

## **Inductancia**

10-1. Inducción mutua

10-2. Autoinducción

10-3. Cálculo de inductancia

10-4. Circuito RL

10-5. Energía en un campo magnético

*J-1. Aplicaciones*

---

# Inductancia

---

## 10.1. Inducción mutua

Consideremos la figura 10.1 a). Por la bobina 1 circula una corriente  $i_1$  variable en el tiempo por lo que la misma crea un flujo magnético, el cual al variar induce una fem y una corriente inducida en la bobina 2. Por la ley de Faraday esta fem se expresa en función del flujo variable creado por la bobina 1 (*inductor*) y que concatena la bobina 2 (*inducido*), es decir

$$\varepsilon_2 = - N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

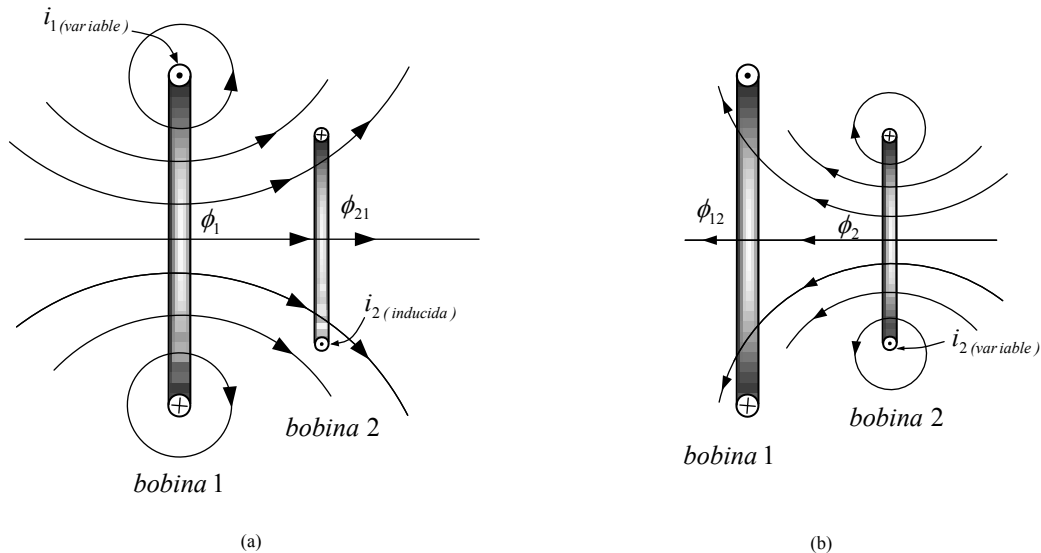


Figura 10-1

El flujo magnético  $\phi_1$  que crea la bobina 1 y también el flujo magnético  $\phi_{21}$  que concatena la bobina 2, son proporcionales a la corriente  $i_1$  que circula por la bobina 1, por lo tanto podemos escribir que

$$\phi_{21} = K i_1$$

Entonces podemos expresar la fem inducida más cómodamente en función de la corriente  $i_1$  que circula por la bobina 1, como

$$\varepsilon_2 = - N_2 \frac{d(K i_1)}{dt} = - N_2 K \frac{di_1}{dt}$$

Representando el producto  $N_2 K$  por una sola constante  $M_{21}$ , se tiene

$$\varepsilon_2 = - M_{21} \frac{di_1}{dt} \tag{10-1}$$

en donde  $M_{21}$  se llama *coeficiente de inductancia mutua*.

Si ahora consideramos la figura 10-1 b), en la cual por la bobina 2 circula la corriente  $i_2$ , tomada ahora como inductor, cuando esta corriente varía se induce en la bobina 1 una fem inducida  $\varepsilon_1$ , cuyo valor es

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} = -N_1 K \cdot \frac{di_2}{dt} = -M_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (10-1')$$

En consecuencia la fem inducida en cualquiera de las bobinas es proporcional a la velocidad de variación de la corriente de la otra bobina.

Las constantes de proporcionalidad  $M_{21}$  y  $M_{12}$  parecieran ser diferentes. Sin embargo puede demostrarse que ambas son iguales, entonces las podemos llamar directamente como  $M = M_{12} = M_{21}$ .

Si despejamos ahora el coeficiente de inducción mutua se tiene

$$M = -\frac{\varepsilon_2}{di_1/dt} = -\frac{\varepsilon_1}{di_2/dt} \quad (10-2)$$

La unidad del coeficiente de inducción mutua es en Sistema Internacional el *Henry* (Hy) y según la ecuación 10-2 vale

$$\frac{\text{Volt}}{\text{Amper/seg}} = \frac{\text{Volt seg}}{\text{Amper}} = \text{Henry (Hy)}$$

Se dice que la inductancia mutua entre dos circuitos es de un henry si se induce en uno de ellos una fem de un volt cuando la corriente en el otro circuito varía a razón de un amper por segundo.

Puede también deducirse otra expresión para el coeficiente de inducción mutua  $M$ , del siguiente modo. Sabemos que

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

y

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

igualando ambas expresiones, se tiene

$$-N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

multiplicando ambos miembros por  $dt$  e integrando

$$N_2 d\phi_{21} = -M di_1$$

$$\int N_2 d\phi_{21} = \int M di_1 \quad \text{integral indefinida}$$

$$N_2 \phi_{21} = M i_1 + \text{constante}$$

dado que el flujo  $\phi_{21} = 0$  cuando la corriente  $i_1 = 0$  resulta la *constante* = 0, entonces

$$N_2 \phi_{21} = M i_1$$

de donde se obtiene que

$$M = \frac{N_2 \phi_{21}}{i_1} \tag{10-3}$$

de la misma manera se puede obtener que

$$M = \frac{N_1 \phi_{12}}{i_2} \tag{10-3'}$$

La expresión 10-3 ó 10-3' nos dice que el coeficiente de inductancia mutua entre dos circuitos es la razón del flujo magnético que concatena uno de ellos a la corriente que circula por el otro.

