

CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

5-1. Caída de potencial y campo en un conductor

5-2. Teoría cinética de la corriente eléctrica

5-3. Conductividad, resistividad y resistencia. Ley de Ohm

5-4. Ley de Joule

5-5. Energía de carga y descarga en un condensador

5-6. El generador de energía eléctrica

5-7. Representación de circuitos

5-8. Conexión de resistencias

5-9. Conexión de generadores

5-10. Leyes de KIRCHHOFF

5-11. Corriente de carga y descarga de un circuito RC

E-1. Corriente de desplazamiento

E-2. Temas de lectura

E-3. Superconductores

CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

5-1. Caída de potencial y campo en un conductor

En el trozo de conductor de la figura 5-1, se ha aplicado entre los puntos A y B una diferencia de potencial (d.d.p.) constante e igual a $V_A - V_B$.

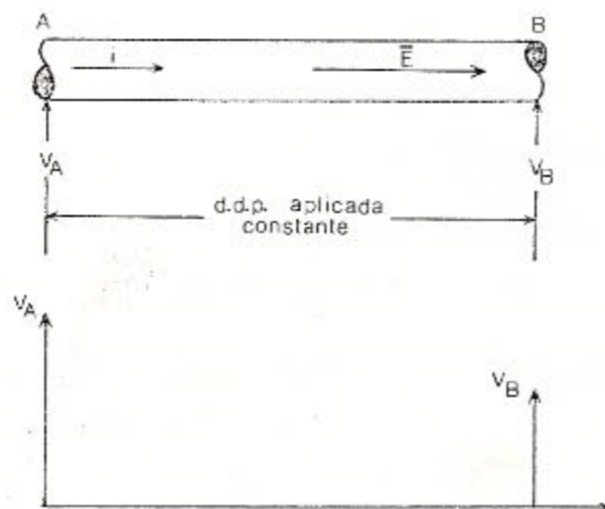


Figura 5-1

Esto da origen a un campo eléctrico que llena todo el volumen del conductor comprendido entre las secciones transversales que determinan A y B, respectivamente.

El valor constante de E vale

$$E = - \frac{dV}{dl} = - \text{gradiente } V$$

El movimiento de las cargas es ocasionado por el campo eléctrico producido por la diferencia de potencial aplicado al conductor.

La naturaleza física particular de cada conductor, determina el valor de la intensidad de esa corriente de cargas, estableciendo una condición de equilibrio entre la fuerza eléctrica que empuja a las cargas a moverse y la fuerza de reacción del medio que se opone a ello.

Esta condición de equilibrio hace que el movimiento de las cargas eléctricas sea uniforme, es decir, con velocidad constante, y se obtiene la llamada *corriente continua* en los conductores.

El campo eléctrico E existe también en el dieléctrico que rodea al conductor, porque el campo eléctrico creado por la d.d.p. tiene las mismas propiedades que el campo electrostático. Entonces podemos decir que

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Tomando un camino de integración l como el indicado en la figura 5-2, para que se cumpla la propiedad de campo conservativo o irrotacional debe resultar que

$$E_{\text{interior}} = E_{\text{exterior}}$$

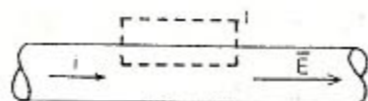


Figura 5-2

5-2. Teoría cinética de la corriente eléctrica

El agente física real que constituye la corriente eléctrica es el flujo de electrones libres. El electrón libre, no ligado a ningún átomo de la estructura cristalina del conductor, caracteriza precisamente, la condición de conductor. Se puede decir que es conductor de la corriente eléctrica, toda sustancia que posee electrones libres, es el caso de los metales y aleaciones, y sustancia aislante o dieléctrica es la que no los posee.

Así es que eléctricamente un metal está formado por una red cristalina de átomos con exceso de cargas positivas y por un gas de electrones que se mueven en el espacio vacío de la red, el conjunto constituye un sistema eléctricamente neutro.

Por conveniencia se toma el sentido de la corriente al movimiento de hipotéticas cargas positivas en el sentido de los potenciales decrecientes que es opuesto al movimiento real de los electrones libres. El movimiento de cargas eléctricas de distintos signos es equivalente física y matemáticamente cuando son movimientos opuestos.

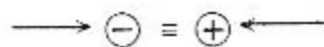


Figura 5-3

Históricamente el conocimiento de la corriente eléctrica es anterior al del electrón libre. El descubrimiento posterior de éste no ha hecho necesario abandonar la convención de la corriente positiva a causa de dicha equivalencia.

Por lo tanto desde ahora el concepto de la corriente eléctrica es un flujo de partículas positivas de carga $+e$.

Consideremos ahora un conductor de forma cilíndrica de sección transversal S , tal como se observa en la figura 5-4.

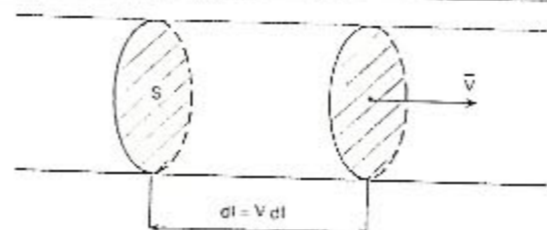


Figura 5-4

Las partículas se mueven impulsadas por la fuerza eléctrica del campo que crea la d.d.p. en los extremos del conductor, dicha fuerza es

$$\bar{F} = e \cdot \bar{E}$$

Las partículas toman una velocidad promedio V que será constante mientras lo sea la intensidad del campo eléctrico E , es decir mientras lo sea la fuerza F y teniendo en cuenta que la acción antagónica de la estructura cristalina siempre equilibra a la acción aplicada.

El número de partículas que atraviesan una sección transversal cualquiera del conductor, en el intervalo dt , será el contenido en el volumen cilíndrico. En donde la sección de ese cilindro es S y cuya longitud resulta

$$dl = V \cdot dt \quad (5-1)$$

Por lo tanto,

$$dq = n \cdot e \cdot dl \cdot S \quad (5-2)$$

en donde:

n : representa el número de electrones libres por unidad de volumen

Reemplazado en la 5-2, la expresión 5-1, obtenemos

$$dq = n \cdot e \cdot V \cdot dt \cdot S \quad (5-3)$$

A partir de esta igualdad definimos la *intensidad de corriente i* como la cantidad de carga que pasa por la sección transversal en la unidad de tiempo

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (5-4)$$

entonces deduciendo la 5-4 a partir de la 5-3, tenemos que

$$i = n \cdot e \cdot V \cdot S \quad (5-5)$$

Definiremos además la *densidad de corriente j* como la corriente por unidad de sección, es decir

$$j = \frac{i}{S} \quad (5-6)$$

reemplazando la expresión 5-5 en la 5-6, obtenemos

$$j = n e V \quad (5-7)$$

Observemos que la velocidad V y la sección S son magnitudes vectoriales por lo la corriente i , deducida de la ecuación 5-5, resulta un escalar y la densidad de corriente j , a partir de la expresión 5-6, resulta una magnitud vectorial.

El término cinemático-geométrico ($V \cdot S$) que se debe interpretar como el flujo del vector velocidad V a través de área S es el resultado del producto escalar $V \cdot S$.

En el sistema internacional SI, la unidad de la corriente eléctrica i es el *amper* (A), el cual será definido en capítulos posteriores.

En base al amper se define la unidad de carga coulombiana como la *carga que atraviesa la sección del conductor en un segundo cuando la corriente es de un amper*, por lo tanto

$$1 \text{ coulomb} = 1 \text{ amper} \times 1 \text{ segundo}$$

Cuando circula una corriente por un conductor en el cual existen cargas libres de ambos signos, como en el caso de un electrólito, las cargas positivas cruzan la sección en un sentido y las negativas en el otro. En general podemos escribir la ecuación 5-5, como

$$i = S \sum n e V \quad (5-8)$$

Todos los productos (neV) tendrán el mismo signo, puesto que las cargas de signo contrario se moverán en sentido opuesto.

Retornando al concepto de densidad de corriente expresado por la ecuación 5-6 y 5-7, es rigor estas ecuaciones definen la densidad media de corriente a través del área S .

Si la corriente no está distribuida uniformemente debemos definir la densidad de corriente de la siguiente manera

$$j = \frac{di}{dS} \quad (5-9)$$

Es importante tener una idea del valor de la velocidad V con que se mueven los electrones cuando circula una corriente por un conductor. Se observará mediante un ejemplo.

La velocidad la deduciremos a partir de la expresión 5-5, de la que resulta

$$V = \frac{i}{n e S} \quad (5-10)$$

Calcularemos la velocidad para una corriente de 100 amper en un conductor de cobre de 1 cm^2 de sección. Cálculos previos permiten saber que en el cobre hay alrededor de $8,5 \times 10^{28}$ electrones libres por cm^3 (o sea $8,5 \times 10^{28}$ electrones/ m^3). Además se sabe que la carga del electrón es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ coul, por lo tanto por la ecuación 5-10 obtenemos

$$v = \frac{100 \text{ amper}}{8,5 \times 10^{28} \frac{\text{electrones}}{\text{metro}^3} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \frac{\text{coulomb}}{\text{electrón}} \cdot \frac{1}{10000} \text{ metro}^2}$$

$$v = 13,6 \times 10^{-3} \text{ m/seg}$$

6

$$v \approx 0,013 \text{ metros/segundo} \quad 1,3 \text{ cm/segundos}$$

Si observamos este resultado, esta velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad del movimiento desordenado que realizan permanentemente los electrones libres por agitación térmica a través del reticulado cristalino.

En ausencia de un campo eléctrico E creado por una d.d.p. a un conductor, el gas de electrones libres realiza el mismo tipo de movimiento que las moléculas de un gas; la velocidad de los electrones apuntan en todas las direcciones, de manera que este movimiento en su conjunto, no produce transporte macroscópico de electricidad.

Este movimiento térmico es enérgico, del orden de 1×10^8 cm/seg, mucho mayor que el de la molécula de un gas a igual temperatura. Observaremos que la velocidad del electrón libre es solo 300 veces menor que la velocidad de la luz ($c \approx 3 \times 10^8$ m/seg).

La *velocidad de arrastre* de los electrones es muy pequeña, pero de una gran importancia ya que al aplicarse a todas las partículas del gas electrónico crea la corriente eléctrica, con sus fundamentales y enormes consecuencias físicas.

Pensemos además en el calentamiento de un conductor por la corriente eléctrica, es decir por la acción de esta microscópica velocidad de arrastre, que es capaz de elevar a miles de grados centígrados la temperatura de un conductor.

Para concluir, diremos que la distribución de cargas en un hilo metálico que transporta una corriente difiere de la distribución estática en un conductor aislado que tiene un exceso de cargas y que como hemos visto queda limitada a la superficie del conductor.

No existe un exceso de carga sobre el hilo que transporta una corriente, por ser iguales las cargas positivas y negativas por unidad de volumen. Los electrones libres en un hilo metálico que transporta una corriente están uniformemente distribuidos por todo el hilo, y la intensidad de corriente que transporta un hilo de sección constante está distribuida uniformemente a través de cualquier sección. Cuando la corriente es alterna hay una tendencia de concentrarse en la

superficie, a lo cual se lo denomina *efecto pelicular*.

5-3. Conductividad, resistividad y resistencia. Ley de Ohm

Para mantener una corriente eléctrica dentro de un conductor tenemos que aplicar una d.d.p. con lo cual logramos un campo eléctrico E dentro de él. La densidad de corriente que se establece depende de la sustancia conductora siendo diferente para distintos conductores para un valor de campo eléctrico E dado.

La densidad de corriente (j) dividido por el campo eléctrico (E) es una propiedad de cada sustancia conductora y se denomina *conductividad*¹ (σ), por lo tanto

$$\sigma = \frac{j}{E} \quad (5-11)$$

o bien

$$j = \sigma \cdot E \quad (5-12)$$

Cuanto mayor es la conductividad, tanto mayor es la densidad de corriente para un campo eléctrico dado. La conductividad es independiente de la densidad de corriente para los metales. Por el contrario hay sustancias para las cuales la conductividad varía sensiblemente con la densidad de corriente.

Consideremos un conductor, tal como el mostrado en la figura 5-5, cuya longitud es L y sección S ; y en cuyos extremos se han aplicado los potenciales V_a y V_b o dicho de otra manera una diferencia de potencia $V_a - V_b$.

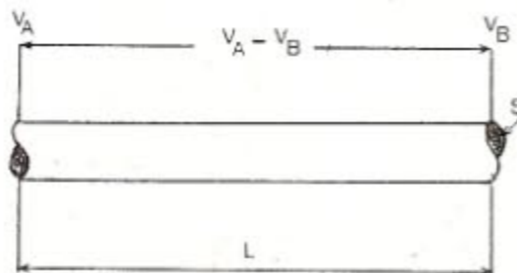


Figura 5-5

La densidad de corriente es según la expresión 5-12

$$j = \sigma \cdot E$$

pero la densidad de corriente y el campo eléctrico podemos expresarlos de la siguiente manera

¹ También se lo conoce como *conductibilidad*.

$$j = \frac{i}{S} \quad \text{y} \quad E = - \frac{dV}{dx}$$

con lo cual la ecuación 5-12 la podemos expresar de la siguiente manera

$$\frac{i}{S} = \sigma \left(- \frac{dV}{dx} \right)$$

$$i \, dx = - \sigma \, S \, dV$$

integrando

$$i \int_0^L dx = - \sigma \, S \int_{V_a}^{V_b} dV$$

$$i \, L = \sigma \, S \, (V_a - V_b)$$

$$i = \frac{\sigma \, S}{L} \, (V_a - V_b) \quad (5-13)$$

quedando la corriente expresada en función de la diferencia de potencial aplicada entre sus extremos.

Se denomina *conductancia* (G) de un hilo conductor a la siguiente relación

$$G = \frac{\sigma \, S}{L} \quad (5-14)$$

La conductancia es función de la naturaleza del conductor (σ_{al} , σ_{cu} , etc) y de la geometría del mismo (S y L).

Por lo tanto la ecuación 5-13, la podemos expresar de esta manera

$$i = G \, (V_a - V_b) \quad (5-15)$$

En la práctica, es más común trabajar con la inversa de la conductancia y se denomina *resistencia* (R), entonces

$$R = \frac{1}{G} = \frac{L}{\sigma \, S} \quad (5-16)$$

A la inversa de la conductancia (σ) se llama *resistividad* (ρ) y vale

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (5-17)$$

entonces a la resistencia, definida a través de la ecuación 5-16, queda expresada de la siguiente forma

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (5-18)$$

finalmente podemos escribir la ecuación 5-13

$$i = \frac{1}{R} (V_a - V_b) \quad (5-19)$$

$$i = \frac{(V_a - V_b)}{R} \quad (5-19)$$

$$i = \frac{V_{ab}}{R} \quad (5-19)$$

por lo tanto la diferencia de potencial queda expresada por

$$V_{ab} = i \cdot R \quad (5-20)$$

La relación entre V_{ab} , R e i es aplicable únicamente cuando el elemento que une los puntos a y b es una resistencia pura, no existiendo entre a y b motores, generadores, baterías etc., para lo cual es necesario aplicar una expresión más general que veremos luego.

También esta expresión es válida siempre y cuando R sea constante e independiente de la corriente i , y la diferencia de potencial V_{ab} entre los bornes de un conductor es función lineal de la corriente en el conductor.

Esta proporcionalidad directa entre la intensidad de corriente en un conductor metálico y la diferencia de potencial entre sus bornes fue descubierta experimentalmente por el físico alemán *George OHM*, por lo que la expresión 5-20 se conoce como *Ley de OHM*.

5-3-1. Unidad de la resistencia y representación

La unidad de resistencia en el sistema internacional (SI) es

$$| R | = \left| \frac{V}{i} \right| = \left| \frac{\text{volt}}{\text{amper}} \right| = | \text{ohm} |$$

a esta unidad se la simboliza con la letra griega Ω .

Una resistencia tiene un valor de un ohm cuando al aplicar en sus bornes una d.d.p. de un volt circula por ella una corriente de un amper, tal como se detalla en la figura 5-6.

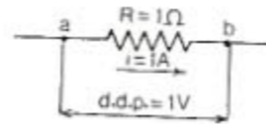


Figura 5-6

Las resistencias se representan por los simbolos mostrados en la figura 5-7, en donde la 5-7 a) representa una resistencia de valor fijo o constante y la 5-7 b) una resistencia de magnitud variable.



Figura 5-7

La unidad de la conductancia deducida a partir de la expresión 5-16 es

$$| G | = \left| \frac{1}{R} \right| = \left| \frac{1}{\text{ohm}} \right| = | \text{siemens} | \quad \text{ó} \quad | \text{mho} |$$

a esta unidad se la simboliza con el simbolo \mathcal{U} .

