Capítulo 2

CAMPO ELECTRICO

CAMPO ELECTRICO

2-1. Campos vectoriales y campos escalares

Existen varios tipos de campos. Hay campos vectoriales y campos escalares.

Un campo gravitatorio, por ejemplo, es un campo vectorial. A cada punto del espacio que rodea la tierra se le puede asociar un vector de campo gravitacional g. Este campo es la aceleración gravitacional que experimenta un cuerpo colocado en un punto del espacio y dejado en libertad. Si m es la masa de cuerpo y F es la fuerza gravitacional que actúa sobre él, entonces g está dado por la expresión

$$g = \frac{F}{m} \quad \text{Fuerza por unidad de masa}$$

Este campo vectorial es un campo de fuerzas muy simple para puntos cercanos a la Tierra, ya que el valor de g es el mismo en todos los puntos del campo, por lo que diremos que el campo gravitacional es uniforme.

Los campos de fuerza son siempre ***vectoriales***.

Un campo escalar puede ser ilustrado con la temperatura. Un campo de temperatura está determinado si medimos con un termómetro la temperatura en cada punto. A cada uno de ellos le corresponde un valor de temperatura, pero no hay ninguna dirección asociada. Este campo por lo tanto es un ***campo escalar***.

El flujo de agua en un río proporciona otro ejemplo de campo vectorial, llamado ***campo de flujo***. A cada punto del agua se le asocia una cantidad vectorial; la velocidad v con que el agua fluye a través de ese punto. Notese que aunque el agua se mueve, en el caso del río, el vector v en cada punto puede no cambiar con el tiempo y entonces decimos que el flujo es estacionario.

El campo cuyo valor es el mismo en cada punto se lo denomina ***uniforme***.

El campo cuyo valor no cambia con el tiempo se lo denomina ***estacionario***.

Si se coloca una ***carga de prueba*** en la región cercana a una barra cargada aquella experimenta una fuerza electrostática. Entonces decimos que existe un ***campo eléctrico*** en ese espacio. De la misma forma se habla de un ***campo magnético*** en el espacio que rodea un imán.

Quién creó la idea de campo fue ***Michael FARADAY***. Antes de él, se pensaba que la fuerza que actúa entre partículas cargadas era una interacción directa e instantánea entre ellas. También se tenía esta imagen de acción a distancia para las fuerzas magnéticas y gravitacionales.

El campo es un agente intermedio de las fuerzas mutuas entre las cargas. Por los tanto el fenómeno se interpreta en términos de

carga —— campo —— carga

y no como se consideraba en la hipótesis de acción a distancia en términos de

carga —— carga

Si el problema se redujera al cálculo de fuerzas entre cargas estacionarias la hipótesis de la formación de un campo y la acción a distancia serían equivalentes.

Sin embargo supongamos tener dos cargas y que una de ellas se acelera súbitamente alejándose. Como sabemos la fuerza que actúa sobre la carga inmóvil disminuirá. Si consideramos la hipótesis de acción a distancia este cambio debería ser instantáneo lo cual no está de acuerdo con la realidad.

En vez la hipótesis de campo dice que al moverse la carga, el campo creado por ésta experimenta una perturbación, la cual viaja con la velocidad de la luz (c) produciendo un cambio en la fuerza que actúa sobre la carga inmóvil con un cierto retardo.

En el caso de efectos gravitatorios pareciera ser que estos se transmiten a través del espacio con velocidad infinita, no ocurriendo lo mismo para los efectos electromagnéticos.

Dejaremos para más adelante la discusión de la realidad física del campo eléctrico.