Como vemos el coeficiente de inductancia mutua también puede expresarse según la ecuación 10-3 ó 10-3' como

$$\frac{\textit{Weber vuelta}}{\textit{Amper}}$$

También podemos decir que la inductancia mutua entre dos circuitos es de un Henry si al circular por uno de ellos una corriente de un amper, el flujo que atraviesa al otro es de un Weber-vuelta

Consideremos el circuito mostrado en la figura 10-2, para el cual determinamos el coeficiente de inducción mutua

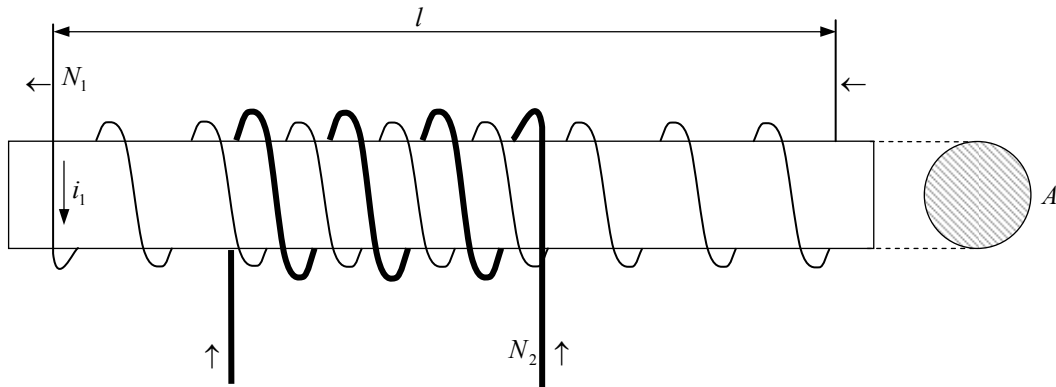


Figura 10-2

La corriente  $i_1$  que circula por la bobina  $\leftarrow$  crea un flujo magnético

$$\phi = B A = \mu_o \frac{N_1}{l} i_1 A$$

Este flujo es completamente concatenado, tal como se observa en la figura, por la bobina  $\uparrow$ , por lo tanto

$$\phi = \phi_{21}$$

resulta entonces de acuerdo a la ecuación 10-3,

$$M = \frac{N_2 \phi_{21}}{i_1} = N_2 \mu_o \frac{N_1}{l} i_1 A \frac{1}{i_1}$$

$$M = \mu_o \frac{N_1 N_2}{l} A$$

Se observa que el coeficiente de inducción mutua, para el circuito ejemplificado, solamente depende de los parámetros geométricos de las bobinas.

## 10.2. Autoinducción

Hasta ahora vimos el flujo magnético concatenado por una bobina o circuito en el cual se induce una fem (inducido) y el cual ha sido creado por alguna otra bobina o circuito al cual llamamos inductor.

Observemos a continuación la figura 10-3.

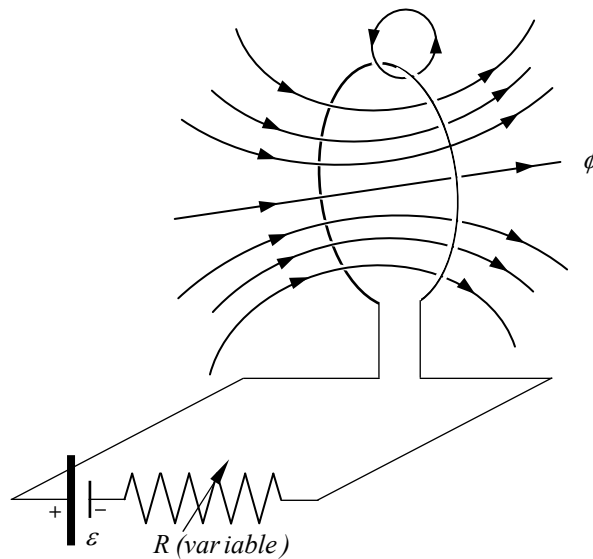


Figura 10-3

Cuando por la bobina circula una corriente se crea un flujo magnético  $\phi$  como el indicado en la figura. Si variamos la corriente del circuito, por ejemplo variando la resistencia del mismo, varía el flujo magnético y por lo tanto de acuerdo a la ley de Faraday se inducirá una fem a causa de la variación del propio campo magnético. Esta fem se denomina *fuerza contra electromotriz inducida* y vale

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

pero el flujo magnético  $\phi$  es directamente proporcional a la corriente que circula por la bobina o espira, es decir

$$\phi = K i$$

en donde  $K$  es un factor que depende de la forma, dimensiones, y otros parámetros geométricos correspondientes a la bobina y al circuito eléctrico.

Ahora podemos expresar la fem inducida en función de la corriente  $i$  que circula por la bobina, como

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt} = -N \frac{d(K i)}{dt} = -N K \frac{di}{dt}$$

Representando el producto  $N K$  por una sola constante  $L$ , resulta

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} \quad (10-4)$$

en donde  $L$  se llama *coeficiente de autoinducción* o simplemente *autoinducción* ó también *inductancia de la bobina*.

La unidad de medida de la inductancia es el *Henry (Hy)*, y diremos que la inductancia de un circuito es de un Henry si se induce en él una fem de un volt cuando la corriente en el mismo varia a razón de un amper por segundo.

Puede deducirse otra expresión para el coeficiente de autoinducción  $L$ , de la siguiente manera. Sabemos que

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

y

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$$

igualando ambas expresiones, se tiene

$$-N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

multiplicando ambos miembros por  $dt$  e integrando

$$N d\phi = -L di$$

$$\int N d\phi = \int L di \quad \text{integral indefinida}$$

$$N \phi = L i + \text{constante}$$

dado que el flujo  $\phi = 0$  cuando la corriente  $i = 0$  resulta la *constante = 0*, entonces

$$N \phi = L i$$

de donde se obtiene que

$$L = \frac{N \phi}{i} \quad (10-5)$$

Esto es, la inductancia de un circuito es igual al flujo concatenado por unidad de corriente. Como observamos en la ecuación 10-5, la inductancia también puede expresarse en *Weber-vuelta/amper*. Entonces podemos decir que la inductancia de un circuito es de un Henry si por el mismo circula una intensidad de corriente de un amper y produce un flujo concatenado de un Weber-vuelta.

