano derecha.

El campo resultante en el punto P se encuentra integrando la expresión 7-3

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \quad (\text{integral vectorial})$$

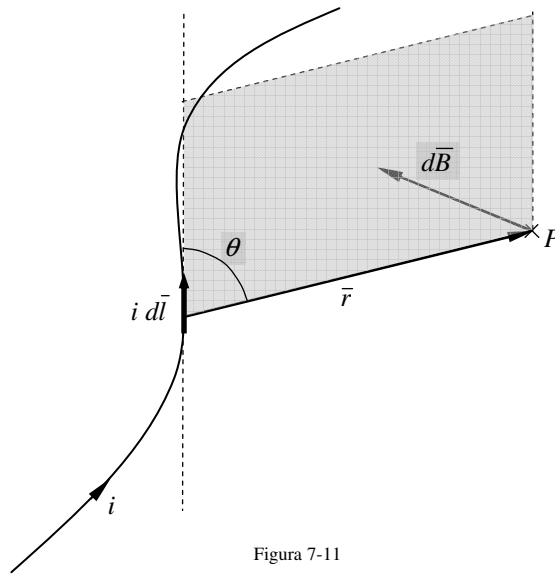


Figura 7-11

Notemos que existe una cierta analogía entre la ley de Biot-Savart y la ley de Coulomb, tal como se muestra en la Tabla 7-1.

TABLA 7-1  
Relación entre las ecuaciones de Biot-Savart y Coulomb

| Ley de Biot-Savart   | Ley de Coulomb   |
|--|--|
| $dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i dl \text{ sen } \theta}{r^2}$     | $dE = \frac{\mu_o}{2\pi\epsilon_o} \frac{dq}{r^2}$     |
| $B = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{i dl \text{ sen } \theta}{r^2}$ | $E = \frac{\mu_o}{2\pi\epsilon_o} \int \frac{dq}{r^2}$ |

### 7.5. Aplicaciones de la ley de Biot-Savart

#### 7.5.1. Campo magnético creado por un conductor rectilíneo

Consideremos la figura 7-12 a) la cual muestra un conductor rectilíneo que transporta una corriente  $i$ .

El elemento de corriente  $i d\vec{x}$  mostrado en la figura produce en el punto P un campo magnético  $d\vec{B}$  que de acuerdo a la ley de Biot-Savart vale

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i dx \text{ sen } \theta}{r^2}$$

en donde la dirección y sentido del vector  $d\vec{B}$  es la indicada en la figura 7-12 a) y b).

Todos los elementos  $i d\vec{x}$  que constituyen el conductor producen un campo diferencial  $d\vec{B}$  en el punto P, todos en el misma dirección y sentido. Por lo tanto el campo resultante en el punto P resulta ser la suma algebraica de los campos diferenciales, es decir

$$B = \frac{\mu_o i}{4\pi} \int_{\alpha} \frac{\text{sen } \theta dx}{r^2}$$

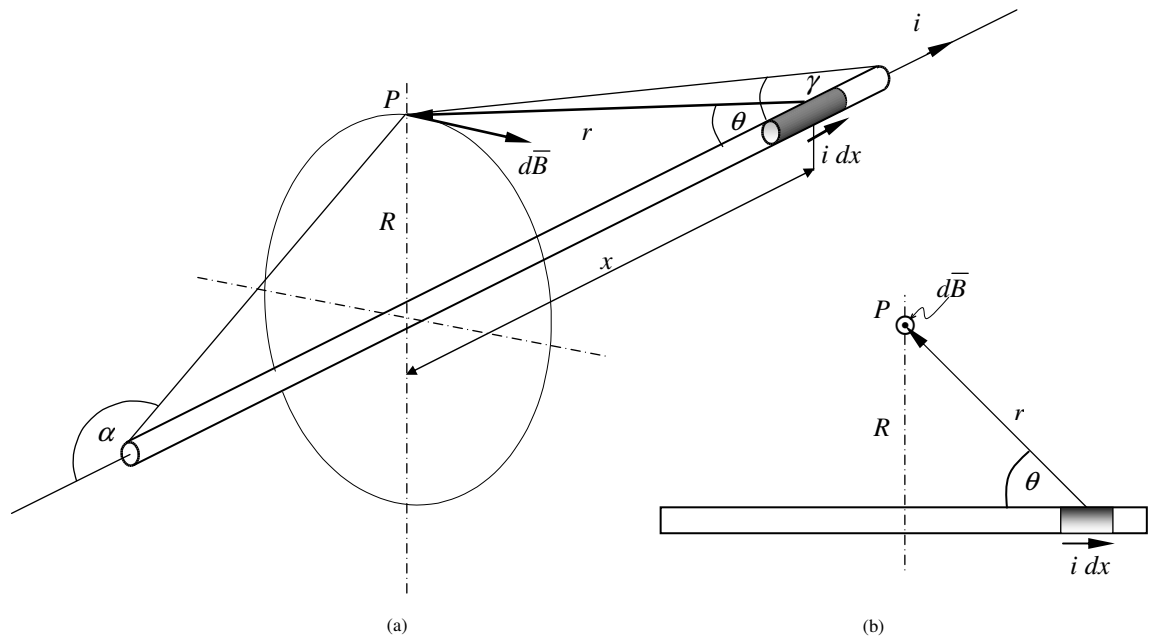


Figura 7-12

En donde las variables  $x$ ,  $\theta$  y  $r$  no son independientes entre si, sino que están relacionadas de la siguiente manera  $x = R \cot \theta$ , y derivando  $x$  respecto de  $\theta$ , obtenemos  $dx = -R \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$ , además tenemos que  $r = R/\operatorname{sen} \theta = R \operatorname{cosec} \theta$ , reemplazando

$$B = -\frac{\mu_o i}{4\pi} \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{\operatorname{sen} \theta R \operatorname{cosec}^2 \theta dx}{R^2 \operatorname{cosec}^2 \theta} = -\frac{\mu_o i}{4\pi R} \int_{\alpha}^{\gamma} \operatorname{sen} \theta d\theta = \frac{\mu_o i}{4\pi R} (\cos \gamma - \cos \alpha)$$

$$B = \frac{\mu_o i}{4\pi R} (\cos \gamma - \cos \alpha) \tag{7-5}$$

Si consideramos un conductor muy largo (infinito) tenemos que  $\alpha = \pi$  y  $\gamma = 0$ , por lo tanto la expresión 7-5 se reduce a

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}$$

Vemos que el resultado coincide con la fórmula de Biot-Savart ya vista anteriormente, ecuación (7-1).

Notemos que existe una cierta analogía entre la ecuación (7-1) y la expresión (2-34) de campo eléctrico creado por una varilla larga cargada.

TABLA 7-2  
Comparación entre campo magnético producido por un conductor infinito y el campo eléctrico producido por una varilla infinita

| Campo magnético cerrado por un conductor infinito con corriente | Campo eléctrico creado por una varilla cargada infinita |
|---|---|
| $B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}$                                    | $E = \frac{1}{2\pi \epsilon_o} \frac{\lambda}{R}$       |

### 7.5.2. Campo magnético creado por una espira circular

Calcularemos a continuación el campo magnético creado por una espira circular en

puntos ubicados sobre el eje de la misma.

Consideremos la figura 7-13 a) la cual muestra una espira circular de radio  $R$  que transporta una corriente  $i$ .