2-2. Campo Eléctrico

Supongamos tener dos cuerpos cargados positivamente A y B, tal como se muestra el siguiente dibujo

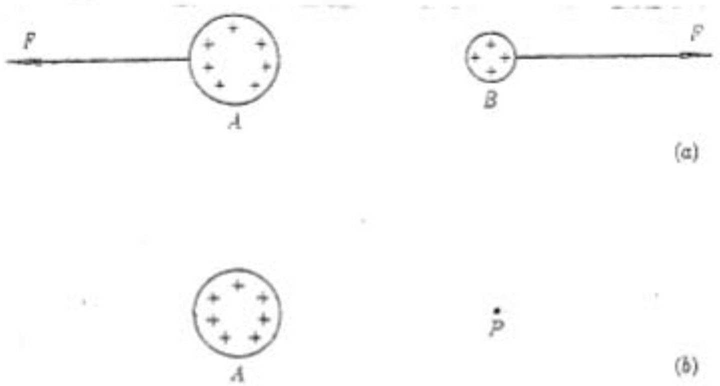

Figura 2-1

Ambos cuerpos experimentan una fuerza de repulsión sin que exista ninguna conexión material entre ellos, nadie sabe porque es esto posible, pero es una realidad física que los cuerpos cargados se comportan de este modo.

Resulta útil, sin embargo imaginar que cada uno de los cuerpos modifica las propiedades del espacio que lo rodea, de modo que estos difieren en algo, sea lo que fuese de los correspondientes a dicho espacio cuando no están presente los cuerpos cargados.

Supongamos ahora que quitamos el cuerpo B. Decimos que el cuerpo cargado A produce un campo eléctrico en el punto P. Si volvemos a colocar el cuerpo cargado B, en el punto P, podemos considerar que la fuerza que aparece sobre él es ejercida por el campo creado por A y no por el cuerpo A. Como el cuerpo B experimentará una fuerza en todos los puntos del espacio que rodea a A, dicho espacio es el asiento de un campo eléctrico.

Para definir operacionalmente al campo eléctrico haremos uso de una ***carga de prueba*** q_o que por conveniencia se toma como *positiva*. Coloquemos la carga de prueba en el punto del espacio que va ha ser examinado y se mide la fuerza eléctrica **F** que actúa sobre la carga de prueba q_o.

El campo eléctrico en este punto queda definido como:

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_o} \qquad (2\text{-}1)$$

E es un vector de la misma dirección y sentido de **F**, por lo tanto la dirección y sentido de **E** es aquella en la que tendería a moverse la carga de prueba positiva colocada en ese punto.

Al aplicar la expresión **E** = **F**/q_o debe utilizarse una carga de prueba muy pequeña con el fin de que esta no modifique el campo original creado por las cargas primarias. Por lo tanto la expresión 2-1 más estrictamente sería

$$\overline{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\overline{F}}{q_o} \qquad (2\text{-}2)$$

Claro que q_o no puede ser menor que la carga eléctrica del electrón.

Este definición de **E** (ecuación 2-2) es conceptual pero no es práctica para la determinación de campos electrostáticos.

La intensidad del campo eléctrico en cada punto puede determinarse mediante la aplicación de la Ley de Coulomb.

Supongamos que deseamos determinar el campo eléctrico creado por una carga puntual q_1 en un punto P separado una distancia r_{01}.

Figura 2-2

De acuerdo a la Ley de Coulomb (ecuación 1-3) tenemos que

$$\overline{F_o} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q_1\ q_o}{r_{01}^2}\ \hat{r}_{01}$$

en donde $\hat{r}_{01}$ es el vector unitario en la dirección de la carga q_1 a la carga q_o.

De acuerdo a la definición de campo eléctrico (ecuación 2-1) tenemos

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q_1}{r_{01}^2}\ \hat{r}_{01} \qquad (2-3)$$

Si fueran varias cargas puntuales las que crean el campo en el punto P, resultará