El sistema SI no es tan práctico cuando se debe expresar la resistividad o de un material. Deducida esta partir de la expresión 5-18, tenemos que

$$| \rho | = \left| R \frac{S}{L} \right| = \left| \text{ohm} \frac{\text{metro}^2}{\text{metro}} \right| = | \text{ohm} - \text{metro} |$$

Esto es debido a que al medir la sección de un conductor en metros cuadrados se arrastra una cifra decimal incómoda. Por esta razón en vez de usarse la unidad de la resistividad al ohm-metro, se suele emplear la siguiente unidad

$$| \rho | = \left| R \frac{S}{L} \right| = \left| \text{ohm} \frac{\text{milimetro}^2}{\text{metro}} \right|$$

5-3-2. Influencia de la temperatura en el valor de la resistencia

La experiencia demuestra que la resistencia eléctrica de los conductores esta influenciada por la temperatura, y se puede proponer la siguiente fórmula general para analizar esta dependencia

$$R_t = R_0 + A t + B t^2 + C t^3 + \dots \quad (5-21)$$

Siendo R_0 la resistencia a 0°C y A, B, C, \dots son constantes que dependen de la naturaleza y geometría del conductor.

Para independizarnos de la geometría del conductor en estudio multiplicaremos a la expresión 5-21 por la relación S/L , y obtendremos la resistividad en función de t

$$\rho_t = \rho_0 + a t + b t^2 + c t^3 + \dots \quad (5-22)$$

Ahora los coeficientes a, b, c, \dots son constantes que dependen únicamente de la naturaleza del material en estudio y serán valores específicos.

Los n primeros coeficientes pueden determinarse midiendo el valor de la resistividad a n temperaturas distintas, además de conocer la resistividad a 0°C .

Hasta temperatura no muy elevadas ($\approx 200^\circ\text{C}$) puede usarse con suficiente aproximación la siguiente fórmula

$$\rho_t = \rho_0 + a t \quad (5-23)$$

la cual puede escribirse de la siguiente manera

$$\rho_t = \rho_0 \left(1 + \frac{a}{\rho_0} t \right) \quad (5-24)$$

a la relación a/ρ_0 se lo llama *coeficiente de temperatura*, y se lo designa con la letra griega α , quedando entonces la ecuación 5-24

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t) \quad (5-25)$$

La resistencia de un conductor a la temperatura t es por lo tanto a partir de la expresión 5-25,

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t) \quad (5-26)$$

Despejando de la expresión 5-25 el coeficiente de temperatura, obtenemos

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0} \frac{1}{t} \quad (5-27)$$

de la expresión 5-27 se deduce que el coeficiente de temperatura es la variación relativa de la resistividad al incrementar la temperatura en

un grado centígrado (1°C).

Esta definición del coeficiente de temperatura en realidad corresponde al coeficiente medio en un intervalo finito de temperaturas, y no el coeficiente de temperatura de la resistividad a una temperatura dada. Para la mayoría de los fines prácticos, las ecuaciones 5-25 ó 5-26 dan resultados que quedan dentro de los límites aceptables de exactitud.

Por lo general en las tablas figuran los valores de la resistividad referidos a 20°C (ρ_{20}), por lo que debemos modificar la expresión 5-25.

Consideremos que la resistividad de un material a una temperatura t , el cual es

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

y la resistividad a 20°C vale

$$\rho_{20} = \rho_0 (1 + \alpha 20^{\circ}\text{C})$$

combinando ambas expresiones obtenemos el valor de la resistividad de un material a una temperatura t , tomando como base la resistividad a 20°C , es decir

$$\rho_t = \rho_{20} \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha 20^{\circ}\text{C}} \quad (5-28)$$

Los conductores propiamente dichos que son los metales en general, tienen un coeficiente de temperatura α positivo y su resistividad aumenta con la temperatura.

Los *semiconductores*, como el silicio, el germanio o el selenio, tiene un coeficiente de temperatura α negativo y su resistividad disminuye con el aumento de la temperatura.

Existen compuestos metálicos como el constantán, la manganina, etc., que tienen un coeficiente de temperatura α aproximadamente nulo ($\alpha \approx 0$) cuando la temperatura varía alrededor de la temperatura ambiente.

En la Tabla 5-1, se dan algunos valores de resistividad y del coeficiente de temperatura para algunos materiales.

Si expresamos en una gráfica, la resistividad en función de la temperatura, por ejemplo para un metal como el cobre obtendremos una curva como la que se observa en la figura 5-8.

Esta curva no llega hasta cero a la temperatura del cero absoluto, aun cuando parece que así es, siendo la resistividad residual a esa temperatura de $0.02 \cdot 10^{-8}$ ohm-metro.

Para muchas sustancias, la resistencia si se anula a *alguna temperatura baja*. La figura 5-9 ilustra la resistencia de una muestra de mercurio para temperaturas inferiores a 6°K . Se observa que en el intervalo cerca de 5°K , la resistencia se reduce bruscamente a un valor sumamente bajo. Este fenómeno, llamado *superconductividad*, fué descubierto por *Kamerlingh ONNES* en 1911 (véase Temas Suplementarios).

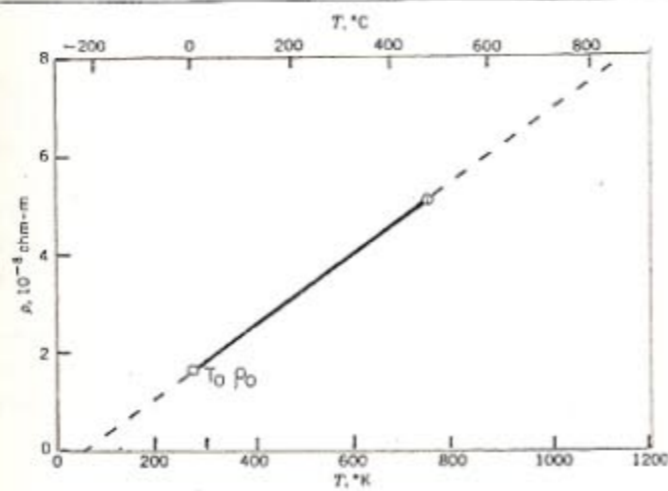


Figura 5-8

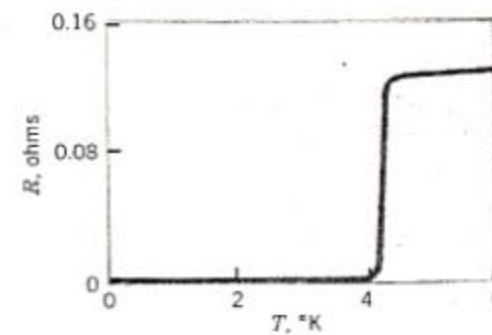


Figura 5-9

RESISTIVIDAD Y COEFICIENTES DE TEMPERATURAS

Material	Resistividad a 20°C [ohm-metro]	Coefficiente de temperatura para la resistividad [1/°C]
Aluminio	2.8×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Carbono	3.5×10^{-5}	$- 5.0 \times 10^{-4}$
Hierro	1.0×10^{-7}	5.0×10^{-3}
Manganina ¹	4.4×10^{-7}	1.0×10^{-5}
Níquel	7.8×10^{-8}	6.0×10^{-3}
Plata	1.6×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Acero	1.8×10^{-7}	3.0×10^{-3}
Wolframio (tungsteno)	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Constantán ²	4.9×10^{-7}	2.0×10^{-6}

Tabla 5-1

¹ Manganina: Cu 84, Mn 12, Ni 4

² Constantán: Cu 60, Ni 40

Consideremos un conductor de cobre en el cual le aplicamos una diferencia de potencial variable en sus extremos, y para cada diferencia de potencial aplicada, medimos la corriente i que circula por él. Si graficamos $i = f(V)$ para este material, obtendremos una curva como la mostrada en la figura 5-10, en la que se observa que la resistencia de este conductor es la misma cualquiera que sea el voltaje aplicado. Por lo que decimos que este material obedece la expresión 5-20.

Como en párrafos anteriores, se mencionó que no todos los conductores obedecen Ley de Ohm. Así por ejemplo en la figura 5-11 se muestra una curva $i = f(V)$ para un termistor (el cual es un semiconductor, véase Temas Suplementarios)

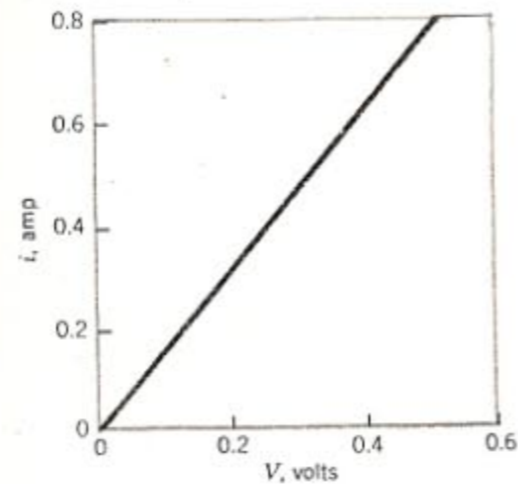


Figura 5-10

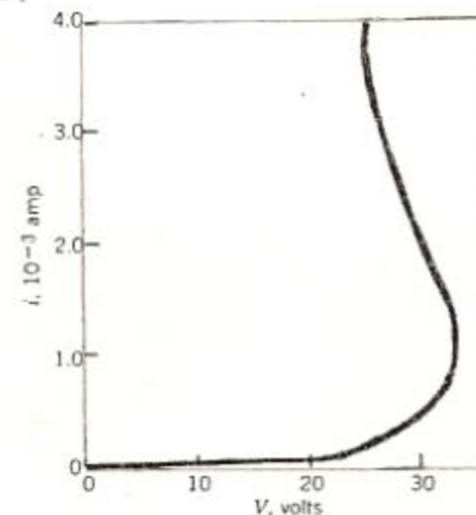


Figura 5-11

5-4. Ley de Joule

El movimiento de las cargas eléctricas a través de los conductores está caracterizado por un hecho fundamental: *la producción de calor como un fenómeno irreversible de transformación de la energía eléctrica.*

Vimos que la corriente eléctrica está formada por el gas de electrones libres sometidos a una agitación térmica desordenada en la misma forma que un gas molecular. Cuando se cierra el circuito y se establece el campo eléctrico en el seno del conductor, este campo acelera al electrón en su misma dirección, esta aceleración produce un aumento de la energía cinética que dura hasta que el electrón choca inelásticamente con un átomo de la red cristalina del conductor.

El átomo impactado recibe esta energía cinética del choque con lo cual aumenta su estado vibratorio que lo transmite a otros átomos de la red. Este estado vibratorio que se produce en todas las direcciones compatibles con los grados de libertad de los átomos se manifiesta como energía térmica o calor que incrementa a la ya existente.

A causa del choque inelástico el electrón es arrastrado por el campo con una velocidad constante, que se promedia entre el conjunto de electrones y sin afectar mayormente el movimiento propio de sus

agitación térmica.

La energía que manifiesta el campo eléctrico en este proceso se ha transferido íntegramente a la estructura cristalina del conductor y se manifiesta en forma de calor.

Para deducir la cantidad de calor desarrollada en un conductor por unidad de tiempo, hallaremos primero la expresión general de la potencia suministrada a una parte cualquiera de un circuito eléctrico cualquiera tal como el mostrado en la figura 5-12.

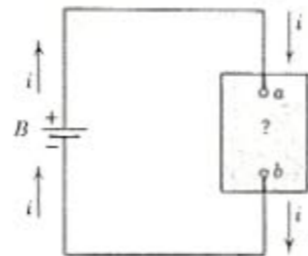


Figura 5-12

En la figura se observa una parte del circuito en el cual circula una corriente i , y V_a y V_b son los potenciales en los bornes a y b.

Esta parte del circuito puede contener cualquier elemento; por ejemplo: un conductor, motor, generador, dínamo, batería o una combinación de estos elementos.

En un intervalo de tiempo dt la carga que circula desde el borne a hasta el borne b es

$$dq = i \, dt$$

La carga dq es transportada desde el potencial V_a al potencial V_b , y como $V_a > V_b$ la carga cede energía, es decir

$$dW = dq (V_a - V_b)$$

reemplazando el valor de dq , obtenemos

$$dW = i \, dt (V_a - V_b) = i \, dt \, V_{ab}$$

La potencia se define como la cantidad de trabajo por unidad de tiempo, entonces

$$P = \frac{dW}{dt}$$

lo que resulta

$$P = i \, V_{ab} \tag{5-29}$$

La potencia es igual al producto de la corriente por la diferencia de potencial.

La unidad correspondiente para la potencia en el sistema SI es

$$|P| = |i| |V| = \left| \frac{\text{coulomb}}{\text{seg}} \frac{\text{Joule}}{\text{coulomb}} \right| = \left| \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \right| = |\text{watt}|$$

La expresión 5-29 es perfectamente general cualquiera sea la naturaleza de los elementos del circuito que estén entre los bornes a y b.

Para el caso especial en que el circuito comprendido entre a y b sea una resistencia R, tendremos por Ley de Ohm que

$$V_{ab} = i R$$

Y

$$i = \frac{V_{ab}}{R}$$

entonces reemplazando en la ecuación 5-29 se obtiene

$$P = i^2 R \quad (5-30)$$

Y

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (5-31)$$

Esta potencia es la energía por segundo que la carga pierde al circular por la resistencia R de manera irreversible. Esta energía se manifiesta en forma de calor.

La energía que se disipa en forma de calor en una resistencia R en el tiempo t vale

$$W = P t$$

reemplazando en la expresión 5-30, se tiene

$$W = i^2 R t \quad (5-32)$$

y el calor disipado expresado en calorías, por lo tanto

$$Q = 0,24 i^2 R t \quad | \text{calorías} | \quad (5-31)$$

Esta igualdad se toma como expresión de la *LEY DE JOULE* y el proceso de la conversión de la energía eléctrica en térmica se llama *efecto JOULE*.

Por lo tanto podemos decir que, para mantener una corriente eléctrica es necesario aplicar al circuito una d.d.p. (por ejemplo: una batería). Además cuando la corriente circula por los conductores y resistencias estas disipan calor por efecto Joule y para ello es

necesario un suministro de energía al circuito el cual es cedido por la fuente de d.d.p. (por ejemplo: una batería).

La producción de calor en los conductores y resistencias del circuito es un proceso irreversible de transformación de energía eléctrica en calor.

Como veremos al estudiar fuerza electromotriz (f.e.m.), en un circuito la energía eléctrica puede transformarse en otro tipo de energía a través de una transformación reversible.

5-5. Energía de carga y descarga en un condensador

Cuando se cierra la llave L, en la figura 5-13, comienza a establecerse una diferencia de potencial entre las armaduras A y B del condensador.

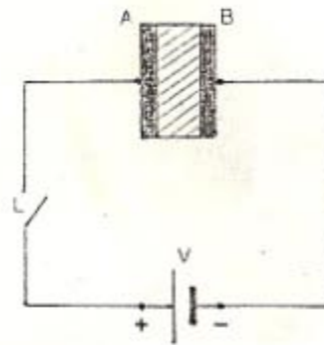


Figura 5-13

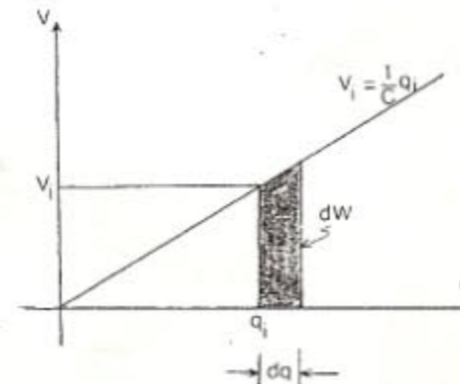


Figura 5-14

El primer grupo de cargas positivas que llega a A da comienzo al proceso de inducción de cargas negativas sobre la placa B y simultáneamente rechaza igual cantidad de cargas positivas que salen de B, se ha establecido una corriente eléctrica de cargas de intensidad decreciente, hasta que entre las armaduras del condensador se obtiene la misma diferencia de potencial que en el generador.

La fuerza electromotriz de éste desarrolla la energía o trabajo para mover las cargas que, en definitiva, se mueven simultáneamente: a) desde la armadura B, b) en la batería desarrollando el efecto fisicoquímico que las separa, c) a lo largo de los conductores, y d) hasta la armadura A.

Llamando V_i y q_i a los valores instantáneos que adquiere el condensador durante la carga, la relación fundamental de éste se cumple siempre, es decir

$$V_i = \frac{q_i}{C}$$

Consideremos la gráfica mostrada en la figura 5-14. El trabajo que realiza la fuerza electromotriz (f.e.m.) para incrementar la carga desde q_i hasta $q_i + dq$ en el condensador es

$$dW = V_i dq$$

entonces

$$dW = \frac{q_i}{C} dq = \frac{1}{C} q_i dq$$

El trabajo total que se efectúa, desde el instante inicial en que la carga es cero hasta el valor final q , es

$$W = \int V_i dq$$

$$W = \frac{1}{C} \int_0^q q_i dq$$

resolviendo la integral definida, hallamos que

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (5-32)$$

Este trabajo realizado representa la energía eléctrica acumulada en el condensador.