El elemento de corriente  $i d\vec{l}$  mostrado en la figura produce en el punto P un campo magnético  $d\vec{B}$  que de acuerdo a la ley de Biot-Savart vale

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \text{ sen } \theta}{r^2}$$

en donde la dirección y sentido del vector  $d\vec{B}$  es la indicada en la figura 7-13 a) y b).

Nótese que para todos los elementos de corriente  $r$ ,  $x$ ,  $\beta$  y  $\theta$  son magnitudes que permanecen constantes.

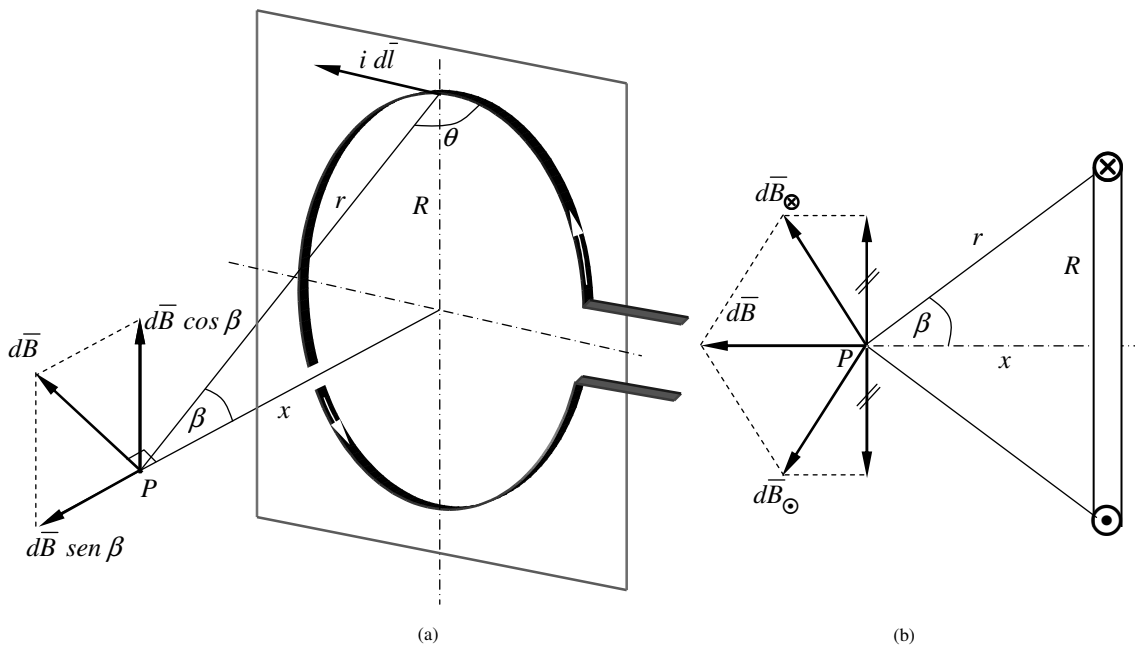


Figura 7-13

Todos los elementos  $i d\vec{l}$  que constituyen la espira producen un campo diferencial  $d\vec{B}$  en el punto P. Este campo diferencial tiene dos componentes tal como se muestra en la figura 7-13 b), pero observemos que cada componente del campo  $d\vec{B} \cos \beta$  de un elemento de corriente es anulado por la componente análoga (o simétrica) del elemento de corriente diametralmente opuesto, por lo tanto que en el punto P únicamente hay contribución de  $d\vec{B} \text{ sen } \beta$  al campo magnético total.

Como el ángulo  $\theta = 90^\circ$ , entonces  $\text{sen } \theta = 1$  por lo que la expresión anterior se reduce a

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i dl}{r^2}$$

Por lo tanto el campo resultante en el punto P, será según lo expuesto en el párrafo anterior igual a

$$B = \int dB \text{ sen } \beta = \frac{\mu_o i}{4\pi r^2} \text{ sen } \beta \int_0^{2\pi} dl = \frac{\mu_o i}{4\pi r^2} \frac{R}{r} 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_o i}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \tag{7-6}$$

Podemos conocer el valor del campo magnético en el centro de la espira haciendo  $x=0$ , entonces la ecuación 7-6 queda

$$B = \frac{\mu_o i}{2 R} \quad (7-7)$$

También podemos calcular el valor del campo magnético en un punto muy lejano del eje de la espira haciendo  $x \gg R$ , entonces la ecuación 7-6 se reduce a

$$B = \frac{\mu_o i R^2}{2 x^3} \quad (7-8)$$

Otra manera de expresar la ecuación 7-8, es multiplicando y dividiendo a la misma por el factor  $\pi$  y considerando el caso más general de  $N$  espiras, tenemos

$$B = \frac{\mu_o i}{2} \frac{N R^2}{x^3} \frac{\pi}{\pi} = \frac{\mu_o i}{2} \frac{N \pi R^2}{x^3} \frac{1}{\pi} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{N i A}{x^3}$$

en donde  $A$  es el área de la espira y el producto  $N i A$  se lo denomina **momento magnético dipolar de la espira** de corriente, es decir

$$p_m = N i A \quad (7-9)$$

entonces al campo magnético lo podemos expresar como

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{p_m}{x^3} \quad (7-10)$$

A continuación, en la figura 7-14 a) representamos las líneas de campo correspondientes a una espira circular, y en la figura 7-14 b) la correspondiente regla de la mano derecha para la determinación de la dirección y sentido del campo magnético de la misma, la cual consiste en recorrer la espira en el sentido de la corriente con la punta de los dedos y el pulgar nos indicará el sentido del campo magnético.

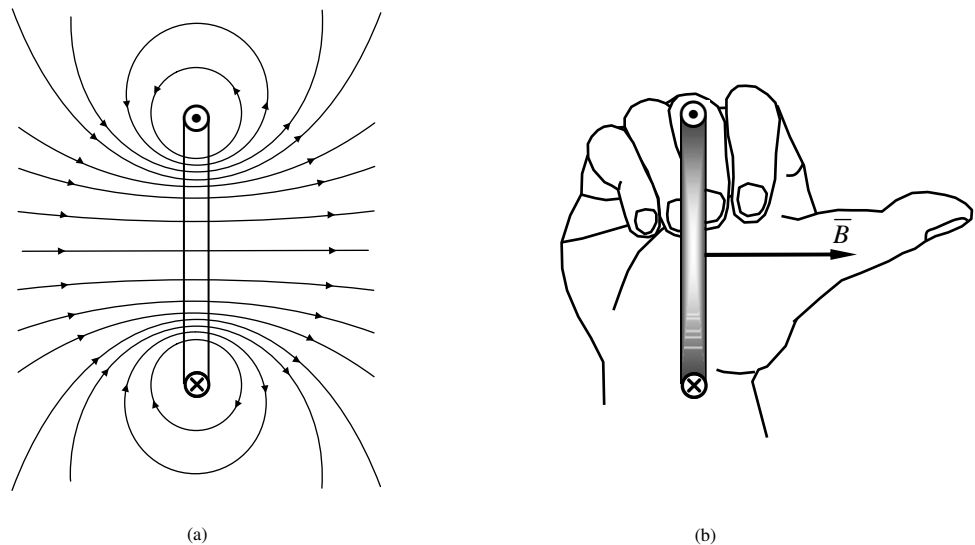


Figura 7-14

### 7.5.1. Campo magnético creado por un solenoide recto

El solenoide recto se forma arrollando un alambre conductor según una hélice cilíndrica de paso constante. Cada vuelta del alambre constituye una espira, ésta se considera el módulo cuya repetición a lo largo de un eje recto genera el solenoide. Debemos suponer que las espiras están muy próximas para que cada una esté contenida en un plano normal al eje. En estas condiciones las espiras son equivalentes a un sistema de anillos de igual número y tamaño que fueren recorridos por corrientes de igual intensidad y sentido, como se muestra en la figura 7-15, en la que se han dibujado algunas líneas del campo magnético.