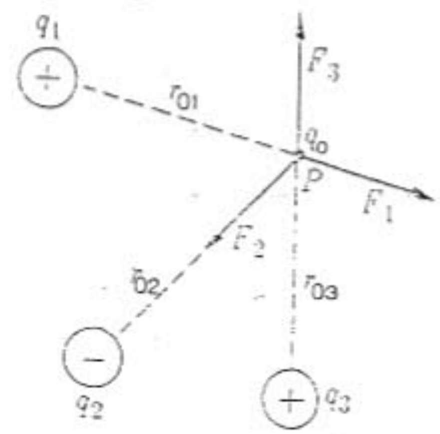

Figura 2-3

$$\overline{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q_1\ q_o}{r_{01}^2}\ \hat{r}_{01} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q_2\ q_o}{r_{02}^2}\ \hat{r}_{02} + \ldots \text{ Suma vectorial}$$

$$\overline{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\ q_o \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_{0i}^2}\ \hat{r}_{0i} \qquad (2-5)$$

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_{0i}^2}\ \hat{r}_{0i} \qquad (2-6)$$

Si el campo eléctrico es creado por cargas distribuidas en el espacio podemos escribir en forma más general

$$\overline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int \frac{dq}{r^2}\ \hat{r} \qquad (2-7)$$

Mediante la utilización de la expresión 2-7 nos independizamos de la carga de prueba q_o.

2-3. Unidades del Campo Eléctrico

En el sistema internacional SI la intensidad de campo eléctrico se mide por las siguientes dimensiones

$$|E| = |F/q_o| = \frac{\text{Newton}}{\text{coul}} = \frac{N}{c}$$

Veremos más adelante al estudiar potencial eléctrico (Capítulo 3) que la intensidad de campo eléctrico se mide también en

$$|E| = \frac{\text{Volt}}{\text{metro}} = \frac{V}{m}$$

2-4. Representación gráfica del Campo Eléctrico

El campo eléctrico vectorial de una carga puntual puede representarse de la siguiente forma

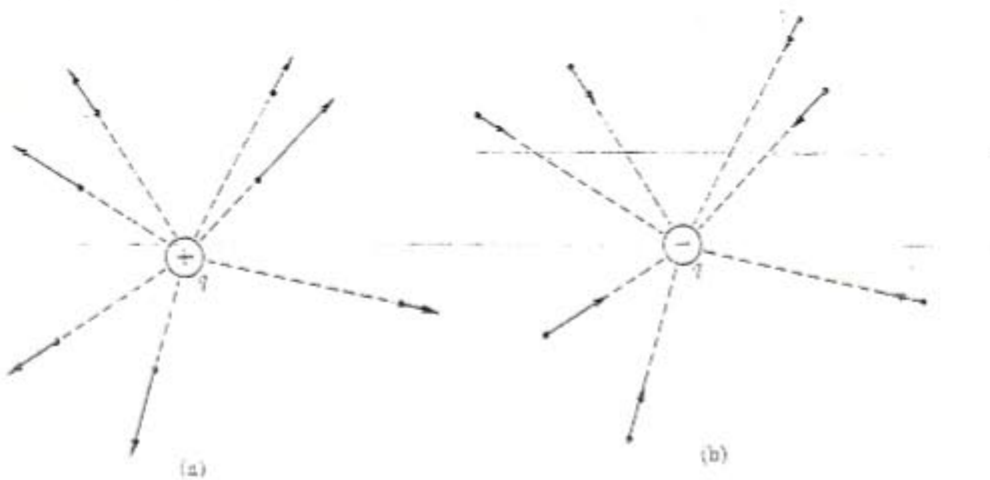

Figura 2-4

a medida que r aumenta, el módulo del vector E disminuye según la siguiente relación

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q}{r^2} \qquad (2\text{-}3)$$

Esta forma de representar un campo eléctrico es muy compleja cuando se trabaja con varias cargas o cargas distribuidas.

Faraday nunca imaginó al campo eléctrico como un campo vectorial sino que siempre lo pensó en términos de *líneas de fuerza*. Las líneas de fuerza es una forma conveniente de visualizar la distribución del campo eléctrico en forma cualitativa.