A toda parte de un circuito que se comporta como lo hace una bobina se la simboliza de la manera mostrada en la figura 10-4 a) o b).



Figura 10-4

El sentido de la fem autoinducida se encuentra mediante la ley de Ley (Capítulo 9 – Punto 9-3.). La causa de la fem es la variación de la corriente en circuito. Para interpretar el sentido de la fem autoinducida, nos remitimos a la figura 10-5 a) y b), en la cual se observa un circuito eléctrico constituido por una fuente o batería  $\varepsilon$ , una resistencia variable  $R$  y una autoinducción  $L$ .

Si en la figura 10-5 a) consideramos que la corriente del circuito aumenta, el sentido de la fem autoinducida producida en la bobina es opuesta a la corriente, tal como se observa en la figura.

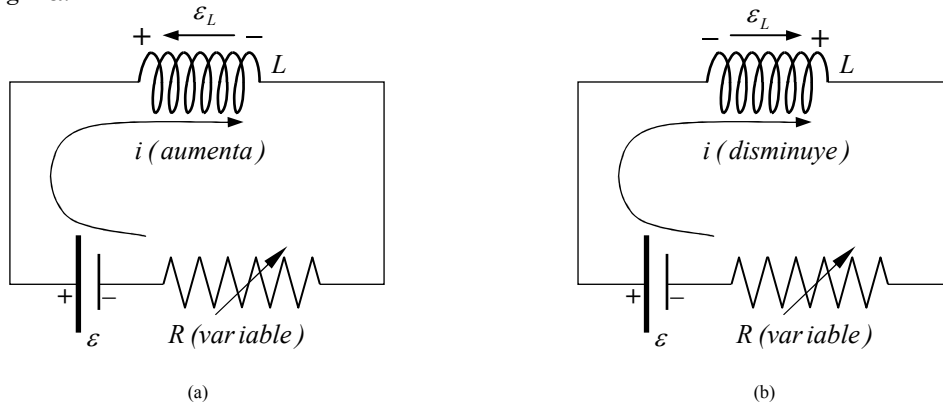


Figura 10-5

Si en la figura 10-5 b) consideramos que la corriente del circuito disminuye, el sentido de la fem autoinducida producida en la bobina tiene el mismo sentido que la corriente, tal como se observa en la figura.

### 10.3. Cálculo de inductancia

La inductancia de un dispositivo depende de su geometría. Los cálculos de inducción pueden ser bastantes difíciles para geometrías complicadas, pero los siguientes ejemplos incluyen situaciones comunes para las cuales las inductancias se evalúan con facilidad.

#### 10.3.1. Inductancia de un tramo de longitud $l$ de un solenoide recto

Consideremos la figura 10-6 la cual muestra un solenoide recto por el cual circula una corriente  $i$ . El mismo tiene una longitud  $l$ , un área transversal  $A$  y  $N$  vueltas comprendidas en la longitud  $l$ .

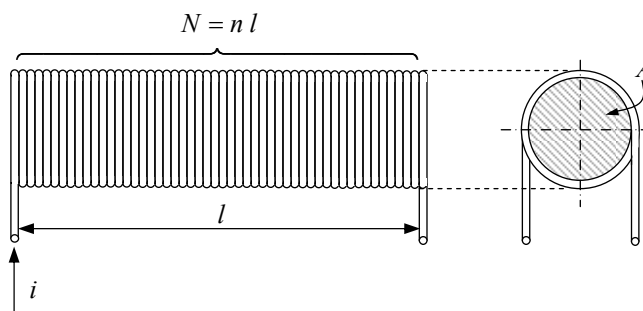


Figura 10-6

El campo magnético  $B$  en el interior de un solenoide es (ecuación 7-12)

$$B = \mu_o \frac{N}{l} i = \mu_o n i$$

en donde  $n$  es el número de espiras por unidad de longitud.

El flujo magnético  $\phi$  resulta entonces

$$\phi = B A = \mu_o n i A$$

Aplicando la ecuación 10-5, se tiene

$$L = \frac{N \phi}{i} = \frac{N \mu_o n i A}{i} = \frac{n l \mu_o n i A}{i}$$

$$L = \mu_o n^2 A l \tag{10-6}$$

Observemos que el valor de la inductancia correspondiente a un tramo de longitud  $l$  de un solenoide es proporcional a su volumen ( $A l$ ) y al cuadrado del número de vueltas por unidad de longitud. Esto último era de esperar ya que al aumentar el número de vueltas por unidad de longitud, aumentamos  $N$  y también el flujo magnético  $\phi$  a través de cada vuelta.

### 10.3.2. Inductancia de solenoide toroidal

La figura 10-7 muestra un toroide de sección transversal rectangular por el cual circula una corriente  $i_o$ .

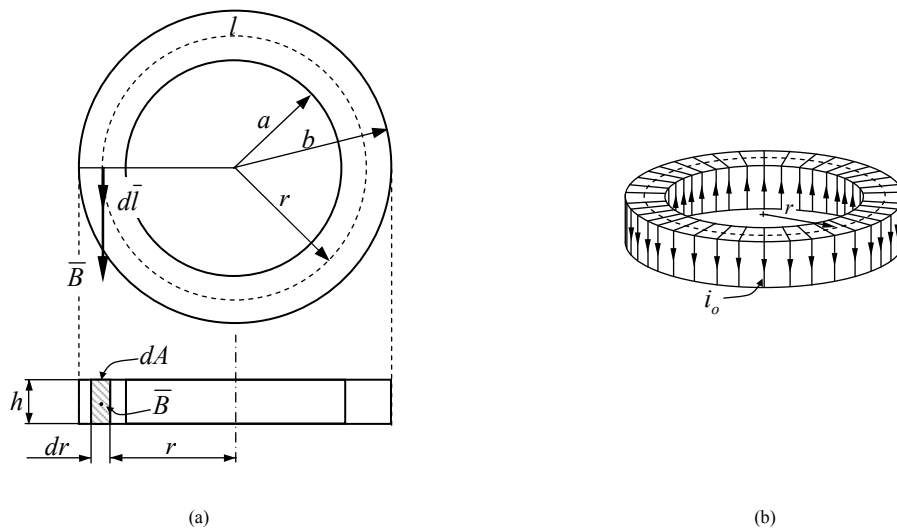


Figura 10-7

Las líneas del campo magnético  $\vec{B}$  para el toroide son círculos concéntricos. Aplicando la ley de Ampere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o i$$

a una trayectoria circular de radio  $r$  se tiene

$$B 2 \pi r = \mu_o i_o N$$

siendo  $N$  el número de vueltas e  $i_o$  la corriente en los arrollamientos del toroide.