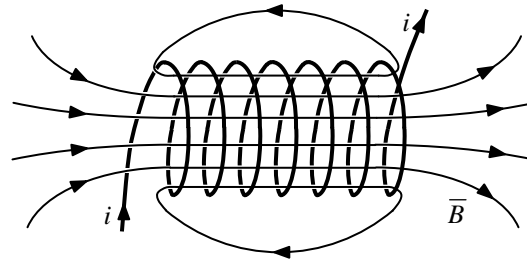


Figura 7-15

El sentido de las líneas del campo se determina con la regla de la mano derecha aplicada para la corriente en cada espira. En el interior del solenoide el flujo resultante tiene el sentido del avance de un tirabuzón que girese coincidente con la corriente.

La figura 7-16 representa un corte del solenoide. El mismo tiene un largo  $l$  y un diámetro  $2R$  siendo  $l \gg 2R$ .

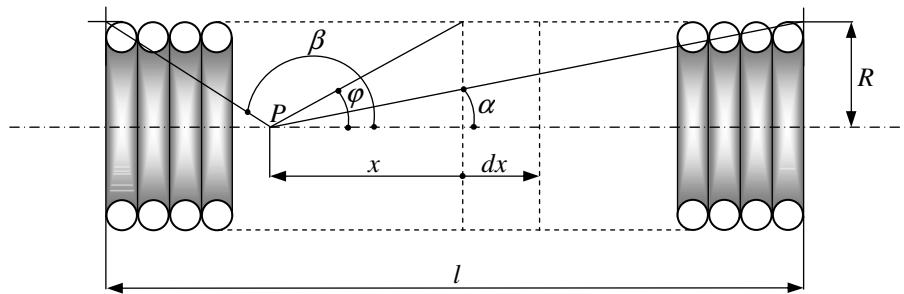


Figura 7-16

El campo producido en el punto  $P$  por las espiras que se encuentran comprendidas en un espacio  $dx$ , vale según la expresión 7-6

$$dB = \frac{\mu_o i N dx}{2 l} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Utilizaremos como variable independiente a  $\varphi$  en vez de  $x$ , por lo tanto tenemos que  $x = R \cot g \varphi$ , y derivando  $x$  respecto de  $\varphi$ , obtenemos  $dx = -R \operatorname{cosec}^2 \varphi d\varphi$ . Reemplazando en la ecuación anterior

$$dB = -\frac{\mu_o N i}{2 l} \frac{R^2 R \operatorname{cosec}^2 \varphi d\varphi}{(R^2 + R^2 \cot^2 \varphi)^{3/2}} = -\frac{\mu_o N i}{2 l} \operatorname{sen} \varphi d\varphi$$

$$B = -\frac{\mu_o N i}{2 l} \int_{\beta}^{\alpha} \operatorname{sen} \varphi d\varphi$$

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{N i}{l} (\cos \varphi - \cos \beta) \tag{7-11}$$

Para puntos situados dentro del solenoide no muy próximos de los extremos resulta  $\alpha = 0^0$  y  $\beta = 180^0$  por lo que la ecuación 7-11 se reduce a

$$B = \mu_o \frac{N i}{l} \text{ (para puntos interiores en la parte central del solenoide)} \tag{7-12}$$

Para los extremos del solenoide resulta  $\alpha = 0^0, \beta = 90^0$  para un extremo; y  $\alpha = 90^0, \beta = 0^0$  para el otro extremo respectivamente, por lo que la ecuación 7-11 se reduce a

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{N i}{l} \text{ (para interiores sobre los extremos del solenoide)} \tag{7-13}$$

Como observamos, el campo magnético en los extremos es la mitad que en el centro. Sin embargo el campo es aproximadamente constante dentro del solenoide excepto cerca de los extremos.

Aunque la ecuación 7-12 se ha deducido para un punto ubicados sobre el eje del solenoide pueden aplicarse para puntos cualesquiera dentro del solenoide y no demasiados próximos a los extremos.

En la figura 7-17 se representa en campo magnético en el interior de un solenoide de longitud  $l$ .

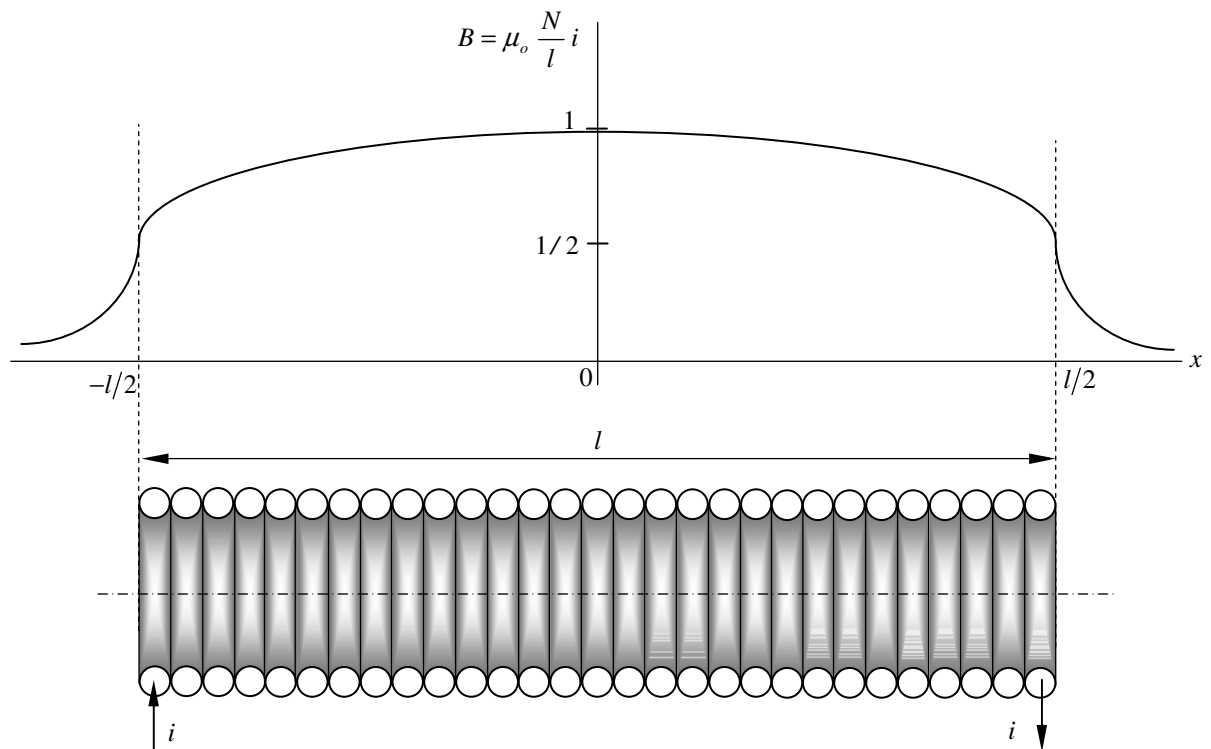


Figura 7-17

### 7.6. Extensión de la ley de Biot-Savart al electrón

El carácter “macroscópicamente inmóvil” del efecto Oersted como se manifiesta por su dependencia de la corriente eléctrica, cede su lugar a una concepción cinética si se tiene

en cuenta que la intensidad de corriente  $i$  se define por

$$i = n q v A$$

De manera que en última instancia, microscópicamente, cada una de las  $n$  partículas de carga  $q$ , animadas de una velocidad  $v$ , hacen su aporte individual al efecto Oersted. En otras palabras, el electrón en movimiento dentro del conductor, genera a su alrededor un campo magnético que lo envuelve, y ésta es la causa física creadora del efecto Oersted. Este razonamiento se puede extender a cualquier partícula con carga eléctrica positiva o negativa que se desplaza no importa cual sea el medio: electrones en los conductores, iones en los electrolitos, electrones e iones en la descarga de los gases enrarecidos, electrones de los rayos catódicos, iones de los rayos positivos, arco voltaico, etc.