2-4-1. Líneas de fuerza

Se denominan líneas de fuerza de un campo electrostático *a la trayectoria que sigue una carga de prueba puntual y positiva*, moviendose en dicho campo por la sola acción de las fuerzas coulombianas. Las líneas de campo en general son líneas curvas.
Entre las líneas de fuerza y el vector campo eléctrico existen las siguientes relaciones:

- *La tangente a una línea de fuerza en cualquier punto da la dirección de* E *en ese punto.*
- *Las líneas de fuerza se dibujan de tal forma que el número de líneas por unidad de área transversal (perpendicular a las líneas) es proporcional a la magnitud de* E. *En los puntos donde* E *es grande, las líneas de fuerza son más apretadas y en donde* E *es más pequeño, las líneas de fuerza son más espaciadas.*
- *Las líneas de fuerza comienzan en las cargas positivas y terminan en las cargas negativas.*

A continuación mostraremos las líneas de fuerza para distintas configuraciones de cargas.

Líneas de fuerzas para una carga positiva. Las líneas de fuerza empiezan en la carga y terminan en el infinito. Cerca de la carga las líneas son apretadas. A medida que nos alejamos de la carga las líneas son más espaciadas.

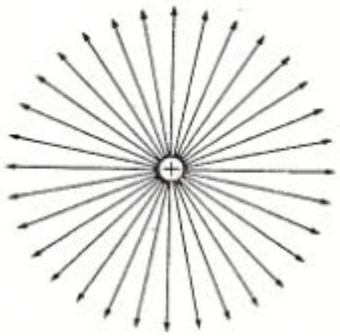

Figura 2-5

Líneas de fuerza para una carga negativa. Comienzan en el infinito y terminan en la carga.

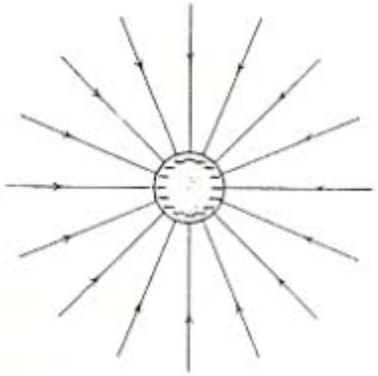

Figura 2-6

Líneas de fuerza para una lámina dieléctrica infinita cargada positivamente.

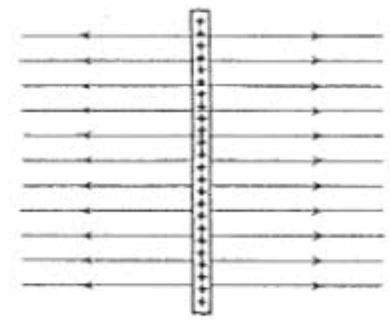

Figura 2-7

Líneas de fuerza para cargas iguales y de distinto signo.

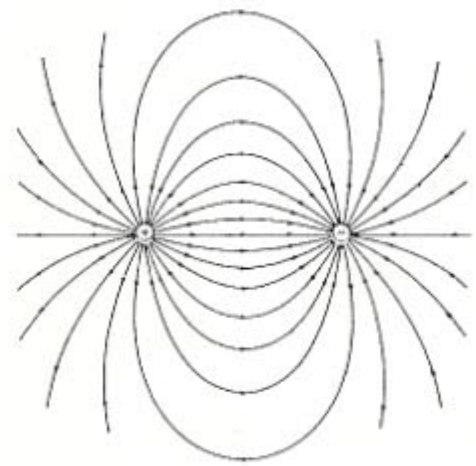

Figura 2-8

Líneas de fuerza para cargas iguales y del mismo signo

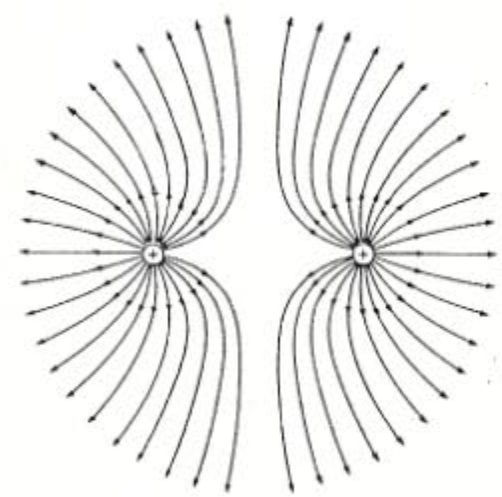

Figura 2-9

Líneas de fuerzas para dos cargas de distinto signo y distinto valor(la carga positiva es mayor que la carga negativa).