También la ecuación 5-32, se puede expresar de la siguiente manera sabiendo que

$$q = C V$$

Y

$$C = \frac{q}{V}$$

reemplazando en la 5-32, tenemos que

$$W = \frac{1}{2} V^2 C \quad (5-33)$$

Y

$$W = \frac{1}{2} V q \quad (5-33)$$

Bajo el punto de vista del campo eléctrico establecido entre las armaduras del condensador podemos decir, que esa energía entregada por el generador se emplea para establecer las cargas iq quienes crean el

campo entre las armaduras y la energía se acumula en el campo en forma de energía potencial. Haciendo adecuadas sustituciones podemos expresar a la energía W en función del campo eléctrico E y de la capacidad específica de inducción ϵ .

En efecto, designando con S la superficie de las placas del condensador, y con d la distancia que las separa, y teniendo en cuenta a partir de las ecuaciones 4-31 y 4-33 que

$$V = E d$$

y

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

de manera que reemplazando en

$$W = \frac{1}{2} V^2 C$$

obtenemos

$$W = \frac{1}{2} E^2 d^2 \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$W = \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0 (S \cdot d)$$

siendo el producto $(S \cdot d)$ el volumen del campo eléctrico.

La *energía por unidad de volumen*, o *densidad de energía* resulta por lo tanto

$$w = \frac{W}{S d}$$

entonces

$$w = \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0 \tag{5-34}$$

Habíamos llegado a esta expresión tratando el problema en forma general.

A partir de la expresión densidad de energía, ecuación 5-34, podemos expresarla de la siguiente manera

$$w = \frac{dw}{dv} = \frac{1}{2} E^2 \epsilon$$

Se puede evaluar la energía total de un sistema o campo, como integración a todo el espacio de existencia del campo eléctrico.

$$W = \int_v w \, dv = \int_v \frac{1}{2} E^2 \epsilon \, dv \quad (5-35)$$

Expresión que es completamente general y es válida cualquiera sea la forma del campo eléctrico, sea homogéneo o no.

Como la magnitud de la intensidad del campo eléctrico E es una magnitud intensiva, válida e individualizada para cada punto del campo, podemos decir que la densidad de energía w expresada en la ecuación 5-35, mide el valor de la energía en cada punto del campo, por cuanto dv puede ser tan pequeña como se quiera y en el límite reducirse a un punto y su entorno.

La dependencia cuadrática de la energía con respecto a E , pone en evidencia su carácter escalar y le quita toda direccionalidad.

La evolución de esta energía tiene todas las características de una energía potencial. Por ejemplo si el sistema se deja librado a sus propias fuerzas, lo que quiere decir que se deben suprimir todos los vínculos externos que lo mantienen rígido, las fuerzas eléctricas tienden a producir trabajo positivo a expensas de la energía potencial, ésta tiende entonces a ser mínima o anularse.

Por ejemplo si las armaduras de un condensador cargado se dejaran libres, las fuerzas de campo tenderían a juntarlas.

5-6. El generador de energía eléctrica

Vimos que para crear una corriente eléctrica en un conductor debemos aplicar una d.d.p. entre sus extremos.

Para crear una diferencia de potencial podemos imaginar un dispositivo que tenga acumuladas cargas eléctricas, porque la acumulación de las cargas eléctricas da origen al potencial.

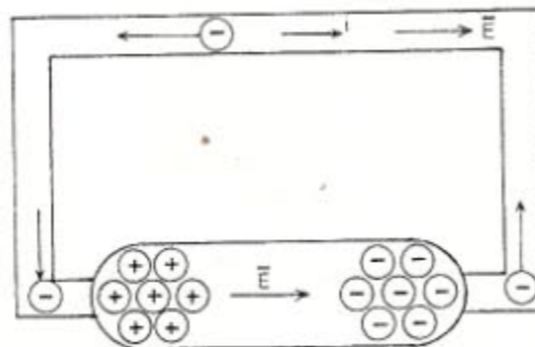


Figura 5-15

En el dispositivo mostrado en la figura 5-15, hemos logrado originar una diferencia de potencial mediante la acumulación de cargas positivas por un lado y negativas por otro.

Al aplicar esa d.d.p. a un conductor se establece una corriente, pero observemos que a medida que transcurre el tiempo la acumulación de cargas va disminuyendo junto con la d.d.p. hasta que la corriente se anula.

Nuestro dispositivo así imaginado no sirve por no tener la capacidad de mantener la d.d.p. inicial.

Para que nuestro dispositivo fuera útil sería necesario la existencia de alguna fuerza que tuviera como misión separar cargas ya existentes en nuestro dispositivo llevando las cargas positivas en un dirección y concentrándolo en la zona positiva, quedando igual número de cargas negativas en la zona negativa. Esta fuerza motora que separa las cargas y acumula en las dos zonas actuando en contra del campo eléctrico E podría ser de origen químico, físico-químico, mecánico, etc..

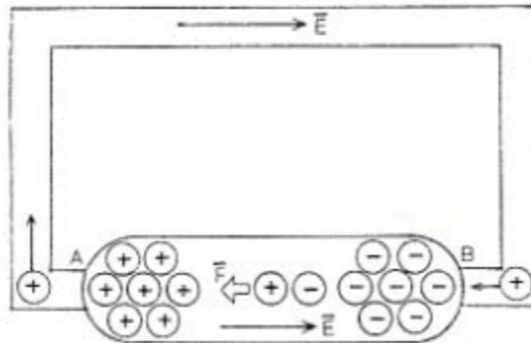


Figura 5-16

Ahora sí, nuestro dispositivo es capaz de mantenerla d.d.p. entre sus bornes mientras esta circulando una corriente eléctrica.

La fuerza F que separa las cargas actuando en contra del campo coulombiano E podemos imaginarla como el efecto de un campo eléctrico E_f sobre las cargas ($F = E_f q$).

El campo electrostático E creado por la diferencia de potencial es de tipo coulombiano y está presente en todo el circuito.

El campo eléctrico interno que desarrolla nuestra fuente de d.d.p., E_f únicamente está presente dentro de ella misma, y como veremos es de naturaleza no conservativa.

El campo E_f no conservativo tiene la propiedad de transportar las cargas elementales en el seno del generador y en un circuito cerrado permite la circulación de corriente. Este campo, se manifiesta pues, como no conservativo ya que las cargas puestas en movimiento circuitan continuamente, produciendo a su vez energía aprovechable, que proviene de otro tipo de energía (por ejemplo: energía química en una batería).

Se podrá expresar entonces, en manera general que

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

(5-36)

y

$$\oint \bar{E}_f \cdot d\bar{l} \neq 0 \quad (5-37)$$

5-6-1. Fuerza electromotriz f.e.m.

Se denomina fuerza electromotriz f.e.m. a la energía que manifiesta un generador transportando la unidad de carga a lo largo de todo el circuito, magnitud que es independiente del circuito y solo depende del generador.

Esta magnitud debió denominarse energía electromotriz como que está caracterizado por el valor no nulo de la ecuación 5-37, en oposición a la energía electrostática caracterizada por el valor nulo de la expresión 5-36.

Definiendo más exactamente podemos decir que

f.e.m. es la energía que desarrolla un generador transportando la unidad de carga eléctrica a lo largo de todo el circuito.

Usando el símbolo ϵ para representar a la f.e.m. podemos escribir la siguiente ecuación

$$\epsilon = \oint \bar{E}_t \cdot d\bar{l}$$

El campo E_t es el campo total que en cada punto del circuito equivale a

$$\bar{E}_t = \bar{E}_c + \bar{E}_f$$

siendo E_c el campo electrostático coulombiano y E_f el campo no conservativo interno del generador, por lo tanto

$$\epsilon = \int_A^B \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \int_B^A (\bar{E}_f + \bar{E}_c) \cdot d\bar{l} \quad (5-38)$$

en donde el primer sumando es el trabajo realizado por el campo coulombiano sobre la carga positiva y unitaria desde el borne A positivo hasta el borne B negativo en el camino exterior al generador. El segundo sumando es el trabajo sobre la misma carga desde el borne B hacia el borne A, por dentro del generador en donde existen en forma antagónica los dos campos.

Agrupando en un solo término el trabajo hecho por E_c queda

$$\epsilon = \int_A^B \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \int_B^A \bar{E}_c \cdot d\bar{l} + \int_B^A \bar{E}_f \cdot d\bar{l}$$

entonces

$$\epsilon = \oint \bar{E}_c \, d\bar{l} + \int_B^A \bar{E}_f \, d\bar{l}$$

en donde

$$\oint \bar{E}_c \, d\bar{l} = 0$$

obteniendose

$$\epsilon = \int_B^A \bar{E}_f \, d\bar{l} \quad (5-39)$$

Esta igualdad nos hace ver que la f.e.m. queda definida por el trabajo sólo del campo no conservativo E_f y que es característico de la naturaleza del generador.

De manera que cualquiera halla sido el circuito formado por ejemplo por los tramos l_0 ó l_1 , de la figura 5-17, siempre arribaremos a la expresión 5-39.

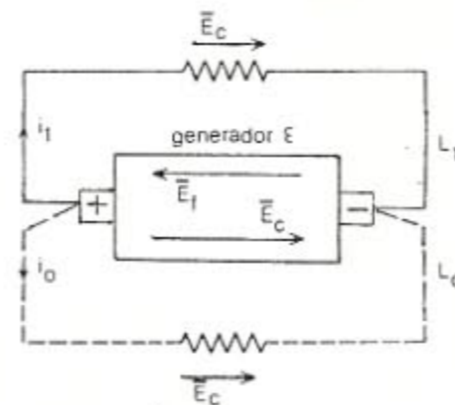


Figura 5-17

El primer término del segundo miembro de la ecuación 5-38, es una expresión eminentemente coulombiana y está indicando una d.d.p. que existe entre los bornes A y B del generador. En efecto, podemos expresar a E_c en función del gradiente de potencial, es decir

$$E_c = - \frac{dV}{dl}$$

entonces

ver la unidad

$$\int_B^A \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = - \int_B^A \overline{\text{grad } V} \cdot d\vec{l} = - \int_B^A \frac{dV}{dl} dl = V_A - V_B$$

en donde $V_A - V_B$ es entonces la d.d.p. que se manifiesta entre los bornes del generador en las condiciones dadas del circuito.

Ahora podemos escribir que

$$\epsilon = V_A - V_B + \int_B^A \vec{E}_t \cdot d\vec{l} \quad (5-40)$$

Esta última expresión pone en evidencia que la f.e.m. ϵ se mide en volt.

Interpretemos la ecuación 5-40. Para ello consideremos el circuito mostrado en la figura 5-18.

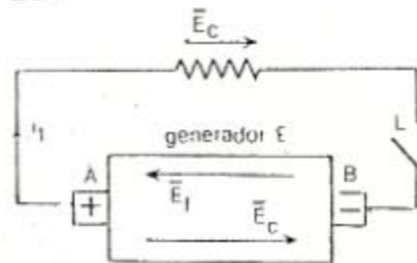


Figura 5-18

Cuando la llave L está abierta tenemos que

$$\vec{E}_c = - \vec{E}_f$$

por lo tanto $E_t = 0$ y entonces

$$\epsilon = V_A - V_B$$

Cuando la llave L está cerrada debemos aplicar por lo tanto la ecuación 5-40.

5-6-2. Ley de Ohm generalizada

La ecuación fundamental del circuito es como vimos la expresión 5-38, que la escribiremos nuevamente

$$\epsilon = \int_A^B \vec{E}_c \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_t \cdot d\vec{l}$$

Esta expresión será el punto de partida para obtener una nueva expresión en términos de las características conductivas o resistivas de los tramos del circuito transformándola en una expresión cómoda para las mediciones y cálculos.

Recordando que la conductividad estaba expresada por la ecuación

$$\sigma = \frac{j}{E}$$

por lo tanto podemos expresar, teniendo en cuenta también las ecuaciones 5-6 y 5-12, lo siguiente

$$j_c = \sigma_c E_c = \frac{i}{S_c}$$

$$j_g = \sigma_g E_t = \frac{i}{S_g}$$

en donde:

σ_c : conductividad del tramo externo del circuito

σ_g : conductividad de los elementos que forman el generador

S_c : sección transversal del conductor

S_g : sección transversal del generador

Obteniendo los valores del campo eléctrico E_c y E_t de estas últimas expresiones, y teniendo en cuenta la resistividad a través de la ecuación 5-17, se tiene

$$E_c = \frac{i}{S_c \sigma_c} = \rho_c \frac{i}{S_c}$$

$$E_t = \frac{i}{S_g \sigma_g} = \rho_g \frac{i}{S_g}$$

Reemplazando estas expresiones en la ecuación 5-40, se obtiene

$$\epsilon = i \int_A^B \rho_c \frac{dl}{S_c} + i \int_B^A \rho_g \frac{dl}{S_g}$$

Los integrandos expresan el valor de la resistencia óhmica de cada tramo, es decir

$$R_c = \int_A^B \rho_c \frac{dl}{S_c}$$

$$R_g = \int_B^A \rho_g \frac{dl}{S_g}$$

reemplazando los valores R_g y R_c , se obtiene

$$\epsilon = i R_c + i R_g$$

Finalmente

$$\epsilon - i R_g = i R_c = V_A - V_B \quad (5-41)$$

Esta ecuación, 5-41, constituye lo que se conoce como la *Ley de Ohm generalizada*.

Despejando de la expresión 5-41 la corriente i , se obtiene

$$\epsilon = i (R_g + R_c)$$

$$i = \frac{\epsilon}{R_c + R_g} \quad (5-42)$$

que también se toma como expresión de la ley generalizada.

5-7. Representación de circuitos

El circuito eléctrico mas simple es aquel que contiene un generador electroquímico (pila o batería) y una resistencia, tal como lo muestra la figura 5-19.

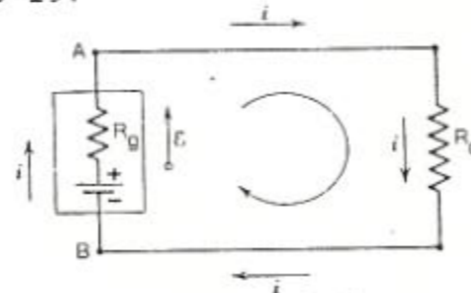


Figura 5-19

El potencial V_A es mayor que el potencial V_B . EL signo + sobre el borne A de la pila indica esta circunstancia.

Aunque en rigor la f.e.m. no es una magnitud vectorial, es útil asignarle un sentido. Consideremos arbitrariamente que el sentido de la f.e.m. es del potencial indicado con (-) al (+) dentro del generador, como se indica con una flecha en la figura.

La corriente i (flujo de cargas positivas) circula en el circuito exterior del borne positivo al negativo y dentro del generador de borne negativo al positivo.

La corriente i que circula por el circuito, en base a la Ley de Ohm generalizada es

$$i = \frac{\epsilon}{R_c + R_g}$$

La potencia que se disipa en la resistencia R_c en forma de calor por efecto Joule es

$$P_c = R_c i^2$$

La potencia que se disipa dentro de la batería, cuya resistencia es R_g , en forma de calor por efecto Joule es

$$P_g = R_g i^2$$

Este calor disipado dentro del generador produce un calentamiento dentro del mismo. Es por esto que un generador no puede suministrar cualquier valor de corriente, estando limitada la misma a un valor máximo (i_{max}).

La potencia que suministra el generador al circuito, según la expresión 5-29, es

$$P = \epsilon i$$

De acuerdo al principio de conservación de energía se debe producir que

$$P = P_c + P_g$$

$$\epsilon i = R_c i^2 + R_g i^2$$

despejando la corriente de i de esta última ecuación se obtiene

$$i = \frac{\epsilon}{R_c + R_g}$$

de donde resulta la Ley de Ohm ya conocida.

Cuando en un generador coinciden el sentido de la corriente y el de la f.e.m., la potencia es entregada por el generador al circuito.

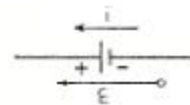


Figura 5-20

En caso contrario, si en el generador el sentido de la corriente y el de la f.e.m. son opuestas el generador está absorbiendo energía.

Supongamos tener el circuito mostrado en la figura 5-21.