Partiendo de la ley elemental de Biot-Savart

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i dl \sen \theta}{r^2}$$

introduciremos el valor electrocinético de la corriente  $i$ . Se deduce a partir de la expresión de la corriente eléctrica que

$$i dl = n q v A dl = v dq$$

pero  $n q A dl$  es simplemente la cantidad de carga en el elemento, que representaremos por  $dq$ . Entonces el campo magnético  $dB$  puede escribirse

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{v dq \sen \theta}{r^2}$$

Por consiguiente, el campo magnético  $B$  creado por una carga finita  $q$ , que se desplaza con velocidad  $v$ , es

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{v q \sen \theta}{r^2} \quad (7-14)$$

siendo  $\theta$  el ángulo formado por  $v$  y  $r$  y  $B$  perpendicular al plano determinado por  $v$  y  $r$ . Sin son varias las cargas que crean el campo

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \sum \frac{v q \sen \theta}{r^2} \quad (\text{suma geométrica}) \quad (7-15)$$

A la ecuación 7-14 se la puede escribir en forma vectorial de la siguiente manera

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q (\vec{v} \times \vec{r})}{r^3} \quad (7-16)$$

En la figura 7-18 se representa una partícula cargada positivamente  $+q$  moviéndose a lo largo de una trayectoria  $x-x'$  con una velocidad  $v$ . Obsérvese que la dirección del campo magnético producido por esta carga es perpendicular al plano formado por el vector velocidad  $\vec{v}$  y al radio vector  $\vec{r}$  (el cual está determinado por el segmento que une la partícula  $q$  y el punto considerado  $P$ ), definiendo así una línea de campo  $B = cte$  que es una circunferencia concéntrica con la recta del movimiento y de radio  $r \sen \theta$ .

En el punto  $P$  también existe un campo coulombiano dado por la expresión

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

o expresado en forma vectorial de la siguiente manera

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

Si la carga  $q$  considerada es positiva el campo eléctrico en el punto  $P$  es del mismo sentido y dirección que el radio vector  $\vec{r}$  tal como se ha considerado en la figura 7-18.

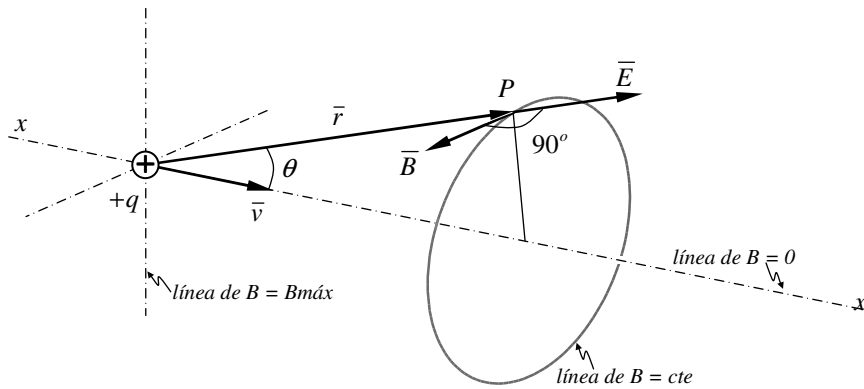


Figura 7-18

A la expresión 7-16 la podemos escribir de la siguiente forma

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{v} \times \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

multiplicando y dividiendo el segundo término de la misma por el factor  $4\pi\epsilon_0$ , se tiene

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} 4\pi\epsilon_0 \vec{v} \times \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} \right)$$

de donde resulta

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E} \tag{7-17}$$

Obteniéndose una expresión muy simple que relaciona el campo eléctrico y magnético que rodea a la partícula en movimiento, designándolo como un todo: **campo electromagnético**.

Esta sencilla y elemental ley del electromagnetismo nos ha dado una nueva imagen del electrón en particular. Ya no es solamente una carga eléctrica elemental que se desplaza en los conductores o en el vacío. Lo que se mueve es un complejo electromagnético, y como el movimiento pareciera ser el estado natural de las partículas elementales, el electrón aislado y en reposo es una idealización.

### 7.7. Ley de Amper

Estudiaremos ahora algunas de las propiedades de los campos magnéticos estacionarios, o independientes del tiempo. Consideremos primero la figura 7-19, la cual

muestra una corriente  $i$  que circula por un conductor de forma rectilínea de longitud infinita. El campo magnético  $\vec{B}$  en el punto  $P$  es perpendicular al segmento  $OP$  y está dado por la ecuación

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} \vec{\mu}_\theta$$

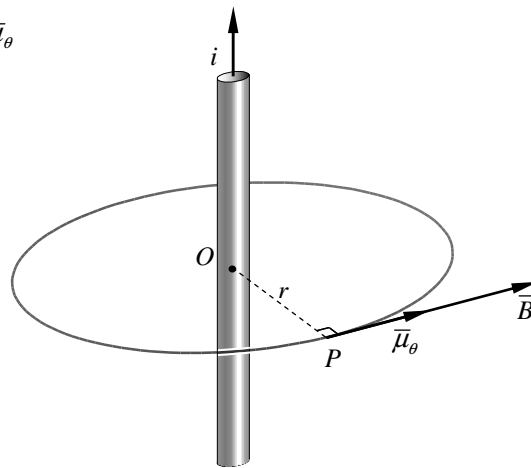


Figura 7-19

Consideremos a continuación la figura 7-20. Calcularemos la circulación del campo magnético  $\vec{B}$  alrededor de una trayectoria circular de radio  $r$ . El campo magnético  $\vec{B}$  es tangente a la trayectoria, de modo que el producto escalar de  $\vec{B} \cdot d\vec{l}$  es igual a  $B dl$  y de módulo constante. Por lo tanto la circulación magnética se puede escribir como

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = B \oint_L dl = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} \oint_L dl = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} 2\pi r$$

es decir que

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o i \tag{7-18}$$

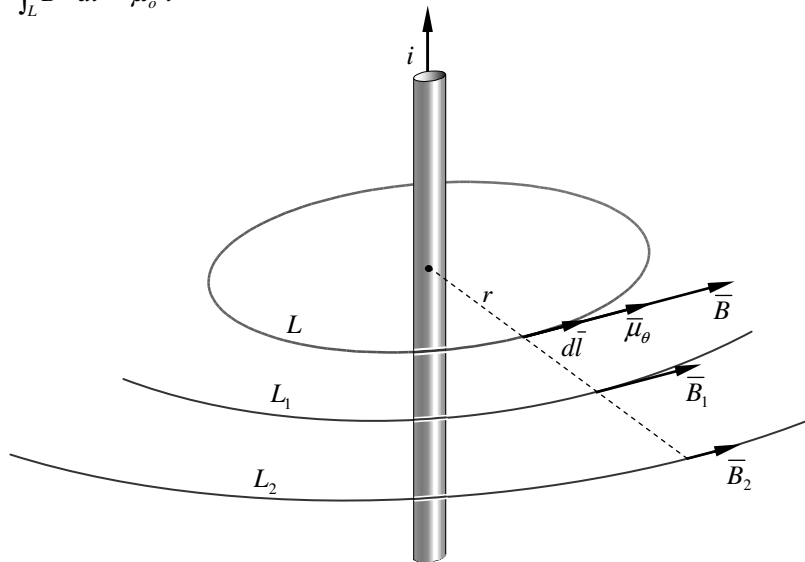


Figura 7-20

Si observamos que la ecuación 7-18, vemos que la circulación magnética  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$  es proporcional a la corriente  $i$ , y es independiente del radio de la trayectoria. Por consiguiente si trazamos varias circunferencias  $L_1, L_2, L_3, \dots$ , alrededor de la corriente  $i$ , la circulación

magnética es la misma e igual  $\mu_o i$ .