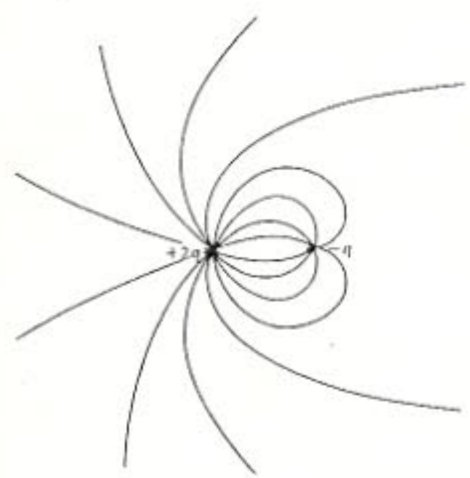

Figura 2-10

2-5. Cálculo de Campo Eléctrico

EL cálculo de la intensidad del campo eléctrico se realizará aplicando la expresión 2-7, es decir

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \qquad (2\text{-}7)$$

2-5-1. Campo eléctrico creado por una distribución de carga lineal uniforme de longitud infinita

Partiendo del dibujo 2-11, llamamos $\delta = q/x = dq/dx$ [coul/metro] a la cantidad de carga por unidad de longitud.

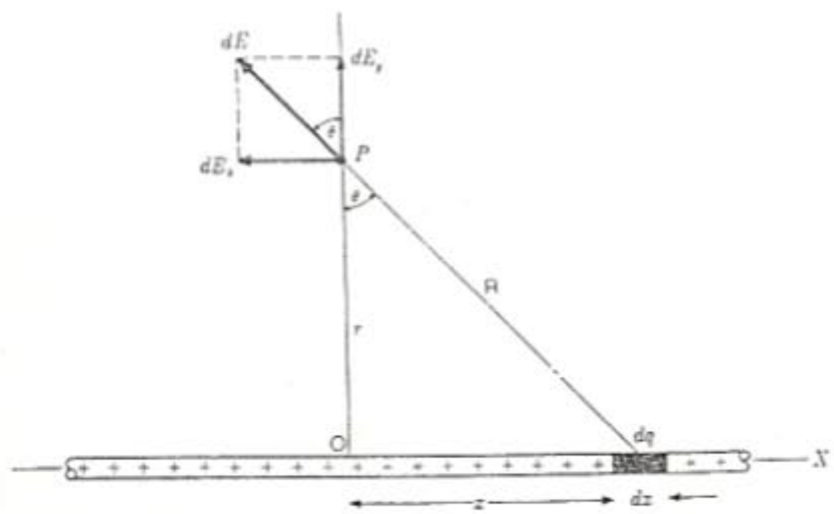

Figura 2-11

Calcularemos el campo eléctrico en el punto P a una distancia r de la línea.

La carga $dq = \delta\ dx$ crea en el punto P un campo eléctrico dE cuyo módulo es

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{l^2}$$

Las componentes del vector dE son dE_x y dE_y cuyos módulos son

$dE_x = -\ dE \operatorname{sen}\theta$ (el signo menos indica que dE_x apunta en la dirección negativa del eje x)

$dE_y = +\ dE \cos\theta$

Las componentes según x e y del E son E_x y E_y cuyos módulos son

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \operatorname{sen}\theta$$

el cual debe ser nulo debido a que cada elemento de carga de la derecha tiene un elemento de carga correspondiente en la izquierda tal que sus contribuciones al campo en la dirección x se anula, y

$$E_Y = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \cos\theta$$

En consecuencia, E apunta en la dirección del eje y. Entonces el módulo de E es

$$E = E_Y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq}{l^2} \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta \; dx}{r^2 + x^2} \cos\theta$$