$$B = \frac{\mu_o i_o N}{2 \pi r}$$

El flujo magnético  $\phi$  para la sección transversal del toroide es

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_a^b B h dr = \int_a^b \frac{\mu_o i_o N}{2 \pi r} h dr = \frac{\mu_o i_o N}{2 \pi} h \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_o i_o N}{2 \pi} h \ln \frac{b}{a}$$

Aplicando la ecuación 10-5, se tiene

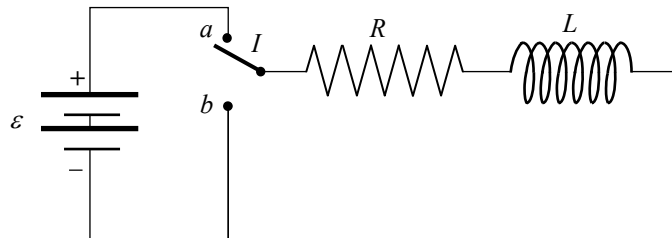
$$L = \frac{N \phi}{i} = \frac{N}{i_o} \frac{\mu_o i_o N h}{2 \pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\mu_o N^2 h}{2 \pi} \ln \frac{b}{a} \tag{10-7}$$

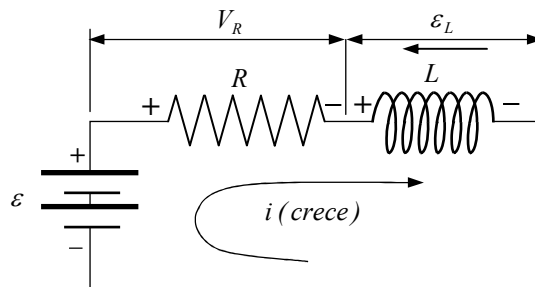
observemos que el valor de la inductancia  $L$  depende únicamente de la geometría del toroide.

### 10.4. Circuito RL

Consideremos un circuito como el mostrado en la figura 10-8 a). Al llevar la llave  $I$  a la posición  $a$  se establece una corriente que irá en aumento hasta el valor de régimen final. En la resistencia se producirá una caída de tensión  $V_R = i R$  y en los bornes de la bobina se inducirá una tensión  $\varepsilon_L = -L di/dt$ , con la polaridad indicada en la figura, debido a la presencia de una corriente variable en el tiempo y que aumenta su magnitud.



(a)



(b)

Figura 10-8

Aplicando la 2<sup>da</sup> ley de Kirchoff al circuito de la figura 10-8 b), resulta la ecuación diferencial de primer orden que indica el comportamiento del mismo,

$$\varepsilon - i R - L \frac{di}{dt} = 0$$

o sea

$$i R + L \frac{di}{dt} = \varepsilon$$

resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene

$$i = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{L/R}}) \tag{10-8}$$

A la relación  $L/R$  presente en la ecuación 10-8 se la denomina *constante de tiempo inductiva*, y se la nota como

$$\tau_L = \frac{L}{R} \tag{10-9}$$

Si analizamos ahora esta constante veremos que tiene las dimensiones de tiempo, es decir

$$\frac{\text{Henry}}{\text{Ohm}} = \frac{\text{Volt}}{\frac{\text{Amper}}{\text{seg}}} \frac{1}{\text{Ohm}} = \frac{\text{Volt}}{\frac{\text{Amper}}{\text{seg}}} \frac{1}{\frac{\text{Volt}}{\text{Amper}}} = \text{segundo}$$

Por lo tanto a la ecuación 10-8 la podemos escribir de la siguiente manera

$$i = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}) \tag{10-10}$$

La figura 10-9 muestra como varía la corriente en un circuito  $RL$  en función del tiempo, según la expresión 10-8 ó 10-10.

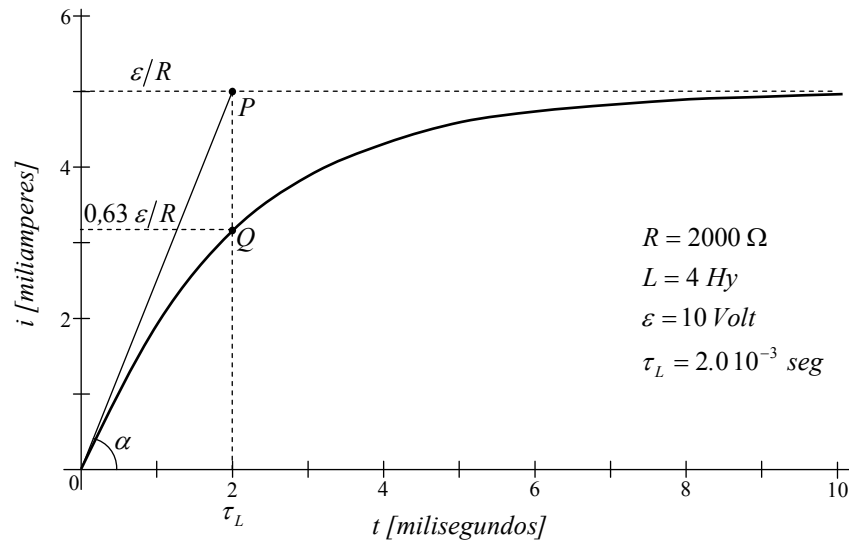


Figura 10-9

Como se observa en la figura 10-9, en el instante inicial la corriente es nula y comienza a crecer de manera exponencial hasta alcanzar el valor final ( $i = \varepsilon/R$ ) para un tiempo teórico infinito. En la práctica el tiempo para llegar al establecimiento de la corriente  $i$  es un valor finito.