Consideremos a continuación un camino arbitrario  $L$ , como el mostrado en la figura 7-21, rodeando a la corriente  $i$ . La circulación magnética a lo largo de  $L$  es

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \vec{\mu}_\theta \cdot d\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} \vec{\mu}_\theta \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_o}{2\pi} i \oint_L \frac{\vec{\mu}_\theta \cdot d\vec{l}}{r}$$

pero el producto escalar  $\vec{\mu}_\theta \cdot d\vec{l}$  es la componente del vector  $d\vec{l}$  en la dirección del versor  $\vec{\mu}_\theta$ , por lo tanto es igual a  $r d\theta$ . Por consiguiente

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_o}{2\pi} i \oint_L \frac{r d\theta}{r} = \frac{\mu_o}{2\pi} i \oint_L d\theta = \frac{\mu_o}{2\pi} i 2\pi = \mu_o i$$

ya que el ángulo plano total alrededor de un punto es  $2\pi$ . Este es nuevamente el resultado obtenido anteriormente, ecuación 7-18, el cual es por lo tanto válido para cualquier camino que encierra a la corriente rectilínea, independientemente de la posición de la misma con respecto al camino de integración  $L$ .

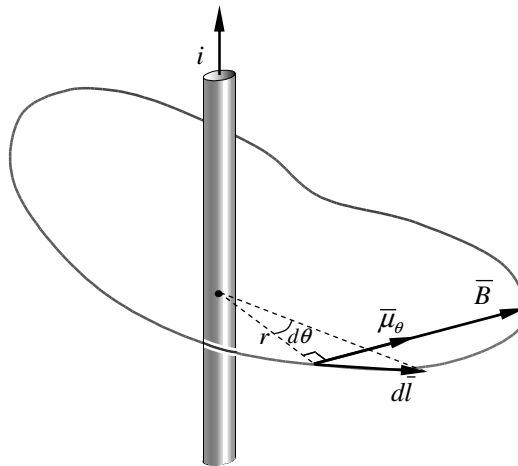
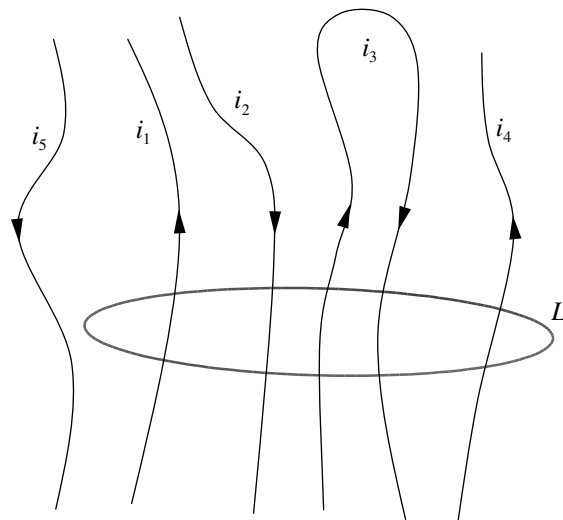


Figura 7-21

Un análisis más riguroso, que omitiremos, indica que la ecuación anterior es correcta cualquiera sea la forma de la corriente, y no sólo para una corriente rectilínea.



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (i_1 - i_2 + i_3 - i_4 + i_5)$$

Figura 7-22

Si tenemos varias corrientes  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ , enlazadas por una línea  $L$  cada corriente da una contribución a la circulación del campo magnético a lo largo de  $L$ . Podemos establecer entonces la ley de Amper en la siguiente forma: *la circulación de un campo magnético a lo largo de una línea cerrada  $L$  que enlaza las corrientes  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ , es igual a*

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum_{i=1}^n i_i \tag{7-19}$$

en donde  $\sum_{i=1}^n i_i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n$  representa la corriente total concatenada por la trayectoria  $L$  (suma algebraica). Una situación como la planteada se muestra en la figura 7-22.

### 7. 8. Aplicaciones de la ley de Amper

Al estudiar campos eléctricos vimos que la ley de Gauss es de gran utilidad para el cálculo de campos donde existen ciertas condiciones de simetría. De no ser así debemos aplicar la ley de Coulomb.

Para el cálculo de campos magnéticos que cumplen ciertas condiciones de simetría es útil aplicar la ley de Amper análogamente a la aplicación de la ley de Gauss para la determinación de campos eléctricos. Si el campo magnético no cumple con ciertas condiciones de simetría debemos aplicar la ley de Biot-Savart.

#### 7.8.1. Campo magnético creado por una corriente que circula por un cilindro recto de longitud infinita

Consideremos la figura 7-23. Calcularemos primeramente el campo magnético en un punto  $P$  exterior al conductor cilíndrico. Tomemos como línea de circulación conveniente una circunferencia de radio  $r_p$  con centro en  $O$ .

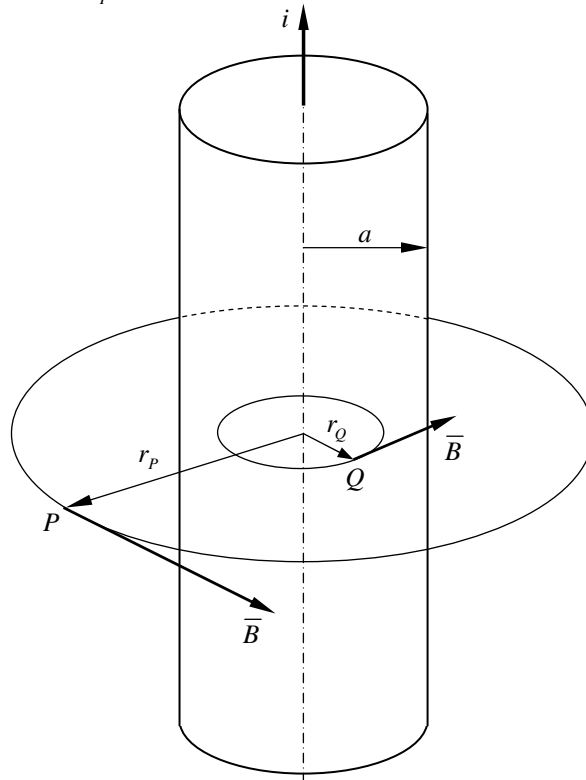


Figura 7-23

Por razones de simetría el módulo del campo magnético  $\bar{B}$  es constante para todos los puntos de la circunferencia y tangente a la misma. Por lo tanto aplicando la ecuación 7-18

$$\oint_L \bar{B} \cdot d\bar{l} = \oint_L B dl = B \oint_L dl = B 2\pi r_p = \mu_o i$$

despejando  $B$  obtenemos

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi r_p}$$

que es precisamente el resultado ya conocido para una corriente que circula por un conductor infinito.