Como θ y x no son independientes, para poder integrar nos independizaremos de una de ellas

$$x = r \; tg\theta$$

derivando esta expresión respecto a θ, tenemos

$$dx = \frac{r}{\cos^2\theta} d\theta$$

además del dibujo 2-11, obtenemos

$$r^2 + x^2 = r^2 + r^2 \; tg^2\theta = r^2 \; (1 + \frac{sen^2\theta}{\cos^2\theta}) = r^2 \; \frac{\cos^2\theta + sen^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$$r^2 + x^2 = \frac{r^2}{\cos^2\theta}$$

reemplazando

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \delta \, . \, \frac{\frac{r}{\cos^2\theta} d\theta}{\frac{r^2}{\cos^2\theta}} \, . \, \cos\theta$$

$$E = \frac{\delta}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta \; d\theta$$

$$E = \frac{\delta}{4\pi\epsilon_0 r} \left| sen\theta \right|_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \frac{\delta}{4\pi\epsilon_0 r} \, . \, 2$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \cdot \frac{\delta}{r} \qquad (2\text{-}8)$$

expresando la ecuación 2-8 de manera vectorial, obtenemos

$$\bar{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \cdot \frac{\delta}{r} \; \hat{r}_{PO} \qquad (2\text{-}9)$$

en donde r_{PO} es el vector unitario que señala desde O a P.

2-5-2. Campo eléctrico creado por un anillo con carga distribuida

Consideremos la siguiente figura

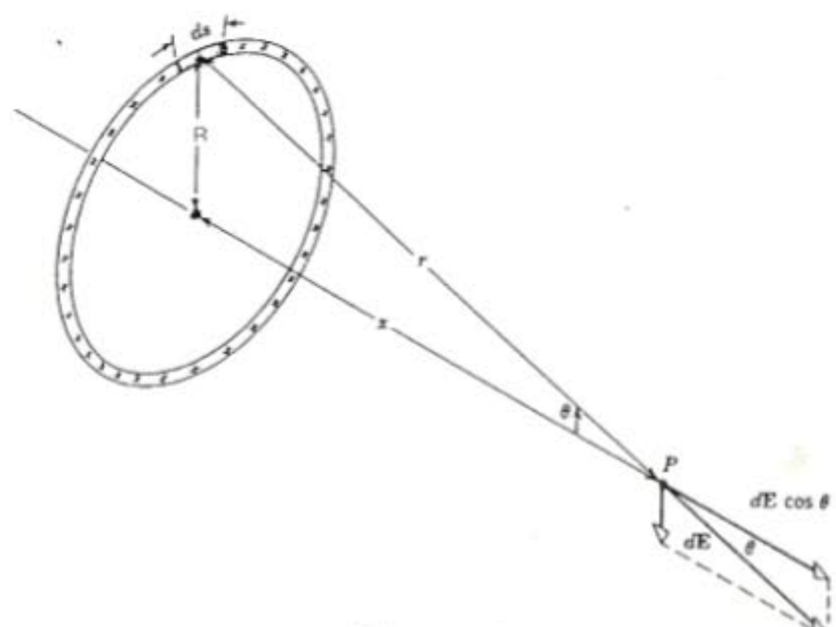

Figura 2-12

La carga total sobre el anillo es q distribuida según una densidad lineal $\delta = q/2\pi R = dq/ds$ [coul/metro].

Calcularemos el campo eléctrico sobre los puntos del eje x.

El campo eléctrico creado por la carga dq es dE cuyo módulo es

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{q\;ds}{2\;\pi\;R\;r^2}$$

Las componentes del vector dE son dE_x y dE_y cuyos módulos son

$$dE_x = +\;dE\;\cos\theta$$

$$dE_y = + dE \operatorname{sen}\theta$$

Las componentes según x e y del E son E_x y E_y cuyos módulos son

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \cos\theta$$

$$E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \operatorname{sen}\theta = 0$$

el cual es nulo debido a que cada elemento de carga de la derecha tiene un elemento de carga correspondiente en la izquierda tal que sus contribuciones al campo en la dirección del eje y se anula.