Similarmente como en el ejemplo anterior calcularemos la potencia absorbida por el circuito por las resistencias R_{c1} , R_{c2} , R_g y $R_{g'}$, y también la potencia que absorbe la fem ϵ' , por lo tanto

$$P_{c1} = i^2 R_{c1}$$

$$P_{c2} = i^2 R_{c2}$$

$$P_g = i^2 R_g$$

$$P_{g'} = i^2 R_{g'}$$

$$P_{e'} = \epsilon' i$$

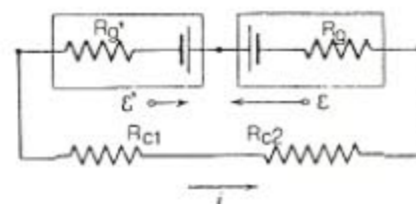


Figura 5-21

La potencia suministrada al circuito es solamente por la f.e.m. ϵ , entonces

$$P_e = \epsilon i$$

Por lo tanto en base al principio de conservación de la energía, tenemos

$$P_e = P_{c1} + P_{c2} + P_g + P_{g'} + P_{e'}$$

$$\epsilon i = i^2 R_{c1} + i^2 R_{c2} + i^2 R_g + i^2 R_{g'} + \epsilon' i$$

Despejando la corriente i , se obtiene

$$i = \frac{\epsilon - \epsilon'}{R_{c1} + R_{c2} + R_g + R_{g'}}$$

observando esta última expresión podemos realizar la siguiente generalización, con lo cual tenemos

$$i = \frac{\sum \epsilon}{\sum R} \quad (5-43)$$

en donde se debe entender que $\sum \epsilon$, es una suma algebraica, es decir, si la f.e.m. tiene el mismo sentido que la corriente será positiva, en caso contrario es negativa.

Observemos que la absorción de energía por parte de la resistencia es un proceso irreversible ya que la energía disipada en forma de calor no es recuperable.

En vez la energía que absorbe la batería ($\epsilon' i$) es reversible, ya que esta energía no se pierde sino que se acumula en la batería en forma de energía interna, (decimos que la batería se ha cargado), pudiendo la misma aprovecharse en forma de energía eléctrica.

Resumiendo esto último podemos decir: Cuando la corriente y la f.e.m. tienen el mismo sentido la batería está entregando energía eléctrica al circuito a expensa de su energía química interna. Por el contrario, cuando la corriente y la f.e.m. tienen sentido opuesto, la batería toma energía eléctrica del circuito convirtiéndola en energía química interna.

En el caso de un generador electromagnético tenemos conversión de energía eléctrica en mecánica (no interna) o viceversa.

El mecanismo de transformación de energía de un generador o un motor se discutirá en temas posteriores.

5-8. Conexión de resistencias

5-8-1. Resistencias en serie

Consideremos el circuito mostrado en la figura 5-22.

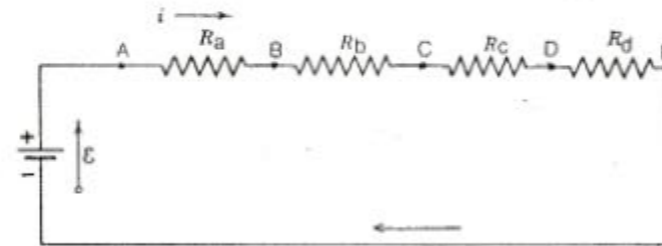


Figura 5-22

Las resistencias R_a , R_b , R_c y R_d de esta manera conectadas, están en lo que se denomina *conexión serie*.

Existe una única corriente i que atraviesa a todas las resistencias y a la fuente.

En el punto A se tiene el máximo potencial positivo V_A y en el extremo E en contacto directo con el borne negativo de la batería el potencial negativo V_E . Se tiene una variación continua de potencial desde el punto A hacia el punto E a lo largo de la serie en forma decreciente.

Aplicando la Ley de Ohm a cada resistencia, se tiene:

$$V_A - V_B = i R_a$$

$$V_B - V_C = i R_b$$

$$V_C - V_D = i R_c$$

$$V_D - V_E = i R_d$$

Sumando estas expresiones se obtiene la d.d.p. total que existe entre los puntos A y E, es decir

$$V_A - V_E = i (R_a + R_b + R_c + R_d)$$

Esta expresión se puede reducir realizando las siguientes consideraciones

$$R = R_a + R_b + R_c + R_d$$

$$\mathcal{E} = V_A - V_E$$

por lo tanto se puede escribir que

$$\epsilon = i R$$

de manera que $R = R_a + R_b + R_c + R_d$ es la resistencia óhmica resultante de la serie de resistencias. Generalizando se puede escribir

$$R = \Sigma R_i \quad (5-44)$$

5-8-2. Resistencias en paralelo

Se denomina *conexión en paralelo o derivación* cuando los extremos de un conjunto de resistencias se unen a dos bornes de contacto tal como se indica en la figura 5-23.

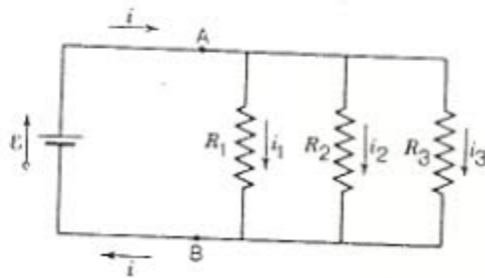


Figura 5-23

En la figura 5-23, V_A y V_B son los potenciales de los bornes A y B, de manera que $V_A - V_B$ es la d.d.p. común a todas las resistencias en derivación entre A y B.

Hasta el borne A, o *nudo* como también se lo llama, llega la corriente i proveniente del generador; a partir de A se descompone en tres corrientes, i_1 , i_2 e i_3 , de tal forma que se cumple la siguiente condición

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

La d.d.p. común $V_A - V_B$ se podrá expresar mediante la Ley de Ohm aplicada indistintamente en cada tramo en paralelo. Se cumple entonces que

$$V_A - V_B = i_1 R_1 = i_2 R_2 = i_3 R_3$$

de aquí se obtiene para las intensidades en cada tramo, el valor

$$i_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

La corriente total i , resulta entonces

$$i = (V_A - V_B) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

pudiéndose expresar de la siguiente manera

$$i = \frac{V_A - V_B}{R}$$

Esta última ecuación sintetiza la Ley de Ohm aplicada al conjunto de resistencias en paralelo. En consecuencia R tiene el significado de resistencia resultante del sistema.

Debe ser entonces

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Igualdad que expresa que el valor recíproco de la resistencia total es igual a la suma de los valores recíprocos de las resistencias de los tramos.

Generalizando podemos escribir que

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i} \quad (5-45)$$

ó

$$R = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}} \quad (5-46)$$

5-8-3. Conexión mixta

Es la combinación de los casos vistos en los puntos 5-8-1 y 5-8-2. En la figura 5-24 se ejemplifica este tipo de conexión un circuito compuesto por diez resistencias conectadas a un generador de f.e.m. e .

Para obtener la resistencia resultante de este circuito procederemos de la siguiente manera.

Resolveremos aquellos tramos parciales del circuito agrupando aquellas resistencias que estén en serie, es decir

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

$$R_{34} = R_3 + R_4$$

$$R_{67} = R_6 + R_7$$

$$R_{910} = R_9 + R_{10}$$

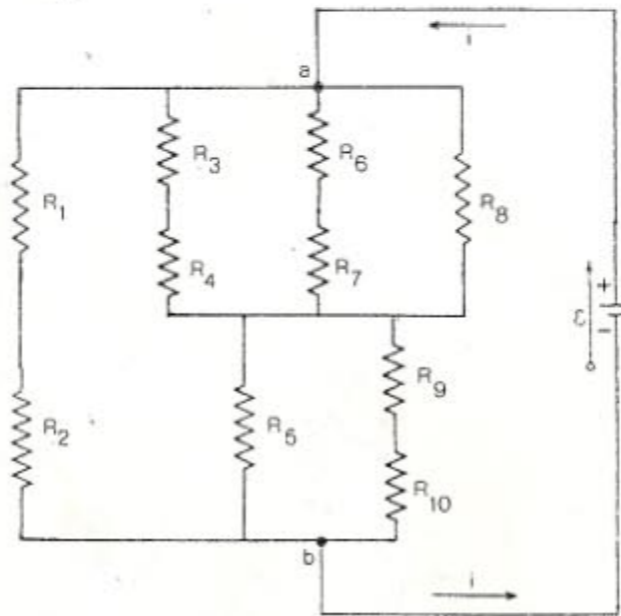


Figura 5-24

Por lo tanto el circuito de la figura 5-24 queda reducido al circuito que muestra en la figura 5-25.

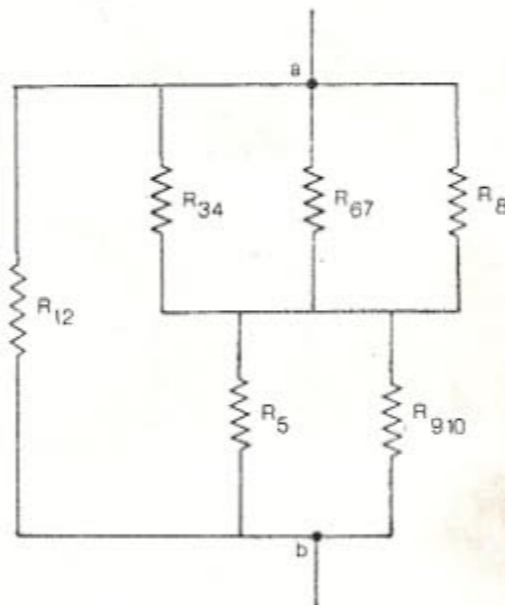


Figura 5-25

De manera similar a como se realizó con las resistencias que estaban en serie, resolveremos aquellos tramos parciales del circuito agrupando las resistencias que estén en paralelo, es lo tanto

$$R_{p1} = \frac{1}{\frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_{67}} + \frac{1}{R_8}}$$

Y

$$R_{p2} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_{910}}}$$

quedando ahora en circuito reducido a

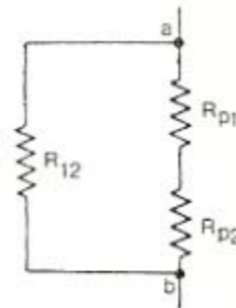


Figura 5-26

Estando R_{p1} y R_{p2} en serie se pueden agrupar de la siguiente manera

$$R_{s12} = R_{p1} + R_{p2}$$

obteniendose una nueva reducción del circuito a

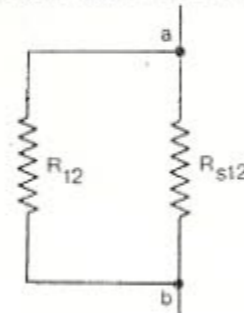


Figura 5-27

Finalmente el circuito queda reducido a R_{12} en paralelo con R_{s12} quedando entonces la resistencia total o resultante (o equivalente)

igual a

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{s12}}}$$

5-9. Conexión de generadores

5-9-1. Conexión en serie

Consideremos el circuito mostrado en la figura 5-28.

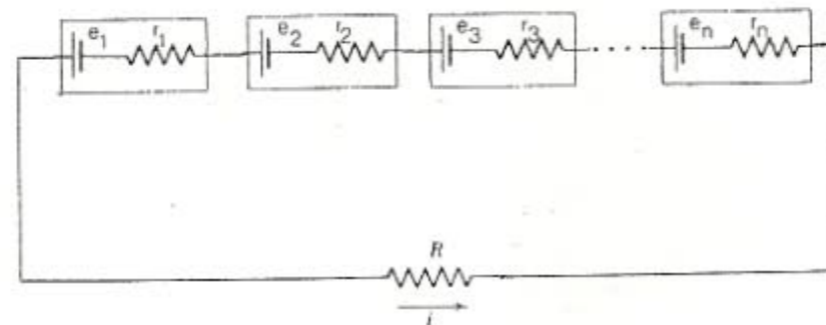


Figura 5-28

Siendo n el número de elementos iguales que se colocan para formar una batería, y designando con e la f.e.m. de cada uno de ellos y con r la resistencia interna que la caracteriza, se tendrá una f.e.m. total

$$\epsilon = n e$$

y una resistencia interna total

$$r_t = n r$$

Calcularemos la corriente que circula por la resistencia R externa en el circuito

$$i = \frac{\epsilon}{r_t + R}$$

reemplazando los valores de ϵ y r_t , se obtiene

$$i = \frac{n e}{n r + R}$$

esta última expresión puede reducirse a

$$i = \frac{e}{r + R/n} \quad (5-47)$$

Esta ecuación nos permite decir que a medida que aumenta el número de elementos (generadores) en serie se reduce la influencia de la resistencia exterior R a los efectos de obtener un valor mayor de la corriente i , por lo cual esta conexión de generadores es conveniente cuando $R \gg r$.

5-9-2. Conexión en paralelo

Consideremos el circuito mostrado en la figura 5-29.

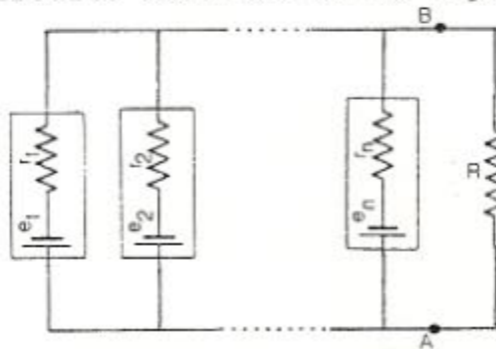


Figura 5-29

Todos los polos positivos están unidos al borne A y todos los negativos al borne B.

Entre A y B la f.e.m. es

$$e = e$$

Las resistencias internas de los elementos quedan conectadas en paralelo quedando

$$r_t = \frac{r}{n}$$

Aplicando la Ley de Ohm para calcular la corriente i en el circuito nos da

$$i = \frac{e}{r_t + R}$$

$$i = \frac{e}{\frac{r}{n} + R}$$

(5-48)

Se demuestra así que el número de elementos en paralelo reduce el efecto de la resistencia interna del generador o batería, por lo cual es una conexión conveniente cuando la resistencia exterior R es pequeña comparada con la resistencia interna de la batería r , es decir $r > R$.

Es importante hacer notar la necesidad de que todos los generadores tengan la misma f.e.m., de lo contrario, una f.e.m. mayor hará circular corriente en contra del sentido de la menor.

5-9-3. Conexión mixta

Consideremos el circuito mostrado en la figura 5-30. En el cual se halla una batería formada por p ramas en paralelo conteniendo n elementos en serie en cada rama.

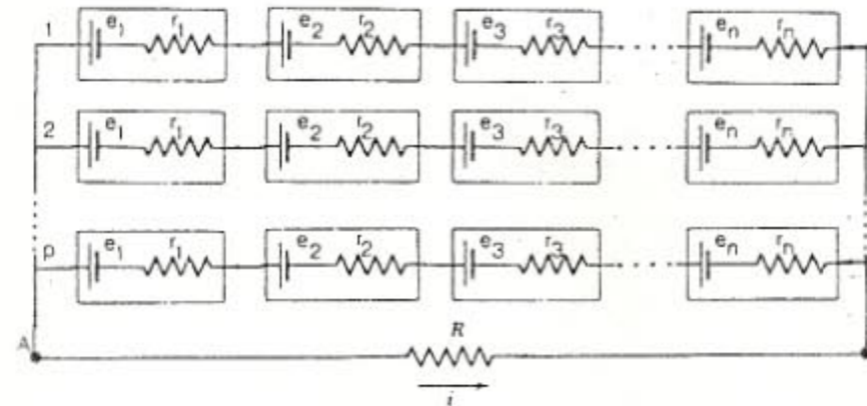


Figura 5-30

Esta configuración constituye una agrupación mixta de $p \cdot n$ elementos iguales, cuya f.e.m. entre los bornes A y B es

$$\epsilon = n e$$

y cuya resistencia interna total vale

$$r_t = \frac{n r}{p}$$

Aplicando la Ley de Ohm para la determinación de la corriente i , obtenemos

$$i = \frac{\epsilon}{r_t + R}$$

reemplazando los valores de ϵ y r_t , se obtiene

$$i = \frac{n e}{\frac{r n}{p} + R}$$

reordenando esta ecuación

$$i = \frac{e}{\frac{r}{p} + \frac{R}{n}} \quad (5-49)$$

En esta batería todas las series (p ramas) deben ser iguales, para que a circuito abierto no circule corriente entre ellos.

5-10. Leyes de KIRCHHOFF

El circuito mostrado en la figura 5-31, es un circuito de relativa complejidad formado por la combinación de 8 resistencias y 2 f.e.m. conectadas, que constituye lo que se denomina *red*.

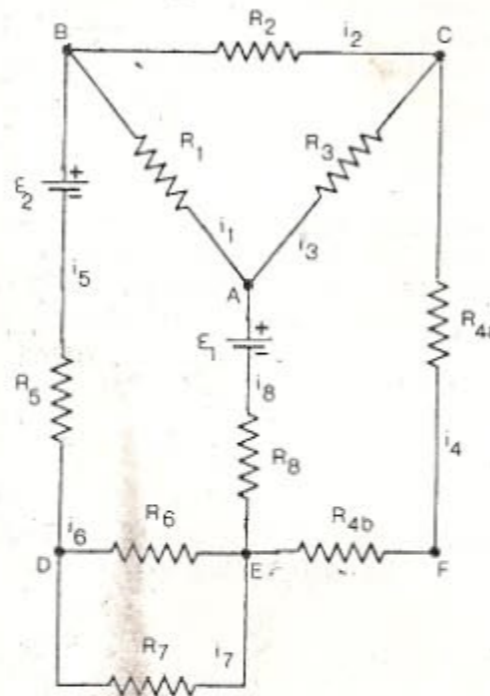


Figura 5-31

El punto de contacto donde se unen tres o más resistencias (o conductores) se llama *nudo*.