Supongamos ahora que la corriente circula uniformemente distribuida a través de toda la sección transversal del conductor. Para calcular el campo magnético en un punto  $Q$  interior al conductor adoptamos un camino de circulación del campo magnético como el mostrado en la figura 7-23.

La corriente que pasa dentro de la trayectoria circular de radio  $r_Q$  vale (considerando una densidad de corriente  $j$  constante)

$$j = \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i_Q}{\pi r_Q^2}$$

entonces

$$i_Q = \frac{r_Q^2}{a^2} i$$

Aplicando la ley de Amper y teniendo en cuenta las condiciones de simetría, se tiene

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{r_Q^2}{a^2} i \frac{1}{r_Q}$$

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{r_Q}{a^2} i \tag{7-20}$$

Por lo tanto, de acuerdo a la expresión 7-20, el campo magnético en un punto interior de un cilindro que transporta una corriente uniformemente distribuida  $i$  a través de su sección transversal es proporcional a la distancia del punto considerado al eje del cilindro conductor.

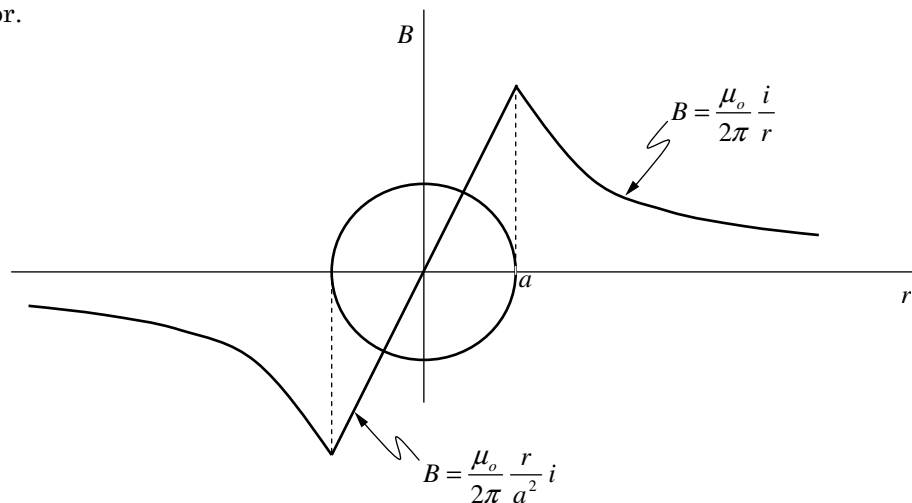


Figura 7-24

En la figura 7-24 se ha representado la variación del campo magnético en un conductor cilíndrico de longitud infinita que transporta una corriente  $i$ .

### 7.8.2. Campo magnético creado por una corriente que circula por una bobina toroidal

Un toroide o bobina toroidal consta de  $N$  vueltas de alambre enrolladas alrededor de una estructura en forma de anillo, el cual puede tener sección circular o cuadrada, entre las más usuales. La figura 7-25 a), b) y c) muestra este tipo de bobina toroidal, en la cual se han representado distintas vistas y un corte de la misma. La simetría de la bobina sugiere que las líneas del campo magnético son circunferencias concéntricas con el toroide.

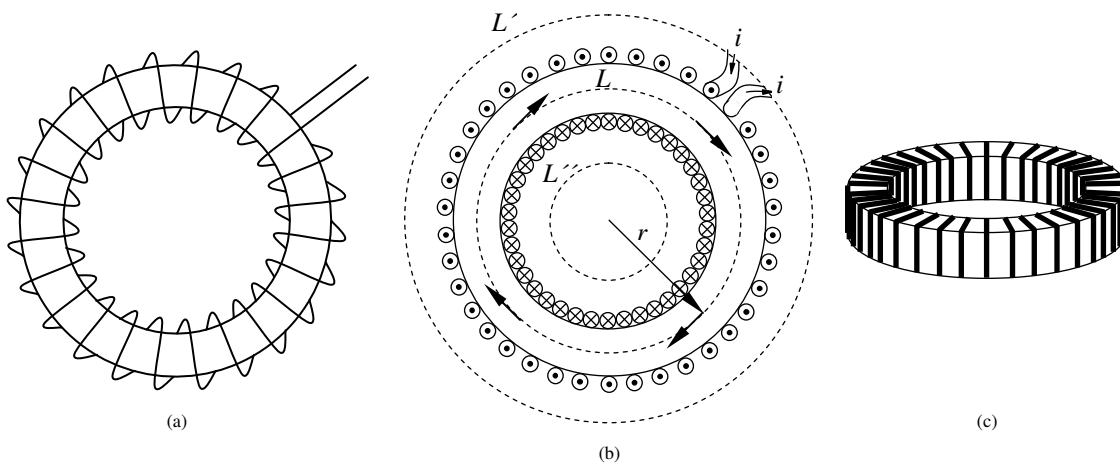


Figura 7-25

Tomemos la figura 7-25 b) y consideraremos que las vueltas están espaciadas muy cerca o próximas unas de otras.

Calculemos el campo magnético en un punto interior al toroide para lo cual elegimos un camino de circulación  $L$  apliquemos la ley de Amper

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = B L = \mu_o N i$$

de donde

$$B = \mu_o \frac{N}{L} i \tag{7-21}$$

Si el radio de la sección transversal es pequeño comparado con su radio, podemos suponer que  $L$  es prácticamente la misma para todos los puntos interiores del anillo.

Dado que  $n = N/L$  (número de espiras por unidad de longitud) concluimos que el campo magnético del toroide es uniforme y tiene el valor constante

$$B = \mu_o n i \tag{7-22}$$

Para caminos de circulación como los indicados como  $L'$  ó  $L''$  la corriente concatenada por él es cero. Por lo tanto fuera del toroide el campo magnético es nulo y éste está enteramente confinado en su interior. Esto es cierto en el caso de un toroide ideal en donde las vueltas están muy juntas unas de otras y cada vuelta es considerada como una espira. En realidad, las vueltas de un toroide forman una hélice más que espiras circulares, como consecuencia, siempre hay un campo magnético fuera de la bobina.

### 7.9. Flujo magnético

El flujo asociado a un campo magnético se define de una manera similar a la usada para definir el flujo eléctrico. El flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada o no, colocada en un campo magnético vale

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{7-23}$$

El concepto de flujo magnético a través de una superficie es de gran importancia especialmente cuando la superficie no es cerrada, como veremos en párrafos posteriores. Primeramente es conveniente definir una unidad de flujo magnético. Evidentemente, como el flujo magnético es igual al campo magnético multiplicado por el área, el mismo se expresa en el Sistema Internacional de la siguiente manera

$$\text{Tesla metro}^2 = \text{Weber (Wb)} = \frac{\text{Newton metro}}{\text{Amper}} = \frac{\text{Newton metro}}{\frac{\text{Coulomb}}{\text{segundo}}}$$

En el Sistema Internacional la unidad del flujo es el *Weber (Wb) = Tesla metro<sup>2</sup>*.

### 7.10. Ley de Gauss en el magnetismo

En campo eléctrico, vimos que las líneas de fuerza o del campo eléctrico son líneas abiertas que empiezan en las cargas positivas y terminan en las cargas negativas, figura 7-26 a). Es por esta razón que el flujo eléctrico  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_o$  puede tomar en general valores positivos, negativos o nulos.