En consecuencia, **E** apunta en la dirección del eje x. Entonces el módulo de **E** es

$$E = E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{2\ \pi\ R\ r^2} \cos\theta \int_0^{2\pi} ds$$

en donde

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad y \quad \int_0^{2\pi} ds = 2\ \pi\ R$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\cancel{2}\ \cancel{\pi}\ \cancel{R}\ r^2} \cdot \frac{x}{r} \cdot \cancel{2}\ \cancel{\pi}\ \cancel{R}$$

luego

$$r = (R^2 + x^2)^{1/2}$$

reemplazando

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q\ x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad (2\text{-}10)$$

expresando la ecuación 2-10 de forma vectorial, se obtiene

$$\overline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q\ x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\ \hat{x} \qquad (2\text{-}11)$$

Para puntos muy alejados del anillo, es decir x>>>R, tenemos

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x^2}$$

Como se observa, para puntos muy distantes, el anillo se comporta como un carga puntual.

2-6. Flujo de un Campo Vectorial

Sea **V** un campo de vectores y representemos una porción del mismo mediante líneas de fuerza o flujo. Consideremos una superficie elemental dS que contenga al punto P y que además tenga una orientación arbitraria.

El valor de la superficie está dada por dS y su orientación está definida por el vector normal a la superficie **n** con el sentido dado por la regla del tirabuzón al recorrer el contorno de la superficie en un sentido fijado convencionalmente (antihorario en este caso).

$$d\overline{S} = dS \cdot \overline{n} \qquad (2\text{-}12)$$

Con esta convención se dice que dS es un vector cuyo módulo es el valor de la superficie y cuya dirección y sentido están determinados por su normal positiva n.

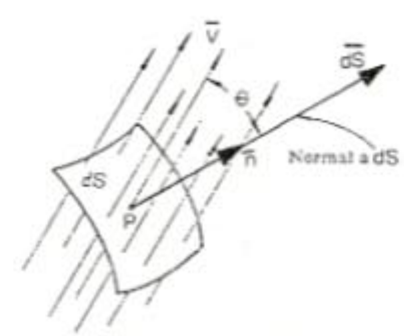

Figura 2-13

Se define como flujo elemental del vector **V** (o campo vectorial **V**) a través de la superficie elemental dS al producto escalar

$$d\phi = \overline{V} \cdot d\overline{S} = V \cdot dS \cdot \cos\theta \qquad (2\text{-}13)$$

Como vemos en la ecuación 2-13, el flujo así definido es una magnitud escalar.

Según observamos las figuras 2-14 a), b), c) y d) y aplicamos la ecuación 2-13, tendremos que

el flujo será negativo cuando $\theta > \pi/2$
el flujo sera cero cuando $\theta = \pi/2$
el flujo será positivo cuando $\theta < \pi/2$
el flujo será máximo cuando $\theta = 0$

2.15. Una carga punto en un campo eléctrico[1]

Si colocamos una partícula cargada en un campo eléctrico se ejerce sobre ella una fuerza expresada por la ecuación

$$\overline{F} = \overline{E}\, q$$

Esta fuerza ocasiona sobre una partícula una aceleración cuyo valor es (2da Ley de Newton)

$$a = \frac{\overline{F}}{m}$$

en donde m es la masa de la partícula cargada. Se consideraran dos casos de la aceleración de una partícula cargada en un campo eléctrico uniforme. Este campo puede obtenerse conectado las terminales de una batería a dos placas metálicas paralelas. Si el espacio entre las placas es pequeño con relación a las dimensiones de las placas, el campo entre las mismas podrá considerarse prácticamente uniforme, salvo cerca de los bordes. Nótese que al calcular el movimiento de una partícula en un campo eléctrico producido por una fuente externa, el campo de la partícula misma no se toma en cuenta. Tampoco se tendrán en cuentas los efectos gravitatorios sobre la partícula cargada.