En este circuito tenemos 5 nudos (A, B, C, D y E). En los nudos A, B, C y D se unen tres conductores y en el nudo E agrupa cuatro

conductores o resistencias. El punto F no es un nudo.

El conductor que va de un nudo a otro nudo, conteniendo resistencias y/o f.e.m., se denomina *rama*.

En el circuito se hallan 8 ramas. La rama 1 (AB - que contiene R_1), 2 (BC - que contiene R_2), 3 (AC - que contiene R_3), 4 (CE - que contiene R_{4a} y R_{4b}), 5 (DB - que contiene R_5 y ϵ_2), 6 (DE - que contiene R_6), 7 (DE - que contiene R_7), 8 (AE - que contiene ϵ_1 y R_8).

Como se observó, la red está constituida por ocho ramas, las cuales están enumeradas con el subíndice que individualiza la intensidad de la corriente y la resistencia óhmica de cada una de ellas.

En la red se pueden individualizar varias *circuitaciones* formadas por una sucesión de ramas que constituyen caminos cerrados. Así por ejemplo la circuitación indicada por ABCA (o lo que es lo mismo la constituida por las ramas 1, 2 y 3). La indicada por BAEDB (a través de R_6) está formada por los conductores R_1 , R_8 , R_6 y R_5 . Entre los nudos E y D hay dos ramas en derivación, la R_6 y la R_7 , de manera que cualquier circuitación que abarque los nudos E y D debe especificar a que rama comprende.

Estas circuitaciones se denominan *mallas*.

Una malla es pues, una figura arbitraria dentro del circuito total, su definición sin embargo, es útil en el análisis y en el cálculo de las intensidades de corriente, como se verá posteriormente.

En un sentido físico la circuitación de las ramas solo se aplican al camino cerrado que forman los conductores, pero no para la corriente eléctrica que tiene valores y sentidos distintos en cada rama, solamente por excepción se podría dar una circuitación de la corriente de una malla.

Las Leyes de Kirchoff, las cuales son dos, permiten calcular las corrientes en cada rama con su sentido, si se conoce previamente la resistencia óhmica de las ramas y los valores de la f.e.m que intervienen en el circuito.

5-10-1. Primera ley

La misma enuncia

La suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen de él.

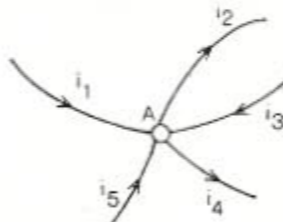


Figura 5-32

Observando la figura 5-32 y en base al enunciado de la 1^{era} Ley podemos escribir que

$$i_1 + i_3 + i_5 = i_2 + i_4$$

Considerando positivas las corrientes que salen y negativas las que entran la ecuación anterior la podemos expresar de la siguiente manera

$$i_2 + i_4 - i_1 - i_5 - i_3 = 0$$

de manera que

$$\sum i = 0 \quad (5-50)$$

La ecuación 5-50 expresa, que la suma algebraica de las intensidades de corriente que llegan y salen de un nudo es igual a cero.

La primera Ley de Kirchhoff es una consecuencia del principio de la conservación de la electricidad en el circuito y en particular en los nudos, pues la cantidad de electricidad que llega a un nudo en un tiempo dt es igual a la que sale de él en el mismo tiempo. No habiendo producción ni destrucción de electricidad en el nudo, decimos que la electricidad se conserva en él. Su potencial se mantiene constante, lo cual evidencia que no hay ganancia ni pérdida de electricidad, sino solamente circulación de cargas.

A partir de la figura 5-33, realizaremos la generalización de la primera Ley de Kirchhoff.

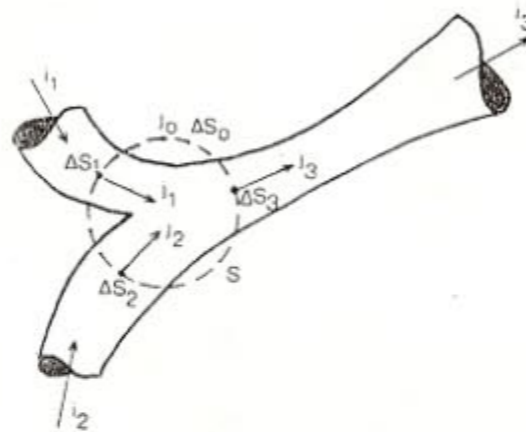


Figura 5-33

Observando la figura podemos escribir que

$$\sum i = -j_1 \Delta S_1 - j_2 \Delta S_2 + j_3 \Delta S_3$$

$$\sum i = \sum j \Delta S$$

Fuera del conductor no hay circulación de corriente por lo tanto

$$\bar{j}_0 = 0$$

entonces

$$\bar{j}_0 \Delta \bar{S}_0 = 0$$

Por lo tanto podemos escribir

$$- \bar{j}_1 \Delta \bar{S}_1 - \bar{j}_2 \Delta \bar{S}_2 + \bar{j}_3 \Delta \bar{S}_3 + \bar{j}_0 \Delta \bar{S}_0 = 0$$

constituyendo

$$\Delta \bar{S}_1 + \Delta \bar{S}_2 + \Delta \bar{S}_3 + \Delta \bar{S}_0 = \bar{S}$$

Esto nos permite escribir la primera Ley de Kirchhoff de la siguiente forma

$$\int_S \bar{j} \cdot d\bar{S} = 0 \quad (5-51)$$

La integración se extiende a toda la superficie cerrada S que contiene el nudo.

5-10-2. Segunda ley

La misma enuncia

En una circuitación o malla, la sumatoria algebraica de las f.e.m. es igual a la sumatoria algebraica de los productos $R \cdot i$ ó caídas de potencial.

Para demostrar esta ley, tomaremos como ejemplo la malla BAE(R_6)DB de la red de la figura 5-31, la cual dibujamos a continuación

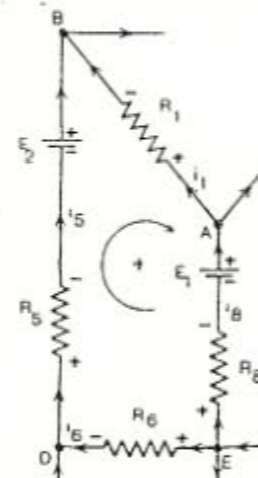


Figura 5-34

Hemos asignado a las corrientes un sentido arbitrario en cada una de las ramas, debiendo verificarse en cada nudo la condición dada por la ecuación 5-50

$$\sum i = 0$$

Hemos supuesto que los dos generadores trabajan normalmente es decir enviando corriente desde su borne positivo, sin embargo podríamos haber supuesto otro sentido para las corrientes y esto último no cumplirse en uno de ellos, o los dos.

La formulación de la segunda Ley de Kirchhoff y su aplicación simultánea con la primera Ley, nos permitirá plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales en donde las incógnitas serán las intensidades de corriente. La resolución numérica de estas ecuaciones dará en magnitud y signo el valor de cada corriente: así un valor positivo para i_1 , por ejemplo, significará que el sentido arbitrario elegido fue correcto, un valor negativo indicará que su sentido real es contrario al supuesto.

Hechas estas aclaraciones necesarias para justificar el procedimiento a seguir, nos proponemos ahora representar gráfica y analíticamente los potenciales en los nudos de la malla elegida y las d.d.p. de sus ramas.

Con este propósito volvemos a dibujar la malla en forma lineal como se muestra en la figura 5-35 a).

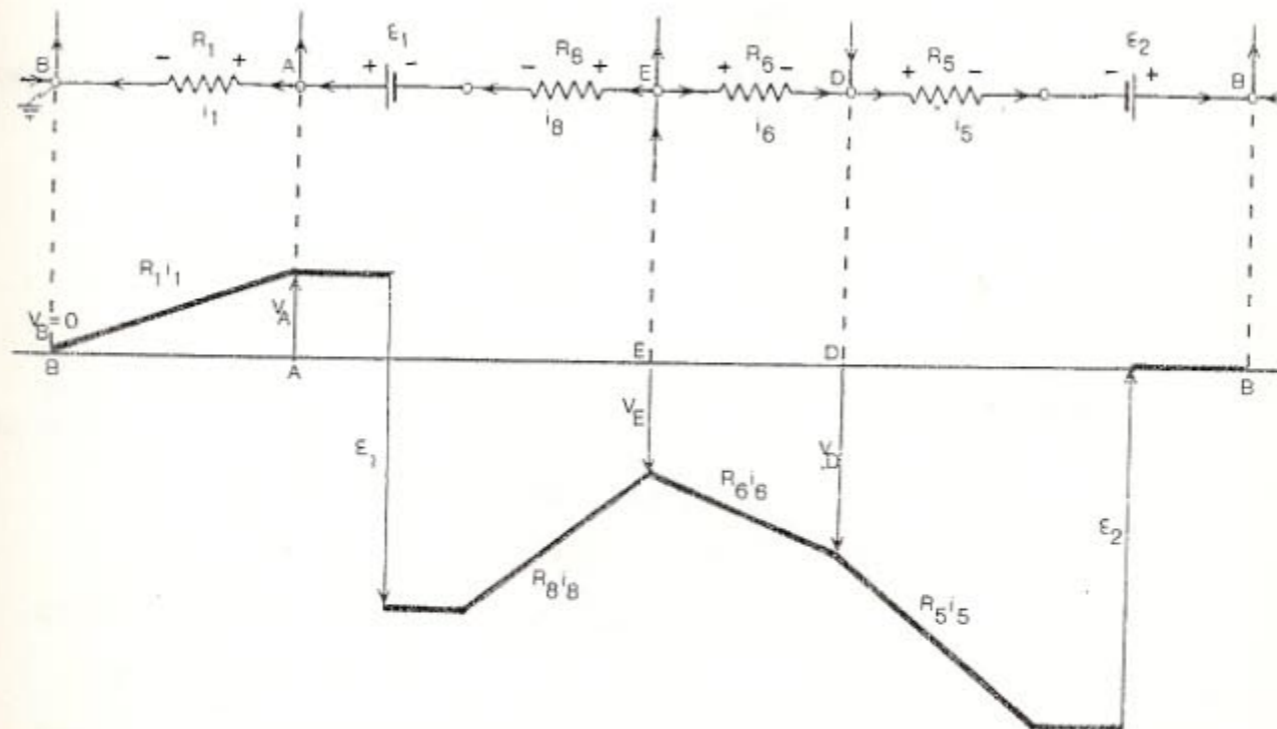


Figura 5-35

En la figura 5-35 b) se representa un diagrama de los potenciales en los nudos y la caída de potencial como diferencia de aquellos potenciales.

Para construir este diagrama se tomó como referencia el potencial del nudo B el cual se toma arbitrariamente como potencial cero o de tierra.

Entonces a partir de B hasta A el potencial aumenta en un valor $R_1 \cdot i_1$ ya que la corriente circula de A hacia B, al final de este aumento de potencial está la f.e.m. ϵ_1 que de acuerdo al sentido en que está conectada produce una disminución del potencial. Luego la corriente que circula por R_6 produce un aumento en el potencial en el nudo E equivalente a $R_6 \cdot i_6$. Las corrientes i_6 y i_5 producen caídas de potencial $R_5 \cdot i_5$ y $R_6 \cdot i_6$. La f.e.m. ϵ_2 aumenta el potencial hasta $V_B = 0$, completando la circuitación.

Podemos en base al diagrama 5-35 b) y a lo expresado en el párrafo anterior escribir

$$V_B = V_A - i_1 R_1$$

$$V_A = \epsilon_1 - i_8 R_8 + V_E$$

$$V_E = V_D + i_6 R_6$$

$$V_D = V_B + i_5 R_5 - \epsilon_2$$

ordenando estas ecuaciones en función de las d.d.p., tenemos

$$V_B - V_A = - i_1 R_1$$

$$V_A - V_E = \epsilon_1 - i_8 R_8$$

$$V_E - V_D = i_6 R_6$$

$$V_D - V_B = i_5 R_5 - \epsilon_2$$

Sumando miembro a miembro el último sistema de ecuaciones se obtiene

$$0 = - i_1 R_1 + \epsilon_1 - i_8 R_8 + i_6 R_6 + i_5 R_5 - \epsilon_2$$

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = - i_1 R_1 - i_8 R_8 + i_6 R_6 + i_5 R_5$$

Generalizando este resultado, escribimos

$$\sum \epsilon = \sum R \cdot i \quad (5-52)$$

Esta igualdad constituye la expresión de la segunda Ley de Kirchhoff.

Para aplicar directamente esta ecuación a un malla debemos proceder de la siguiente forma.

Primero se deberá indicar sobre las resistencias el potencial relativo de un extremo con respecto al otro sabiendo que el potencial

cae en el sentido que circula la corriente (esto lo hacemos mediante un signo + y -), tal como se detalla en la figura 5-36.

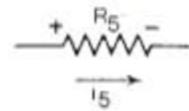


Figura 5-36

Segundo elegimos un sentido arbitrario de circulación en la malla (en el ejemplo hemos adoptado un sentido horario). Las fuentes que envían corriente debemos tomarlas como negativas ($\epsilon_2 > 0$ y $\epsilon_1 < 0$).

Siguiendo el circuito, todos los potenciales que tienen el sentido de - a + producen un aumento en el potencial y los tomamos con signo positivo (+). Todos los potenciales que tienen el sentido de + a - significan una caída de potencial y los tomamos con signo negativo (-). Entonces, siguiendo con el ejemplo, queda

$$i_1 R_1 - \epsilon_1 + i_8 R_8 - i_6 R_6 - i_5 R_5 + \epsilon_2 = 0$$

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = -i_1 R_1 - i_8 R_8 + i_6 R_6 + i_5 R_5$$

En resumen, la aplicación de la dos ecuaciones de Kirchhoff, expresiones 5-50 y 5-52

$$\sum i = 0$$

$$\sum \epsilon = \sum R \cdot i$$

nos permiten encontrar las ecuaciones para conocer el valor de las corrientes en cada rama de una red.

5-11. Corriente de carga y descarga de un circuito RC

Consideremos el circuito mostrado en la figura 5-37.

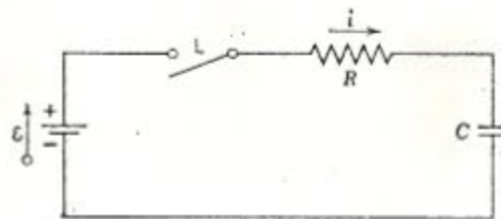


Figura 5-37

Cuando se conecta el condensador descargado, éste no se carga instantáneamente, sino que lo hace según una cierta función temporal

que depende de los valores de la resistencia R y del condensador C .

Después de transcurrido un cierto tiempo t a partir del momento que cerramos la llave L , el condensador adquiere una determinada carga q , siendo la corriente en el circuito en ese instante i .

Se tienen por lo tanto las siguientes ecuaciones

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$V_R = i R$$

$$V_C = \frac{q}{C}$$

La caída de tensión en cada instante es

$$\epsilon = V_R + V_C$$

reemplazando se obtiene

$$\epsilon = i R + \frac{q}{C}$$

$$\epsilon = \frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C}$$

reordenando

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} - \frac{\epsilon}{R} = 0$$

con lo que obtiene una ecuación diferencial de primer grado, cuya solución es

$$q = C \epsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right) \quad (5-53)$$

puesto que el producto $C \cdot \epsilon$ es la carga final Q del condensador, por lo que la 5-53 se convierte en

$$q = Q \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right) \quad (5-54)$$

A continuación representaremos en un gráfico la ley de variación de la carga $q(t)$ en función del tiempo.

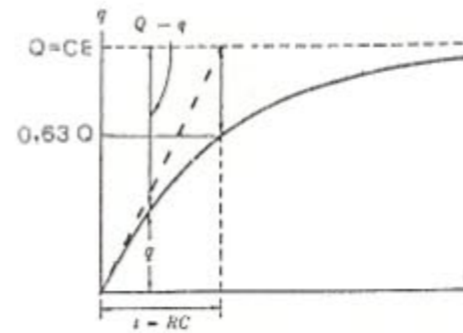


Figura 5-38

En la figura 5-38, se observa que la carga del condensador se aproxima asintóticamente a su valor final Q tardando para ello un tiempo teórico infinito.

Sin embargo se requiere un tiempo relativamente corto para que el condensador se cargue hasta un valor esencialmente igual a Q .