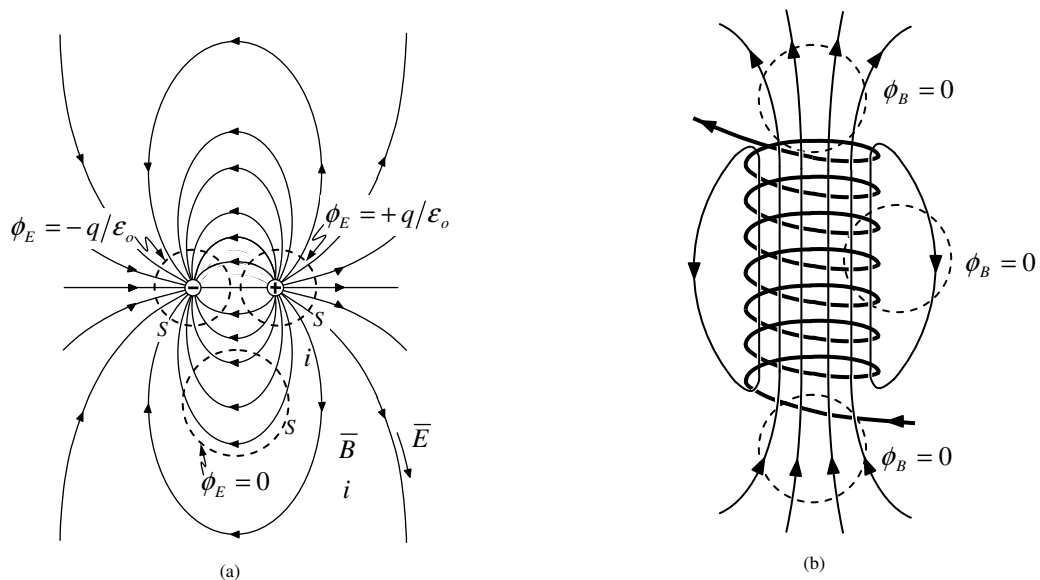


Figura 7-26

En magnetismo, como no hay masas magnéticas o polos aislados (o al menos no han sido observados), *las líneas de campo magnético  $\vec{B}$  son siempre líneas cerradas*, figura 7-26 b). Por lo tanto podemos decir que el flujo magnético a través de una superficie cerrada es siempre nulo. Esto es decir que el flujo entrante a través de cualquier superficie cerrada es igual al flujo saliente, luego

$$\phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{siempre}) \quad (7-24)$$

Este resultado constituye la **ley de Gauss en el magnetismo**.

### G.1. Campo del electrón orbital

Consideremos la figura 7-27. En la misma se observa una partícula cargada  $q$  moviéndose a través de una trayectoria circular de radio  $R$  con una velocidad  $\bar{v}$ .

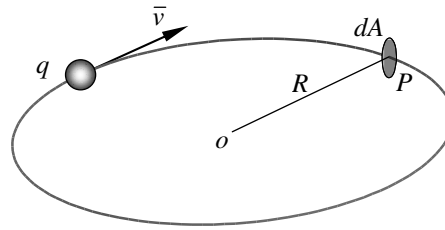


Figura 7-27

Habíamos visto que  $i = dq/dt = n q v dA$ , siendo  $n v dA = N$  el número de electrones que pasan por una sección recta del conductor en un segundo.

Además la partícula cargada pasa por el punto  $P$ ,  $f$  veces por segundo, siendo  $f$  la frecuencia de giro de la partícula  $q$ .

Un solo electrón, pasando por el punto  $P$  ó por la sección  $dA$ ,  $f$  veces por segundo equivale a un número de electrones  $N = n v dA$  que pasa por el punto  $P$  en un segundo, a muy baja velocidad. Por lo tanto podemos establecer la siguiente equivalencia formal

$$f \equiv n v dA$$

De manera que podemos escribir

$$i = f q = \frac{q}{T}$$

Siendo  $T$  el periodo de giro de la partícula  $q$ , igual al tiempo que tarda en realizar un giro completo.

La situación se puede comparar con lo que resulta de imaginar rectificada la órbita y en lugar de un solo electrón que pasa repetidamente por el punto  $P$ , considerar una sucesión de electrones alineados y separados por la longitud orbital  $\lambda = 2 \pi R$ , desplazándose y atravesando el punto  $P$  a la misma velocidad orbital  $v = \lambda T$  (velocidad elevada).

No debemos confundir  $\bar{v}$  (velocidad de giro de la partícula  $q$ ) con  $\bar{v}_a$  (velocidad media de desplazamiento de los electrones cuando se establece la corriente  $i$ ).

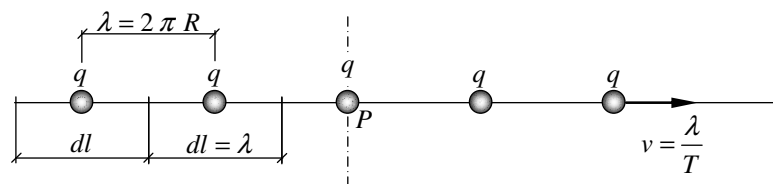


Figura 7-28

Si consideramos la figura 7-28 observamos que la cantidad de electrones que pasan por el punto  $P$  en un segundo es  $f$ , por lo tanto la corriente vale

$$i = f q$$

Si tomamos cada tramo  $\lambda$  que contiene un electrón y lo hacemos equivalente a  $dl$  ( $\lambda \equiv dl$ ) el elemento de corriente que usamos en la ley de Biot-Savart lo podemos expresar como

$$i dl = i \lambda = f q \lambda$$

siendo  $v = \lambda/T = \lambda f$  y reemplazando

$$i \lambda = q v$$

que es válida para la configuración real, es decir, para la partícula orbital de carga  $q$ , tanto para la representación lineal equivalente.

Determinaremos ahora el campo magnético en el centro de la órbita de la figura 7-29, aplicando la ley de Biot-Savart

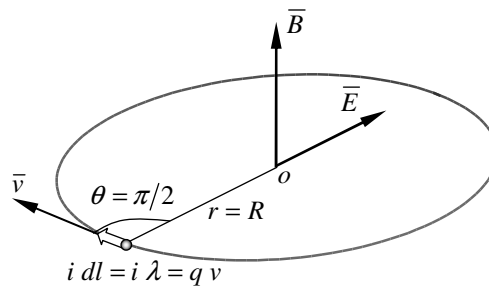


Figura 7-29

Tenemos que

$$d\bar{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i d\bar{l} \times \bar{r}}{r^3} \tag{7-3}$$

Independiente de su finitud llamaremos  $\bar{B}$  al campo de una sola carga  $q$ , entonces

$$\bar{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q \bar{v} \times \bar{R}}{R^3}$$

multiplicando y dividiendo por  $\epsilon_o$  y ordenando

$$\bar{B} = \mu_o \epsilon_o \bar{v} \times \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{R^2} \right) \frac{\bar{R}}{R}$$

donde el término entre paréntesis representa el campo coulombiano  $\bar{E}$  en el punto  $o$ . Finalmente resulta

$$\bar{B} = \mu_o \epsilon_o \bar{v} \times \bar{E} \tag{7-17}$$

idéntica a la fórmula obtenida al extender la ley de Biot-Savart al electrón (punto 7.6).