En la figura 10-9 también se observa que la corriente no tiene un ritmo de crecimiento constante. Crece muy rápidamente al comienzo y cada vez más lentamente a

medida que transcurre el tiempo. La velocidad de crecimiento de la corriente en el instante inicial se obtiene realizando la derivada de la función en el origen para un tiempo  $t = 0$ , es decir

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{d\left(\frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}})\right)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}} \left( -\frac{1}{\tau_L} \right) \Bigg|_{t=0} = \frac{\varepsilon}{R \tau_L} = \text{tg } \alpha$$

Como vemos si trazamos la tangente a la curva en el origen en la gráfica de la figura 10-9, en el punto  $P$  donde se intercepta con la recta  $i = \varepsilon/R$  nos determina un tiempo  $t$  que es igual a la constante de tiempo inductiva  $\tau_L$ .

Calcularemos ahora el valor de la corriente cuando el tiempo  $t$  es igual a la constante de tiempo inductiva  $\tau_L$ , entonces

$$i = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{\tau_L}{\tau_L}}) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-1}) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - 0,37) = 0,63 \frac{\varepsilon}{R} \quad (\text{un } 63\% \text{ de } \varepsilon/R)$$

es decir que la corriente alcanza un valor del 63% de su valor final ( $i = \varepsilon/R$ ), punto  $Q$  en la figura 10-9.

Podemos determinar la caída de tensión en la resistencia  $V_R$  como

$$V_R = i R = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}) R$$

$$V_R = \varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}) \tag{10-11}$$

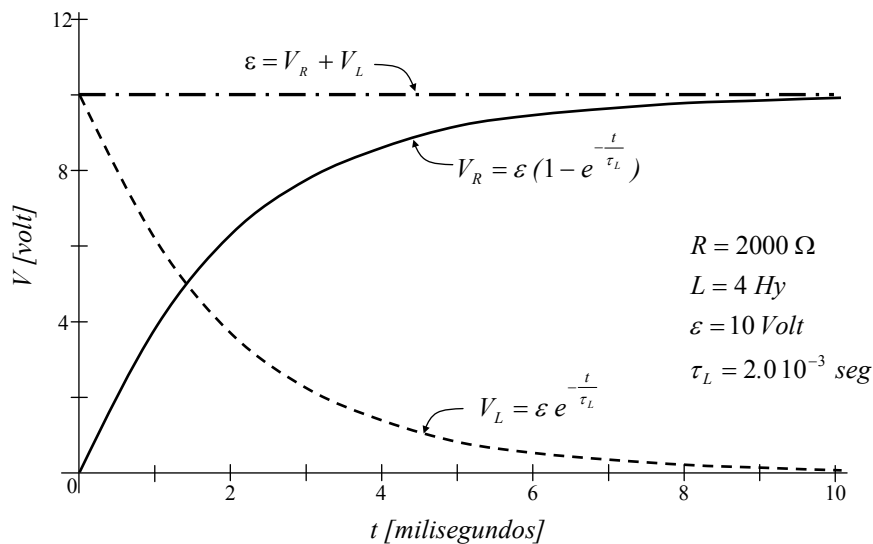


Figura 10-10

y la fem inducida en la bobina  $\varepsilon_L$  de la siguiente manera

$$V_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d\left(\frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}})\right)}{dt} = L \left( -\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right) \left( -\frac{1}{\tau_L} \right) = L \left( -\frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right) \left( -\frac{1}{\tau_L} \right)$$

$$V_L = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau_L}} \tag{10-12}$$

debiéndose cumplir en todo momento que  $\varepsilon = V_R + V_L$ . Esto se puede apreciar en la figura 10-10, en la cual se ha representado la caída de tensión en la resistencia  $V_R$  (ecuación 10-11), la fem inducida en la bobina  $\varepsilon_L$  (ecuación 10-12) y la suma de ambas ( $\varepsilon = V_R + V_L$ ).

Si después de transcurrido un tiempo suficientemente largo invertimos de posición la llave  $I$ , pasándola de la posición  $a$  a la  $b$ , eliminamos la batería del circuito del circuito. La corriente pasa de un valor máximo ( $\varepsilon/R$ ) a cero. Esta situación está representada en el circuito mostrado en la figura 10-11.

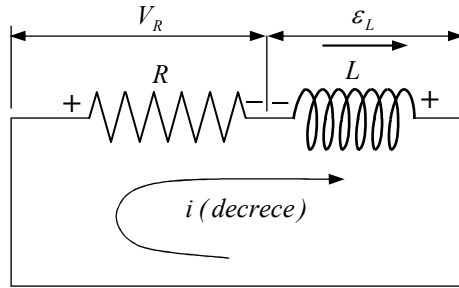


Figura 10-11

En la resistencia se produce una caída de tensión  $V_R$  y en la bobina se induce una fem  $\varepsilon_L$  con la polaridad mostrada en la figura.

Aplicando la 2<sup>da</sup> ley de Kirchhoff al circuito de la figura 10-11, resulta la ecuación diferencial de primer orden que indica el comportamiento del mismo,

$$-i R + L \frac{di}{dt} = 0$$

o sea

$$i R = L \frac{di}{dt}$$

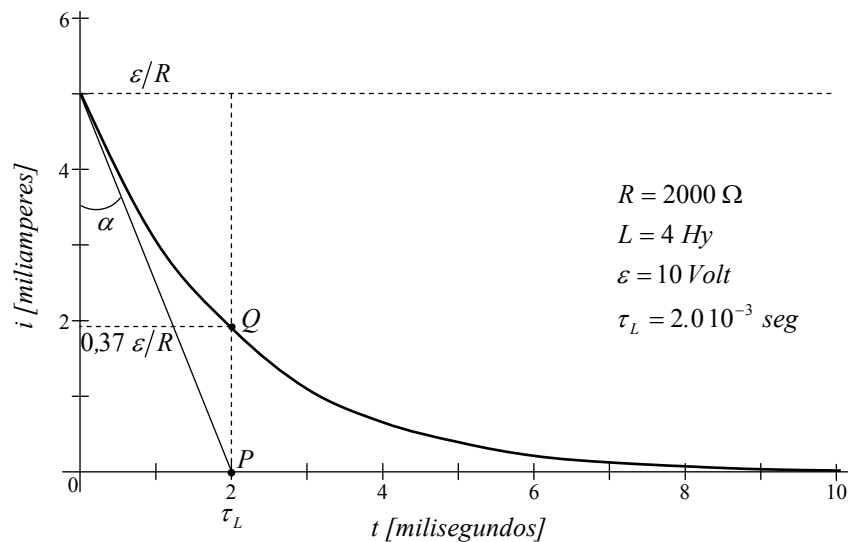


Figura 10-12

resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{L/R}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}} \tag{10-13}$$

La figura 10-12 muestra como varía la corriente en un circuito  $RL$  en función del tiempo, según la expresión 10-13.