Veremos a continuación, que dimensión tiene el producto de $R \cdot C$

$$|R C| = |\text{ohm faradio}| = \left| \frac{\text{volt coulomb}}{\text{amper volt}} \right| = \left| \frac{\text{coulomb}}{\text{coulomb/seg}} \right| = |\text{seg}|$$

del análisis de unidades surge que posee la dimensión del tiempo, por lo que se lo denomina *constante de tiempo*.

$$\tau = R C \quad (5-55)$$

Analicemos que carga toma el condensador en un tiempo igual a la constante de tiempo, es decir $t = \tau$.

$$q = Q (1 - e^{-1}) = Q (1 - 0,37) = 0,63 Q$$

Por lo tanto podemos decir que la constante de tiempo ($\tau = RC$) es el tiempo en el cual el condensador toma un 63% de su carga final ($0,63 Q$).

Observemos ahora que el condensador se carga rápidamente al principio del proceso, siendo la velocidad de carga más lenta a medida que transcurre el tiempo, tal como se observa el figura 5-39.

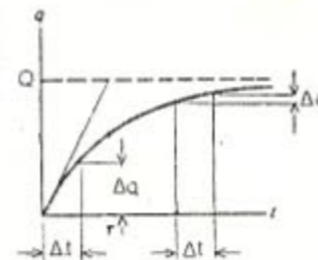


Figura 5-39

Calcularemos en qué tiempo se cargaría totalmente el condensador si tomará continuamente la carga con la misma velocidad inicial.

En este caso la función de carga del condensador sería una recta que pasa por el origen tangente a la exponencial en $t=0$, por lo que

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{d(Q(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}))}{dt} \Big|_{t=0} \cdot t \\
 q &= -Q e^{-\frac{t}{R.C}} \left(-\frac{1}{R.C}\right) \Big|_{t=0} \cdot t \\
 q &= \frac{Q}{R.C} \cdot t \qquad (5-56)
 \end{aligned}$$

Analizando la ecuación 5-56, se ve observa que el tiempo que tardaría el condensador para cargarse totalmente sería para $t = \tau$.

Esto último nos permite determinar gráficamente el valor de la constante de tiempo τ trazando la tangente a la curva en el origen, según se detalla en la figura 5-40.

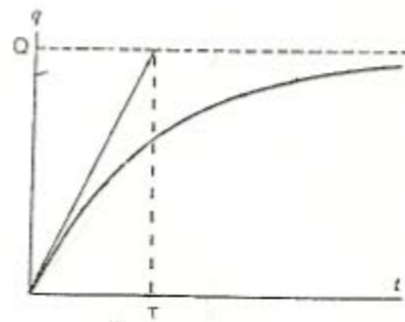


Figura 5-40

Si derivamos la expresión 5-53 respecto del tiempo obtendremos la corriente, es decir

$$i = \frac{dq}{dt}$$

entonces

$$i = \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{R.C}} \qquad (5-57)$$

La representación gráfica de la ecuación 5-57, $i=f(t)$, se muestra en la figura 5-41.

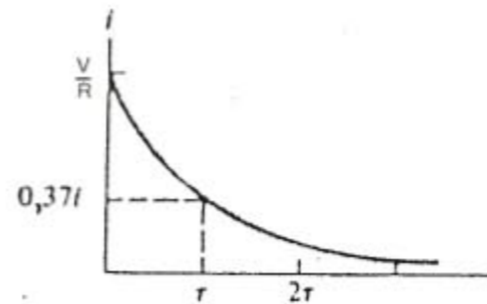


Figura 5-41

Se observa que a medida que el condensador se va cargando la corriente en el circuito va disminuyendo exponencialmente hasta anularse.

Cuando se cierra el interruptor, del circuito de la figura 5-37, la resistencia experimenta instantáneamente una diferencia de potencial aplicada ϵ , y se establece una corriente inicial igual a ϵ/R . Inicialmente, el condensador no experimenta ninguna diferencia de potencial debido a que su carga inicial es nula, puesto que en todos los casos la diferencia de potencial está dada por q/c .

El flujo de cargas a través de la resistencia inicia la carga del condensador con lo cual produce varios efectos.

En primer lugar, la existencia de una carga en el condensador quiere decir que debe haber ahora una diferencia de potencial (igual a q/c) entre las placas del condensador; esto, a su vez, significa que la diferencia de potencial en la resistencia debe disminuir en ese valor, ya que la suma de las dos diferencias de potencial debe ser siempre ϵ . Esta disminución en la diferencia de potencial entre los extremos de R significa que la corriente de carga se está reduciendo.

Así pues, la carga del condensador va aumentando y la corriente de carga va disminuyendo hasta que el condensador queda completamente cargado. En este momento toda la f.e.m. ϵ está aplicada al condensador, puesto que no hay caída de potencial ($i = 0$) entre los extremos de la resistencia.

Supongamos ahora tener el condensador cargado con una carga Q , tal como se muestra en la figura 5-42, y conectamos sus bornes a una resistencia R .

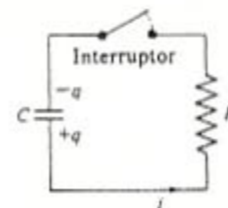


Figura 5-42

La ecuación diferencial que representa a la descarga del condensador la podemos obtener a partir de la siguiente igualdad

$$V_R = V_C$$

reemplazando

$$i R = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{dt} R = \frac{q}{C}$$

reordenando

$$\frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} = 0$$

en donde la solución de esta ecuación diferencial es

$$q = C e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad (5-58)$$

que corresponde a una función exponencial decreciente, tal como se indica en la Figura 5-43.

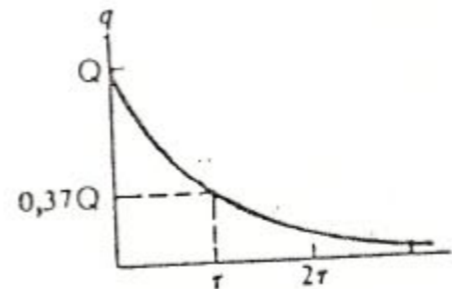


Figura 5-43

Si derivamos la expresión 5-58 respecto del tiempo obtendremos la corriente

$$i = \frac{dq}{dt}$$

entonces

$$i = - \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{R.C}} \quad (5-59)$$

El signo menos pone de manifiesto que la corriente va en sentido contrario que en la que se muestra en la figura 5-37. Así tiene que ocurrir, puesto que el condensador se está descargando y no cargando.

E-1. Corriente de desplazamiento

Supongamos tener el circuito de la figura 5-44, en el cual se halla el condensador C descargado.

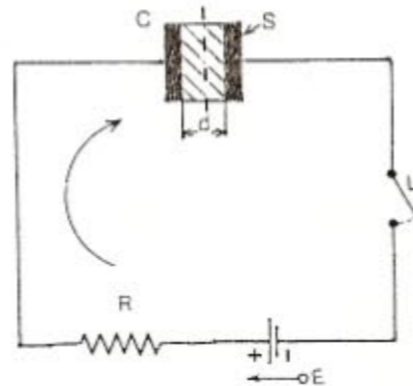


Figura 5-44

Cuando la llave se cierra circula una corriente por el circuito y el condensador se carga.

Esta corriente que circula por los conductores es una corriente de conducción definida por la relación $i = dq/dt$ y es la misma en todas las secciones del circuito, excepto en las secciones que pasan por el dieléctrico. Como resultado de la corriente penetran electrones libres dentro de una armadura del condensador y obligan a otros electrones libres a salir de la otra, pero no fluyen electrones libres a través del dieléctrico.

La corriente i de conducción puede expresarse en función de los valores del dieléctrico y del campo eléctrico variable.

En efecto, siendo

$$i = \frac{dq}{dt}$$

y

$$dq = C dV$$

y también

$$dV = d dE$$

en donde dE indica las variaciones del campo eléctrico en relación con la variación del potencial dV , entre las armaduras.

La corriente de conducción es entonces

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{C dV}{dt} = \frac{C d dE}{dt} = C d \frac{dE}{dt} \quad (5-60)$$

y siendo la capacidad C de un condensador plano igual a

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

reemplazando en la ecuación 5-60 obtenemos

$$i = \epsilon S \frac{dE}{dt} \quad (5-61)$$

y considerando que el vector desplazamiento D , es igual a

$$D = \epsilon E$$

ó

$$dD = \epsilon dE$$

reemplazando en la ecuación 5-61 se obtiene

$$i = S \frac{dD}{dt} \quad (5-62)$$

Esto nos dice que la corriente de conducción i es función de la variación del campo eléctrico.

Veamos ahora lo que ocurre en el dieléctrico durante el período de carga.

Al comenzar la carga el dieléctrico empieza a sufrir los efectos de la polarización, es decir, sus moléculas comienzan a salir de su estado neutro y a desplazar sus cargas elementales para formar un dipolo molecular. Hay, pues, dentro de cada molécula una corriente de desplazamiento de sus cargas negativas, que se continúa de molécula a molécula o través de todo el espesor del dieléctrico y termina en la superficie límite creándose la densidad superficial $(-\sigma_i)$.

Hay también dentro de cada molécula un desplazamiento de cargas positivas que se continúan de molécula a molécula a través de todo el espesor del dieléctrico y termina en la otra superficie límite creando la densidad superficial inducida $(+\sigma_i)$ que enfrenta a las cargas opuestas de la armadura del condensador.

Se denomina corriente de desplazamiento a este movimiento de cargas ligadas en el dieléctrico mientras se está desarrollando el fenómeno de la polarización al irse cargando el condensador.

Esta doble corriente de cargas positivas y negativas puede hacerse equivalente a una corriente de cargas positivas únicamente, lo cual se esquematiza en la figura 5-45.

Observemos ahora el movimiento de cargas positivas en el circuito.

La corriente de conducción es un flujo de cargas positivas que empieza en la armadura negativa y termina en la armadura positiva.

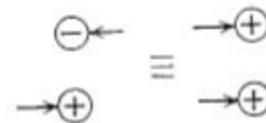


Figura 5-45

A esto le sigue el movimiento de cargas positivas (resultado de la polarización en el dieléctrico) desde la armadura positiva a la negativa.

La corriente de conducción i debe ser igual a la corriente de desplazamiento i_d para que exista continuidad total, es decir

$$i_d = i = S \frac{dD}{dt}$$

Siendo S la sección transversal del dieléctrico se tiene que

$$j_D = \frac{dD}{dt} \quad (5-63)$$

en donde j_D es la *densidad de corriente de desplazamiento*.

Con esta generalización del concepto de corriente eléctrica todos los circuitos pueden considerarse como cerrados aunque una parte de ellos sea un aislador tal como un dieléctrico en un condensador.

La relación existente entre el vector desplazamiento D y el vector polarización P es

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$$

Por lo tanto podemos expresar la ecuación 5-63 de la manera siguiente

$$j_D = \frac{dD}{dt} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{dP}{dt} \quad (5-64)$$

$$j_D = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{d\sigma_i}{dt} \quad (5-65)$$

Estas igualdades pone en evidencia que la densidad de corriente de desplazamiento tiene dos términos.

El segundo término del segundo miembro en la 5-64, dP/dt representa una densidad de corriente de *conducción* en el sentido de que mientras la polarización en el dieléctrico está variando, hay un paso de cargas desplazadas (ligadas) a través del dieléctrico.

El primer término, $\epsilon_0 dE/dt$, no representa ningún movimiento de partículas eléctricas, sino que es el término que ha de añadirse en

en todas las secciones del circuito.

Si las armaduras del condensador se encuentran en el vacío el término $dP/dt = 0$, y toda la corriente de desplazamiento depende de la derivada del campo eléctrico.

Fue James MAXWELL, el creador de la teoría electromagnética, la cual lleva su nombre, quien introdujo el concepto de corriente de desplazamiento tal como se ha explicado.

E-2. Temas de lectura

E-2-1. Lámpara de incandescencia

La cantidad de calor desarrollada por segundo en un conductor aumenta la temperatura del mismo. El aumento de temperatura que experimenta dependerá del calor específico del material y de la cantidad de calor que pueda disiparse por conducción, por convección y por radiación.

La cantidad de calor disipada por segundo aumenta al elevarse la temperatura del conductor.

Puede ocurrir que la temperatura del conductor aumente hasta que la cantidad de calor generada por segundo resulte igual a la cantidad de calor disipada por segundo.

Se alcanza así una temperatura de equilibrio o temperatura de régimen. Esto ocurre en las lámparas de incandescencia, en la que el filamento de tungsteno alcanza una temperatura de equilibrio del orden de los 3000°K (2727°C).

La d.d.p. y la potencia que se indican en una lámpara constituyen los llamados valores nominales (por ejemplo 220 volt 60 watt). Cuando la lámpara se conecta a la d.d.p. nominal disipa la potencia nominal y presenta entonces un brillo normal.

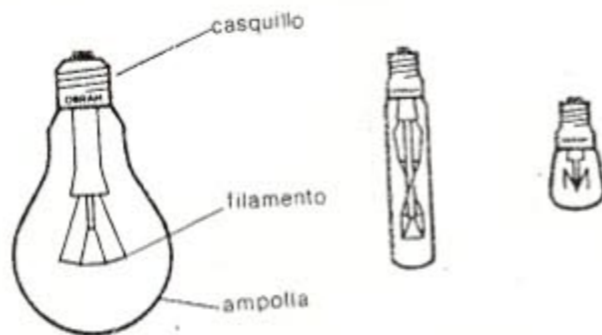


Figura 5-46

E-2-2. Fusible

Un fusible constituye un protector de un aparato eléctrico o de una instalación.

Se trata de un conductor de baja temperatura de fusión. Cuando la intensidad de la corriente alcanza cierto valor límite, pasado el cual

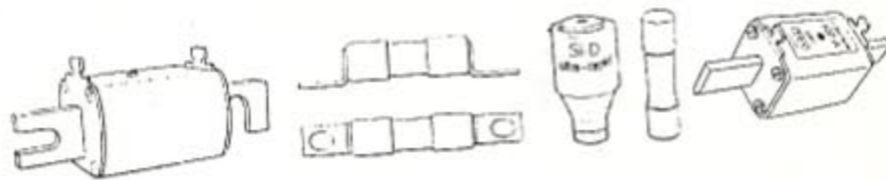


Figura 5-47

resulta peligrosa para el aparato o la instalación, el fusible alcanza la temperatura de fusión y se funde, interrumpiendo el circuito. Se evita así el deterioro del aparato o de la instalación.

Los ejemplos mostrados en los puntos E-2-1 y E-2-2 son algunas de las aplicaciones correspondientes a la Ley de Joule.

E-2-3. Transductores

Los transductores, en general, son dispositivos que convierten una forma de energía en otra.

Los transductores eléctricos, en particular, convierten variables o cantidades físicas como luz, temperatura, sonido, movimiento, etc. en señales de voltaje o de corriente equivalentes o viceversa.

Los transductores permiten a los sistemas electrónicos comunicarse con el mundo real y controlar procesos industriales, biológicos, domésticos, o de otros tipo. Ejemplos de transductores son las termocuplas, termistores, fotocélulas, micrófonos, parlantes, LEDs, relés, solenoides, etc.

E-2-4. Termistores

Un termistor es un dispositivo semiconductor cuya resistencia cambia con la temperatura. Los termistores son extremadamente sensibles a los cambios de temperatura y pueden ser calentados externamente por el medio ambiente o internamente por una corriente a través suyo.

Los cambios de resistencia causan que cambien también la corriente o el voltaje que suministran a la entrada del sistema electrónico donde son procesados. Esta característica los hace muy adecuados en aplicaciones de medición y control de temperaturas.

Existen dos clases generales de termistores: los de coeficiente negativo de temperatura o NTN, y los de coeficiente positivo de temperatura PTC. Siendo los primeros los más utilizados en el control de temperaturas.

En un termistor NTC la resistencia disminuye a medida que aumenta la temperatura o viceversa. En la figura 5-48, se muestra la curva característica R-T, para este tipo de termistor.

Existe una gran variedad de estilos y presentaciones según cada necesidad. Se fabrican por un proceso llamado *sinterización* empleando óxido de

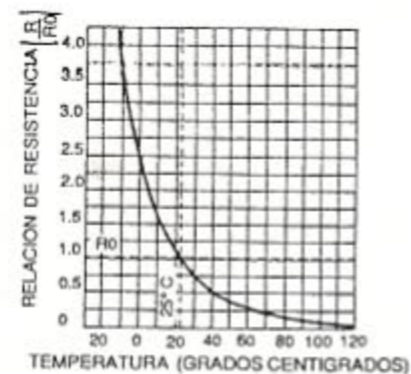
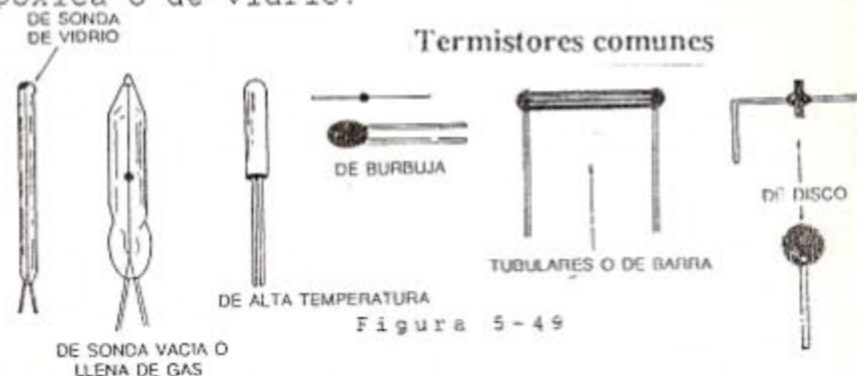


Figura 5-48

materiales como el níquel, el manganeso, el cobre y el cobalto. La cápsula es generalmente epóxica o de vidrio.