2.15.1. 1er Caso: Una carga punto en reposo colocada en un campo eléctrico

Consideremos una partícula de masa m y carga se coloca en reposo en campo eléctrico uniforme como en que se muestra en la figura 1, y se suelta.

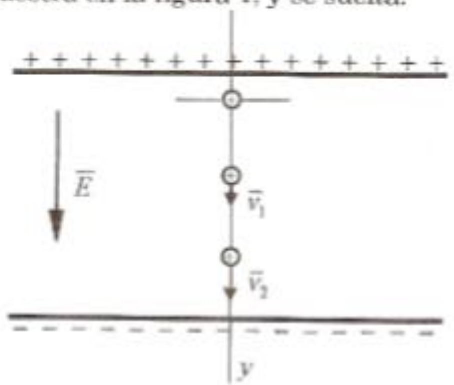

Figura 1

El movimiento realizado por la partícula cargada se asemeja al de un cuerpo que cae en el campo gravitacional de la Tierra. La aceleración (constante) será

$$a = \frac{\overline{F}}{m} = \frac{q\,\overline{E}}{m}$$

Entonces se aplican las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado. Estas ecuaciones son (considerando $v_o = 0$)

---
[1] Este tema se puede incluir después del punto 2.5

$$v = a\,t = \frac{q\,E\,t}{m}$$

$$y = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{q\,E\,t^2}{2\,m}$$

y

$$v^2 = 2\,a\,y = \frac{2\,q\,E\,y}{m}$$

La energía cinética obtenida después de avanzar una distancia y se halla a través de la siguiente expresión

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,m\left(\frac{2\,q\,E\,y}{m}\right) = q\,E\,y$$

El mismo resultado se podría haber obtenido también a partir del teorema del trabajo y la energía, ya que obra una fuerza constante sobre la partícula $q\,E$ en una distancia y.

2.15.2. 2^er^ Caso: Desviación de un haz de electrones

La figura 2 muestra a un electrón de masa m y carga e disparado con una velocidad v_o perpendicularmente a un campo uniforme $\overline{E}$. El movimiento que presenta el electrón es como el de un proyectil disparado horizontalmente en el campo gravitacional terrestre. Por lo tanto se aplicarán, para describir su movimiento, las respectivas ecuaciones de tiro oblicuo

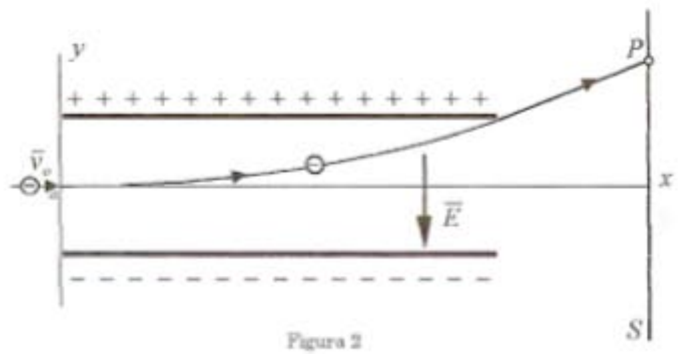

Figura 2

$$x = v_0\,t$$

y

$$y = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{e\,E}{2\,m}\,t^2$$

Eliminando t se obtiene

$$y = \frac{e\,E}{2\,m\,v_0^2}\,x^2$$

ıe es la ecuación de la trayectoria.

Cuando el electrón sale de las placas, prosigue (no teniendo en cuenta la gravedad) en na línea recta tangente a la parábola en el punto de salida. Podemos hacerlo que llegue a una antalla fluorescente S colocada a cierta distancia más allá de las placas. Junto con otros ectrones que sigan la misma trayectoria se hará visible como una pequeña mancha luminosa. ste es el principio del ***osciloscopio de rayos catódicos electrostático***.