Como se observa en la figura 10-12, en el instante inicial la corriente es máxima ( $i = \varepsilon/R$ ) y comienza a decrecer de manera exponencial hasta alcanzar el valor final de cero, para un tiempo teórico infinito. En la práctica el tiempo para llegar al establecimiento de la corriente  $i$  es un valor finito.

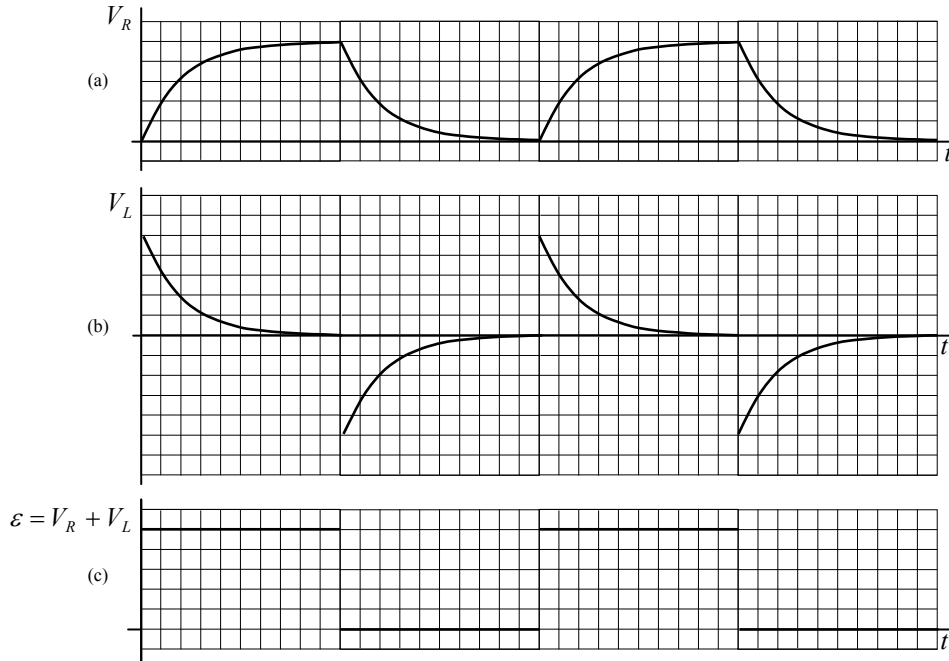


Figura 10-13

En la figura 10-13 se representan los trazos de un osciloscopio mostrando la forma como varía con el tiempo (a) la caída de potencia  $V_R$  entre los terminales de la resistencia, (b) la caída de potencial  $V_L$  en la inductancia y (c) la fem aplicada.

### 10.5. Energía en un campo magnético

En el punto 10-4, vimos que la bobina o inductor presente en el circuito produce una fem inducida que evita que la batería establezca una corriente instantánea, la batería tiene que efectuar trabajo contra el inductor para crear una corriente. Parte de la energía suministrada por la batería se convierte en calor por efecto Joule disipado en la resistencia, en tanto que la energía restante se almacena en el inductor. Transcribimos la ecuación obtenida de aplicar la 2<sup>da</sup> ley de Kirchhoff al circuito de la figura 10-8 b) Aplicando la 2<sup>da</sup> ley de Kirchhoff al circuito de la figura 10-8 b), resulta la ecuación diferencial de primer orden que indica el comportamiento del mismo,

$$\varepsilon = iR + L \frac{di}{dt}$$

si multiplicamos cada término de esta expresión por la corriente  $i$ , se obtiene

$$\varepsilon i = i^2 R + i L \frac{di}{dt}$$

El primer término de esta ecuación  $\varepsilon i$  representa la potencia desarrollada por la fuente o dicha en otras palabras, la energía que entrega al circuito en la unidad de tiempo. El primer término del segundo miembro, representa la potencia que consume la resistencia  $R$  la cual es disipada en forma de calor por efecto Joule  $i^2 R$ . El segundo término del segundo miembro es por lo tanto la potencia desarrollada para crear el campo magnético en la bobina o inductor  $i L di/dt$ . Si llamamos  $U_B$  a la energía almacenada en el elemento inductor en cualquier tiempo, entonces  $dU_B/dt$  representa la rapidez con que se está almacenando la energía magnética en la misma, entonces podemos escribir que

$$\frac{dU_B}{dt} = i L \frac{di}{dt}$$

Para encontrar la energía total almacenada en el inductor podemos reescribir esta expresión como  $dU_B = i L di$  e integrar

$$U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i i L di$$

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2 \quad (10-14)$$

La ecuación 10-14 representa la energía almacenada en el campo magnético del inductor cuando la corriente es  $i$ . Obsérvese que esta ecuación es similar a la ecuación para la energía almacenada en el campo eléctrico de un capacitor,  $q^2/2C$  (ecuación 5-32). En cualquier caso es importante observar que se requiere trabajo para establecer un campo.

A continuación desarrollaremos una expresión que determina la forma en que esta energía está distribuida en el campo magnético. Para ello consideremos un solenoide recto como el mostrado en la figura 10-14.