La mayoría de los termistores operan en el rango de -80°C a $+150^{\circ}\text{C}$, pero existen también unidades que operan hasta $+400^{\circ}\text{C}$ o más.



E-2-5. Termocuplas

Un ejemplo clásico de transductor de temperatura es la termocupla o termopar. En la figura 5-50 se ilustra el principio de funcionamiento de este dispositivo.

Las termocuplas se basan en un fenómeno físico conocido como efecto **SEEBECK** termoeléctrico, el cual establece que cuando se unen dos materiales diferentes (por ejemplo hierro y constantán) se establece entre sus terminales (A y B), un pequeño voltaje o fuerza electromotriz que es una función de la temperatura aplicada en la unión. Las termocuplas comerciales se designan por letras (T, E, J, K, R, S) que identifican los materiales que contienen.

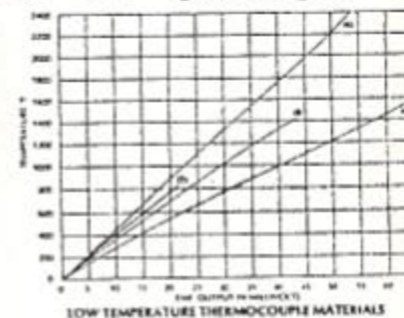


Figura 5-50

Las termocuplas se especifican generalmente por su sensibilidad o coeficiente térmico en $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ y el rango de temperaturas de trabajo.

Una termocupla tipo J o de hierro-constantán, por ejemplo, tiene, típicamente, un coeficiente térmico de $\approx 50 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ y puede utilizarse para medir temperaturas entre -200°C y $+800^{\circ}\text{C}$.

Lo anterior significa que si a 100°C el voltaje de salida de la termocupla es de 5 mV, a 200°C este voltaje será de 10 mV, a 300°C será de 15 mV.

Otros materiales utilizados para la construcción de termocuplas son el *cromel* (aleación de cromo y níquel), el *alumel* (aleación de aluminio, manganeso y níquel), el cobre, el platino, el rodio. Cada aleación tiene sus propias características termoeléctricas.

E-2-6. Resistencias

La resistencia es uno de los componentes imprescindibles en la construcción de cualquier equipo electrónico, ya que permite

distribuir adecuadamente la tensión y corriente eléctrica a todos los puntos necesarios.

En la construcción de resistencias, se emplean materiales con resistividades altas para poder conseguir los valores necesarios en pequeños tamaños que permitan una fácil utilización.

Otro factor importante en la definición de la resistencia es la tolerancia, que aparece como una consecuencia de la imposibilidad de obtener un valor totalmente exacto en la fabricación de la misma. Es necesario, entonces, establecer los extremos máximos y mínimos entre los que estará comprendida la resistencia; estos valores generalmente se expresan como un porcentaje del valor en ohm asignado teóricamente.

Es decir, para expresar correctamente el valor de una resistencia, se deberá indicar además la tolerancia, por ejemplo $100\Omega \pm 10\%$. Las tolerancias estandarizadas son $\pm 1\%$, $\pm 2\%$, $\pm 5\%$, $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$.

Para identificar el valor de una resistencia, se utiliza un sistema por medio de colores, que se denomina código de colores y consiste en pintar alrededor de la resistencia y en un extremo, cuatro anillos de unos colores determinados, correspondiendo los dos primeros a dos números indicativos, el tercero a un factor multiplicativo y el último es el correspondiente a la tolerancia.

Un factor importante, adicional, a tener en cuenta es la disipación de potencia, en forma de calor, que es capaz de soportar.

La disipación de potencia es un factor que afecta al tamaño físico de la resistencia y obliga en algunos casos a emplear diseños especiales denominados de alta potencia.

Con objeto de poder utilizar el tipo de resistencia más adecuado, existen diferentes procesos de fabricación con diversos materiales.

El tipo más habitual de baja potencia es la *resistencia pirolítica*, figura 5-51, que consiste en un pequeño cilindro cerámico

recubierto por una capa de carbón con dos casquillos metálicos que soportan los terminales insertados en los extremos, fijándose el valor óhmico mediante un proceso de espiralización de la película que elimina el carbón según una hélice a lo largo del cilindro. Sobre el cuerpo resistivo así preparado se efectúa un recubrimiento con pintura aislante.

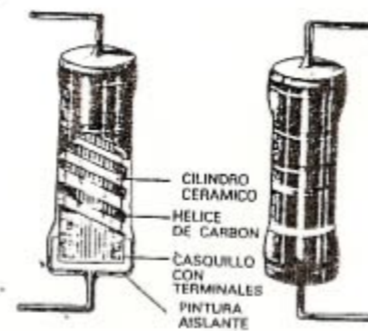


Figura 5-51

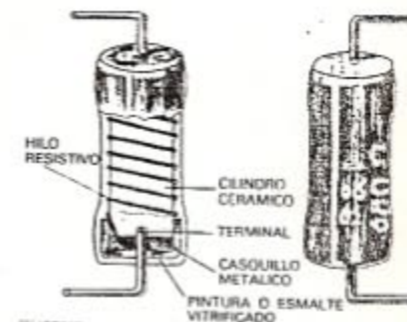


Figura 5-52

Otra resistencia muy empleada, es la *resistencia bobinada*, cuya utilización se reserva habitualmente, a puntos de mayor disipación térmica y que no requieren precisiones de valor óhmico muy altas.

Se construyen arrollando sobre un cilindro cerámico un hilo resistivo colocando unos casquillos metálicos con los terminales de conexión en sus extremos y en contacto con el hilo, recubriendo todo

el conjunto con un esmalte vitrificado o una capa de pintura aislante, tal como se detalla en la figura 5-52.

Existen, además de los tipos mencionados, otras resistencias de precisión, construídas mediante una película metálica, espiralizada de la misma forma que las pirolíticas, sobre una cerámica cilíndrica o plana, denominadas *resistencias de película metálica* tal como se muestra en la figura 5-52. Con este procedimiento se obtienen resistencias muy estables con la temperatura y con tolerancias muy bajas.

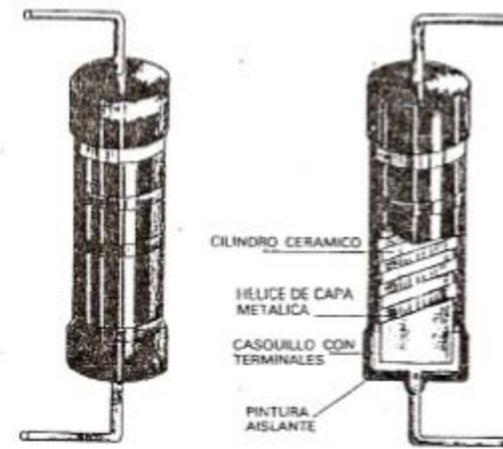


Figura 5-52

E-2-7. Marcapasos artificial

Cada ciclo en el corazón humano empieza con un impulso eléctrico de un grupo de fibras nerviosas.

Actualmente, se asiste a algunos enfermos del corazón mediante un *marcapasos artificial* implantado quirúrgicamente y que es un circuito de pilas que produce el impulso eléctrico si fallan las células nerviosas del paciente.

El modelo produce una determinada cantidad pulsos por minuto mediante un condensador C que se carga rápidamente a través de una resistencia muy pequeña r y se descarga luego lentamente a través de una resistencia grande R , según se muestra en la figura 5-53.

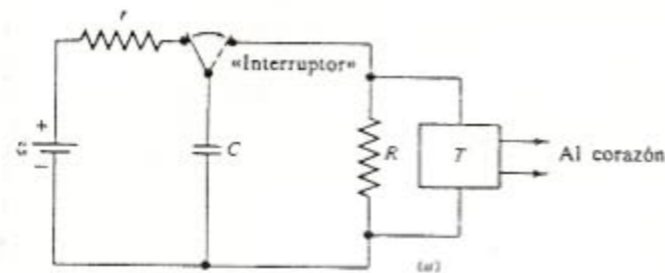


Figura 5-53

El "interruptor" que se observa en la figura, es en realidad un transistor, que cambia alternativamente de posición logrando de esta manera la carga y descarga del condensador C .

Cuando la carga cae hasta un 0,37 veces su valor inicial (para un tiempo $t = \tau$), unos transistores transmiten al corazón un pulso corto y casi inmediatamente recargan el condensador a través de r .

Cuando el voltaje en los extremos de R alcanza un nivel preestablecido, el circuito activador T envía un pulso al corazón.

El marcapasos artificial detallado estimula el corazón con una frecuencia fija. Los marcapasos más perfeccionados sólo actúan si el marcapasos natural del paciente deja de funcionar en un determinado intervalo de tiempo.

Por ejemplo para la obtención de 75 pulsos por minuto, $75/60 = 1,25$ por segundo, es decir, un pulso cada $1/1,25 = 0,8$ segundos. Este tiempo es igual al tiempo necesario para que la carga del condensador caiga hasta 0,37 veces de su valor inicial ($t = \tau$), ya que el tiempo de recarga es despreciable (r muy pequeño). Dicha disminución de carga requiere una constante de tiempo aproximadamente a $\tau = 0,8$ segundos, por lo tanto si se utiliza un condensador de $0,4 \mu\text{F}$, la resistencia R deberá ser de $2 \cdot 10^6$ ohm.

E-3. Superconductores

Se entiende como *superconductividad* al estado de la materia en el cual puede conducir la corriente sin ofrecer absolutamente ninguna resistencia a su paso.

Veremos a continuación la conducción eléctrica en los metales, como punto de partida para entender posteriormente el fenómeno de la superconductividad.

E-3-1. Conducción eléctrica en los metales

La teoría de *DRUDE*, perfeccionada luego por *LORENTZ* (1909), permite entender porque los metales obedecen a la Ley de Ohm. Esta parte de considerar que la conducción eléctrica en los metales se produce por el movimiento de portadores de carga, fundamentalmente electrones libres, bajo la acción de un campo eléctrico.

El *modelo del electrón libre* es el que supone que los electrones libres o de conducción se mueven dentro de un metal, del mismo modo que los hacen las moléculas de un gas dentro de un recipiente. También responde a los resultados del modelo que establece la *Teoría Cinética de los Gases*, la que establece

$$\frac{1}{2} m V_{\text{rcm}}^2 = \frac{3}{2} K T \quad (5-66)$$

en donde:

m : masa de la partícula que esta en movimiento [kg]

V_{rcm}^2 : velocidad cuadrática media [m/seg]

K : constante de BOLTZMAN [$1,3806 \times 10^{-23}$ N-m/°K]

T : temperatura [°K]

En la trayectoria que describe un electrón, este colisiona con los iones fijos (con carga positiva pues han perdido un electrón), y esto permite definir un tiempo libre t , y un camino libre d , entre dos choques consecutivos.

Un choque no puede interpretarse como la interacción electrón-ión, sino como la interacción del electrón con:

la vibración térmica de la red

una imperfección en la red

una impureza de la red (un átomo distinto a los demás).

En cualquiera de los tres casos de interacción, la red presenta una irregularidad que favorece la interacción, figura 5-54.



Figura 5-54

Finalmente, y sin campo eléctrico aplicado sobre el conductor, el electrón se mueve en su interior con un movimiento aleatorio, sin desplazamiento neto como promedio de ese movimiento, tal como se muestra en la figura 5-55. Cuando aplicamos un campo eléctrico externo, éste acelera los electrones en su dirección pero en sentido contrario, tal como se indica en la figura 5-56, y en este caso, si se tiene un desplazamiento neto como promedio de su movimiento aleatorio, la velocidad que provoca este desplazamiento neto se denomina *velocidad de arrastre* (V_a).

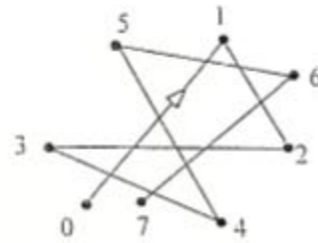


Figura 5-55

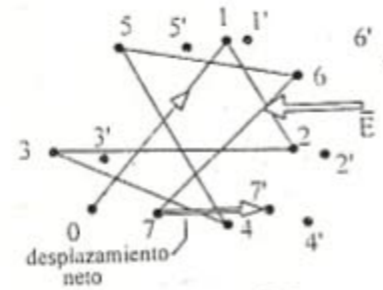


Figura 5-56

Dado que cada choque anula, en promedio, la velocidad con la cual el electrón colisiona; para la aceleración, es decir el cambio de velocidad que produce en las cargas libres el campo eléctrico, sólo interesa el tiempo libre medio t entre dos choques sucesivos.

Utilizando la segunda Ley de Newton para calcular la aceleración que experimentan los electrones y realizando ciertas consideraciones que se obviarán, se puede demostrar que para la resistividad (ρ) característica propia de cada material que indica la dificultad que encuentran los electrones libres para desplazarse en el material cuando se instala en su interior un campo eléctrico es válida la siguiente expresión

$$\rho = 2 \frac{m}{n e^2 t}$$

(5-67)

en donde:

- m: masa del electrón [kg]
- n: número de electrones libres por unidad de volumen [$1/m^3$]
- e: carga eléctrica del electrón [coul]
- t: tiempo libre medio [seg]

Analizando la ecuación 5-67 se observa que la resistividad disminuye cuando disminuyen las interacciones de los electrones de conducción en la red, debido a que una disminución en las interacciones provoca un aumento o incremento del tiempo t . En el caso extremo en que las interacciones desaparecieran, el tiempo sería infinito y la resistividad se anularía ($\rho = 0$).

Otro análisis válido es que la velocidad de arrastre en un conductor provocada por la presencia de un campo eléctrico en su interior, incrementa como resultado de las interacciones de los electrones, la vibraciones térmica de sus iones; es decir, la energía cinética adicional de los electrones de conducción, provocada por la presencia de un campo eléctrico en el interior del conductor, se transforma en energía vibratoria de la red cristalina. Así puede interpretarse el incremento de temperatura por efecto Joule en un conductor cuando por él circula una corriente eléctrica.

E-3-2. El descubrimiento de la superconductividad

En los primeros años de este siglo, los investigadores de física en las bajas temperaturas, desarrollaban experimentos en los cuales analizaban la conducción eléctrica en metales a muy bajas temperaturas y estudiaban con el propósito de ordenar la estructura cristalina y de este modo encontrar razones para determinados comportamientos de la materia.

En 1911, *Kamerlingh ONNES*, había logrado desarrollar un centro de bajas temperaturas, y quería comprobar si dos de las fuentes de resistencias (las vibraciones de los iones en la red cristalina y las impurezas del material conductor), seguían influyendo del mismo modo en la resistencia de un conductor cuando éste alcanzaba temperaturas extremadamente bajas. En la figura 5-57, se observa el comportamiento de dos muestras, siendo la muestra "a" más impura que la muestra "b".

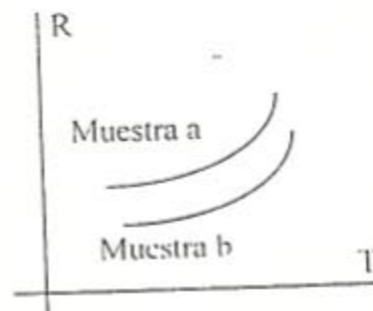


Figura 5-57

Figura 5-58

Onnes usaba mercurio como conductor y lo enfriaba utilizando helio líquido.

Los resultados que obtuvo se muestran en la figura 5-58, al bajar la temperatura la resistencia disminuyó según las expectativas

pronosticadas por la expresión 5-67, pero al llegar a los 269°C bajo cero, la resistencia se anuló bruscamente hasta valores tan pequeños que no pudieron medirse. Dado que el pasaje del material al estado superconductor se produce bruscamente a una determinada temperatura, llamada *temperatura crítica* T_c , se interpretó como un cambio de fase.

Tiempo después, *MEISSNER* y *OCHSENFELD* descubrieron que un superconductor, además de poseer resistividad nula, expulsa de su interior el campo magnético (véase Capítulo 6).

Para continuar con el desarrollo de este tema, es necesario que primeramente se hallan visto el Capítulo 6 *Campo Magnético* y el Capítulo 8 *Ley de Faraday*.

La Ley de inducción de Faraday expresa que la integral del campo eléctrico E aplicada sobre una trayectoria cerrada (f.e.m.) es igual a la variación del flujo magnético ϕ_m en el tiempo, con signo contrario

$$e = - \int E \cdot dl = - \frac{d\phi_m}{dt} \quad (5-68)$$

Dado que en un superconductor el campo magnético es cero (en régimen no es necesaria la presencia de una fuerza eléctrica para mover los portadores de carga), por lo tanto según la 5-68 también será nula la integral y la variación del flujo magnético en el tiempo.