### G.2. Divergencia de un campo magnetostático

Calcularemos la divergencia de un campo magnetostático a partir de la consideración de la ecuación 7-24

$$\phi_B = \oint_S \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0$$

aplicando el concepto de divergencia a esta expresión obtenemos

$$\text{div } \bar{B} = \frac{d\phi_B}{dv} = 0$$

por lo tanto

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

Haciendo uso del operador nabla  $\nabla$ , se tiene que

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \tag{7-25}$$

Aplicando ahora el Teorema de la divergencia o Relación de Gauss

$$\oint_S \bar{B} \cdot d\bar{A} = \int_V \nabla \cdot \bar{B} dv = 0$$

como este resultado es siempre el mismo para cualquier superficie cerrada debe cumplirse que

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

como ya lo habíamos demostrado aplicando la definición de divergencia. Recordemos que la divergencia de un campo electrostático vale

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

El campo magnetostático es un campo vectorial sin divergencia, por lo tanto es un campo solenoidal o sin fuentes. Todas las líneas de flujo son curvas cerradas, que no tienen comienzo ni fin. Esto es una consecuencia de que su divergencia sea nula. Todo campo solenoidal tiene un vector potencial.

### G.3. El campo magnético terrestre

Si se tiene en cuenta que una aguja magnética se orienta con respecto a la Tierra, debemos admitir que se encuentra ubicada en un campo magnético generado por nuestro planeta.

La Tierra se comporta, pues, como un gigantesco imán que tiene el polo norte magnético en el sur geográfico y el polo sur magnético en el norte geográfico, tal como se observa en la figura 7-30. Aproximadamente hoy, el *polo sur magnético* está ubicado a  $75^\circ 30'$  de latitud norte y  $100^\circ 30'$  de longitud oeste de Greenwich (a 1856 km del polo norte geográfico) y el *polo norte magnético*, a  $66^\circ 30'$  de latitud sur y  $140^\circ$  de longitud este (a 2784 km del polo sur geográfico). La posición de los polos sufre modificaciones en el transcurso de los años. Así, por ejemplo, el polo norte magnético presenta una deriva de aproximadamente 15 km por año hacia el NO, apreciándose en el polo sur una deriva similar. Con la ubicación indicada, la recta determinada por los polos magnéticos corta al plano ecuatorial terrestre en un punto ubicado a unos 150 km del centro de la Tierra.

Las investigaciones permitieron descubrir que, en el lejano pasado geológico, los polos magnéticos de la Tierra estaban en lugares muy diferentes de donde están actualmente.

Este descubrimiento se originó en el estudio de la magnetización natural de las rocas que contienen hierro o compuestos de hierro y que fueron magnetizadas en la dirección del campo geomagnético, en la época de su formación. Estas rocas conservaron el registro de la dirección del campo geomagnético existente en el pasado. El estudio de estos testigos prehistóricos permitió a los geólogos descubrir que en los tiempos precambrianos (hace 500.000.000 años), el polo sur magnético estaba situado en las proximidades de Hawai; en el periodo siluriano (hace 300.000.000 de años), en las proximidades de Japón; en el periodo eoceno (hace 25.000 años) estaba en el norte de Siberia.

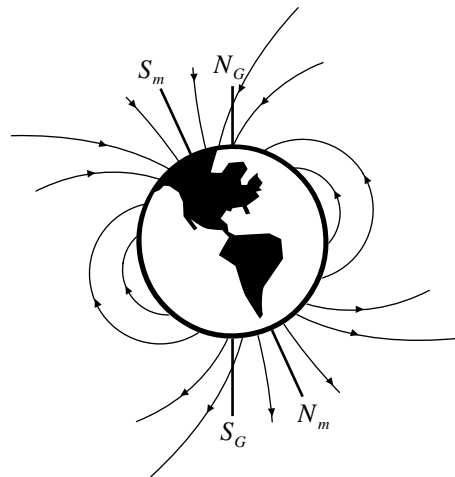
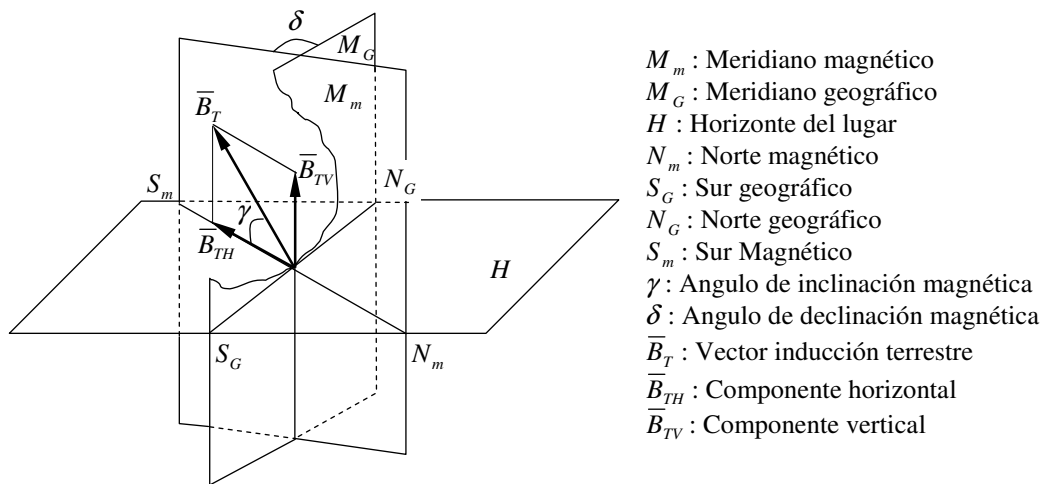


Figura 7-30

### G.2.1. Vector inducción del campo magnético terrestre

El campo magnético terrestre está caracterizado, en cada punto, por el vector inducción correspondiente que, en general, está inclinado con respecto a la horizontal del lugar, tal como se observa en la figura 7-31.



- $M_m$  : Meridiano magnético
- $M_G$  : Meridiano geográfico
- $H$  : Horizonte del lugar
- $N_m$  : Norte magnético
- $S_G$  : Sur geográfico
- $N_G$  : Norte geográfico
- $S_m$  : Sur Magnético
- $\gamma$  : Angulo de inclinación magnética
- $\delta$  : Angulo de declinación magnética
- $\vec{B}_T$  : Vector inducción terrestre
- $\vec{B}_{TH}$  : Componente horizontal
- $\vec{B}_{TV}$  : Componente vertical

Figura 7-31

El plano que contiene el vector inducción terrestre  $\vec{B}_T$  y la vertical del lugar se denomina **meridiano magnético**. El ángulo  $\delta$  que forman los meridianos magnético y geográfico se denomina **declinación magnética** y el ángulo  $\gamma$  que forma el vector inducción terrestre con el horizonte del lugar recibe el nombre de **inclinación magnética**. Se puede considerar las dos componentes vectoriales del vector inducción terrestre, una la componente horizontal  $\vec{B}_{HT} = \vec{B}_T \cos \gamma$ , y la otra la componente vertical  $\vec{B}_{VT} = \vec{B}_T \sen \gamma$ .

La componente horizontal terrestre tiene en San Luis un módulo de aproximadamente  $2,5 \cdot 10^{-5}$  Tesla.

Se denomina **líneas isógonas** a aquellas que unen los puntos de la superficie terrestre que tienen los mismos valores de declinación magnética, y **líneas isóclinas** a aquellas que unen los puntos que tienen igual inclinación magnética. Una isóclina de inclinación nula constituye el **ecuador magnético**. Los distintos valores obtenidos para cada lugar geográfico permiten trazar *mapas o cartas magnéticas*.