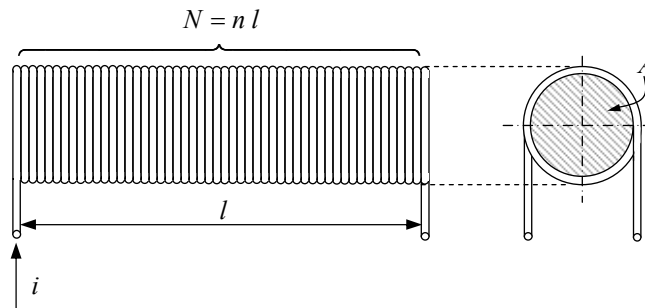


Figura 10-14

La inductancia para este solenoide está dada por la ecuación 10-6

$$L = \mu_o n^2 A l$$

y el campo magnético en el interior del solenoide está dado por la ecuación 7-12

$$B = \mu_o n i$$

de donde  $i = B/\mu_o n$ , sustituyendo esta expresión conjuntamente con la ecuación 10-6 en la ecuación 10-4, se obtiene

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \mu_o n^2 A l \left( \frac{B^2}{\mu_o n} \right) = \frac{1}{2} (A l) \frac{B^2}{\mu_o}$$

Debido a que el producto de  $(Al)$  representa el volumen del solenoide, podemos definir la *energía por unidad de volumen*  $u_B$  en un campo magnético como

$$u_B = \frac{U_B}{V} = \frac{U_B}{Al} = \frac{B^2}{2 \mu_o} \tag{10-15}$$

Esta última ecuación representa la densidad de energía magnética almacenada en un punto (vacío o aire) en donde la inducción magnética es  $\vec{B}$ . Esta ecuación es válida para cualquier configuración de campo magnético no necesariamente uniforme como en el caso del solenoide recto. Esta expresión es análoga a la densidad de energía almacenada en un campo eléctrico  $u_E = \epsilon_o E^2/2$  (ecuación 3-57).

### 10.5.1. Autoinducción y energía magnética almacenada en un cable coaxial

Un largo cable coaxial se compone de dos conductores cilíndricos concéntricos de radios  $a$  y  $b$  y de longitud  $l$ , como se observa en la figura 10-15. El conductor exterior se supone como un delgado cascarón cilíndrico. Cada conductor lleva una corriente  $i$  (el exterior es una trayectoria de retorno).

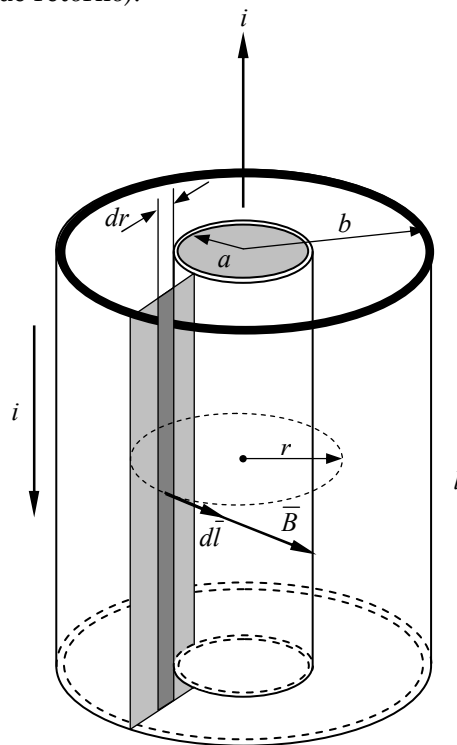


Figura 10-15

Para determinar la energía almacenada en el campo magnético dentro del cable coaxial, primeramente calcularemos el valor del campo magnético  $\vec{B}$  en el interior del cable aplicando la ley de Amper a una trayectoria circular de radio  $r$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2 \pi r = \mu_o i$$

de donde el campo magnético en el interior resulta

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r}$$

La densidad de energía para los puntos del campo que están a una distancia  $r$ , es entonces de acuerdo a la ecuación 10-15

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_o} = \frac{\mu_o^2}{4\pi^2} \frac{i^2}{r^2} \frac{1}{2\mu_o} = \frac{\mu_o}{8\pi^2} \frac{i^2}{r^2}$$

Calcularemos ahora la energía dentro de un volumen  $dV$  cilíndrico de radio  $r$  y  $r+dr$  y longitud  $l$ , es decir

$$dV = 2\pi r l dr$$

pero a la densidad de energía podemos expresarla como

$$u_B = \frac{dU_B}{dV}$$

entonces

$$dU_B = u_B dV = \frac{\mu_o}{8\pi^2} \frac{i^2}{r^2} 2\pi r l dr = \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 l \frac{dr}{r}$$

para obtener la energía total, integramos la expresión anterior entre  $a$  y  $b$

$$U_B = \int_a^b \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 l \frac{dr}{r}$$

$$U_B = \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 l \ln \frac{a}{b} \tag{10-16}$$

la ecuación 10-16 representa la energía almacenada en el campo magnético dentro de un cable coaxial en un tramo de longitud  $l$  y que transporta una corriente  $i$ .

La autoinductancia  $L$  de este cable la podemos determinar a partir de la ecuación 10-14,

$$U_B = \frac{1}{2} L i^2$$

de donde

$$L = 2 \frac{U_B}{i^2}$$

reemplazando  $U_B$  por expresión 10-16, se obtiene

$$L = 2 \frac{\mu_o}{4\pi} i^2 l \ln \frac{a}{b} \frac{1}{i^2}$$

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi} l \ln \frac{a}{b} \tag{10-17}$$

## J-1. Aplicaciones

### J-1-1. Bobina de inducción o de Ruhmkorff

Se denomina *bobina de inducción o de Ruhmkorff* al aparato que sobre la base de fenómenos de inducción electromagnética permite obtener f.e.m. o voltajes elevados a partir de otras de baja tensión. Este dispositivo consta de: a) una bobina arrollada sobre un núcleo de hierro, denominada *primario*. Posee generalmente un número bajo de vueltas, por ejemplo 100 vueltas y el hilo conductor con que está realizada esta bobina es grueso, b) un arrollamiento con un gran número de vueltas, generalmente mayor de 1000 vueltas y hasta 10000 vueltas y que se denomina *secundario*. Este arrollamiento está constituido por un conductor de sección pequeña (por ejemplo 0,2 mm de diámetro) y c) un interruptor automático que abre y cierra el circuito alternadamente (similar al caso de una campanilla eléctrica).