Finalmente podemos decir que, si el campo magnético no cambia, será entonces $\phi_m = \text{cte}$. Analicemos los siguientes casos.

En el primero, el que se muestra en la figuras 5-59 a) y b), el material se encuentra en estado superconductor ($T < T_c$) y luego se aplica un campo magnético exterior, que no puede ingresar al superconductor, este comportamiento puede interpretarse como una manifestación de la ley de Faraday para el caso de un conductor perfecto.

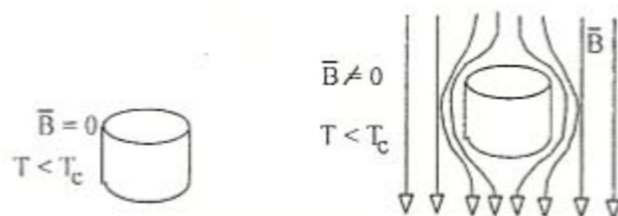


Figura 5-59

En el segundo caso, figuras 5-60 a) y b), muestran el material a una temperatura mayor que la crítica ($T > T_c$) sumergido en un campo magnético, que naturalmente lo atraviesa, y luego, se disminuye la temperatura hasta por debajo de la crítica; en este caso la Ley de Faraday expresa que se debería mantener constante el flujo ϕ_m sin embargo, el material vuelve a expulsarlo, como en el primer caso.

En consecuencia cualquiera sea la condición magnética inicial del material cuando éste pasa al estado superconductor, expulsa el campo

magnético de su interior. Este comportamiento se llama *efecto Meissner*.

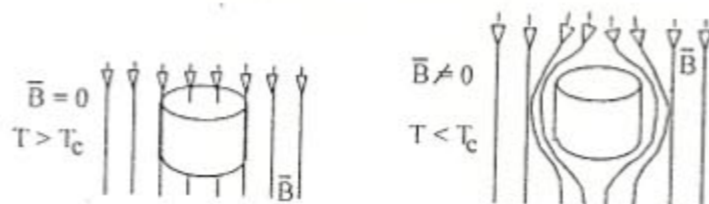


Figura 5-60

E-3-3. Superconductores Tipo I

En los laboratorios se encontró que la temperatura crítica T_c a la que un material se vuelve superconductor disminuye cuando el material se halla en presencia de un campo magnético. Esto permitió realizar diagramas de fase como el mostrado en la figura 5-61.

Naturalmente, si la temperatura y el campo magnético definen un punto por encima de la curva, el material se encuentra en estado normal, si el punto definido se halla debajo de la curva el material se encuentra en la fase superconductora.

El diagrama también muestra que existe un valor máximo de campo magnético por encima del cual el material no pasa a la fase superconductora aún cuando la temperatura tienda al cero absoluto. Este valor se denomina *campo magnético crítico* B_c .

Los buenos conductores de la electricidad tienen dificultades para pasar a la fase superconductora. Excelentes conductores como el cobre, la plata y el oro, no cambian de fase aún cuando se aproximen con la temperatura al cero absoluto.

Los superconductores tipo I admiten valores muy bajos de corriente lo que no los hace aptos para desarrollos tecnológicos.

En la siguiente Tabla de detallan algunos elementos en la cual se le asignan los valores correspondientes a la temperatura crítica T_c y del campo magnético B_c .

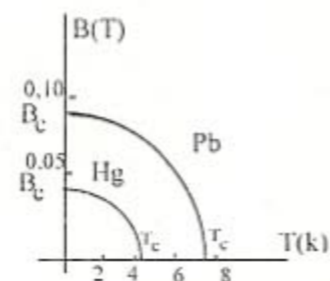


Figura 5-61

Elemento	T_c ($^{\circ}K$)	B_c (Tesla)
Aluminio	1,196	0,0105
Galio	1,083	0,0058
Niobio	9,26	0,1991
Plomo	7,193	0,0803
Cinc	0,85	0,0054
Volframio	0,015	0,000115
Estaño	3,722	0,0305

Tabla 5-2

E-3-4. Superconductores Tipo II

A principios de la década del 30, se estudiaron aleaciones que también resultaron superconductoras a bajas temperaturas y contrariamente a lo que ocurría con los elementos puros (superconductores Tipo I), presentaron una razonable tolerancia frente a los campos magnéticos. También se descubrió que la transición desde la fase superconductor a la fase normal, cuando para una temperatura menor que la crítica se incrementaba el campo magnético, se producía en dos etapas: primero y partir de cierto valor de campo magnético B_1 , el campo magnético comienza a instalarse gradualmente en el material, que sigue exhibiendo resistividad nula, y luego, a partir de otro campo magnético B_2 mayor que el anterior, se pierden totalmente las características diamagnéticas del material y sus propiedades de conductor perfecto de la electricidad.

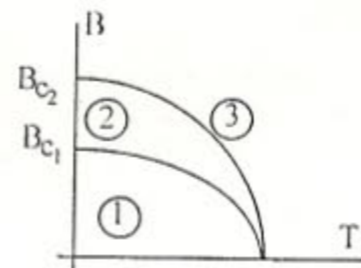


Figura 5-62

Para estos superconductores el diagrama de fase, muestra tres zonas: (1) en la cual el material tiene resistividad nula y es diamagneto perfecto, otra (2) en la cual mantiene sus características de conductor perfecto, pero no es diamagneto perfecto (sus

características diamagnéticas van desapareciendo gradualmente a medida que nos acercamos a B_2) y finalmente, una zona (3) en la cual; el material es absolutamente normal. A los valores B_{c1} y B_{c2} , a los cuales corresponden a la temperatura $T = 0^\circ\text{C}$, se denominan *campos magnéticos críticos*.

Se han podido medir campos magnéticos críticos B_{c2} muy grandes, mayores que 20 T. Si a ello se le suma que también se descubrió que podían transportar altas corrientes eléctricas, el interés por estos materiales desde el punto de vista tecnológico es grande.

En la Tabla 5-3 se dan valores de temperatura crítica T_c y de campo magnético B_{c2} para distintas aleaciones.

Aleación	T_c ($^\circ\text{K}$)	B_{c2} (Tesla)
Nb ₃ Al	18,7	32,4
Nb ₃ Sn	18,0	24,5
Nb ₃ Ge	23,0	38,0
NbN	15,7	15,3
NbTi	9,3	15,0
Nb ₃ (AlGe)	21,0	44,0
V ₃ Si	16,9	23,5
V ₃ Ga	14,8	20,8
PbMoS	14,4	60,0

Tabla 5-3

5-5. La teoría BCS

En 1957, los investigadores John BARDEEN, Leon COOPER y Robert HILFRIEDER proponen una explicación teórica para el fenómeno de la superconductividad, la única hasta la fecha, llamada en su honor la teoría BCS.

En 1950, se advirtió por primera vez la importancia de las vibraciones de la red cristalina en el fenómeno de la superconductividad, un experimento reveló que la temperatura crítica de distintos cristales constituidos por diferentes isótopos de un mismo elemento, dependía de la masa de los isótopos. Esta dependencia se expresó en la siguiente ecuación:

$$\sqrt{m} T_c = \text{constante}$$

donde m es la masa isotópica promedio del sólido.

Claramente se observa en la expresión 5-69 que a medida que la masa crece, debe disminuir más la T_c para alcanzar el estado de superconductor.

En el caso de que la masa se hiciera muy grande, la fase de superconductividad no podría alcanzarse. A este resultado se lo denominó *efecto isotópico*.

Dado que la vibración de la red también depende de la masa, y que a medida que la masa crece disminuye su frecuencia de vibración, llegando a desaparecer si la masa creciera hasta el infinito, se comparó la vibración en la red con el fenómeno de la superconductividad.

Cuando se estudia la propagación del sonido en un sólido, por lo general se adopta un modelo macroscópico considerando al medio como continuo. Se considera al sólido como un bloque con sus propiedades elásticas especificadas por su correspondiente módulo de elasticidad. En este modelo se ignora por completo el hecho de que el medio no es realmente continuo, sino que está compuesto por átomos, iones o moléculas. La figura 5-63 muestra una estructura sencilla en dos dimensiones, en la cual los vínculos entre átomos de la red (fuerzas eléctricas) se han representado por resortes, dentro de ciertos límites este modelo es válido.

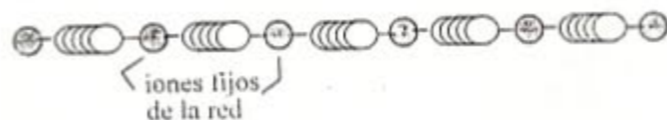


Figura 5-63

La segunda Ley de Newton aplicada al sistema de átomos da como resultado la presencia de perturbaciones ondulatorias de energía cuantizada, denominada *fonones*, que se propagan por el sólido. Muchas de las propiedades térmicas de los sólidos, tales como la capacidad calorífica y la conducción del calor, pueden describirse en función de la presencia de fonones en la red cristalina.

La teoría BCS explica el fenómeno de superconductividad proponiendo como punto de partida la interacción electrón de conducción fonón (par electrón- fonón).

Luego, llega a la conclusión que la conducción se realiza por pares de electrones, denominados *pares de Cooper*. A continuación se tratará de describir a través de un modelo sencillo, el fenómeno de conducción eléctrica en superconductores.

La estructura microscópica de un sólido puede representarse por un conjunto de iones positivos (átomos que han perdido un electrón) y electrones más o menos ligados, repartidos aleatoriamente entre los iones. En la figura 5-64 sólo se han representado los iones positivos.

Cuando el electrón viaja por la red cristalina, tal como se indica en la figura 5-65, atrae hacia sí los iones que de tal modo se desplazan ligeramente desde su posición de equilibrio. El electrón perturba la red cristalina a costa de perder velocidad. Esta

perturbación se propaga por la red cristalina como una onda, debido a sus propiedades elásticas. Decimos para la situación planteada que el electrón ha emitido un fonón, cediendo parte de su cantidad de movimiento.



Figura 5-64

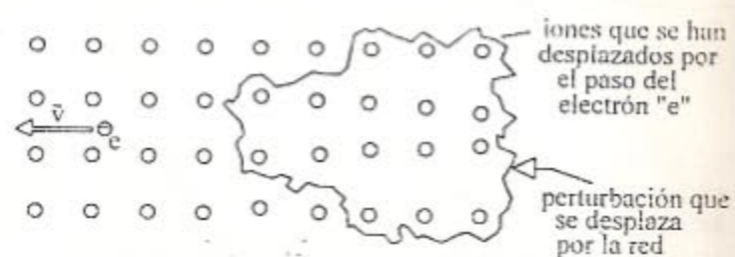


Figura 5-65

El fonón viaja por la red y puede encontrar un electrón en condiciones de tomar su impulso. Este segundo electrón, se pone en movimiento tal como se muestra en la figura 5-66, por acción del fonón del que toma su impulso. Claramente se advierte que los dos electrones están vinculados, y que el vínculo lo proporciona el fonón. Los iones positivos de la red apantallan la fuerza coulombiana de repulsión entre electrones. Tanto el campo magnético externo a través de las corrientes que se generan en el material para expulsarlo, como la corriente eléctrica que circula por el superconductor, agregan energía al sistema de portadores de carga, lo cual destruye los vínculos que mantienen formados a los pares de Cooper. Esa es la razón por la cual estos dos parámetros operan para que se pierda la fase superconductora.

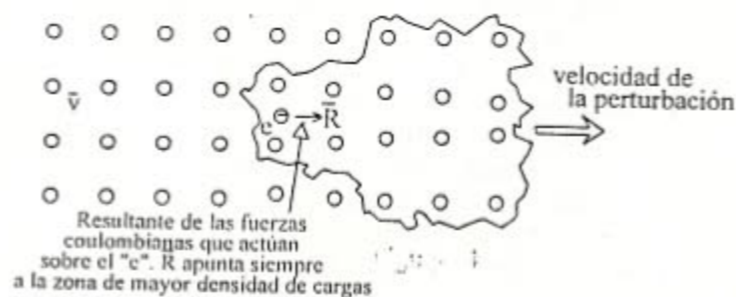


Figura 5-66

Uno de los electrones del par se mueve hacia la derecha y el otro hacia la izquierda. Luego, ambos cambian el sentido de su movimiento. Los dos electrones se mueven con movimiento de vaivén, y de no haber un campo eléctrico aplicado exteriormente, los electrones de un par tendrán impulsos de igual módulo y dirección, pero de distinto

sentido. La corriente neta, en este caso, es igual a cero. En el sólido se forman un importante número de pares de Cooper. Incluso, los pares de Cooper interactúan entre sí, dando lugar a un estado coherente de la materia, en el cual existen fonones y electrones en movimiento, pero todos en un estricto orden, de modo que las interacciones (choques o colisiones) entre los portadores de carga y los iones de la estructura cristalina se hacen nulas.

E-3-6. Aplicaciones

- Sistema superconductor magnético de almacenamiento de energía. La demanda de energía eléctrica tiene como una de sus principales características, las modificaciones que se producen en el consumo durante el día. Los sistemas de generación de energía, están diseñados para lograr sus mejores rendimientos cuando los niveles de producción, o consumo, son altos. Cuando la demanda disminuye las máquinas generadoras son lentas para modificar su funcionamiento y adaptarse a las nuevas condiciones. Por su lentitud para cambiar la potencia de generación, tienen que seguir produciendo energía, y obviamente, ésta se pierde. Si la energía pudiera almacenarse, podría liberarse en los momentos en que la demanda es máxima, con lo cual se mejoraría el rendimiento del sistema, y la potencia instalada sería menor que el pico de la demanda. Un sistema de almacenamiento de energía fabricado con superconductores podría mantener una gran cantidad de corriente continua prácticamente sin pérdidas.

- Superimanes. Tanto en los motores como en los generadores eléctricos, los imanes son esenciales para su funcionamiento. En la industria, los imanes levantan y separan productos de hierro y acero, extraen impurezas de la arcilla u otros materiales. En otro campo de aplicaciones, los superimanes juegan un papel importante en los equipos de diagnóstico médico de formación de imágenes por resonancia magnética nuclear. La mayoría de los imanes se fabrica arrollando un hilo conductor, cobre, en forma de solenoide, en el interior del cual se coloca un material ferromagnético, el cual aporta amplificando en campo que produce la bobina, pero tiene un máximo de aproximadamente 2 Teslas. Las densidades de corriente, desde el punto de vista económico, aconsejables en un hilo de cobre no superan los 400 A/cm². Los superimanes o electroimanes desarrollados con superconductores, son más ligeros y potentes. En general se trata de solenoide con núcleo de aire construidos con material superconductor. De esta manera se superan valores de 400000 A/cm² y campos mayores a 2 Teslas.

- Generadores y líneas de distribución. Los generadores de energía eléctrica hacen girar un imán que induce fuerzas electromotrices en bobinas convenientemente ubicadas en la parte estática de una máquina eléctrica. Construir imanes con materiales superconductores aumenta el rendimiento y disminuye el tamaño de los generadores. Actualmente solamente se han construidos pequeños generadores a nivel de prototipo. Para el caso de la transmisión de energía, para una misma cantidad de potencia transmitida, cuanto mayor es la diferencia de

potencial menor es la corriente que debe ser transmitida. Por otro lado cuanto menor es la corriente, menor es la energía perdida durante la transmisión por pérdidas en las resistencias de los conductores o cables. Ahora bien, ya que la resistencia de un material en la fase superconductor es cero, construídas las líneas con estos materiales desaparecería la pérdida de potencia por efecto Joule. El valor de la corriente a transmitir, sólo estaría limitada por la corriente crítica del superconductor empleado.

- Trenes levitados magnéticamente. Una manifestación clara y contundente del rechazo del campo magnético, de un material en la fase superconductor, es el fenómeno de levitación magnética. Un tren que levita magnéticamente (maglev), circularía a alta velocidad suspendido encima de un riel por fuerzas electromagnéticas. El tren por levitación magnética Japonés, se construyó colocando superconductores en la parte inferior del tren. Su movimiento a lo largo de las vías induce campos magnéticos en las bobinas cerradas (en cortocircuito) de aluminio colocadas a lo largo de las vías, lo que origina fuerzas repulsivas suficientes para levantar el tren. El tren alcanza de esta manera velocidades del orden de las 483 kilómetros por hora.

- Ordenadores superconductores. Los dispositivos electrónicos, construídos con materiales superconductores, tienen la principal ventaja de un bajo consumo de energía y una frecuencia de trabajo de tres veces mayor que los actuales semiconductores. Una computadora personal construída íntegramente con material superconductor realizaría las operaciones en un tiempo 1000 veces menor que el que hoy emplea. Actualmente un ordenador construído totalmente con materiales superconductores no es viable, por lo que la investigación está centrada en el diseño de ordenadores híbridos.