En la figura 10-16 se observa una bobina de inducción. Cuando se cierra la llave que está en serie con la batería, el núcleo de hierro se imana, pasando un gran número de líneas magnéticas tanto por el primario como por el secundario. El vibrador (similar al que utiliza una campanilla eléctrica), es atraído por el núcleo de hierro, abriendo el circuito. Al abrir el circuito repentinamente, el núcleo de desimana y las líneas magnéticas salen del bobinado secundario, induciéndose en éste una fem elevada. La intensidad del campo eléctrico resultante en el claro *D* produce una descarga en el gas, es decir una chispa. Luego el vibrador se abre y cierra el circuito automáticamente, produciéndose chispas en los terminales de salida *D*. El proceso de cierre y apertura del circuito se realiza en pequeñas fracciones de segundo, luego la fem inducida alcanza elevados valores pudiendo llegar a 15 o 20000 volt.

El condensador *C* funciona como un “depósito” al que fluye la carga cuando el contacto del vibrador se abre. De esa manera el condensador impide que salten chispas en las puntas del contacto, lo cual haría que el metal de que están hechas se vaporizara.

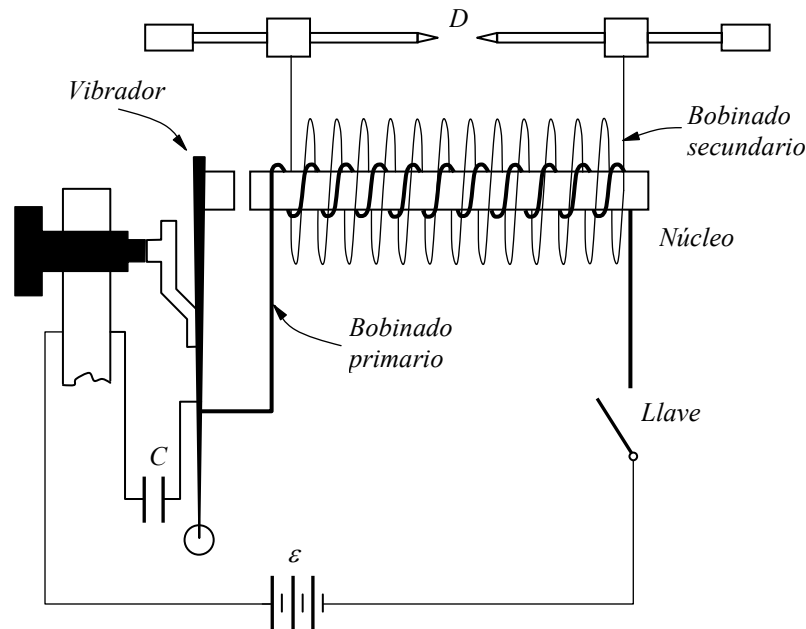


Figura 10-16

El empleo más conocido de la bobina de inducción o de Ruhmkorff es su aplicación en el circuito eléctrico de los automóviles, los aparatos productores de rayos X, y en varios elementos o aparatos de laboratorio. En la figura 10-17 se representa el sistema de ignición de un automóvil.

En el motor de un automóvil, la mezcla explosiva de aire y nafta se enciende mediante una chispa eléctrica producida por una bujía de encendido. Esta difiere de una bobina de inducción, en que los contactos se cierran y se abren mediante una rueda giratoria (*ruptor*), la cual es movida por el motor. El ruptor tiene salientes que empujan alternativamente el brazo giratorio (*platino*), abriendo de esa manera el circuito primario intermitentemente. Cada vez que se abre el circuito, el núcleo de la bujía de encendido se desmagnetiza repetidamente, en la misma forma que la bobina de inducción, generándose una fem elevada en el circuito secundario. Una sola bobina de inducción produce las chispas en todos los cilindros de un motor. En el distribuidor de un auto de seis cilindros, un brazo giratorio toca seis contactos alternativamente, estando cada uno de ellos conectado con la bujía de un cilindro diferente. Este brazo giratorio es puesto en movimiento por el mismo árbol y con la misma rapidez que el interruptor del circuito (ruptor), de modo que se producen chispas en los diversos cilindros en un cierto orden. Cuando un auto corre a toda velocidad, la ignición produce más de 12000 chispas por minuto.

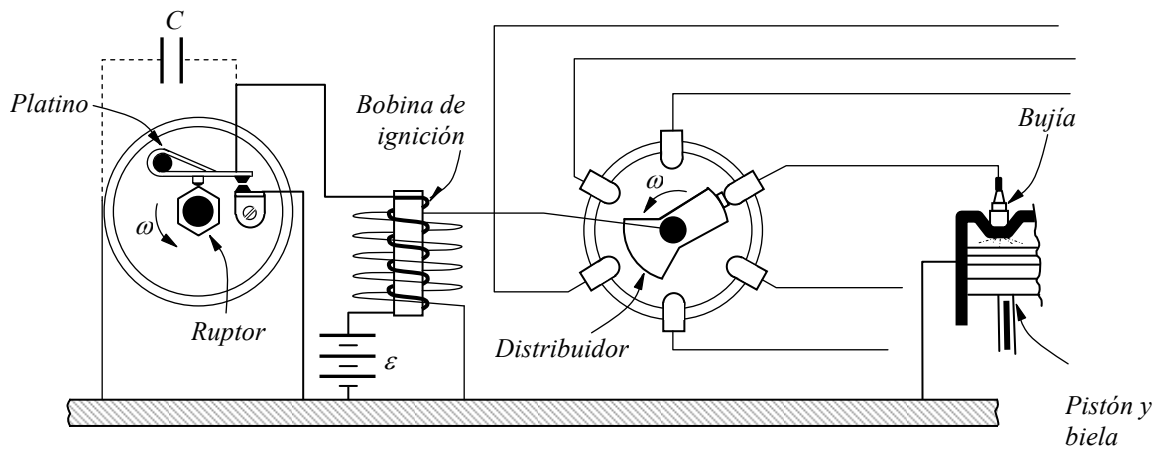


Figura 10-17